Educatief ontwerpen: de houten rekenhanden

F. Goffree SLO Enschede/Un. van Amsterdam

1 inleiding

Eén van de keuzeonderdelen van de Panama-najaarsconferentie 1987 betrof 'educatief ontwerpen'. Voor de bijeenkomst was een practicum samengesteld met als titel: 'De Houten Rekenhanden'. We volgen hier de tekst van het practicum, dat begint met een 'warming up'.
Stel je voor, in 'Het land van vijf' heeft men snode plannen. Ondanks het feit dat iedereen, binnen en buiten de school, rekent op basis van vijf, gaat men het tientallige stelsel invoeren. Dat betekent dus dat 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 20, ... vervangen wordt door 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...
Het zijn vooral de onderwijzers van zwakke rekenaars die zich zorgen maken voor de toekomst. Logisch, die kinderen waren het juist die de hoeveelheid van vijf nog net konden overzien. Daarop waren de leermaterialen nu juist ook ontworpen. Nu zouden de kinderen naast 1, 2, 3, 4 ook nog 5, 6, 7, 8 en 9 moeten 'behappen' als op zichzelf staande grootheden.
Voordat de gelederen in het Speciaal Onderwijs zich kunnen sluiten, voordat men met protestnota's kan komen, worden de gemoederen gekalmeerd. Wat is het geval? Een vooraanstaand rekendidacticus laat zien dat de vijf als basis gewoon voor de kinderen gehandhaafd kan worden. Ook toont hij overtuigend aan dat bestaande leer- en hulpmiddelen slechts een kleine aanpassing behoeven ... Het hele verhaal werd opgehangen aan de volgende 'sommetjes':

1 + 2 =	1 + 4 =	2 + 4 =	5 + 3 =	7 - 2 =	6 - 2 =
2 + 2 =	2 + 3 =	3 + 3 =	4 + 4 =	6 - 1 =	7 - 4 =
3 + 1 =	4 + 1 =	4 + 3 =	6 + 5 =	8 - 3 =	8 - 6 =
2 + 1 =	3 + 2 =	4 + 4 =	7 + 8 =	8 - 4 =	8 - 7 =

Zijn toespraak begon natuurlijk met een vertaling naar de oude, bekende land-van-vijf-notatie. Vervolgens gebruikte hij wat 'oude' leermiddelen en tenslotte liet hij zien hoe kinderen de 'nieuwe' opgaven met de oude steun konden maken.

practicumopdracht

Wie maakt het geruststellende verhaal van de didacticus?

2 het practicum

In het practicum wordt een omstreeks 1925 bedacht educatief ontwerp in een nieuw perspectief geplaatst. Het is de bedoeling dat 'De Houten Rekenhanden' van Sara Heijmans, waarop zij op 19 augustus 1927 te middernacht octrooi verkreeg, van een handleiding voorzien worden. Het maken van de handleiding wordt hier gezien als educatief ontwerpen omdat het gebruik ervan zal leiden tot educatie. Voor een workshop van ongeveer drie uur mag de ontwerpopdracht niet

meeromvattend zijn. De rekenhanden en het feit dat het gaat om een accentuering van de vijfstructuur vanuit realistisch standpunt, geven direct al zoveel voorinformatie, dat weinig tijd zal behoeven te worden besteed aan de fase die ontwerpers vaak aanduiden met 'incubatie'.
Na een doordenking van het ontwerpdomein, het leren en onderwijzen van de optellingen en aftrekkingen tot twintig, vooral met betrekking tot leerlingen die meer dan anderen steunpunten voor het denken nodig hebben, wordt Heijmans uitvinding nader bekeken op mogelijkheden. In een brainstormsessie trachten we dan zoveel mogelijk ideeën voor gebruik van de Rekenhanden bij elkaar te krijgen. Een bepaalde techniek, naar voren gebracht door Chr. Jones in zijn 'Design methods', kan ons wellicht van nut zijn.
De ideeën, in eerste instantie at random gelanceerd, moeten geordend worden om straks een handleiding met enige structuur tot stand te kunnen brengen. We zetten ze daarom in schema op basis van een gedachtenexperiment. Hierin wordt het te geven onderwijs voorgedacht, tot in de details van wat de leraar doet en de leerlingen actief maakt. Dergelijke onderwijsverhalen vinden dus enerzijds een voedingsbodem in de brainstorm, anderzijds geven ze structuur aan de opbrengst ervan.
Welke vorm kunnen we aan de handleiding geven? Een analyse van een paar bekende handleidingen inspireert de educatieve ontwerper hopelijk tot een doordachte keus. Essentieel is hier het onderscheid dat gemaakt kan worden tussen informatie en educatie. Tenslotte maken we enige blauwdrukken van handleidingen waarbij bovengenoemd onderscheid nog eens uitdrukkelijk in beeld komt.

3 ontwerpdomein

Bij het optellen en aftrekken van getallen onder de twintig heeft het getal tien veelal een centrale positie ingenomen. In de meeste rekenmethoden van de basisschool leren de kinderen getallen aanvullen tot tien als basis voor het optellen over de tien. Zo moeten de moeten de kinderen een optelling als 8 + 5 = aldus oplossen:

> 'Bedenk dat 10 = 8 + 2; er moeten dus 2 bij 8 om naar het steunpunt 10 te komen; bedenk vervolgens dat 5 = 2 + 3 en zeg: 8 + 5 = 8 + (2 + 3) = (8 + 2) + 3 = 10 + 3 = 13.'

