Rekenen op de Pabo

C. Jacobs

RU Utrecht

1 inleiding

Nadat zij van vele kanten klachten had ontvangen over het niveau van de Pabo-student heeft de Panama-responsgroep (PRG) een toets ontwikkeld. De samengestelde toets moest peilen of de Pabo-studenten de leerstof van de basisschool op het gebied van rekenen/wiskunde beheersen.
De toets is gebaseerd op de leerinhoudelijke uitgangspunten van de '10 voor de basisvorming: Op weg naar een nationaal plan voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool en het gebruik van de computer daarbinnen' (Treffers en De Moor, 1984) en de moderne reken-wiskundemethoden. De toets heeft betrekking op de volgende zes leerstofgebieden:
— cijferen (inclusief gebruik zakrekenmachine);
— meetkunde;
— meten;
— verhoudingen en procenten;
— basisvaardigheden;
— breuken;
— kommagetallen.
De toets is eind 1985, begin 1986 op twaalf Pabo's afgenomen bij 312 studenten (tweedejaars; de eerste lichting van de Pabo).
In het kader van mijn doctoraalscriptie heb ik het onderzoek naar het niveau van de Pabo-student op het gebied van rekenen/wiskunde uitgevoerd. In dit artikel zal ik in het kort aandacht besteden aan de probleemstelling en onderzoeksopzet, de resultaten en aanbevelingen.

2 probleemstelling en onderzoeksopzet

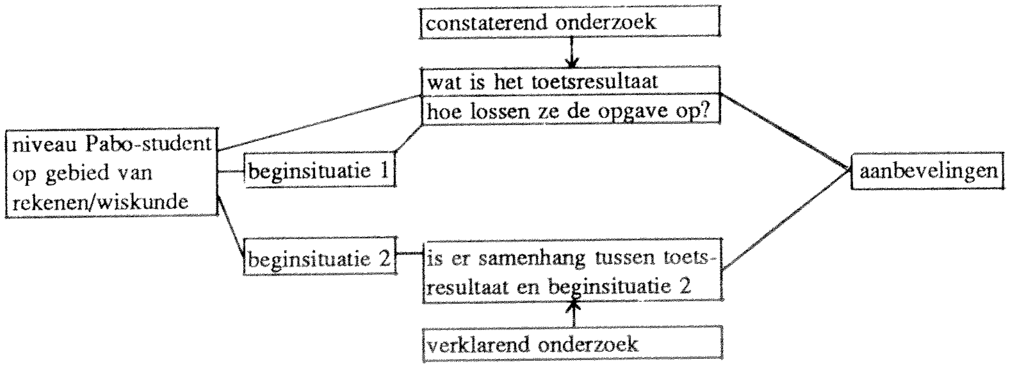
De algemene probleemstelling van dit onderzoek luidt:

> *Beheersen de Pabo-studenten de leerstof die bestemd is voor de basisschoolleerling op het gebied van het reken-wiskundeonderwijs?*

Op grond van mijn literatuurstudie is aannemelijk dat het resultaat van de Pabo-student op de toets samenhangt met zijn of haar beginsituatie. Onder beginsituatie verstaan we enerzijds de inhoudelijke achtergrond van de student op het gebied van rekenen/wiskunde. Daar de studenten in de jaren zeventig op de lagere school gezeten hebben, kunnen we ervan uitgaan dat de meesten mechanistisch rekenonderwijs genoten hebben (beginsituatie 1). Anderzijds verstaan we onder beginsituatie de vooropleiding die de student gehad heeft, of hij/zij wel of geen wiskunde in het eindexamenpakket gehad heeft en wat zijn/haar laatste cijfer voor wiskunde geweest is dat tijdens de vooropleiding behaald is (beginsituatie 2).
De probleemstelling kunnen we in drie onderzoeksvragen uiteenleggen:

1. Wat is het toetsresultaat van de studenten?
2. Hoe lossen ze de opgave op? (gelet op beginsituatie 1).
3. Is er samenhang tussen toetsresultaten en beginsituatie 2?

