

REKENFEITEN, DE NOODZAKELIJKE BASISKENNIS

Hans ter Heege, SLO


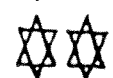
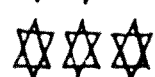
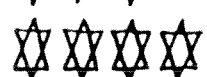
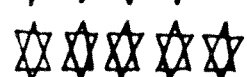
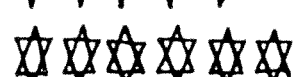
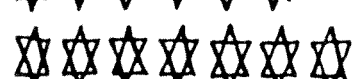
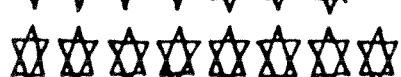


Bij vele practici kan men een zekere onvrede bespeuren over de manier waarop in het aanvankelijke rekenonderwijs de rekenfeiten worden gememoriseerd. Deze onvrede betreft zowel de te gering geachte effecten van dit onderwijs als het pedagogisch klimaat waarin dit onderwijs gestalte krijgt. De didactiek lijkt in dit opzicht aan revisie toe. De recent in ons land ontwikkelde reken/wiskundemethoden geven hiertoe mede aanzetten.

Hoe ging dat vroeger, het onderwijzen van de rekenfeiten, zoals de vermenigvuldigingen tot 10, ook wel "de tafels" genoemd? Lange tijd werd dit onderwijs vanuit een als mechanistische te kwalificeren visie gegeven. Het doel van dit onderwijs was de kinderen ertoe te brengen de tafels uit het hoofd te kennen, zodat ze niet hoefden te rekenen maar antwoorden op vermenigvuldigopgaven prompt en foutloos uit het geheugen konden opdiepen.

Welke kenmerken had dit onderwijs? We gaan op enkele kenmerken kritisch in. Het eerste wat opvalt is dat de aanbieding van de basisvermenigvuldigingen en de aanzet tot het memoriseren wordt samengeperst in een enkele les. De betekenis van de bewerking zelf wordt en passant meegenomen. Uitleg daarvan blijft vrijwel achterwege. Daarna breekt er een lange periode aan waarin de nadruk op het inoefenen van de basisvermenigvuldigingen wordt gelegd. Hiermee wordt beoogd dat de kinderen deze vermenigvuldigingen van buiten leren.

Een voorbeeld van deze aanpak tonen we hier. Het is uit Niveaucursus Rekenen.

Maak de rij af.

	$1 \times 6 =$
	$2 \times 6 =$
	$3 \times 6 =$
	$4 \times 6 =$
	
	
	
	
	
	

Dat deze aanpak grote gevolgen heeft voor het inzicht dat kinderen hebben in de bewerking vermenigvuldigen, zal niemand verbazen. Wat in het oog springt is dat kinderen eigenlijk na één enkele uitleg geacht worden te begrijpen wat vermenigvuldigen is. Ook al vult de onderwijsgevende deze uitleg aan, het geeft te denken dat men zo licht over de introductie van het vermenigvuldigbegrip heen stapt. Zoals in het bo-

venstaande voorbeeld te zien is, bestaat die uitleg veelal uit een eenvoudige afleiding, gebaseerd op de wiskundige structuur van het vermenigvuldigen. Dit is het herhaald optellen:

$$6 \times 8 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8.$$

De vraag in welke situaties het vermenigvuldigen de meest geëigende bewerking is, wordt niet of nauwelijks gesteld. Althans niet in de introductie van het vermenigvuldigen.

Juist dat is van eminent belang en het is dan ook niet verwonderlijk dat dit gemis een belangrijk aspect uitmaakt van de eerder genoemde onvrede.

We mogen concluderen dat in methoden uit de mechanistische richting in vele gevallen het vermenigvuldigbegrip erg schraal wordt ingebed. Wat er in ieder geval aan ontbreekt zijn voorbeelden en contexten waarin het vermenigvuldigen de voor de hand liggende bewerking is. Soms werden er pogingen daartoe gedaan, die echter vaak weinig realiteitswaarde vertonen:

één molen, vier wieken

twee molens, acht wieken

drie molens, twaalf wieken

enzovoorts.