Op deze procedure is weinig aan te merken vanuit wiskundig standpunt. Ze vertoont bovendien enige verwantschap met redeneringen die de associatieve wet van het optellen betreffen: a + (b + c) = (a + b) + c.
Maar bij het 'aanleren' van deze procedure, bijna op te vatten als een 'algoritme', gaat men aan twee belangrijke feiten voorbij.
Het eerste feit verwijst naar de inventiviteit van kinderen in dit domein. Het is niet onbekend dat kinderen al voordat ze naar die groepen van de basisschool gaan waarin het rekenen systematisch wordt onderwezen, een aantal 'doubletten' uit het hoofd kennen (5 + 5 = 10; 4 + 4 = 8; 6 + 6 = 12 enz.). Voor een aantal blijft het niet bij het spel van het weten, zij blijken in staat om deze 'kennis' functioneel toe te passen. Zonder veel rekenwerk en zeker zonder de zojuist genoemde procedure, rekenen die kinderen 6 + 5 = één meer dan 5 + 5 dus 11.
Het tweede feit verwijst naar kinderen die zoveel moeite hebben met de getallen boven de vier (getallen die dus aantallen weergeven, die men niet meer in één oogopslag kan vatten), dat ze aan de voorgestelde procedure met steunpunt tien

in het geheel niet toekomen. Het is vooral deze laatstgenoemde groep waarnaar onze aandacht in dit practicum uitgaat. Maar ook de mogelijkheid om eigen vindingen bij het rekenen op school te gebruiken, legitiem en door anderen gewaardeerd, willen we in het educatief ontwerpen voor deze kinderen betrekken. Sara Heijmans, die in 1929 een toelichting op 'De Houten Rekenhanden' bij Nijgh & Van Ditmar te Rotterdam uitgaf, heeft een aantal principes aan haar ontwerp ten grondslag gelegd. Eén daarvan betreft de strijd die in rekendidactische kringen steeds weer oplaait. Berust een goed getalbegrip nu wel of niet op tellen, is de vraag die dan de gemoederen bezighoudt. Sara doet een duidelijke keuze.

> 'Bij deze werkwijze wordt alzoo niet geteld (dus ook niet op de vingers, zooals men misschien oppervlakkig zou oordelen).
> Mijn ervaring heeft mij geleerd, dat de telmethode voor verschillende kinderen niet de juiste is. En het duurt zoo lang voordat de kinderen los zijn van het tellen, dus abstract kunnen rekenen.
> Om onderstaande redenen ben ik tegenstandster van tellen.
> a. Tellen (optellen, aftellen) geeft wel uitkomst (oplossing) maar geen inzicht.
> b. Tellen sluit uit het overzien (juister gezegd: het bepalen in een blik) eener hoeveelheid (overzien n.l. laat oogbeweging toe tot tellen).
> c. Tellen geeft in zijn uitkomst geen bewuste voorstelling eener hoeveelheid (als het boven drie gaat).
> d. Tellen neemt veel tijd: immers een voor een worden de eenheden van de tweede term bij die van den eersten gevoegd. Aftrekken (aftellen) neemt nog meer tijd.
> e. Tellen houdt abstract rekenen tegen: alle uitkomsten worden weer getoetst door tellen.
> f. (....)
> Het doel van het aanvankelijk rekenonderwijs ligt niet in het tellen, maar in het verkrijgen van een helder getalbegrip. We moeten het kind *inzicht in de splitsingen* en *groeperingen* der *hoevelheden* eerst tot 10 bijbrengen (daarna tot 20).'

Mogelijk ook interessant voor onze ontwerpopdracht zijn de volgende punten, waaraan onze Amsterdamse onderwijzeres zo'n zestig jaar geleden (!!!) aandacht besteedde:

* de groep van vijf eenheden vormt de grondgedachte van werkwijze en leermiddel;
* de samenstellende delen van het vijftal zijn ongelijk van grootte, zodat het kind de groepjes in verband met vijf goed kan overzien;
* het leermiddel is sober van vorm en kleur, dit om de aandacht voor honderd procent op het hoeveelheidsbeeld te richten;
* naast het visuele beeld wordt met dit leermiddel ook een spierbeeld van hoeveelheden gevormd;
* de getallen van één tot en met vijf worden door het handbeeld aldus gevormd: de duim, die alleen staat, tonen we als eerste voorstelling van één. Duim met wijsvinger is het eerste beeld van twee; (...)
* we beginnen de entree in de rekenwereld met een aftrekking, als zijnde bekend. De kinderen weten immers al enige jaren, dat er niets overblijft, als zij het ene koekje, flikje, etc. opeten, als hun ene balonnetje wegwaait! (...)
* rekenen is geen opzettelijk uit het hoofd leren van paren termen met hun uitkomst!
* men lette steeds op, dat de handruggen bij het maken van het handbeeld naar de kinderen zijn gekeerd;
* de lezer (of lezeres), die zich de kern dezer werkwijze wil eigen maken, veronderstelt de leerling te zijn. Hij wil vooral zelf waarnemen, wat hij later

de kinderen wil aanbieden. Hij oefene dan vooral nauwkeurig op de volgende wijze: de handen in schuin geheven houding, met de handruggen naar zich toe gekeerd, en immer met gestrekte vingers. (Zie ook octrooitoekenning en bijbehorende tekeningen).