Om te kunnen bepalen *wat* de studenten presteren, berekenen we het gemiddelde toetsresultaat van alle studenten. De toets bestaat uit 25 opgaven. De studenten konden voor elke opgave die ze *volledig* goed opgelost hadden één punt behalen. In alle andere gevallen werd nul gescoord. Indien een opgave uit meerdere onderdelen bestond en één onderdeel fout werd opgelost, dan werd deze opgave als 'fout' gerekend. Ook rekenfouten worden als 'fout' gerekend. In totaal zijn 25 punten te verdienen.
Eigenlijk zou elke Pabo-student een toets die bestemd is voor de basisschool volledig goed moeten maken. Maar daar het maken van vergissingen menselijk is, kwalificeert de PRG een toetsscore van 'twintig of meer' (is tachtig procent) als 'goed'.
Door middel van inventarisatie van fouten kunnen we erachter komen *hoe* de studenten presteren. We letten daarbij speciaal op aanwijzingen die duiden op het in het verleden gevolgde onderwijs (mechanistisch). Door middel van verklarend onderzoek beantwoorden wij de derde vraag. Met behulp van analyses trachten we de samenhang tussen beginsituatie 2 en toetsresultaat te verklaren. Op grond van de verkregen resultaten worden enkele aanbevelingen gedaan.
In beeld gebracht ziet het onderzoeksdesign er als volgt uit:



figuur 1

3 resultaten

In het kort vatten we de onderzoeksresultaten samen.

a. Wat is het toetsresultaat van de studenten?
   Het gemiddelde toetsresultaat van de studenten is 14 met een standaarddeviatie van 3,7. Slechts 6,4% behaalt een goed toetsresultaat (een score van twintig of meer).
b. Hoe lossen de studenten de opgaven op?
   Uit de analyse blijkt dat de wijze waarop de opgaven gemaakt zijn een weerspiegeling is van het genoten rekenonderwijs van de studenten. Er is samenhang tussen toetsresultaat en beginsituatie 1. Veel studenten zitten met de erfenis van de mechanistische rekenaanpak. Dit uit zich op drie terreinen: leerinhoudelijk, in de soort opgave en in de gemaakte opmerkingen.

leerinhoudelijk
De kern van het traditionele rekenonderwijs wordt gevormd door het aanleren van standaardoplossingen of algoritmen. Inzicht ontbreekt regelmatig. Het komt ook voor dat een vroeger ooit aangeleerd algoritme weer verdwenen is. Deze problemen komen bij alle

leergebieden voor. Ter illustratie zullen we bij elk leergebied de slechtst gemaakte opgave laten zien de met de daarbij gemaakte fouten.

Cijferen

Het algoritme van de staartdeling zal door de meesten wel beheerst worden, maar inzicht in de achtergrond van de staartdeling is afwezig. Problemen ontstaan als het om toepassingsgericht cijferen gaat.

Voorbeeld opgave cijferen:

> Ik heb de volgende deling 15317 ÷ 379 op de zakrekenmachine uitgevoerd. De zakrekenmachine wijst aan: 40,414248. Hoe kan ik met behulp van de zakrekenmachine de *rest* van deze deling vinden?

goed	26 keer is 8%
fout	120 keer is 38%
niet gemaakt	166 keer is 53%

Welke fouten? (meest voorkomende)

25 keer	$379 \times 40{,}414248 = ?$	$15317 - ? =$ rest
20 keer	dat gedeelte dat achter de komma staat is de rest	
10 keer	opmerkingen met betrekking tot de zakrekenmachine	

Voorbeelden:

— grotere rekenmachine kopen, met meer mogelijkheden;
— door op deeltoets te drukken, waardoor het getal achter de komma langer wordt;
— kan niet, want er kunnen op zakrekenmachines altijd maar acht cijfers worden weergegeven en die staan er al.

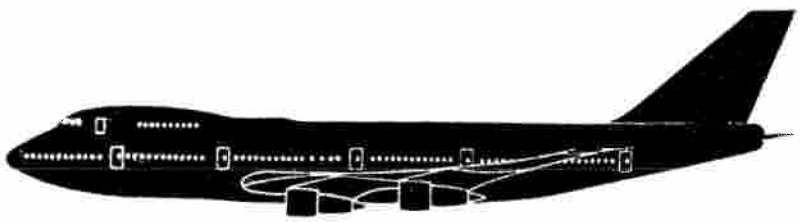
7 keer	$40{,}414248 \times 379$
5 keer	kan niet

Meetkunde

Meetkunde werd vroeger als kale vormleer aangeboden. Het ging niet om toepassingen. Elementair schaalbegrip is bij veel studenten dan ook afwezig.