Of, zoals in het voorbeeld hierboven:

één ster, zes punten

twee sterren, twaalf punten

enzovoorts.

Niet bijster interessant voor de kinderen. Dat vormt het tweede kenmerk van deze didactiek: de realiteitswaarde van de weinige voorbeelden is gering.

Dit brengt ons op een derde kenmerk van het onderwijs in de tafels van vermenigvuldiging. Dat is het ontbreken van probleemsituaties. Natuurlijk kunnen die er door creatieve onderwijsgevendenden aan worden toegevoegd, maar het materiaal inspireert hier nauwelijks toe. Doordat probleemsituaties ontbreken, worden de kinderen niet gemotiveerd om de vermenigvuldigingopgaven te leren.

Als vierde kenmerk kan de eenzijdige nadruk op het inoefenen worden genoemd. Daardoor wordt een belangrijke fase in het leerproces overgeslagen. Dat is hoe de basisvermenigvuldigingen kunnen worden uitgerekend. Het komt er in wezen op neer dat de basisvermenigvuldigingen door de kinderen moeten worden gememoriseerd voordat zij voldoende ervaringen hebben opgedaan met het uitrekenen van vermenigvuldigingopgaven. Dit heeft grote consequenties voor later. Als een kind een basisvermenigvuldiging niet meer uit het hoofd weet, moet het immers terug kunnen vallen op uitrekenstrategieën. Maar deze kwamen in het voorafgaande onderwijs voldoende aan de orde. Dus: vele kinderen die later een basisvermenigvuldiging niet meer uit het hoofd weten, hebben geen middelen in huis om deze vermenigvuldiging uit te rekenen.

In het voorafgaande betoogden we dat kinderen soms geen inzicht kregen in de bewerking vermenigvuldigen. Als we dit met het vierde punt van kritiek op de mechanistische aanpak combineren, kunnen we daarmee fouten als $3 \times 7 = 10$ verklaren. Omdat $3 \times 7 = 21$ vergeten is, vallen kinderen terug op een hen bekende bewerking, het optellen.

We vatten de kritiek op het rekenonderwijs in de basisvaardigheden als volgt samen:

1. Dit onderwijs besteedt onvoldoende aandacht aan het inzicht in de bewerking vermenigvuldigen.
2. Kinderen krijgen in dit onderwijs bijna geen voorbeelden met realiteitswaarde waarin vermenigvuldigd moet worden.
3. Het oefenen heeft te grote nadruk; probleemsituaties ontbreken vrijwel.
4. De fase van het leren uitrekenen van basisvermenigvuldigingen wordt in wezen overgeslagen, waardoor kinderen niet kunnen terugvallen op inzichtelijke niveaus.

Het zou zijn aan te bevelen om deze kritiekpunten in het achterhoofd te houden als men deelleergangen in methoden analyseert. Men kan nagaan of er in methoden pogingen worden gedaan om de bewerking vermenigvuldigen inzichtelijk te introduceren, of er probleemgeoriënteerd wordt gewerkt, hoe en in welke fase geoefend wordt, of er ruime aandacht is voor het leren uitrekenen, en dergelijke. Ook moet in zo'n analyse de relatie tussen vermenigvuldigen en delen worden betrokken. Wellicht suggereerde de voorgaande kritiek op kenmerken van de mechanistische aanpak van "de tafels" dat vermenigvuldigen en delen in het onderwijs streng gescheiden moeten worden. Het is nu de gelegenheid om dit recht te zetten. Met het vermenigvuldigen leren kinderen het delen. Er dient nadruk te liggen op de wisselwerking.

In een leergang vermenigvuldigen volgens een realistische visie op rekenonderwijs zou men vier fasen kunnen onderscheiden. We geven deze fasen met daaraan gekoppeld de belangrijkste doelstelling in die fasen.

Fase 1:

een ruime introductie van het vermenigvuldigen (en delen). Het hoofdoel is kinderen inzicht in de bewerking vermenigvuldigen te geven en daarbij de gebruikelijke notatie te introduceren.

