

WERKEN MET EENVOUDIGE REKENVRAAGSTUKJES IN DE EERSTE KLAS

E. De Corte & L. Verschaffel

Onderzoekscentrum voor Onderwijsleerprocessen

K.U. Leuven

INLEIDING

Sedert de tweede helft van de jaren zeventig loopt in het kader van het Leuvens Onderzoekscentrum voor Onderwijsleerprocessen een project dat gericht is op de volgende kernvragen : (1) welke zijn de interne cognitieve processen die zich bij leerlingen afspelen tijdens het leren oplossen van problemen; (2) welke beïnvloedingsstrategieën zijn adequaat om het leren probleemoplossend denken bij leerlingen te bevorderen ? Inhoudelijk gezien heeft dit project zich tot nog toe vooral toegespitst op het oplossen van eenvoudige rekenopgaven bij leerlingen uit de aanvangsklassen van de lagere school.

Een centraal deelonderzoek binnen dit project heeft betrekking op de ontwikkeling van de oplossingsvaardigheden en de denkprocessen van eersteklassers bij eenvoudige redactie-opgaven over optellen en aftrekken. In deze longitudinale studie kregen dertig kinderen drie keer individueel een achttal optel- en aftrekvraagstukjes aangeboden : één keer bij de aanvang, één keer in het midden en één keer op het einde van het eerste leerjaar. Door middel van een serie opdrachten zoals het laten navertellen van de opgavetekst en het laten naspelen van de opgavesituatie met poppen en blokken, trachtte de interviewer bij elk vraagstukje te achterhalen hoe dit voor de leerling gerepresenteerd en opgelost werd en welke moeilijkheden zich daarbij voordeden (De Corte & Verschaffel, 1983a en b; Verschaffel, 1984).

In een andere Leuvense studie werd een analyse doorgevoerd van de wijze waarop in Vlaamse rekenmethoden voor het eerste leerjaar het leerstofonderdeel vraagstukken wordt aangepakt. Hiertoe werden zes veel gebruikte methoden bestudeerd (Janssens & Joillet, 1984).

Op basis van de resultaten van het longitudinaal onderzoek enerzijds en de verrichtte rekenboekanalyse anderzijds, hebben wij een aantal kritieken geuit op de vigerende onderwijspraktijk in verband met aanvankelijke rekenvraagstukjes; tevens hebben wij enige suggesties geformuleerd voor de verbetering daarvan (De Corte & Verschaffel, 1984; Verschaffel, 1984). Hierna beperken wij ons tot het aanstippen van deze kritieken en suggesties die in

L. Verschaffel is aangesteld navorsers bij het Belgisch Nationaal Fonds voor Wetenschappelijk Onderzoek.

het licht van de onderhavige bijdrage van belang zijn.

Uit de analyse van de vigerende rekenmethoden komt vooreerst naar voren dat vraagstukjes over optellen en aftrekken daarin hoofdzakelijk de functie vervullen van "toepassingen-achteraf" van eerder aangeleerde formeel-wiskundige basisbewerkingen. In tegenstelling daarmee menen wij dat voor eenvoudige redactie-opgaven ook een belangrijke rol weggelegd is in de beginfase van het aanvankelijk rekenonderricht, nl. als middel om een diepere en vooral bredere betekenis te verlenen aan deze basisbewerkingen.

Uit de analyse blijkt verder dat er in de meeste rekenmethoden een sterk overwicht bestaat van bepaalde soorten optel- en aftrekvraagstukjes. Verscheidene methoden bevatten bijna uitsluitend oorzaak-veranderingsopgaven waarvan de eindhoeveelheid onbekend is ("Piet had 6 appels. Hij gaf 4 appels aan An. Hoeveel appels heeft Piet nu?") en combinatievraagstukjes waarvan de totaalhoeveelheid gezocht moet worden ("Piet heeft 3 appels. An heeft 7 appels. Hoeveel appels hebben Piet en An samen?"). Andersoortige oorzaak-veranderings- en combinatie-opgaven ("Piet had 3 appels. An gaf Piet wat appels bij. Nu heeft Piet 10 appels. Hoeveel appels heeft An Piet bijgegeven?" en "Piet en An hebben samen 9 appels. Piet heeft 3 appels. Hoeveel appels heeft An?") en vraagstukjes met een vergelijkingsstructuur ("Piet heeft 3 appels. An heeft 8 appels. Hoeveel appels heeft An meer dan Piet?") komen daarentegen weinig of helemaal niet voor. Een rijk gevarieerd en weldoordacht opgavenaanbod lijkt ons nochtans een absolute voorwaarde, wanneer men rekenvraagstukjes wil gebruiken om de (wiskundige) probleemoplossingsvaardigheden van leerlingen te bevorderen en te evalueren.