Voorbeeld opgave meetkunde:

> Schat op welke schaal de Jumbojet van 80 meter lengte getekend is.



figuur 2

goed	185 keer is 59%
fout	100 keer is 32%
niet gemaakt	27 keer is 9%

Welke fouten? (meest voorkomende)

21 keer	1 : 8000 (een voorbeeld van een manier van oplossen: 10 cm = 0,01 m, 80 : 0,01 = 8000 → schaal 1 : 8000)
14 keer	1 : 100

(Een voorbeeld van een manier van oplossen:
1 cm op 10 m → 1 op 100)

9 keer 1 : 80
(Een voorbeeld van een manier van oplossen:
80 m = 800 cm → 1 : 80)

9 keer 1 : 8

8 keer 1 : 10

6 keer 1 : 80.000
(Een voorbeeld van een manier van oplossen:
10 cm : 80 m; 1 cm : 800 m; 1 : 80.000)

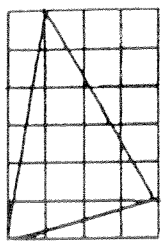
Opmerking: criteria voor een goede oplossing:
— tussen de 1 : 500 en 1 : 1000 in;
— 1 cm = 8 m;
— 1 : 8 (1 cm : 8 m).

Meten

Vaak is er gestart met standaardmaten en formules en algoritmisch regelgeleid opereren in het metriek stelsel. Er is nu sprake van weinig maatgevoel en het metriek stelsel wordt niet beheerst. Het is aangeleerd zonder inzicht en dus weer vergeten.

Voorbeeld opgave meten:

Bepaal de oppervlakte van de driehoek (de maat is één hokje).



figuur 3

goed	34 keer is 11%
fout	243 keer is 78%
niet gemaakt	35 keer is 11%

Welke fouten? (meest voorkomende)

47 keer er worden hele hokjes geteld (4) en van kleine stukjes worden hele hokjes gemaakt (7): 4 + 7 = 11.

20 keer Δ 1: 5 (i.p.v.) hokjes: 2 = 2½
Δ 2: 4 (i.p.v.) hokjes: 2 = 2
Δ 3:15 (i.p.v.) hokjes: 2 = 7½ +
12
(of 24 – 12 = 12)

26 keer alleen de buitendriehoeken worden opgeteld;
niet afgetrokken van de rechthoek;
oppervlakte is 12,5 (niet exact)

18 keer 10 hokjes

15 keer de helft van de rechthoek 24 ÷ 2 = 12

14 keer 12 hokjes

8 keer 6 × 5 × 4 = 120 hokjes

7 keer 3 + 1½ (de helft van 3 i.p.v. 4) + 7½

6 keer	9 hokjes
6 keer	10½ hokjes
5 keer	24 – 7,5 – 2,5 = 24 – 10 = 14 hokjes

Verhoudingen en procenten
Dit is bij het traditionele rekenonderwijs een verwaarloosd onderdeel. Een kwart of meer van de studenten kan de elementaire opgaven niet maken.
Voorbeeld opgave verhoudingen en procenten:

> Wie heeft er gelijk?
> In de klas van Josien hebben 19 van de 30 kinderen een zwemdiploma. In de klas van Joost hebben 14 van de 21 kinderen een zwemdiploma. Josien vindt dat haar klas beter is in zwemmen dan de klas van Joost. Maar Joost is het daar niet mee eens. Wie heeft er gelijk? Waarom?

goed	176 keer is 40%
fout	125 keer is 56%
niet gemaakt	11 keer is 4%

Welke fouten? (meest voorkomende)

13 keer	de helft van 30 is 15. Bij Josien heeft de helft plus 4 een diploma. de helft van 21 is 10,5. Bij Joost heeft de helft plus 3½ een diploma. Dus Josien heeft gelijk.
11 keer	Joost, omdat er bij hem maar 7 kinderen geen diploma hebben, terwijl dat aantal bij Josien groter is.
9 keer	19/30 1,577 ; 14/21 1,5 ; dus Josien heeft gelijk

Basisvaardigheden
Dit onderdeel is zeer slecht gemaakt. Dit komt voornamelijk door de soort opgave. Bij punt 2 zal hier aandacht aan geschonken worden.
Voorbeeld opgave basisvaardigheden:

