
Rekenvaardigheid empirisch onderzocht

- hoe rekenen Nederlandse basisschoolleerlingen? -

M. Hickendorff
FSW, Universiteit Leiden

1 inleiding

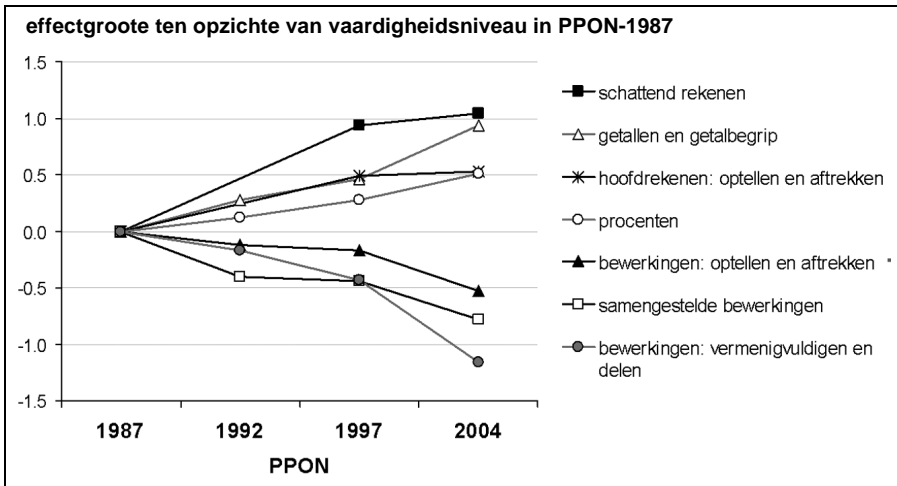
De rekenvaardigheid van Nederlandse basisschoolleerlingen is een onderwerp van felle debatten, waarbij de verschillende standpunten niet altijd door empirische bevindingen ondersteund worden. Mijn promotieonderzoek aan de Universiteit Leiden - in samenwerking met Cito - had juist een sterk empirisch karakter, met verschillende onderzoeken bij in totaal ruim vijfduizend leerlingen naar hoe kinderen rekenen. In dit hoofdstuk worden de belangrijkste bevindingen uit mijn proefschrift (Hickendorff, 2011) besproken.

2 vermenigvuldigen en delen met grotere getallen: secundaire analyses op PPON-1997 en PPON-2004

Het startpunt van mijn onderzoek waren de resultaten van de destijds meest recente 'Periodieke Peiling van het OnderwijsNiveau' (PPON) rekenwiskunde aan het einde van het basisonderwijs (groep 8), in 2004 uitgevoerd door Cito (Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005; Van der Schoot, 2008). PPON-2004 was de vierde peilingscyclus, met eerdere peilingen in 1987, 1992 en 1997. Inmiddels zijn ook de resultaten van PPON-2011 bekend (Scheltens, Hemker & Vermeulen, 2013).

De ontwikkelingen van het rekenvaardigheidsniveau over de periode 1987 tot 2004 waren uiteenlopend: van de meer dan twintig gepeilde domeinen gingen op een aantal de prestaties vooruit, terwijl ze op andere juist achteruit gingen. Op de meeste domeinen veranderden de prestaties echter nauwelijks.

In figuur 1 staan de zeven domeinen waarop de grootste veranderingen in deze periode plaatsvonden.



figuur 1: belangrijkste veranderingen in het prestatieniveau in PPON-1987 tot PPON-2004

Vooraf het vaardigheidsniveau op het gebied van ‘Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen’ (het vermenigvuldigen en delen met grote getallen en kommagetallen) is in de periode 1987-2004 sterk gedaald. Bovendien bleek het niveau in 2004 ver achter te blijven bij de door experts vastgestelde standaarden van ‘voldoende beheersing’. In figuur 2 staat voor beide bewerkingen een voorbeeldopgave, die zowel in PPON-1997 als in 2004 is afgenomen. Direct wordt de achteruitgang in beheersingsniveau daaruit zichtbaar.