Het wordt tijd om de gedachten anno 1929 aan te vullen met de beschikbare kennis anno 1987.

Uitgegeven 15 April 1929.

Dagteekening octrooi 16 Februari 1929

OCTROOIRAAD

NEDERLAND

OCTROOI N°. 19765.

KLASSE 42 n. GROEP 4.

SARA HEIJMANS, te Amsterdam.

Toestel ten gebruike bij het rekenonderwijs, voorzien van in een verticaal vlak te plaatsen organen in den vorm van vingers.

Aanvrage 38011 Ned., ingediend 19 Augustus 1927, middernacht; openbaar gemaakt 15 October 1928.

Uit het Duitsche Octrooischrift 440260 is een toestel bekend, waarbij op een stang telblokjes zijn aangebracht, welke als dragers voor, b.v. in den vorm van vingers uitgevoerde organen dienst doen. De blokjes kunnen hierbij zoodanig gedraaid worden, dat de daarop aangebrachte organen in- resp. uit het gezichtsveld gebracht kunnen worden.

De uitvinding heeft betrekking op een dergelijk van in een verticaal vlak te plaatsen van vingers voorzien toestel en bestaat daarin, dat een of meer mechanismen in den vorm van een complete hand zijn uitgevoerd, aan welke hand de vingers door middel van scharnierverbindingen omklapbaar zijn bevestigd, waarbij elk mechanisme voorzien is van een naar den pols toe gericht verlengstuk, waarmede zij in een draagstuk aangebracht kunnen worden.

Voorts kan volgens de uitvinding elk mechanisme van een pen zijn voorzien, waarmede het met naar boven gerichte vingers op een van gaten voor het opnemen der pennen van meerdere dergelijke mechanismen voorzien draagstuk geplaatst kan worden.

Volgens de uitvinding kan verder elk mechanisme van een uitholling zijn voorzien, waarmede het met naar boven gerichte vingers op een van pennen voor meerdere dergelijke mechanismen voorzien draagstuk geplaatst kan worden.

Onder verwijzing naar de teekening zal de uitvinding, aan een uitvoeringsvoorbeeld nader worden toegelicht.

Fig. 1 is een vooraanzicht van een mechanisme volgens de uitvinding.

Fig. 2 is een zijaanzicht van het mechanisme volgens fig. 1, waarbij duim en wijsvinger omgeklapt zijn.

Fig. 3 vertoont een vooraanzicht van vier, in een drager geplaatste mechanismen volgens de uitvinding.

Met 1 is het, in den vorm van een hand uitgevoerde mechanisme aangegeven, 2, 3, 4, 5 en 6 zijn verder beweegbare vingers. Door middel van een scharnier 7 kan elke vinger afzonderlijk naar achteren omgeklapt worden, zooals nader uit fig. 2 is te zien; de duim 2 en wijsvinger 3 zijn hier nl. teruggeklapt. De hand 1 bezit verder een, naar den pols gericht, verlengstuk 8, waarmede de hand 1 in een, als drager uitgevoerd blok 9 te plaatsen is. Hiervoor is een sleuf in den drager 9 gemaakt, waarin het, naar den pols gerichte einde 8 van de hand 1 zuiver past en verder met behulp van een pen bevestigd is. Hiertoe kan de hand van een uitholling of pen voorzien zijn.

Daar het aanvankelijk rekenonderwijs tot 20 gaat, wordt volgens het uitvoeringsvoorbeeld als aangegeven in fig. 3, gebruik gemaakt van hoogstens vier handen 1. Deze handen worden naast elkander in een drager 9 geplaatst. Eveneens is uit deze figuur 3 te zien op welke wijze door omklappen van vingers om de scharnieren 7 een getal kan worden voorgesteld.

Conclusies.

1. Toestel ten gebruike bij het rekenonderwijs, voorzien van in een verticaal vlak te plaatsen organen in den vorm van vingers, gekenmerkt door een of meer mechanismen in den vorm van een complete hand, waaraan de vingers door middel van scharnierverbindingen omklapbaar zijn bevestigd, welke mechanismen elk voorzien zijn van een naar den pols toe gericht verlengstuk, waarmede zij in een draagstuk aangebracht kunnen worden.

2. Toestel volgens conclusie 1, met het kenmerk, dat elk mechanisme van een pen is voorzien, waarmede het met naar boven gerichte vingers op een van gaten voor het opnemen der pennen van meerdere dergelijke mechanismen voorzien draagstuk geplaatst kan worden.

3. Toestel volgens conclusies 1 en 2, met het kenmerk, dat elk mechanisme van een uitholling is voorzien, waarmede het met naar boven gerichte vingers op een van pennen voor meerdere dergelijke mechanismen voorzien draagstuk geplaatst kan worden.