> Dit is een stukje uit een kranteartikel.
> Geef commentaar op het rekenwerk!
>
> De aldus verkregen klassering heeft wel enige tijd als schaduwklassement gefunctioneerd, maar is nooit in de officiële tabellen opgenomen. Toch is het wel eens aardig naar de gelijkschakelingsformule te kijken. Het kost nogal wat rekenwerk, laten we ons dus beperken tot Nederland. Dat heeft zo'n 14 miljoen inwoners, tegen de VS ruim drie miljard, twee honderd keer zoveel. De oppervlakte van Nederland is pakweg 40.000 vierkante meter, tegen de VS 33.000 vierkante *kilometer*, bijna duizend keer zoveel. Dit tegen elkaar afgewogen is de bevolkingscoëfficient van Nederland een vijfde van die der V.S.

figuur 4

goed	18 keer is 6%
fout	191 keer is 61%
niet gemaakt	103 keer is 33%

Welke fouten? (meest voorkomende)

32 keer	onzorgvuldig rekenwerk, ruwweg geschat
30 keer	berekeningen kloppen niet precies

VS is meer dan tweehonderd keer zoveel inwoners
VS is minder dan duizend keer de oppervlakte
(één of beide opmerkingen)

27 keer grootheden worden verschillend gebruikt
meters tegenover kilometers
miljoen tegenover miljard

14 keer goed berekend

10 keer artikel is onduidelijk, verwarrend, rommelig, doet ingewikkeld aan

Breuken en kommagetallen

Er vond een te snelle formalisering en algoritmisering plaats van breuken en kommagetallen. Er werden trucs en regeltjes toegepast op kale rekenopgaven. Studenten zijn dan ook niet in staat om hun kennis toe te passen. Slechts tien procent slaagt erin om bij een deling door een breuk een verhaaltjessom te bedenken. Het algoritme zelf werd wel door een aantal studenten beheerst. Maar ze kunnen geen reële betekenis aan de breuken toekennen. Een kwart van de studenten kan ook niet delen met kommagetallen.

Voorbeeld opgave breuken en kommagetallen:

Bedenk een verhaaltjessom bij de deling $6 : \frac{3}{4}$. En reken het sommetje uit.

Goed	40 keer is 13%
Fout	194 keer is 62%
Niet gemaakt	78 keer is 25%

Welke fouten? (meest voorkomende)

25 keer drievierde gedeeld door zes.
'Ik heb een taart; daar is eenvierde af, nu moeten we de drievierde taart verdelen met zes personen.'
'Ik heb drievierde liter limonade en die verdeel ik over zes kinderen. Hoeveel krijgt ieder? (som: $\frac{6}{1} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ (6 ×))

9 keer drievierde van 6
'Van zes taarten krijgt de familie *X* drievierde deel. Hoeveel is dit en hoeveel blijft over voor de familie *Y*?'
'Ik ga een afstand van zes kilometer lopen. Na vijftien minuten heb ik drievierde deel afgelegd. Hoeveel kilometer is dat?'

7 keer $6 \div 3$ (van de 4)
'Piet heeft zes taarten, die moet hij over drie van zijn vier vrienden verdelen.'
'Je hebt zes snoepjes, een kind is stout geweest en krijgt niets, er blijven drie kinderen over. Hoeveel krijgt ieder kind?'

soort opgave

De activiteit in het traditionele rekenonderwijs bestond voor het grootste gedeelte uit het maken van rijtjes kale sommen. De toets bevatte twee kranteknipsels waarop de studenten commentaar moesten leveren: open vraagstukken die niet in rekentaal gesteld zijn. Met dit soort opgaven zijn ze niet gewend om te gaan. De opgave wordt door een aantal studenten dan ook omgezet in een som. Zowel open opgaven als opgaven waarbij het om toegepast rekenen gaat leveren bij de studenten problemen op.

gemaakte opmerkingen

Uit de opmerkingen van de studenten blijkt dat ze met een ander soort rekenen te maken gehad hebben. Het gebied rekenen/wiskunde is breder geworden. Er worden door studenten opmerkingen gemaakt in de trant van: 'Een beetje onzin om die bij het rekenen te plaatsen.' Vroeger waren de opgaven over het algemeen gesloten en lagen de antwoorden vast. We kwamen opmerkingen tegen als: 'Ik vind de opgave niet goed; je kunt er allerhande antwoorden op geven zonder dat je die fout kunt rekenen.' Ook nog opmerkingen waaruit blijkt dat er vroeger weinig met inzicht gerekend is: 'Een heleboel dingen ben ik al vergeten.'