<p>Op het terras komen 38 rijen met steentjes te liggen. In elke rij 56. Hoeveel steentjes zijn dat in totaal?</p> <p>_____ steentjes</p>	<p>De handbalvereniging verzamelt iedere maand oud papier. Vorig jaar verzamelde men 7849 kg papier. Hoeveel kg is dat gemiddeld per maand? Rond je uitkomst af op een heel getal.</p> <p>_____ kg</p>
<p>PPON-1997: 44% correct PPON-2004: 29% correct</p>	<p>PPON-1997: 75% correct PPON-2004: 59% correct</p>

figuur 2: voorbeeldopgaven vermenigvuldigen en delen uit PPON

Vaststellen dat een vaardigheidsniveau verandert is een belangrijke eerste stap, maar die constatering vertelt nog niets over het waarom van deze achteruitgang. Het eerste doel van mijn promotieonderzoek was dan ook om meer inzicht te krijgen in de prestatiedaling bij vermenigvuldigen en delen. Daartoe hebben we de focus verbreed: van enkel kijken of het antwoord goed of fout was, naar h oe de leerlingen tot hun antwoord kwamen en welke strategie ze hadden gebruikt. Aan de hand van de uitwerkingen in de leerlingenboekjes hebben we de gebruikte oplossingsstrategieën op de vermenigvuldig- en deelopgaven in PPON-1997 en PPON-2004 geanalyseerd. We onderscheidden vier hoofdcategorieën van strategieën (fig.3).

	cijferalgoritme	niet-cijferend
vermenigvuldigen	$\begin{array}{r} 38 \\ 56 \times \\ \hline 228 \\ 1900 + \\ \hline 2128 \end{array}$	$\begin{array}{l} 50 \times 38 = 1900 \\ 6 \times 38 = \\ \quad 6 \times 30 = 180 \\ \quad 6 \times 8 = 48 \\ \quad 180 + 48 = 228 \\ 1900 + 228 = 2128 \end{array}$
delen	$\begin{array}{r} 12/7849\backslash 654 \\ 72 \\ \hline 64 \\ 60 \\ \hline 49 \\ 48 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7849 \\ 6000 - 500 \times \\ \hline 1849 \\ 1200 - 100 \times \\ \hline 649 \\ 600 - 50 \times \\ \hline 49 \\ 48 - 4 \times \\ \hline 1 \quad 654 \times \end{array}$

figuur 3: voorbeelden van het cijferalgoritme en niet-cijferende strategieën bij vermenigvuldigen ($38 \times 56 =$) en delen ($7849 : 12 =$)

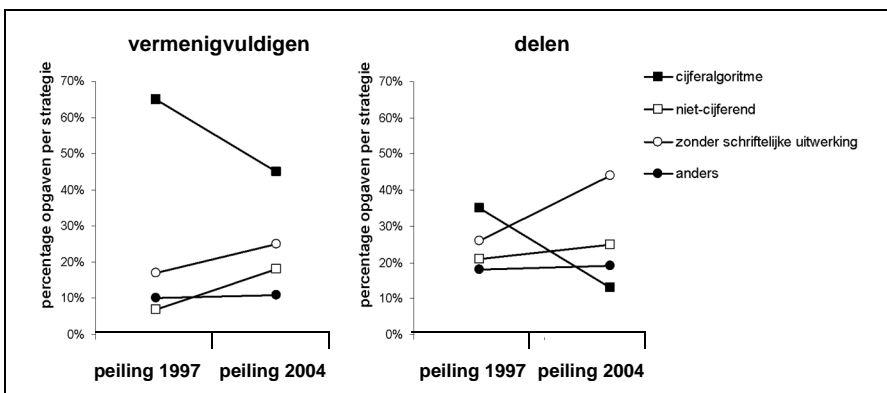
- 1 Het cijferalgoritme (de staartdeling bij delen en het onder elkaar vermenigvuldigen).
- 2 Niet-cijferende strategieën waarin met gehele getallen wordt gewerkt. Een subcategorie van de deze strategieën is het zogenaamde 'kolomsgewijs rekenen' (Van den Heuvel-Panhuizen, Buys & Treffers, 2001), dat als overgang tussen informele aanpakken en het cijferalgoritme gezien kan worden. Er wordt namelijk gewerkt met gehele getallen in plaats van met individuele cijfers, zoals in informele strategieën, maar de procedure is min of meer gestandaardiseerd, zoals in de cijferalgoritmen.
- 3 Het geven van een antwoord zonder een schriftelijke uitwerking (complete berekening of tussenstappen) te noteren.