Fase 2:

ruime aandacht voor rekenstrategieën.

Het doel is in deze fase kinderen de gelegenheid te bieden zich een zekere vaardigheid te verwerven in het uitrekenen van basisvermenigvuldigingen.

Fase 3:

oefen- en memoriseerfase.

Het doel is om kinderen in deze fase vermenigvuldigingen als uit het hoofd gekende rekenfeiten te leren. Het oefenen slaat op twee zaken: het vergroten van de vaardigheid om vermenigvuldigingen uit te rekenen enerzijds en het inoefenen (bijhouden) van uit het hoofd geleerde basisvermenigvuldigheden in oefenspellen en in gevarieerde oefenvormen anderzijds.

Fase 4:

toepassen van het geleerde in hoofdrekensituaties en in het cijferen. Het doel is het creatieve gebruik van de kennis, zowel van de uitrekenstrategieën als de gememoriseerde kennis, te ontwikkelen en daarmee de wendbaarheid van de kennis te vergroten.

De bovenstaande fasegewijze indeling is gemaakt om het complexe terrein in kaart te brengen en voor discussie open te leggen. Het zou

niet juist zijn als in het onderwijs strak aan deze fase-indeling zou worden vastgehouden. Er is natuurlijk een zekere sequentie, maar deze is minder eenduidig dan hierboven gesuggereerd wordt. Het beste kunnen we dit aan de hand van een voorbeeld duidelijk maken. Het voorbeeld dat hier gekozen wordt betreft de vraag "Wanneer kennen de leerlingen de basisvermenigvuldigingen nu uit het hoofd?" Het antwoord "in fase 3" zou een verkeerde indruk wekken. In wezen begint het memoriseren reeds in de eerste fase. Het blijkt dat kinderen reeds in een introductiefase enige produkten onthouden. Deze rekenfeiten gaan in de loop van de deelleergang als steunpunten voor het memoriseren van nieuwe rekenfeiten dienen. Dit heb ik in vorige publikaties beschreven. Het komt er in wezen op neer dat kinderen die ruime ervaringen hebben met het uitrekenen van basisvermenigvuldigingen daardoor ook vele basisvermenigvuldigingen uit het hoofd hebben geleerd. Zij kunnen deze kennis functioneel gebruiken om nieuwe rekenfeiten te leren, zoals in de derde fase bedoeld wordt.

Aanvankelijk wordt, in fase 1, geen aandacht besteed aan het onthouden van basisvermenigvuldigingen. Maar in de fasen 2 en 3 worden in toenemende mate activiteiten gepland die op het onthouden van de rekenfeiten zijn gericht. Zelfs in fase 4 zal het niet zo zijn dat alle kinderen alle basisvermenigvuldigingen uit het hoofd kennen. Net zo min als dit in het onderwijs van vroeger zo was. Maar de kinderen hebben nu geruime tijd de gelegenheid gehad vermenigvuldigingen uit te rekenen en kunnen hun kennis in deze fase nog uitbreiden.

De winst die geboekt wordt, lijkt voor de hand te liggen. Er zijn natuurlijk kinderen die relatief weinig produkten uit het hoofd kennen, kinderen die in het vroegere onderwijs afhakers werden. Zij kunnen

echter in het nu voorgestelde onderwijs terugvallen op inzichtelijk verworven procedures. De weg terug, naar een voorafgaand niveau, blijft open. Deze leerlingen zitten daarom minder gauw met hun handen in het haar.

Het einddoel blijft zoals vroeger was: van de leerlingen wordt op een gegeven moment verwacht dat zij de "tafels" uit het hoofd weten. In de weg daar naar toe hebben ze echter op flexibele manier leren vermenigvuldigen. Nu is het niet alleen voor het cijferend vermenigvuldigen en delen belangrijk dat kinderen de basisvermenigvuldigingen vlot kennen. Het is duidelijk dat te geringe kennis van vermenigvuldigingen een leerling kan belemmeren, zelfs kan blokkeren, in zijn ontwikkeling van het rekenen. Waar we echter niet voldoende bij stilstaan is de rol die van buiten geleerde rekenkennis speelt in het hoofdrekenen, in het schattend rekenen en dergelijke. Deze rol is groot. De uitkomst van 435×72 schatten gaat alleen als je 400×70 kunt uitrekenen, dat wil zeggen als je 4×7 weet en met nullen kunt rekenen.