Hierbij 1 blad teekeningen.

Fig. 1.

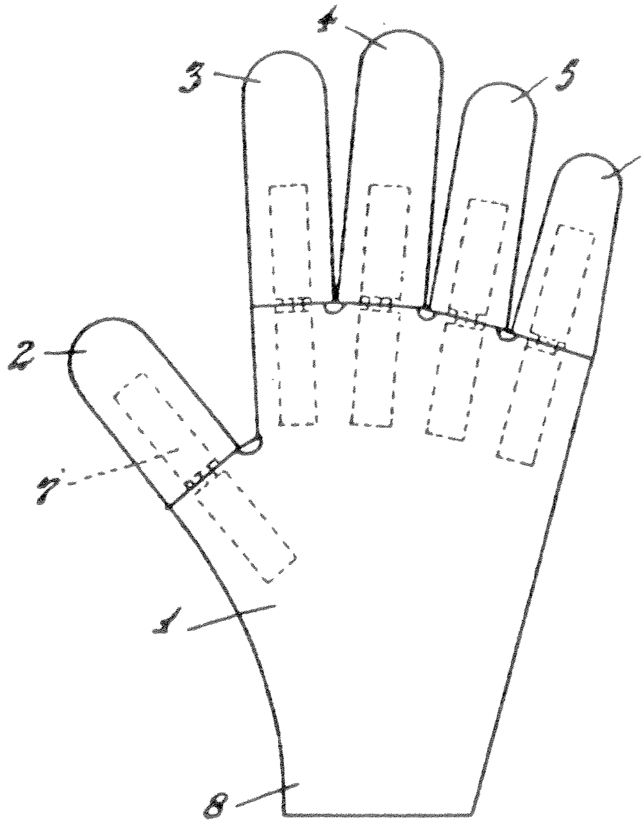


Fig. 2.

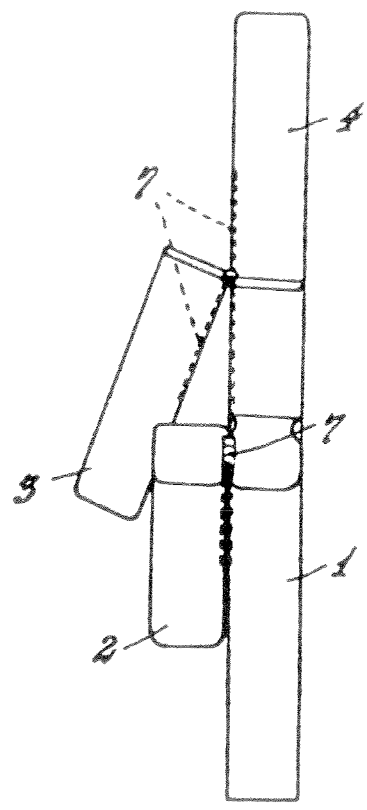
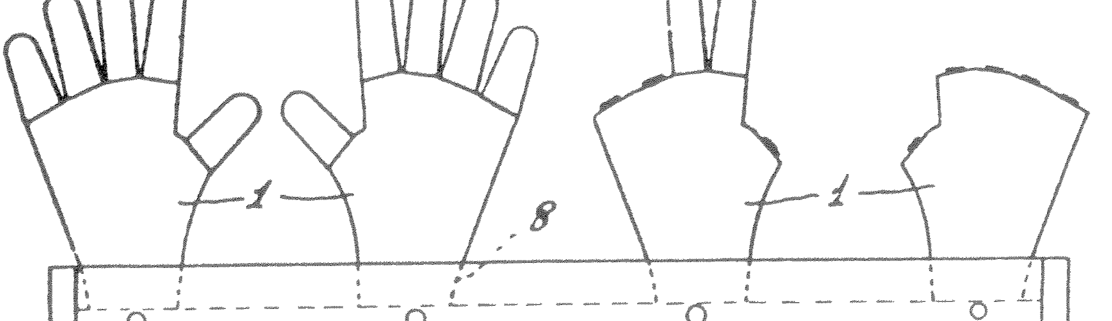


Fig. 3.



practicumopdracht
Noteer die punten die je van belang acht voor het aanvankelijk reken-wiskundeonderwijs, waarin het getal vijf (de hoeveelheid vijf, ...) een centrale rol vervult. Een manier om op goede ideeën te komen kan bestaan uit het bedenken en maken van sommetjes.

4 brainstorm

Wat moet er in de handleiding komen? Met deze vraag voor ogen gaan we ideeën produceren. Het gaat om een zo groot mogelijk aantal, vooreerst is kwantiteit belangrijker dan kwaliteit.
Hieruit volgen twee regels voor de brainstorm:

1. Wilde ideeën zijn welkom, geen enkel idee mag gekritiseerd worden en iedereen mag door het idee van een ander op een nieuw idee gebracht worden.
2. Noteer de ideeën die naar voren worden gebracht en ga pas later op een evaluatieve toer.