4 Overige strategieën: onduidelijke of verkeerde aanpakken en overgeslagen opgaven.

De onderzoeksvragen waren als volgt. (a) Is er een verschuiving van strategiegebruik tussen 1997 en 2004 geweest? (b) Zijn alle onderscheiden strategieën even succesvol (accuraat)? En ten slotte: (c) Zijn leerlingen in de loop van de tijd met een bepaalde strategie meer of minder succesvol geworden (veranderingen in strategie-accuratesse)? De resultaten zijn eerder in verschillende nationale en internationale publicaties besproken (Hickendorff, 2011, Hickendorff, Heiser, Van Putten & Verhelst, 2009; Van Putten & Hickendorff, 2006, 2009) en zijn recent nog eens op een rij gezet in het nieuwste PPON-rapport (Fagginger Auer, Van Putten, & Hickendorff, 2013).

In PPON-1997 zijn de strategieën van 551 leerlingen op elf vermenigvuldig-opgaven en tien deelopgaven gecodeerd. In PPON-2004 waren dat de strategieën van 995 leerlingen op tien vermenigvuldigopgaven en dertien deelopgaven, maar in deze peiling maakten verschillende leerlingen verschillende subsets van deze opgaven. Om een geldige vergelijking tussen PPON-1997 en PPON-2004 te kunnen maken, waren er vijf vermenigvuldigopgaven en vier deelopgaven onderdeel van beide peilingen (de opgaven uit figuur 2 zijn hier dus onderdeel van).

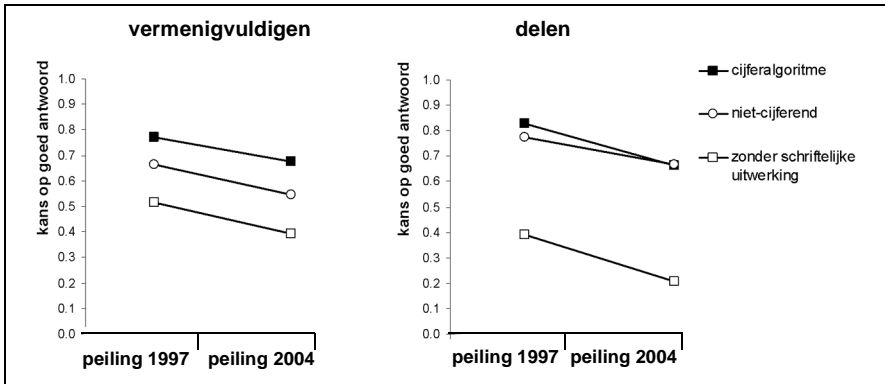
Figuur 4 geeft de resultaten weer met betrekking tot de vraag: Is er een verschuiving van strategiegebruik tussen 1997 en 2004 geweest?



figuur 4: veranderingen in strategiegebruik bij vermenigvuldigen en delen in PPON-1997 en PPON-2004, gebaseerd op de gemeenschappelijke opgaven in beide peilingsjaren

We zien dat bij beide bewerkingen in 2004 minder gebruik wordt gemaakt van de cijferalgoritmen dan in 1997. Deze afname van het cijferen was sterker bij delen dan bij vermenigvuldigen. Verder zien we dat het aandeel

niet-cijferende strategieën bij vermenigvuldigen iets is toegenomen maar bij delen ongeveer gelijk is gebleven. De staartdeling lijkt dus niet te zijn vervangen door het kolomsgewijze delen. Daarvoor in de plaats is juist het antwoorden zonder schriftelijke uitwerking, waarbij leerlingen dus niets op papier schrijven, sterk toegenomen; bij delen in sterkere mate dan bij vermenigvuldigen.



figuur 5: veranderingen in strategie-accuratesse (kans op een goed antwoord) bij vermenigvuldigen en delen in PPO-1997 en PPO-2004: geschatte kansen (op basis van het statistische model) voor een gemiddelde leerling op een gemiddelde opgave

Figuur 5 geeft vervolgens antwoord op de tweede en derde onderzoeksvraag, naar hoe vaak elke strategie het goede antwoord levert (strategie-accuratesse) en of dat veranderd is in de loop van de tijd. Bij vermenigvuldigen zien we dat het cijferen vaker tot het goede antwoord leidt dan niet-cijferende strategieën. Beide schriftelijke strategieën zijn succesvoller dan het rekenen zonder papier te gebruiken. Bij delen zien we een tot op zekere hoogte vergelijkbaar patroon: schriftelijke strategieën zijn (veel) succesvoller dan antwoorden zonder uitwerking. De staartdeling en niet-cijferende strategieën zijn echter ongeveer even succesvol. Los van deze verschillen in accuratesse tussen de strategieën die in beide peilingsjaren gevonden zijn, zien we ook een verandering tussen de peilingsjaren. Elke strategie op zich heeft namelijk aan succes ingeboet, oftewel dezelfde opgave (bijvoorbeeld de voorbeeldopgave uit figuur 2), met dezelfde strategie opgelost (bijvoorbeeld cijferend vermenigvuldigen), leverde in 1997 vaker het goede antwoord dan in 2004.