Kenschetsend voor de vigerende rekenmethoden is ten derde dat daarin een oplossingsmethode voor optel- en aftrekvraagstukjes wordt aangeleerd, waarbij alle opgaven in termen van één en hetzelfde schema gerepresenteerd moeten worden alvorens de bijpassende rekenkundige bewerking of formule-opgave te noteren. In sommige methoden is dit de pijlenvoorstelling; in andere een venn-diagram. Om redenen waarop we hier niet uitvoeriger kunnen ingaan, betwijfelen wij of het leren werken met één uniform aanschouwelijk model voor de verschillende soorten optel- en aftrekvraagstukjes (oorzaak-verandering, combinatie en vergelijking) een goede optie is. Meer perspectieven biedt o.i. een aanpak die de leerlingen stimuleert om verschillende schema's te zoeken en te tekenen voor de onderscheiden opgaventypes (zie daarover De Corte & Verschaffel, 1983/84; Verschaffel, 1984).

EEN EXPLORATIEF ONDERWIJSEXPERIMENT

In de loop van het voorbije schooljaar heeft Zwerts (1984) in samenwerking met het Leuvens Onderzoekscentrum voor Onderwijsleerprocessen, een exploratief onderwijsexperiment verricht, waarin de waarde werd nagegaan van een leergang, die gebaseerd is op de resultaten van de voormelde onderzoeken en de daaruit voortvloeiende onderwijspraktische suggesties. Deze experimentele leergang werd uitgetoetst in een eerste leerjaar van een lagere school in Sint-Truiden. Deze klas telde achttien leerlingen. Als controlegroep fungeerde het eerste leerjaar van een andere Limburgse school, waarin evenveel leerlingen zaten. In deze klas werd het gewone rekenprogramma afgevoerd. Vóór en na de experimentele leergang, die startte in het begin van het schooljaar en tot Pasen liep, werd in beide klassen een toets afgenomen, bestaande uit een achttal eenvoudige optel- en aftrekvoorbeeldjes. Hierna vermelden we eerst de belangrijkste kenmerken van de experimentele leergang. Daarna bespreken we kort de voornaamste resultaten van het exploratief onderwijsexperiment.

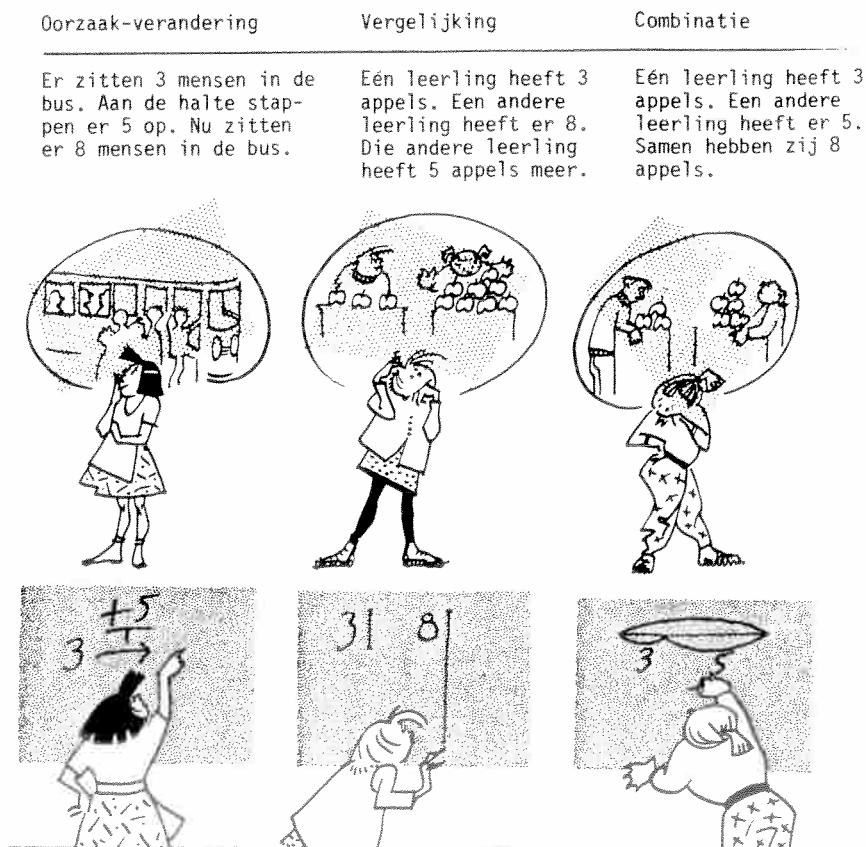
Een eerste kenmerk van Zwerts' (1984) leergang is dat de basisbewerkingen optellen en aftrekken evenals de sommen waarin deze bewerkingen voorkomen, niet geïntroduceerd worden vanuit slechts één situatietype met bijhorend denkmodel. In de leergang wordt er integendeel bewust en systematisch naar gestreefd om de leerlingen de wereld van het optellen en het aftrekken te laten binnentreden via een brede waaier van reële, gespeelde en verbaal beschreven situaties, die in drie categorieën kunnen ingedeeld worden. (1) In oorzaak-veranderingssituaties heeft een gebeurtenis een wijziging in de waarde van een bepaalde hoeveelheid tot gevolg: "Er zaten 6 mensen in een autobus. Bij de halte stapten er 2 af. Nu zitten er nog 4 mensen op de autobus". (2) Combinatiesituaties hebben betrekking op statische toestanden waarin de relatie tussen twee afzonderlijke hoeveelheden en de combinatie van beide aan de orde is: "Eén leerling heeft 3 knikkers. Een andere leerling heeft er 5. Samen hebben zij 8 knikkers". (3) In vergelijkingssituaties gaat het om twee hoeveelheden die vergeleken worden en om het verschil tussen beide: "Eén leerling heeft 3 knikkers. Een andere leerling heeft er 8. De tweede heeft 5 knikkers meer dan de eerste. Met betrekking tot elk van deze drie situatietypes geldt, dat heel wat tijd besteed wordt aan het exploreren, het verwoorden en het schematisch weergeven ervan alvorens een band te leggen met de formeel-rekenkundige bewerkingen en notatiewijzen.

