

## OPLEIDINGEN BASISVORMING

- Benny, een zaak voor de Pabo

Fred Goffree - SLO

### Inleiding

Op donderdag 15 november, de tweede conferentiedag, bezochten 40 deelnemers de twee bijeenkomsten over het opleidingsonderwijs. Aan de orde werd gesteld "het geval Benny", een opgave uit "Wiskunde & Didactiek", deel 3, hoofdstuk 1 (In 't gebroken).

De kernvraag, die gesteld werd met betrekking tot "conditie 3" in het conferentieboek "Tien voor de basisvorming", luidde: Hoeveel opleidingstijd voor "Wiskunde en didactiek" dient beschikbaar te zijn opdat voldoende diepgang bereikt kan worden.

### Het programma

Met de vijftien hoofdstukken in drie delen "Wiskunde & Didactiek voor a.s. leraren basisonderwijs" is een goede indruk te verkrijgen van het deelcurriculum voor dit vakgebied. Een nadere analyse van de inhoud en didactische vormgeving van de hoofdstukken maakt duidelijk, dat de studenten in de gelegenheid gesteld moeten worden veel activiteiten, in een probleemgeoriënteerde setting, te verrichten. Dit vergt, binnen en buiten muren van het instituut, veel tijd. Bovendien is het nodig de continuïteit van de studentenactiviteiten te waarborgen. Het leren onderwijzen van rekenen/wiskunde op de basisschool kan namelijk niet alleen geschieden op basis van informatieverstrekking, de studenten dienen zich zowel wiskundig als wiskundig-didactisch te ontwikkelen. Het derde deel van "Wiskunde & Didactiek" (verschijningsdatum 15-1-1985) bevat de hoofdstukken:

1. In 't gebroken (breuken, verhoudingen, ...)
2. De wereldjes van Wiskobas (bouwpakketten voor studenten)
3. Help! (over diagnosticeren en remedieren)
4. Zie je iets in die methode? (over het analyseren van reken/wiskunde-methoden)
5. Welke wiskunde-leraar ben jij geworden? (Vijfentwintig mathematisch-didactische en pedagogische opgaven).

Uit hoofdstuk 1 (over breuken) kozen we een opgave: de zaak Benny. Hierin wordt uitgegaan van een gevalsbeschrijving door S.H. Erlwanger: Benny's Conception of Rules and Answers in I.P.I.-Mathematics, 1973. Benny heeft alles over de breuken individueel en verkeerd geleerd. Na lezing worden de studenten verzocht een rechtzaak te houden (simulatiespel). De ouders van Benny klagen daarin het schoolbestuur aan. Ter ondersteuning worden enkele essentiële vragen geformuleerd en de rollen nader omschreven.

Op de conferentie waren beschikbaar de SLO-uitgave: "Benny, een zaak voor de Pabo", waarin een verslag van een volledige rechtzitting wordt gegeven. Het betreft tweedejaars PA-studenten, (PABO Oude Dijk, klas 2c), die in februari 1984 onder leiding van Willem Faes "de opgave" aandurfd. Tevens was beschikbaar een videoband (Umatic, 40 minuten) van enkele hoogtepunten uit de rechtzitting.

### Benny

De deelnemers werd verzocht om in eerste instantie goed kennis te nemen van het geval Benny.

## "HET GEVAL BENNY

Voor een goed begrip van het volgende wordt nu eerst de gevalsbeschrijving, zoals die in het hoofdstuk over breuken staat, volledig overgenomen. Zoals gezegd, is het de vertaling van een groot gedeelte uit een artikel van S.H. Erlwanger (1973). Deze onderzoeker ontdekte bij toeval (!) een paar fouten in het werk van Benny. Aan de leraar van Benny waren die ontgaan, omdat het programma (Individually Prescribed Instruction) een ingebouwd controle(kaarten)systeem bevatte. Ook was de leraar van mening dat Benny tot een van zijn beste leerlingen (voor rekenen) behoorde.

Erlwanger gaat met deze jongen praten, over het rekenen met breuken, over het hoe en waarom daarvan, over de toetsen en antwoorden en over de wijze, waarop Benny over rekenen-wiskunde was gaan denken.

Hieronder volgt zijn verslag in grote trekken:

### HET OPTELLEN VAN BREUKEN

Benny had inmiddels alle breuken over gelijknamig maken en het optellen van gelijknamige breuken van  $\frac{1}{2}$  tot  $\frac{1}{12}$  gemaakt. Hij bleek halven en vierden te begrijpen, zo wist hij bijvoorbeeld

$$\text{dat } \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Benny geloofde dat er regels zijn voor verschillende soorten breuken, zoals in het volgende gesprekje blijkt:

B: Bij breuken zijn er wel honderd verschillende regels...