Samenvattend hebben de secundaire analyses op het materiaal van PPO-1997 en PPO-2004 inderdaad meer inzicht gegeven in de achteruitgang van prestaties bij vermenigvuldigen en delen. Het bleek dat twee verschui-

vingen hieraan hebben bijgedragen. Ten eerste werden succesvollere schriftelijke strategieën minder vaak gebruikt in 2004 dan in 1997, ten koste van een toename in het weinig succesvolle werken zonder schriftelijke uitwerking of notities (dit bleek overigens vooral op het conto van jongens te komen; meisjes waren veel minder geneigd zonder papier te rekenen). Ten tweede bleek elke strategie in succes te hebben ingeboet tussen 1997 en 2004. Dat laatste is een zorgelijke ontwikkeling, waar we helaas weinig grip op kunnen krijgen met het beschikbare materiaal.

3 delen met grotere getallen: gerichte onderzoeken naar de keuze tussen hoofdrekenen en schriftelijk rekenen

Uit de voorgaande resultaten op basis van de PPO's is gebleken dat - vooral bij delen - voor de prestaties het meest relevante onderscheid in oplossingsstrategieën dat tussen schriftelijke strategieën en hoofdrekenen is. Daarom zijn in de volgende twee empirische studies nieuwe gegevens verzameld om de kenmerken van deze strategieën, zoals de verdeling over de opgaven, accuratesse, snelheid, en adaptiviteit van strategiekeuzes, voor de bewerking delen op een meer zuivere manier vast te stellen. Bij het onderzoeken van strategieprestaties bij 'spontane' strategiekeuzes, zoals in PPO, kunnen namelijk vertekeningen door selectie-effecten optreden. Het kan bijvoorbeeld zo zijn dat de staartdeling heel accuraat is gebleken, omdat deze vooral op makkelijke opgaven is toegepast en/of vooral door sterke leerlingen.

Het *choice/no-choice design* (Siegler & Lemaire, 1997) ondervangt deze vertekeningen. Het idee van dit soort onderzoek is dat de leerlingen eerst een set opgaven maken waarbij ze zelf mogen kiezen hoe ze deze oplossen (*choice* conditie), en daarna vergelijkbare sets opgaven verplicht met een bepaalde strategie (de *no-choice* condities): in principe voor elke strategie één conditie. In deze *no-choice* condities kan namelijk voor elke leerling vastgesteld worden hoe goed hij of zij presteert met elke strategie op elke opgave. In mijn promotieonderzoek zijn twee *choice/no-choice* studies naar het verschil tussen hoofdrekenen en schriftelijk rekenen bij delen uitgevoerd: één gedeeltelijk (Hickendorff, Van Putten, Verhelst & Heiser, 2010) en één complete studie (Hickendorff & Fagginger Auer, 2011).

In het eerste onderzoek, het gedeeltelijke *choice/no-choice design*, waren er twee condities: (1) vrije keuze tussen hoofdrekenen en schriftelijk rekenen, en (2) verplicht schriftelijk rekenen. Uit groep 8 maakten 362 leerlingen twee parallelle sets van elk vier deelopgaven (bijvoorbeeld $782 : 32$) onder deze twee condities. In de vrije keuzeconditie waren ook nog vijf

andere deelopgaven opgenomen die makkelijker getalskenmerken hadden (bijvoorbeeld 3240 : 4), en waarvan daarom verwacht werd dat ze uit het hoofd uit te rekenen waren.

Aan de hand van de strategiekeuzes in de vrije keuzeconditie bleken drie subgroepen van leerlingen onderscheiden te kunnen worden: 19 procent rekende voornamelijk uit het hoofd (meer jongens dan meisjes), 43 procent rekende voornamelijk schriftelijk (meer meisjes dan jongens) en 39 procent wisselde van strategie door op de moeilijkere opgaven voornamelijk schriftelijk te rekenen en op de makkelijkeren voornamelijk uit het hoofd. Deze laatste groep leerlingen vertoonde dus een adaptief en flexibel patroon van strategiekeuzes. Opvallend is dat in deze groep vrijwel geen zwakke rekenaars zaten.