Een tweede kenmerk van Zwerts' (1984) leergang is dat de formeel-rekenkundige bewerkingen en notatiewijzen niet enkel geïntroduceerd worden via

het exploreren, bespreken en schematisch voorstellen van reële, gespeelde of verbaal beschreven situaties, maar tevens via het analyseren en het oplossen van eenvoudige rekenvraagstukjes. Daarbij komen oorzaak-veranderings-, combinatie- en vergelijkingsopgaven op een evenwichtige wijze aan bod. In de leergang worden vraagstukjes dus niet enkel als "toepassingen-achteraf" gegeven aan leerlingen die de formeel-rekenkundige bewerkingen optellen en aftrekken reeds min of meer (verondersteld worden te) beheersen en in staat geacht worden sommen over deze bewerkingen tot een goed einde te brengen. De leerlingen worden daarentegen van bij de aanvang van het onderwijsleerproces met eenvoudige rekenvraagstukjes geconfronteerd. Aldus kunnen ze bijdragen tot de begripsvorming met betrekking tot de basisbewerkingen + en - .

Overeenkomstig de reeds eerder vermelde suggestie voor beter onderwijs over redactie-opgaven worden de leerlingen er niet toe aangezet om bij het schematiseren van de situaties en de vraagstukjes één uniform model te gebruiken, maar er worden voor de oorzaak-veranderings-, de combinatie- en de vergelijkings-situaties en -opgaven, verschillende aanschouwelijke modellen ingevoerd (zie Figuur 1).

Figuur 1 : Aanschouwelijke modellen voor de drie basiscategorieën van situaties in verband met optellen en aftrekken



Tenslotte bevat Zwerts' (1984) leergang ook een aantal opdrachten die er op gericht zijn om bij de leerlingen het redactie-opgave-schema bij te brengen of te verstevigen. Dit redactie-opgave-schema heeft vooral betrekking op de kennis van de opbouw en de functie van rekenvraagstukken. Zo zoekt men naar de gelijkenissen en de verschillpunten tussen een vraagstuk enerzijds en een verhaaltje, een raadsel en een aftelrijmpje anderzijds. Andere opdrachten zijn : het aanvullen van vraagstukjes met onvoldoende gegevens, zelf een vraagstukje verzinnen bij een opgegeven tekening ... Tot het inlassen van deze opdrachten werd besloten op grond van het onderzoeksgegeven dat sommige beginnende basisschoolleerlingen mislukken op eenvoudige rekenvraagstukjes louter omdat zij onbekend zijn met of een verkeerde voorstelling hebben van dit eigen-aardig teksttype, m.a.w. omdat zij het redactie-opgave-schema niet beheersen (De Corte & Verschaffel, 1981/82; Verschaffel, 1984).