c. Is er samenhang tussen toetsresultaat en beginsituatie 2?
Uit analyse van de onderzoekspopulatie is gebleken dat de meeste studenten havo als vooropleiding hebben en de meerderheid geen wiskunde in het eindexamenpakket gehad heeft. Dit is te zien in figuur 5:

	mavo/havo		**havo**	
	met wisk.	zonder wisk.	met wisk.	zonder wisk.
onvoldoende	1) n = 8 m = 14,6 sd = 2,8	4) n = 17 m = 11,6 sd = 2,9	7) n = 11 m = 15,5 sd = 2,7	10) n = 49 m = 13 sd = 3,1
voldoende	2) n = 17 m = 15,8 sd = 2,4	5) n = 35 m = 12,7 sd = 3,2	8) n = 44 m = 16,1 sd = 3,8	11) n = 44 m = 14,3 sd = 3
goed	3) n = 6 m = 17,2 sd = 3,2	6) n = 1 m = 20	9) n = 8 m = 15,6 sd = 1,5	12) n = 4 m = 10,5 sd = 3,4
Totaal	n = 31	n = 53	n = 63	n = 97

	vwo		**anders**	
	met wisk.	zonder wisk.	met wisk.	zonder wisk.
onvoldoende	13) n = 6 m = 16,3 sd = 2,6	16) n = 17 m = 13,8 sd = 3,8	19) n= 1 m = 6	22) n = 5 m = 10,8 sd = 3,8
voldoende	14) n = 9 m = 17,9 sd = 3,3	17) n = 8 m = 12,5 sd = 2,9	20) n = 2 m = 17,5 sd = 2,1	23) n = 1 m = 7
goed	15)	18) n = 1 m = 18	21)	24)
Totaal	n = 15	n = 26	n = 3	n = 6

m = gemiddelde; sd = standaarddeviatie

figuur 5: gemiddelde scores en hun standaarddeviatie uitgesplitst naar vooropleiding, wel/geen wiskunde in het eindexamenpakket en laatst behaalde cijfer voor wiskunde

De tabel laat een onderverdeling zien van de studenten naar vooropleiding, met/zonder wiskunde in het eindexamenpakket en het laatste cijfer dat ze voor wiskunde behaald hebben. In elke cel staat het aantal studenten dat ertoe behoort met hun gemiddelde score en de standaarddeviatie.
Nemen we de variabele 'vooropleiding' in ogenschouw, dan ontdekken we dat in de regels de gemiddelde toetsscoren van links naar rechts van de studenten met wiskunde, op één uitzondering na (cel 9) hoger zijn. Hetzelfde geldt voor de toetsscore van de

studenten zonder wiskunde uitgezonderd bij cel 17 en bij de onderste regel. In cel 6 zit slechts één student en die heeft 'toevallig' een hoge score van twintig.
Per vooropleiding (aan de categorie 'anders' besteden we geen aandacht) is er een bijna gelijke verhouding tussen studenten met en studenten zonder wiskunde in het eindexamenpakket (3:5). Op grond daarvan kunnen we dan ook zeggen dat er samenhang bestaat tussen vooropleiding en toetsresultaat.
Vervolgens kijken we naar de variabele 'met/zonder wiskunde'. Binnen elke schoolsoort zien we dat studenten met wiskunde telkens hoger scoren dan studenten zonder wiskunde, uitgezonderd bij de cellen 3 en 6. Hierbij hebben we met hetzelfde probleem te maken als boven. Cel 6 bestaat uit slechts één persoon. Uit deze analyse blijkt dat het toetsresultaat samenhangt met wel/geen wiskunde in het eindexamenpakket.
Kijken we naar de variabele 'laatste cijfer behaald voor wiskunde' dan is het op één enkele uitzondering na zo dat wanneer je een hoger cijfer behaald hebt je ook hoger scoort op de toets. Ook hier constateren we dus een samenhang.
Opvallend is ook dat studenten die een onvoldoende scoren voor wiskunde, maar wel wiskunde in het pakket gehad hebben, hoger scoorden dan de studenten die geen wiskunde gehad hebben, ook al hebben die als laatste cijfer een voldoende behaald. Studenten die een paar jaar langer wiskunde genoten hebben, behalen dus een hoger cijfer op de toets. Het gemiddelde toetsresultaat van alle cellen waarin studenten wiskunde gehad hebben is hoger dan dat van de totale onderzoekspopulatie.
Op grond van (statistische) analyses kunnen we concluderen dat er samenhang bestaat tussen het toetsresultaat en beginsituatie 2 van de studenten. De variabelen vooropleiding en laatste cijfer voor wiskunde hebben minder invloed op het toetsresultaat dan de variabele met/zonder wiskunde in het eindexamenpakket.