E: Zou je ze alle honderd kunnen noemen?

B: Ja eh... misschien, maar niet allemaal!

Een paar regels kan hij duidelijk omschrijven, met voorbeelden. Ze

komen neer op:

$$\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{4}{3} + \frac{3}{4} = 1$$

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{4} = 1\frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{10} + \frac{20}{100} = \frac{26}{110}$$

Benny had de beschikking over breuk-schijven, maar toen hij liet zien hoe hij daar gebruik van maakte, ging het fout:

E: Als je  $\frac{3}{6}$  vereenvoudigt, wat krijg je dan?

B: Dat zou een  $\frac{1}{2}$  moeten zijn, omdat we deze breukschijven hebben.

(Maar dan gaat hij verder.) Als je optelt  $\frac{1}{4}$  en  $\frac{1}{3}$  en  $\frac{1}{8}$ , dan is dat  $\frac{1}{2}$  (in plaats van  $\frac{3}{15}$ , zoals dat volgens zijn regel hierboven zou moeten

zijn).

Voor Benny zijn breuken meestal niet meer dan symbolen van de vorm die volgens bepaalde regels moeten worden opgeteld. Zijn notie van breuken en zijn opvatting over regels leidt tot fouten

als  $\frac{2}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{3} = 1$ . En daaruit volgend:  $\frac{2}{1} + \frac{1}{2}$  is precies hetzelfde als je zegt  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$ , want  $\frac{2}{1}$ , keer dat om en je hebt  $\frac{1}{2}$ . Dus komt er, hoe dan ook, een hele uit. 1 is 1. De vraag

dringt zich op, hoe Benny aan deze misvatting is gekomen. Het

I.P.I.-programma is zorgvuldig opgebouwd volgens een hiërarchie van leerdoelen. Voortdurend wordt er via toetsen gediagnosteerd:

de vooruitgang wordt gemeten en lacunes gesignaleerd. Alle leerlingen moeten 80 tot 85% van alle toetsvragen goed beantwoorden. Blijkbaar betekent "goed vooruitgaan" in deze methode iets anders dan men zou

verwachten. Benny lag namelijk duidelijk voor op de meeste van zijn medeleerlingen. Hij werkt zeer snel. Als hij niet 80% van de antwoorden goed had, probeerde hij een patroon in de goede antwoorden op de controlekaart te ontdekken, dan veranderde hij snel de antwoorden zodanig, dat ze hopelijk beter klopten met die op de kaart.

In Benny's geval wordt getoond dat het "beheersen van de stof" niet hetzelfde is als "begrijpen". Het ging hier niet om onvolledige leerprocessen of om vergeten onderdelen. Benny had juist consistente methoden voor verschillende bewerkingen en situaties ontwikkeld, die hij goed kon laten zien en die hij consequent toepaste.

Nogmaals de vraag naar de oorzaak van de ontsporingen. Sinds de tweede klas heeft Benny op deze wijze gewerkt. Dus door zelfstandig werk, beter gezegd: door onafhankelijk werk. Hij sprak alleen met de leraar als hij een controlekaart of een toets wilde maken. Met de medeleerlingen werd nooit over het werk gesproken, te meer omdat men met verschillende taken bezig was.

Nooit was er voor Benny aanleiding om deel te nemen aan een discussie tussen leraar en/of leerlingen over hetgeen geleerd was en hoe men daar tegenover stond. Desalniettemin had Benny zo zijn eigen opvatting over rekenen-wiskunde, de regels en de antwoorden.

Op de antwoordkaarten was altijd precies één antwoord gegeven voor elke opgave. Benny moest er dus voor zorgen dat hij tenminste 80% van die antwoorden zelf bedacht. Maar hij wist ook dat een antwoord op verschillende manieren genoteerd kan worden.

E: Kun je me een voorbeeld geven van zo'n geval dat jouw antwoord niet klopte met dat op de kaart, terwijl ze volgens jou toch hetzelfde waren?

B: Ja hoor! Wat denkt u als ik  $\frac{1}{2} + \frac{2}{4}$  opschrijf? Waaraan denkt u het allereerste?

E: 1

B: Precies. En als ik  $\frac{2}{4}$  opschrijf, waar is dat dan gelijk aan?