Bedenk dat we 'De Houten Rekenhanden' anno 1987 willen inzetten ter ondersteuning van die kinderen die moeite hebben met het vatten van hoeveelheden boven de vier of vijf.
Bovendien willen we realistisch reken-wiskundeonderwijs ontwerpen en de beschikbare kennis van de didactiek daartoe optimaal gebruiken.
Met de handleiding hopen we dan leraren basisonderwijs zover te krijgen dat ze het door ons gewenste onderwijs ook realiseren.

5 onderwijsverhaal

Om de wilde ideeën, die in de brainstorm naar voren zijn gebracht, te ordenen voor het samenstellen van de gevraagde handleiding, moet men zich een voorstelling kunnen maken van het onderwijs dat met 'De Houten Rekenhanden' beoogd wordt. Sara Heijmans vertelde haar onderwijsverhaal aldus:

> '37. De onderwijzeres staat voor de klas, met het gezicht naar de kinderen gekeerd en toont - op schouderhoogte - de linkerhand (spiegelbeeldig rechts van de kinderen), waarvan alleen de duim rechtop gestrekt is. De vier andere vingers, omgelegd, zijn alleen voor haar zichtbaar. Zij vraagt de kinderen 'net zoo' te laten zien. Dit is de kennismaking met het handbeeld.
> Nadat de kleintjes eenige keeren voldaan hebben aan het korte bevel 'laat zien' of 'doe weg' (waarbij de duim in de vuist verdwijnt), haalt de onderwijzeres het inzetstuk, waarin een houten hand - waarvan alle vingers zijn omgeklapt - uit de kast. Het houten leermiddel wordt, voor allen goed waarneembaar, op de tafel gezet. Zij vraagt of iedereen het duidelijk kan zien.
> 38. Verschillende kinderen komen nu voor de klas, om 'die eene' te laten zien en achterwaarts te klappen (men late de vingers immer achterwaarts klappen; bij andere handhouding krijgt het kind een onzuiver beeld eener hoeveelheid, wat vooral bij de aftrekkingen verwarrend werkt).
> 39.De onderwijzeres....'
> (Uit: Toelichting op 'De Houten Rekenhanden', Rotterdam 1929)

practicumopdracht
Schrijf een globaal onderwijsverhaal om de ideeën te kunnen structureren.

6 handleidingen

Met het voorgaande is waarschijnlijk een beeld ontstaan van wat er in de handleiding naar voren zou moeten worden gebracht. Nu moeten we ons eens gaan bezinnen op de vormgeving.
Professionele ontwerpers voor het onderwijs laten het bedenken van inhoud vaak al beïnvloeden door mogelijkheden van de vormgeving. Deze invloed kan zowel een beperkend als een verrijkend karakter hebben. In ons geval besteden we aparte aandacht aan een mogelijke vormgeving. Wat we met de handleiding willen bereiken bij de leraar-gebruiker opdat deze iets gewenst tot stand brengt bij de leerlingen, kan ook door de vormgeving tot uitdrukking worden gebracht.
Om te kiezen voor een vorm enigszins te ondersteunen, volgen hier een aantal voorbeelden van handleidingen. Ze geven alle informatie over het gebruik van 'iets', een enkele is ook bedoeld om iets van te leren.
Voor de ontwerpers van een handleiding bij de 'De Houten Rekenhanden' kan het van belang zijn een gedegen analyse te maken van de essentiële verschillen, die tussen de gepresenteerde handleidingen bestaan. Een zo'n verschil noemden we hier boven al: informatie verstrekken naast leerprocessen op gang brengen.

practicumopdracht
Analyseer en bespreek de volgende handleidingen in het perspectief van een onderbouwde keuze voor een vorm van de te ontwerpen handleiding (zie pag.45 e.v.).

6 blauwdrukken van handleidingen

Globaal gesproken kunnen we twee soorten handleidingen onderscheiden:
1. Informatieve.
2. Educatieve.

In het eerste geval gelooft men dat de verstrekte informatie tot het gewenste onderwijs zal leiden. Men komt tot die gedachte omdat men uitgaat van voldoende deskundigheid bij de leraar, of omdat men denkt dat de gebruiker 'er net zo over denkt' als de ontwerper, of omdat men vindt dat de leraar alleen maar hoeft te begrijpen hoe 'het werkt', of ....
In het tweede geval meent de ontwerper dat de leraar-gebruiker met het nieuwe leermiddel zijn deskundigheid kan vergroten, of dat hij een andere benadering moet proberen, of dat hij zijn opvattingen moet veranderen, of dat hij de portee van de achterliggende didactiek niet zomaar zal oppikken, of ....

practicumopdracht
Ontwerp een handleiding met gebruikmaking van al hetgeen in dit practicum tot nu toe tot stand is gekomen. Beperk je in dit geval tot een schets, een blauwdruk.

CALCULATION
EJEMPLOS DE CALCULOS

* When any of the 4 basic calculations are performed, a respective function command sign ([+], [−], [×] or [÷]) appears on the display. An incorrect function command is automatically cleared by pressing the correct function command key.
* Cuando se realiza cualquiera de los 4 cálculos básicos, el signo del comando de función respectivo; [+], [−], [×] ó [÷] aparece en la pantalla. Una función básica incorrecta es corregida automáticamente al oprimir la tecla correcta de la función básica deseada.