Zoals gezegd werd zowel in de experimentele klas als in de controleklas vóór en na de leergang een toets afgenomen, bestaande uit een achttal eenvoudige optel- en aftrekvraagstukjes. Tabel 1 geeft een overzicht van de prestaties op deze toets. Uit deze tabel blijkt dat de leerlingen uit beide klassen ongeveer even goed presteerden op de voortoets als geheel maar dat de experimentele klas heel duidelijk hoger scoorde op de natoets dan de controlegroep.

Tabel 1 : Prestaties (uitgedrukt in %) van de leerlingen uit de experimentele en de controlegroep (n=18) op de voor- en natoets

	Voortoets	Natoets
Experimentele groep	47 %	87 %
Controlegroep	43 %	63 %

Een kwalitatieve analyse van de adequate oplossingshandelingen van de leerlingen uit de experimentele klas en uit de controleklas liet zien dat tijdens de natoets door beide groepen verschillend tewerkgegaan werd. Vele leerlingen die het experimentele programma gevolgd hadden, gebruikten de verschillende aangeleerde aanschouwelijke modellen om de diverse soorten vraagstukjes te schematiseren. In de controlegroep daarentegen werden alle opgaven door middel van één uniform model gerepresenteerd, m.n. een vennediagram (zie Tabel 2).

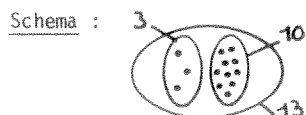
Tabel 2 : Aanschouwelijke modellen van leerlingen uit de experimentele en de controleklas bij drie opgaven uit de natoets

Opgave	Meest gehanteerd model	
	Experimentele klas	Controleklas
2. Piet heeft 3 appels. An heeft 7 appels. Hoeveel appels hebben Piet en An samen ?		
4. Piet had 3 appels. An gaf Piet 5 appels bij. Hoeveel appels heeft Piet nu ?		
7. Piet heeft 3 appels. An heeft 6 appels meer dan Piet. Hoeveel appels heeft An ?		

Een nadere analyse van de foutieve antwoorden op de natoets van de leerlingen uit de controleklas laat vermoeden dat deze grotendeels het resultaat zijn van de nadelige werking van dat ene aangeleerde model. Immers, heel wat leerlingen uit deze klas beantwoordden de vraagstukjes 5 en 8 met de uitkomst van de verkeerde rekenoperatie - een optelling in plaats van een aftrekking - met de twee gegeven getallen, nadat zij deze getallen op een verkeerde plaats in het venn-diagram hadden ingevuld (zie Tabel 3). In de experimentele groep kwamen dergelijke "verkeerde operatie"-fouten als gevolg van een verkeerde invulling van de gegevens en het gevraagde in het geselecteerde schema, zelden of nooit voor.

Tabel 3 : Aanschouwelijke modellen en formule-opgaven van leerlingen uit de controleklas bij twee opgaven uit de natoets

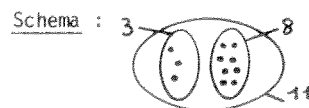
Opgave 5 : Piet had 3 appels. An gaf Piet wat appels bij. Nu heeft Piet 10 appels. Hoeveel appels heeft An aan Piet gegeven ?



Formule-opgave : $3 + 10 = 13$

Antwoord : 13

Opgave 8 : Piet heeft 3 appels. An heeft wat meer appels dan Piet. An heeft 8 appels. Hoeveel appels heeft An meer dan Piet ?