4 Aanbevelingen

Op grond van het uitgevoerde onderzoek en literatuurstudie komen we onder andere tot de volgende aanbevelingen.

1 *Het aantal uren van de minimumtabel voor het reken-wiskundeonderwijs op de Pabo dient verhoogd te worden.*

De conclusie dat slechts een gering gedeelte van de studenten een goed toetsresultaat behaald heeft en dat een groot deel van de gemaakte fouten duidt op een mechanistische rekenachtergrond is markant tegen de achtergrond van het gegeven dat de studenten anderhalf jaar realistisch reken-wiskundeonderwijs op de Pabo achter de rug hadden. Dat lijkt voor een groot deel te liggen aan de populatie van Pabo-studenten en voor een deel aan ongunstige condities op de Pabo (Jacobs, 1986, 24).
Wat betreft de populatie is het opvallend dat er nogal wat studenten zijn die geen wiskunde in het eindexamenpakket van hun vooropleiding hadden. Veel studenten hadden bovendien een onvoldoende als laatste cijfer voor wiskunde.
Ook het feit dat er nauwelijks studenten op de Pabo zitten die als vooropleiding vwo hadden met wiskunde in het eindexamenpakket doet sterk vermoeden dat veel studenten onvoldoende wiskundige achtergrond hebben om gegeven de condities op de Pabo tot de noodzakelijke beheersing te kunnen komen van de basisschoolleerstof. Dit gevoegd bij het gegeven dat het geven van realistisch reken-wiskundeonderwijs meer bekwaamheid verlangt van een leerkracht dan het geven van mechanistisch onderwijs (waar leerkrachten immers een grote steun hebben aan de methode) maakt duidelijk dat één uur reken-wiskundeonderwijs per week onvoldoende is om studenten tot beheersing van de basisschoolleerstof te brengen.

Treffers en De Moor stellen in dit verband:

> 'Om tot een verantwoorde opleiding voor het vak 'rekenen-wiskunde en didactiek' op de Pabo te komen, (....) dient het aantal uren van de huidige minimumtabel (....) dan ook op z'n mindt verdrievoudigd te worden.' (Treffers en De Moor, 1984, 66)

2 *De aankomende student dient in zijn/haar vooropleiding examen te hebben gedaan in wiskunde.*

Uit het onderzoek is naar voren gekomen dat op het toetsresultaat vooral van invloed is het gegeven of een student al of geen wiskunde als eindexamenvak had. De aanbeveling om slechts studenten tot de opleiding toe te laten die dat wel hebben, moeten eveneens gezien worden als een aanbeveling om de kans te vergroten dat studenten tot beheersing van de basisschoolleerstof komen. Aanbevelingen 1 en 2 moeten dan ook opgevat worden als elkaar versterkende maatregelen.

5 tot slot

Tot slot zij opgemerkt dat we in dit onderzoek alleen de vakinhoudelijke kennis van de studenten getoetst hebben. Ter verkrijging van een completer beeld verdient het aanbeveling om ook de vakdidactische kwaliteiten van studenten te onderzoeken.

Daarnaast moeten we ons realiseren dat de toets is afgenomen op het moment dat de studenten anderhalf jaar realistisch reken-wiskundeonderwijs hebben gehad. Ondanks de verwachting dat er geen aardverschuivingen in de resultaten te verwachten zijn verdient het toch aanbeveling dezelfde toets af te nemen aan het eind van de Pabo-opleiding.

Literatuur

Jacobs, C.: *Rekenen op de Pabo*, Utrecht 1986 (doctoraalscriptie).

Treffers, A. en E. de Moor: *10 voor de basisvorming rekenen/wiskunde*, OW & OC, Utrecht 1984.