E:  $\frac{1}{2}$

B: Goed. Nu ik, dat  $\frac{1}{2} + \frac{2}{4}$ , is voor mij  $\frac{4}{4}$ . En dit  $\frac{2}{4}$ , zie ik juist als twee kaarten... met geld: twee kwartjes... of zoiets.

E: Wat is er verschillend met wat ik zei?

B: Niets! Het is hetzelfde, maar het zijn verschillende antwoorden.  $\frac{4}{4}$  is één, en  $\frac{2}{4}$  is een half.

Benny had dus de ervaring, dat antwoorden waarvan hij zeker wist dat ze juist waren, niet zo op de kaart stonden, en dus fout gerekend werden. Tweekwart ( $\frac{2}{4}$ ) of twee kwarten ( $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ) moesten volgens de kaart met  $\frac{1}{2}$  worden aangegeven. Benny wist dat, en had daar nooit met zijn leraar over gesproken. Daarvoor had hij zelfs een verklaring: "Ik heb dat nooit gezegd omdat de leraar ook volgens de kaart moet corrigeren". En daarom ging Benny zijn eigen gang.

Het kan me niet schelen wat er op de kaart staat, het is maar hoe je er naar kijkt.

Deze gedachte op zich is niet zo gek, maar Benny gaat er de mist mee in. Benny rekt bijvoorbeeld aldus:

$$2 + 0,8 = 1,0 \quad \text{algoritme van het vermenigvuldigen}$$

$$5 + 0,7 = 1,2 \quad \text{niet terecht toegepast (gehele getal-}$$

$$0,3 + 0,9 = 0,12 \quad \text{len optellen, dan komma plaatsen)}$$

$$\text{En tevens } 2 + \frac{8}{10} = 2\frac{8}{10}$$

Nu zou hij een cognitief conflict moeten ervaren.

Maar wat zegt Benny?

B: Wacht. Ik zal u iets laten zien. Dit is een kaart.

Als ik deze som had  $2 + 0,8$  echt, als ik  $2\frac{8}{10}$  zou schrijven, was het fout. En nu die daar. Had ik bijvoorbeeld dit  $2 + \frac{8}{10}$ , en ik zei 1,0, dan was het ook fout. Maar ze zijn toch allebei hetzelfde, wat er ook op de kaart staat.

Benny's opvatting over antwoorden in de reken-wiskundeles zit diep.

E: Kijk, als je 2 en 3 optelt, dan krijg je 5...

B: (interrumpeert)  $2 + 3$ , dat is 5. Als je had  $2 + 0,3$  dat is dus met één komma, kreeg je 0,5. Maar als ik het met een plaatje (stroken) deed, dan kreeg ik  $2,3$ . En als ik het met breuken uitrekende zoals daar  $2 + \frac{3}{10}$ , dan kwam er  $2\frac{3}{10}$ .

Rekenen-wiskunde werd zodoende voor Benny niet meer dan een jacht op goede antwoorden, en dat zijn de antwoorden van de kaart. Niet de eigen denkkracht maar de controlekaart bepaalt wat goed of fout is. Dit antwoordgerichte bezig zijn en deze opvatting over de antwoorden zelf, houdt verband met Benny's inzicht in de rekenbewerkingen. Hij vat die als louter regels op. Zoiets als:

$2 + 0,8$ ; neem  $2 + 8 = 10$ , noteer de 10 en zet de komma een plaats naar rechts: 1,0.

Benny vindt ook dat je regels nodig hebt, "anders kan je elk antwoord erachter zetten. Je moet een regel weten om een antwoord goed te krijgen". Verder dacht Benny dat deze regels "door een heel knappe man" waren uitgevonden. Dat was een hele opgave voor die man geweest, "het zal hem heel wat jaartjes, wel 50, hebben gekost...".

Rekenen-wiskunde bestaat dus voor Benny uit een groot aantal regels voor het oplossen van allerlei opgaven. Deze regels zijn uitgevonden door een geleerd iemand. Je gebruikt die regels alsof het toverspreuken zijn, en de uitkomsten kunnen wel verschillend lijken, maar eigenlijk zijn ze hetzelfde. Toverij dus.

De kunst van de (tovenaars) leerling is nu de juiste regels op te sporen om de goede antwoorden van de kaart te vinden. Voor het geval het antwoord er anders uitziet, weet de leerling dat het eigenlijk wel goed is, maar gewoon anders geschreven moet worden...

Tot zover Benny's tragiek, die een gevolg was van de opbouw van de leerstof en de wijze van aanbidding.