Vervolgens zijn de prestaties in beide condities geanalyseerd, uitgesplitst naar de strategiekeuze in de *choice* conditie. Opnieuw blijken spontaan gekozen schriftelijke strategieën succesvoller (gemiddeld 78 procent correct) dan spontaan gekozen hoofdrekenen (gemiddeld 56 procent correct), een patroon vergelijkbaar aan dat in de PPON's. Daarnaast kon worden vastgesteld dat de prestaties van leerlingen die spontaan uit het hoofd rekenden op een bepaalde opgave, met gemiddeld 16 procentpunten verbeterden als ze gedwongen werden schriftelijk te rekenen op de parallelle opgave. Voor leerlingen die in de vrije keuzeconditie al schriftelijk rekenden, had het gedwongen noteren van de uitwerkingen geen positief of negatief effect op de prestaties.

Het blijkt dus dat schriftelijke strategieën succesvoller zijn dan hoofdrekenen, niet alleen in vergelijkingen tussen opgaven en leerlingen, maar ook binnen dezelfde opgave en dezelfde leerling. Een hieruit volgende aanbeveling is dan ook dat leerlingen meer aangespoord moeten worden om tussenuitkomsten of complete berekeningen te noteren bij het oplossen van deelopgaven met grote getallen en kommagetallen, zoals bijvoorbeeld ook is overgenomen in het KNAW-rapport over rekenonderwijs (KNAW, 2009). Deze aanbeveling lijkt vooral van belang voor jongens, die meer geneigd zijn tot hoofdrekenen dan meisjes, en voor zwakke rekenaars, voor wie een groter verschil in accuratesse tussen de twee strategieën is vastgesteld dan voor gemiddelde en betere rekenaars.

Dit gedeeltelijke *choice/no-choice* onderzoek had echter twee tekortkomingen. Ten eerste was er geen conditie waarin de leerlingen verplicht moesten hoofdrekenen, dus we konden de prestaties bij hoofdrekenen niet zuiver vaststellen. Ten tweede was alleen geanalyseerd of het antwoord goed of fout was, maar niet hoe snel de leerling tot het antwoord is gekomen, terwijl de snelheid van een strategie mogelijk een belangrijke rol speelt in de afwegingen welke strategie te gebruiken.

Deze tekortkomingen werden ondervangen in een tweede *choice/no-choice* onderzoek. Uit groep 8 maakten 86 leerlingen drie sets van vier opgaven in drie verschillende condities: de vrije keuzeconditie, de verplicht-hoofd-rekenenconditie en de verplicht-schriftelijk-rekenenconditie. De resultaten lieten zien dat hoofdrekenen vooral gekozen werd omdat het sneller is dan schriftelijk rekenen, terwijl schriftelijk rekenen vooral werd gekozen omdat het accurater is. In dit onderzoek kon ook de adaptiviteit van strategiekeuzes worden vastgesteld: in hoeverre kiest een leerling op een opgave de strategie die voor hem of haar het beste is? Het bleek dat een substantieel deel van de leerlingen niet hun beste strategie - gedefinieerd als de strategie die het snelst tot het goede antwoord leidt - koos.

Opnieuw bleken jongens meer geneigd tot hoofdrekenen dan meisjes. Nieuw is dat we nu konden vaststellen dat meisjes hun strategie meer baseerden op accuratesse, daarmee snelheid negerend. Jongens daarentegen baseerden hun strategiekeuze meer op snelheid dan op accuratesse. Ook het algemene rekenniveau van de leerling bleek van invloed. Boven-gemiddelde rekenaars presteerden beter en waren sneller dan benedengemiddelde rekenaars. Interessanter is dat bovengemiddelde rekenaars hun strategiekeuze zowel aan snelheid als aan accuratesse aanpasten, terwijl benedengemiddelde rekenaars hun keuze op geen van beide componenten baseerden. Bovengemiddelde rekenaars waren dus veel adaptiever (kozen hun strategie slimmer) dan benedengemiddelde rekenaars.