Formule-opgave : $3 + 8 = 11$

Antwoord : 11

BESLUIT

In deze bijdrage hebben we op basis van eigen empirisch onderzoek enkele suggesties geformuleerd voor de verbetering van het aanvankelijk reken-onderricht met betrekking tot de basisbewerkingen optellen en aftrekken. Kenmerkend voor de daarop gebaseerde leergang van Zwerts is vooral de brede oriëntering op deze bewerkingen door het exploreren en het schematiseren van een rijke variatie van reële, gespeelde en verbaal beschreven (probleem)situaties. We hebben tevens een exploratief onderwijsexperiment besproken, waarin de waarde van deze leergang empirisch getoetst werd. Hoewel de onderzoeksgegevens de verwachtingen ondersteunen, hoeden we ons voor overhaaste en generaliserende conclusies. Ten eerste, gezien de beperkte omvang van deze studie en een aantal onvolkomenheden van methodologische aard kan niet gesteld worden dat de opvattingen aan de basis van deze leergang hiermee als echt bewezen kunnen beschouwd worden; wel rechtvaardigen de resultaten het aanhouden van de hypothesen voor verder onderzoek. In de tweede plaats kan de ontwikkelde leergang o.i. nog op een aantal punten verbeterd worden. Zo achten wij het wenselijk dat de rekenvraagstukjes waarmee gewerkt werd, aangevuld worden met z.g. contextproblemen. Deze onderscheiden zich van "klassieke" vraagstukjes o.m. door volgende kenmerken : de teksten zijn niet geconstrueerd volgens een vast stramien; de probleemstelling is meer uitdagend; de leerling hoeft zijn alledaagse ervaringen niet "tussen haakjes" te zetten bij het oplossen ervan, doch kan die integendeel goed gebruiken (Treffers & Goffree, 1982). Of het werken met dergelijke contextproblemen zal nopen tot aanpassingen van en aanvullingen op de in deze bijdrage besproken denkschema's en -modellen, is een vraag die door verder theoretisch en empirisch onderzoek moet beantwoord worden.

LITERATUUR

- DE CORTE, E. & L. VERSCHAFFEL, Eersteklappers en het spel der schoolvraagstukken (1). Willem Bartjens, 1981-82 (1), 112-117.
- DE CORTE, E. & L. VERSCHAFFEL, Representatieproblemen van jonge kinderen bij aanvankelijke redactie-opgaven. - In : E. DE CORTE & P. SPAN (Eds), Studies over onderwijsleerprocessen. Bijdragen aan een symposium ter gelegenheid van tien jaar Belgisch-Nederlandse samenwerking. Leuven, Helicon, 1983a, p. 33-58.
- DE CORTE, E. & L. VERSCHAFFEL, De complexe relatie tussen redactie- en formule-opgaven. Enkele resultaten van een empirisch onderzoek in de aanvangsklas van het basisonderwijs. - In : G. DE ZEEUW, W. HOFSTEE & J. VASTENHOEW (Eds), Funderend onderzoek van het onderwijs en onderwijsleerprocessen. Bijdragen tot de Onderwijsresearchdagen 1983. Lisse, Swets & Zeitlinger, 1983b, p. 5-14.

- DE CORTE, E. & L. VERSCHAFFEL, Drie keer plus en min. Vergelijking van enkele programma's voor het leren oplossen van optel- en aftrekopgaven. Willem Bartjens, 1983-84 (3), p. 106-114.
- DE CORTE, E. & L. VERSCHAFFEL, Redactie-opgaven in Vlaamse rekenmethoden voor de eerste klas. - In : E. DE MOOR (Ed.), Panama cursusboek 2. Beschouwingen over reken/wiskundemethoden. Utrecht, Stichting Opleiding Leraren - Vakgroep Onderzoek Wiskunde-onderwijs en Onderwijs Computer-centrum, R.U. Utrecht, 1984.
- JANSSENS, V. & L. JOILLET, Het leren oplossen van redactie-opgaven in het eerste leerjaar. Een exemplarische benadering via de analyse van zes Vlaamse rekenmethoden. (Licentiaatsverhandeling). Leuven, Afdeling Didactiek & Psychopedagogiek, Faculteit der Psychologie en Pedagogische Wetenschappen, K.U. Leuven, 1983.
- TREFFERS, A. & F. GOFFREE, "Inzicht" in BOVO-toetsen voor rekenen. Nieuwe Wiskrant, 1982 (2), 42-47.
- VERSCHAFFEL, L., Representatie- en oplossingsprocessen van eersteklassers bij aanvankelijke redactie-opgaven over optellen en aftrekken : een theoretische en methodologische bijdrage op basis van een longitudinale, kwalitatief-psychologische studie. (Doctoraatsproefschrift). Leuven, Seminarie voor Pedagogische Psychologie, Faculteit der Psychologie en Pedagogische Wetenschappen, K.U. Leuven, 1984.
- ZWERTS, R., Probleemrepresentatie in een experimenteel leerprogramma van eenvoudige optel- en aftrekvraagstukken in een eerste leerjaar. (Proefschrift tot het bekomen van het diploma van Hoger Opvoedkundige Studiën). Hasselt, Limburgse School voor Pedagogische Wetenschappen, Hoger Instituut voor Opvoedkunde, 1984.