Er is een verschil tussen vermenigvuldigingen van buiten kennen en vermenigvuldigingen nog moeten uitrekenen. Dit verschil is vooral voor oudere leerlingen en voor volwassenen essentieel, wat duidelijk wordt als we de beide mentale processen vergelijken. In het ene geval leidt een "stimulus" tot een prompt antwoord, de verbinding tussen de "stimulus" en de reactie daarop is zeer direct, in het andere geval is de mentale activiteit groter. Er moet - hoe kort dan ook - even nagedacht worden. Er moet even gerekend worden. Het verschil tussen "nog moeten rekenen" en "het prompt (uit het hoofd) weten" is in principe waarneembaar door de tijd tussen vraag en antwoord te meten. Zo eenvoudig

als het hier echter beschreven is, zal het in de context van het onderwijs zeker niet zijn. In de eerste plaats moeten we ons ervan bewust zijn dat ook in dit opzicht kinderen aanmerkelijk kunnen verschillen. Maar nog belangrijker is het te constateren dat kinderen, in tegenstelling tot volwassenen (?), zich bevinden in een situatie waarin een deel van de kennis wel en een deel niet gememoriseerd is.

Wat wel en wat niet, verschilt van kind tot kind, al zijn er algemene trekken. Het interessante is dat kinderen van gemakkelijke beschikbare kennis, bijna altijd kan hiermee van buiten geleerde kennis worden bedoeld, gebruik maken om nieuwe kennis te verwerven. Dat wil zeggen eerst komt het leren uitrekenen, dan het steeds sneller en handiger uitrekenen en het eindigt tenslotte in een situatie waarin kan worden gezegd dat de nieuwe kennis gememoriseerd is.

Als we willen dat er geen terugval optreedt, zal die kennis steeds moeten worden bijgehouden, zeker tot in de zesde klas. Vooral als het onderwijs in de cijferprocedures, waarin veel van buiten geleerde kennis geoefend werd, in betekenis zal afnemen, moet deze kennis worden bijgehouden. In verband hiermee vestigen we de aandacht op gevarieerde oefenvormen waarmee dit "bijhouden" gestalte kan krijgen. Oefenen is dus, ook in rekenonderwijs dat zich baseert op een realistische visie, onontbeerlijk. Het oefenen krijgt hierin alleen een andere functie dan vroeger.

In de deelleergang zal dus moeten worden geoefend, maar er zal tevens met regelmaat geëvalueerd moeten worden of de kinderen vooruitgaan. In een realistische visie op het onderwijs in basisvaardigheden zal de nadruk worden gelegd op evaluatie ten behoeve van de voortgang. Zowel

ten aanzien van individuele leerlingen als ten aanzien van de klas in zijn geheel. Daartoe stellen we peilingen samen waarvan de resultaten nauwkeurig worden geanalyseerd. De analyse-resultaten worden voor twee doelen gebruikt.

1. Ze bepalen mede de stappen die we zouden willen nemen in het onderwijs:
peilingen initiëren het onderwijs dat we willen geven.
2. Ze geven inzicht in de problemen die individuele leerlingen kunnen hebben:
peilingen zijn diagnostische instrumenten.

Het zou onjuist zijn de evaluatie van het eigen onderwijs geheel op de schriftelijke peilingen te baseren. Het is van groot belang dat we steeds alert zijn op problemen die zich voordoen. Elk van de eerder genoemde fasen heeft z'n eigen moeilijkheden. Het onderwijs zoals dat wordt gegeven bepaalt in hoofdzaak de manier waarop dit onderwijs geëvalueerd kan worden.