4 de invloed van contexten in rekenopgaven

De onderzoeken beschreven in de voorgaande paragrafen zijn merendeels gebaseerd op rekenopgaven in een realistische context: een meestal verbale beschrijving van een rekenprobleem, vaak aangevuld met een illustratie. Dit type opgaven wordt veel gebruikt in het hedendaagse reken-wiskundeonderwijs en in de rekentoetsen, zoals Cito's Leerling- en Onderwijs Volg Systeem (LOVS) en PPO. De vraag die gesteld kan worden is in hoeverre de dominantie van contextopgaven effect heeft op het toetsen van rekenvaardigheden. Omdat contextopgaven over het algemeen sterk talig zijn, is de rol van het taalniveau van de leerling ook onderzocht. Er zijn twee studies uitgevoerd naar het verschil tussen kale en contextopgaven: de eerste in de onderbouw bij leerlingen in groep 3, 4 en 5, de andere aan het einde van het basisonderwijs bij leerlingen in groep 8. De bevindingen zijn gemengd. In het eerste onderzoek (Hickendorff, in druk; Hickendorff & Janssen, 2009) maakten ruim tweeduizend leerlingen uit de onderbouw van het basisonderwijs naast de reguliere LOVS-taken voor hun jaargroep

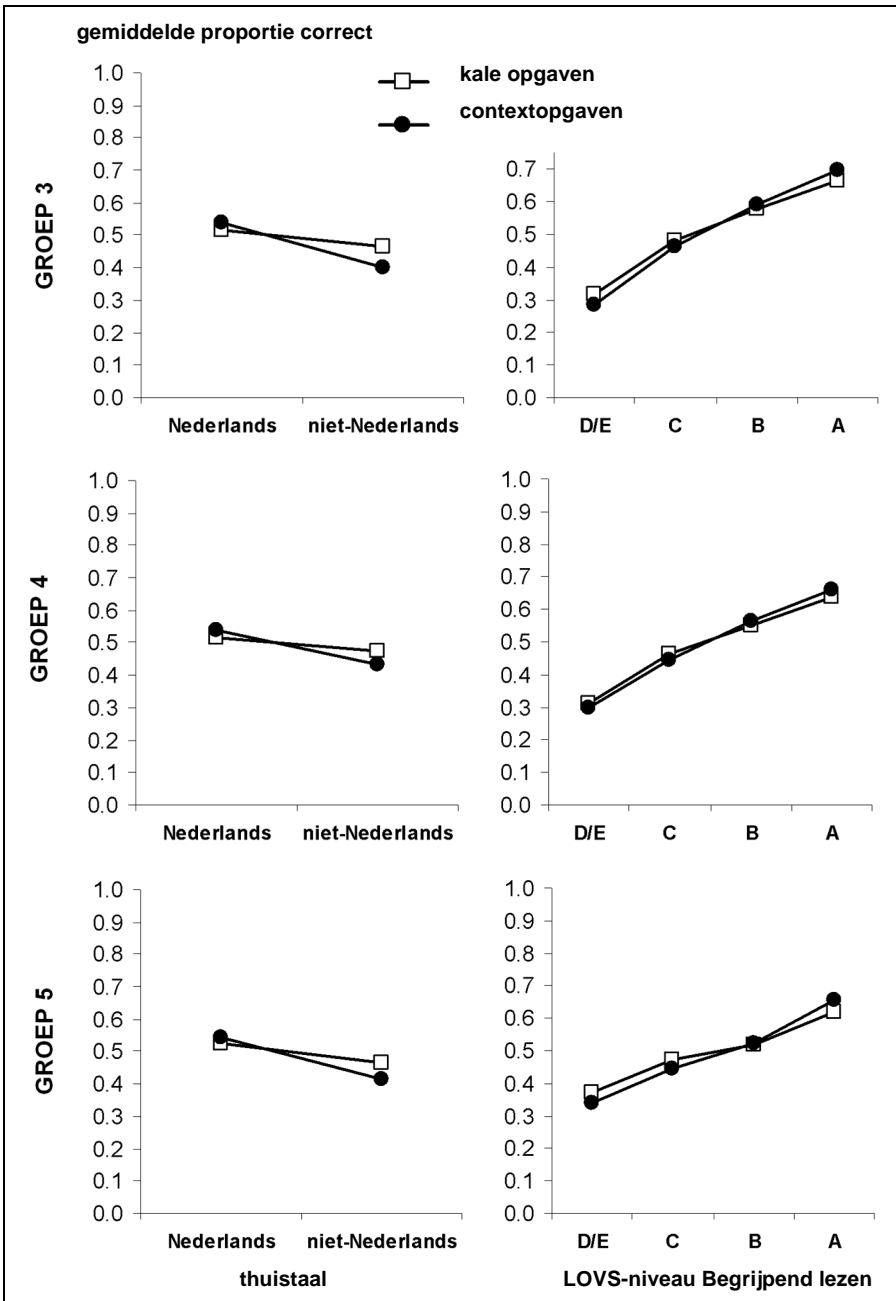
- die voornamelijk uit contextopgaven bestaan - een extra taak met alleen 'kale' getalopgaven.