En los ejemplos de operaciones, se usa un punto para indicar las fracciones decimales y una coma para la separación cada tres números.

EXAMPLE EJEMPLO	OPERATION OPERACION	READ-OUT LECTURA
Basic calculations — Cálculos básicos		
$(12+3)\times 89 \div 7 = 190.71428$	12 [+]	12. [+]
	3 [×]	15. [×]
	89 [÷]	1335. [÷]
	7 [=]	190.71428

* To perform a problem commencing with a negative figure, press [C] [−] ENTRY in sequence.
* Para realizar un problema que comience con una cifra negativa, presionar [C] [−] ENTRADA en esa secuencia.

$(-8)\times 5 \div 4 = -10$	[C] [−] 8 [×] 5 [÷] 4 [=]	−10.

Constant calculations — Cálculos constantes

* When a number is set as a constant, the "[K]" sign appears on the display.
* Cuando se ajusta un número como constante el signo "[K]" aparece en la pantalla.

$3 + \underline{1.2} = 4.2$	1 [.] 2 [+] [+] 3 [=]	4.2 [K] [+]
$6 + \underline{1.2} = 7.2$	6 [=]	7.2 [K] [+]
$2.3 \times \underline{12} = 27.6$	12 [×] [×] 2 [.] 3 [=]	27.6 [K] [×]
$4.5 \times \underline{12} = 54$	4 [.] 5 [=]	54. [K] [×]
$2.5^2 = 6.25$	2 [.] 5 [×] [×] [=]	6.25 [K] [×]
$2.5^3 = 15.625$	[=]	15.625 [K] [×]
$2.5^4 = 39.0625$	[=]	39.0625 [K] [×]
$\frac{1}{4} = 0.25$	4 [÷] [÷] 1 [=]	0.25 [K] [÷]
$\frac{1}{4^2} = 0.0625$	[=]	0.0625 [K] [÷]
$\frac{26}{12+45} = 0.4561403$	12 [+] 45 [÷] [÷] 26 [=]	0.4561403 [K] [÷]

Square roots — Raiz cuadrada

* The [√] key extracts the square root of the number displayed up to 8 digits.
* La tecla [√] extrae la raiz cuadrada de un número presentado hasta 8 dígitos.

$\sqrt{3} = 1.7320508$	3 [√]	1.7320508

Handleiding voor de

chinese rekenmachine

Abacus

HANDLEIDING VAN HET CHINESCHE TELRAAM.

INLEIDING.

Het chinesche telraam is een rekenmachine in de
eenvoudigste vorm, maar hij vervult zijn taak
evenzo als een rekenmachine, hij rekent voor de
mensen.

Hoewel hij niet een zo'n uitgesproken dienaar is
zoals de moderne machine, hij is in elk geval
veel goedkoper.

Iedere chinesche zaak en bijna elke particulier
in China, of hij arm is of rijk, jong of oud,
heeft er één.

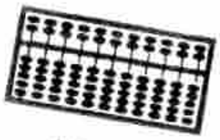
Hij verricht de gewone dingen tot ieders tevreden-
heid. Het enige nadeel een telraam te gebruiken is,
dat men zijn eigen rekenkunst zou kunnen vergeten.

Het chinesche telraam, telt op, trekt af, verme-
nigvuldigt en deelt op een eenvoudige en vlugge,
maar toch preciese manier.

We behoeven alleen maar de kralen te bewegen.
De wetenschap van het telraam kan in korte tijd
geleerd worden, maar het gebruik ervan is een
kunst. Men moet veel oefenen; zekerheid krijgt men
door voortdurend gebruik, maar niet door leren.

Iemand die intelligent is, heeft de mogelijkheid
zich te bekwamen zodra de grondslagen zijn ge-
leerd.

Er zijn veel soorten telramen, dit is de chine-
sche:

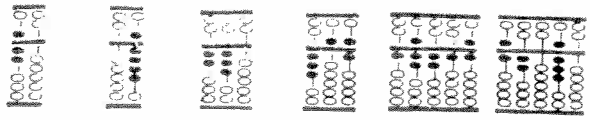


Afb. 1

Hij bestaat uit een houten raam, houten kralen en
rijen.
Het raam is door een dwarshout in 2 delen gedeeld.
Het bovenste en het onderste. Het aantal rijen is
naarmate het gebruik te onderscheiden, het gewone
telraam heeft 9, 11 of 13 rijen. Elke 2 kralen
zijn boven de balken en elke 5 zijn eronder. Die
boven de balken zijn worden "boven kralen" genoemd
en die eronder zijn "onder kralen". De hoogste
kraal wordt "bovenste kraal" genoemd.

WAARDE VAN DE KRALEN

Iedere bovenkraal is gelijk aan 5 onderkralen van
dezelfde rij. Iedere onderkraal is gelijk aan 10
van de aansluitende rechte rij.
De volgende afbeeldingen stellen derhalve voor:
7, 9, 23, 356, 17.216 en 8.208.