Hoe, zo luidde de opleidingsdidactische vraag, kun je Pabo-studenten ertoe bewegen deze casus diepgaand te bestuderen. En met "diepgaand" wordt dan bedoeld dat de student de problematiek van en rond Benny als het ware tot de zijne maakt, zich wellicht opwindt over een dergelijke misstand en zich geheel wil inzetten om Benny's verwrongen denkbeelden in kaart te brengen, oorzaken aan te wijzen en iets hoopgevends te vinden.

Op zoek dus naar "diepgang".

#### TV-beelden uit Tilburg

Afgesproken werd dat de video-band zolang afgespeeld zou worden, totdat ongeveer 20% van de aanwezigen te kennen had gegeven dat het genoeg was geweest. In beide groepen betekende dat dat er ruim een kwartier gekeken werd. De schitterende inleiding van "de aanklaagster", en en-



kele getuigenverhoren (van de interviewer, de onderwijzer, de PA-docenten, de vertegenwoordiger van de uitgever en Benny zelf) passeerden de revu.

### Verdieping

Met behulp van de geschreven casus (Benny) en de ondervraging van Benny, tijdens de rechtzitting, konden de aanwezigen op weg gaan naar beantwoording van de kernvraag in verband met conditie 3.

Om dit enigermate te bevorderen, kreeg men een tussenvraag aangeboden:

"Welke vragen had jezelf aan Benny willen stellen?"

Deze opdracht viel niet zomaar uit de lucht. Tijdens de rechtzitting bleken er namelijk weinig vragen gesteld te worden, die inhoudelijk op Benny's fouten met de breuken ingingen. De deelnemers bleken direct "in" voor deze opdracht. Vele didactische registers werden opengetrokken. Kort samengevat betroffen de nieuwe vragen aan Benny:

- \* zijn inzicht in concrete breuksituaties
  - \* zijn vaardigheid om op schematisch niveau met breuken te werken
  - \* de inhoud van de geleerde regels
  - \* de wijze waarop hij die regels had bedacht en geleerd
  - \* de wijze waarop hij die regelkennis zelf beschouwde
  - \* de interactie over de regels met andere leerlingen
  - \* hoe hij kommagetallen zàg
  - \* of hij breuken met meten in verband kon brengen
  - \* of hij met breukcirkels kon werken
- enz. enz.

Na formulering van deze vragen werd geprobeerd na te gaan, met welke bedoeling ze gesteld waren. En, of de antwoorden met behulp van de geschreven casus beantwoord konden worden.

Dit laatste was voor een groot gedeelte niet het geval. Het constateren hiervan leidde tot een schitterend nieuw idee:

laat studenten, voor de rechtzitting, met behulp van dergelijke vragen een "nieuwe Benny" scheppen. Een casus dus met zoveel informatie, dat de gestelde vragen op basis daarvan wèl beantwoord kunnen worden. Dat levert diepgang, tenminste voor de groep die "Benny" creëert. Deze suggestie werd doorgetrokken naar verdediger en aanklager, die op dezelfde manier door groepjes studenten ingevuld zouden kunnen worden (vragen stellen aan Benny, dus, als kern van de activiteit).

Bij een zo degelijke voorbereiding durfde men ook nog wel verder te gaan. Als getuigen-deskundigen konden dan ook Pabo-docenten worden uitgenodigd!

Een happening op de Pabo dus, meer dan één sommetje uit Wiskunde & Didactiek.

### Tijd en diepgang

Het voorgaande gaf voldoende stof om de discussie over wiskundendidactiek, opleidingsdidactiek en het leren onderwijzen met realistische reken/wiskundemethoden te stofferen. Opleidingsdidactische arrangementen, zoals exemplarisch aangeduid met "Benny", werden van groot belang geacht voor de ontwikkeling van onderwijsvaardigheden en inzichten. Maar, zo werd ook gesteld, een dergelijke diepgang kan niet bereikt

worden in een opleiding, waar slechts 1 à 2 uren per week beschikbaar zijn. Zelfs bij 3 uur per week (dit betekent ca. 500 uur in de totale opleiding) zal een keuze uit het gehele programma aanbod gedaan moeten worden. Men was het erover eens dat een goede en verantwoorde keus, in het geval van 500 uur voor Wiskunde & Didactiek, goed mogelijk was. Voldoende tijd, aandacht voor continuïteit, aansluiten bij de actualiteit van studenten, een grote mate van activiteit door de studenten en een aanvaardbare diepgang ... noodzakelijke voorwaarden voor goed reken/wiskundeonderwijs op de basisschool.