Het bleek dat twee samenhangende, maar wel verschillende vaardigheden ten grondslag liggen aan het oplossen van deze twee typen opgaven. Dit betekent dat leerlingen die goed zijn in het oplossen van contextopgaven niet direct ook goed zijn in het oplossen van kale opgaven en vice versa. Daarom zou in plaats van een totaalscore een profiel van relatieve prestaties nuttig kunnen zijn voor de leerkracht. De samenhang tussen deze twee vaardigheden lijkt per jaargroep overigens wel toe te nemen. Verder hebben indicatoren van het taalniveau van de leerling (thuis taal en niveau van begrijpend lezen) een verschillend effect op beide vaardigheden, zoals in figuur 6 staat weergegeven. Globaal genomen zijn de effecten van taalniveau groter op het oplossen van contextopgaven dan op kale getalopgaven.

Bijvoorbeeld de prestatieachterstand van leerlingen die thuis geen Nederlands spreken ten opzichte van hun Nederlandstalige klasgenoten is gemiddeld een halve standaarddeviatie op de vaardigheid bij contextopgaven en maar 0,2 standaarddeviatie op de vaardigheid bij kale getalopgaven; een verschil van 0,3 standaarddeviatie. Bij het effect van 'Begrijpend Lezen' treedt een vergelijkbaar patroon op: het verschil tussen A en D/E-leerlingen is ongeveer 0,3 standaarddeviatie groter op de contextopgaven dan op de kale getalopgaven.

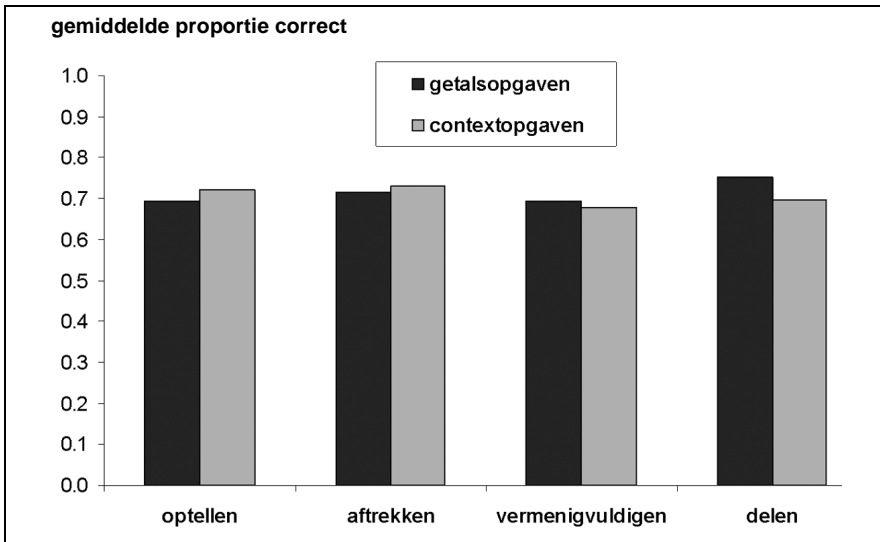
Dit alles betekent, dat meer balans in de toetsen tussen contextopgaven en kale getalopgaven het gat tussen leerlingen die thuis wel of geen Nederlands spreken waarschijnlijk zal verkleinen. Een beperking van deze studie is dat we niet konden vaststellen of een context de opgave moeilijker of makkelijker maakte, omdat de twee typen opgaven niet vergelijkbaar waren qua getalskenmerken.

Daarom is een ander onderzoek (Hickendorff, 2013) verricht waarin dit wel mogelijk was, ditmaal in groep 8. In totaal 685 leerlingen maakten een set opgaven op het gebied van optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen met grote getallen en kommagetallen. Er waren acht paren van opgaven: elk paar bestond steeds uit een contextopgave (ontleend aan PPON) en de kale getalsversie van die opgave: de rekenkundige bewerking, ontdaan van de context. Het effect van contexten is vastgesteld op twee aspecten van probleemoplossen: de prestaties en het strategiegebruik. In tegenstelling tot de onderbouw blijkt er in groep 8 slechts één vaardigheidsdimensie ten grondslag te liggen aan het oplossen van de twee typen opgaven. Dus leerlingen die goed zijn in het oplossen van contextopgaven zijn ook goed in het oplossen van kale opgaven en vice versa; een prestatieprofiel heeft geen toegevoegde waarde.