Afb.2, Afb.3, Afb.4, Afb.5, Afb.6, Afb. 7

Een nul wordt door een opening vastgesteld. Er kunnen moeilijkheden komen, als op deze geen cijfers volgen. Dus kan afbeelding 2 of 7, 70, 700, 7000, 70.000 of 0.7, 0.007 enz. zijn. Er moet op gelet worden welke plaats van de eenheden door de gebruiker wordt vastgesteld.

Er is een regel, die vaststelt, dat gedurende het rekenen de onderste van de onderkralen, zowel de bovenste van de bovenkralen, zo weinig mogelijk gebruikt moeten worden, omdat het cijfer 5 door een bovenkraal gesteld wordt en het cijfer 10 door de onderkraal van de volgende rij.

GEBRUIK VAN DE VINGERS

Er worden maar 3 vingers voor het rekenen met het telraam gebruikt. De duim beweegt de onderkraal naar boven, de wijsvinger de bovenkraal naar beneden en de middelvinger de bovenkraal zowel naar boven als naar onderen. De overblijvende vingers moeten of gekruist zijn of naar boven wijzen, om onnodig aanraken van de kralen te vermijden. Dat is van het grootste belang om nauwkeurigheid te bereiken

Een linkshandige, kan zijn linkerhand gebruiken. Het is onnodig te zeggen, dat de richting van het bewegen - naar rechts of links - wordt omgekeerd en dat de waarde van de kralen ook omgekeerd moet worden, in zoverre dit de rijen betreft.

OPTELLING

Iedereen kan tot een bepaalde grootte met het telraam optellen, zonder dat het hem geleerd wordt. Nemen wij bijvoorbeeld het volgende:

Wat zou u doen met "5 + 3"?

Afbeeldingen 8 en 9 laten de juiste gang van zaken zien, welke geen nadere verklaring nodig heeft.

Afb. 8

Afb. 9

TE GEBRUIKEN REGELS

Er zijn maar enkele regels nodig b.v. "7 + 8". U beweegt een bovenkraal naar beneden en 2 onderkralen naar boven om 7 vast te stellen. Omdat er geen weg is, 8 tot deze rij te tellen, is het wel duidelijk, dat u een onderkraal van de er opvolgende rij naar boven moet bewegen en dan 2 kralen op de rij, waar 7 stelt af te trekken.

Overeenkomstig afbeelding 10 (cijfer 7) en afbeelding 11 (cijfer 15) zijn maar 2 bewegingen te doen; het verschuiven van een onderkraal naar boven op de volgende rij, welke in dit geval 10 aangeeft en het verschuiven van 2 onderkralen naar beneden in de waarderij, die 7 aangeeft.

Het gebruik is dat eerst 2 kralen op de waarderij naar onderen geschoven worden en dan de ene kraal op de volgende rij naar boven. De regel die dus zoals in geval 8 te doen is:

"8,2 wegdoen, 1 vooruitgaan".

Afb. 10

Afb. 11

Op dezelfde wijze is "13 + 9" in afbeelding 12 en 13 gemaakt en de regel is dan:

"9,1 wegdoen, 1 vooruitgaan".

Afb. 12

Afb. 13

REGELS VOOR HET OPTELLEN

Nu leert u de volledige regels van het rekenen uit uw hoofd:

I. 1 (als er meer dan 4 zijn) 5 naar beneden schuiven, 4 verwijderen

II. 2 (als er meer dan 2 maar minder dan 5 zijn) 5 naar beneden schuiven, 3 verwijderen

III. 3 (als er meer dan 2 zijn) 5 naar beneden schuiven, 2 verwijderen

IV. 4 (als er meer dan 1 is) 5 naar beneden schuiven, 1 verwijderen

V. 6 (als er meer dan 5 maar minder dan 9 zijn) 1 er bij doen, 5 wegschuiven en 1 er bijvoegen

VI. 7 (als er 5, 6 of 7 zijn) 2 er bij doen, 5 wegschuiven en 1 er bij doen

Uit: Pluspunt, handleiding klas 2

De Abacus

In ons rekenonderwijs wordt steeds meer gebruik gemaakt van de abacus. De abacus is een abstracter hulpmiddel dan de 1-10-100 doos en kan vooral vanaf de derde klas goede diensten bewijzen. Mede omdat wij het gewenst vinden dat de abacus enige tijd gelijktijdig met de 1-10-100 doos door de leerlingen gebruikt wordt, introduceren we in Pluspunt de abacus al aan het eind van de tweede klas, zowel in TV-programma 3 als in werkblad 18. Voordat de abacus geïntroduceerd wordt, is het gewenst dat het inwisselen op concreet niveau, met de 1-10-100 doos bijvoorbeeld, gedurende geruime tijd door de leerlingen uitgevoerd is. De abacus gaat namelijk een stapje verder: de positiewaarde van de cijfers in getallen is in de abacus 'ingebouwd'.

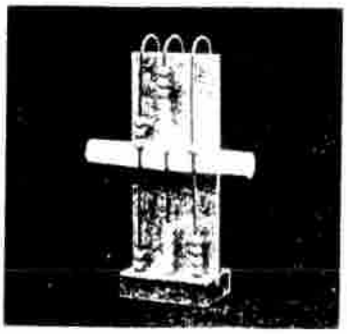
De abacus bestaat uit een plankje met daarop een houten schot. Over dit schotje lopen drie staven, elk met twintig kralen. De kralen hebben een bepaalde waarde die bij afspraak is vastgelegd. Kralen op de rechterstaaf zijn 'enen', op de staaf in het midden 'tienen' en op de linkerstaaf 'honderden'. De afspraak komt overeen met de positionele schrijfwijze van de getallen.

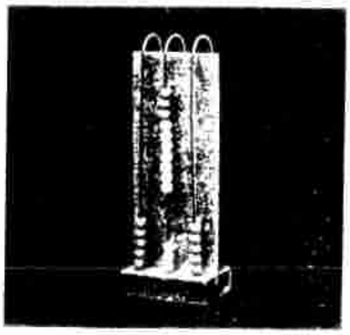
Evenals met de 1-10-100 doos kan ook met de abacus inwisselingen worden uitgevoerd, zij het dat inwisselingen op de abacus op een hoger niveau van abstractie plaats vinden.

Inwisselen op de abacus is in wezen kralen vervangen door kralen met een andere waarde. Eén kraal met de waarde 10 kan ingewisseld worden tegen 10 kralen met de waarde 1.
Anders gezegd, één kraal op de middelste staaf kan worden vervangen door tien kralen op de rechter staaf.

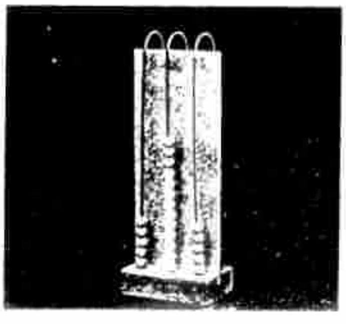
De abacus kan uitstekend worden gebruikt om het cijferend optellen en aftrekken op inzichtelijke wijze aan te zetten. Daarom is de abacus zowel voor klas 2 als voor klas 3 een zeer goed hulpmiddel.

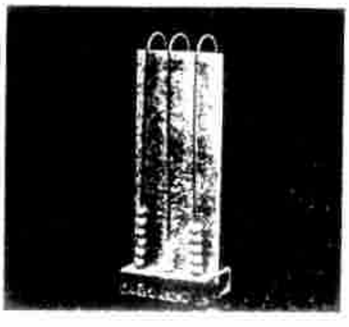
Een van de moeilijkheden die kinderen ondervinden bij het cijferend optellen of aftrekken is, dat optellen of aftrekken en inwisselen van meet af aan geïntegreerd worden aangeboden. De abacus geeft de mogelijkheid deze aspecten te scheiden. We geven een voorbeeld, aan de hand van de optelling 254 + 381.





De optelhandeling vindt plaats door het rolletje papier dat 254 en 381 scheidt, weg te trekken, waardoor de kralen waarmee 381 wordt gerepresenteerd aan de andere worden toegevoegd. De situatie zoals weergegeven in het tweede plaatje ontstaat.
Vervolgens moet worden ingewisseld. Van de 13 kralen op de tienstaaf worden er 10 vervangen door 1 kraal op de honderd-staaf.

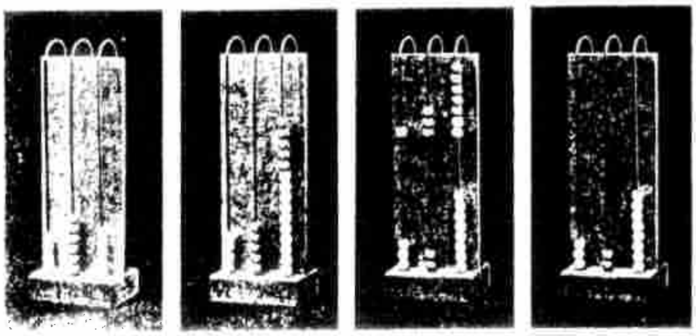




Het aftrekken gaat op soortgelijke wijze, bijvoorbeeld 465 - 137.

Eerst terugwisselen: 1 tiental in 10 enen. Vervolgens aftrekken.

Door twee abaci tegen elkaar te plaatsen, kunnen ook optellingen en aftrekkingen 'boven de 1000' worden uitgevoerd. Ook kan in de hogere klassen op dezelfde wijze het rekenen met kommagetallen worden ondersteund.
Bij veelvuldig gebruik zullen de leerlingen ontdekken dat van de beide kleuren van de kralen handig gebruik gemaakt kan worden.
Bijvoorbeeld: op de tien-staaf zijn 12 kralen, waarvan er 10 moeten worden ingewisseld voor 1 hondertal. Van de 12 kralen hebben de bovenste twee een andere kleur dan de onderste 10. In plaats van 10 kralen af te tellen worden alle kralen die zich boven de onderste 2 bevinden, weggeschoven.
Ook in reteaching-situaties kan een goed gebruik van de abacus gemaakt worden.



Honderdveld
Ten behoeve van de leerlingen is in het werkboek naast werkblad 1 een ingevuld honderdveld afgedrukt.

'Ballenveld'
Op de achterkant van het werkboek staat een 'ballenveld'. Door uit een vel stevig papier een hoek te knippen kunnen de tafelprodukten zichtbaar gemaakt worden (bijv. 3 × 4).