figuur 6: effecten van thuistaal en niveau van begrijpend lezen op prestatie bij het oplossen van context- en kale opgaven in groep 3, 4 en 5

Verder blijkt dat de contexten de moeilijkheidsgraad van een opgave nauwelijks beïnvloeden: alleen bij de deelopgaven was de opgavevariant met context iets moeilijker dan die zonder (fig.7). Ook de strategiekeuze en de strategie-accuratesse werden niet beïnvloed door de aanwezigheid van een context. Een verdere belangrijke bevinding is dat dit alles gold voor jongens en meisjes, voor leerlingen die thuis Nederlands spreken en zij die een andere taal spreken, en voor leerlingen met een verschillend niveau van begrijpend lezen.



figuur 7: prestaties op kale getal- en contextopgaven in groep 8 naar bewerking

Samenvattend zijn dus in groep 8 nauwelijks tot geen effecten gevonden van de aanwezigheid van contexten in rekenopgaven op verschillende aspecten van het probleemoplossen. Dit is tegenstelling tot de verwachtingen op basis van de resultaten uit het onderzoek in de onderbouw, en ook tot vaak gehoorde overtuigingen. De twee onderzoeken gecombineerd wijzen in de richting dat de invloed van contexten in rekenopgaven in de loop van de basisschooltijd afneemt en zelfs verdwijnt.

5 afsluiting

Mijn proefschrift bevat zes relatief grootschalige empirische studies naar hoe Nederlandse basisschoolkinderen rekenen in het hedendaagse rekenonderwijs. Samenvattend kunnen we de volgende conclusies trekken.

- Een deel van de prestatiedaling tussen PPON-1997 en 2004 bij vermenigvuldigen en delen kan toegeschreven worden aan de toename van rekenen zonder uitrekenpapier te gebruiken. Dit lag vooral aan de jongens. Daarnaast was er een prestatiedaling binnen elke oplossingsstrategie: een zorgelijke ontwikkeling die we niet goed kunnen verklaren.
- Hoofdrekenen op dit soort deelopgaven met grotere en/of kommagetalen is weliswaar sneller dan schriftelijk rekenen, maar leidt minder vaak tot het goede antwoord. (Hernieuwde) aandacht voor het efficiënt noteren van een berekening of tussenstappen lijkt dus zinvol, zeker voor de zwakkere rekenaars.
- Het effect van talige contexten lijkt af te nemen naarmate kinderen ouder worden. In groep 8 werd er geen verschil meer gevonden tussen contextopgaven en kale getalopgaven, ook niet voor leerlingen die thuis geen Nederlands spreken.

Deze conclusies geven een empirische onderbouwing voor uitspraken over de rekenvaardigheid van leerlingen. Ze zijn natuurlijk niet het definitieve antwoord: vervolgonderzoek blijft nodig. Zo is de Universiteit Leiden opnieuw een samenwerking met Cito aangegaan, nu om de oplossingsstrategieën bij vermenigvuldigen en delen in PPON-2011 in kaart te brengen en meer gegevens over de instructie van de leerkracht te kunnen analyseren. De eerste resultaten zijn reeds besproken in het nieuwste PPON-rapport (Fagginger Auer e.a., 2013). Wordt vervolgd!

literatuur

- Fagginger Auer, M.F., C.M. van Putten & M. Hickendorff (2013). Strategiegebruik bij het oplossen van vermenigvuldig- en deelopgaven. In: F. Scheltens, B. Hemker & J. Vermeulen, (red.). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 5*. Arnhem: Cito, 157-168.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den, K. Buys & A. Treffers (eds.) (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen annex leerlijnen: Hele getallen bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Hickendorff, M. (2011). *Explanatory latent variable modeling of mathematical ability in primary school. Crossing the border between psychometrics and psychology*. Universiteit Leiden (proefschrift).
- Hickendorff, M. (2013). The Effects of Presenting Multidigit Mathematics Problems in a Realistic Context on Sixth Graders' Problem Solving. *Cognition and Instruction, 31*, 1-31.
- Hickendorff, M. (in druk). The language factor in assessing elementary mathematics ability: Computational skills and applied problem solving in a multidimensional IRT framework. *Applied Measurement in Education*.
- Hickendorff, M. & M.F. Fagginger Auer (2011). *Solution strategies and adaptivity in complex division: A choice/no-choice study*. Hoofdstuk 5 in Hickendorff (2011).
- Hickendorff, M., W.J. Heiser, C.M. van Putten & N.D. Verhelst (2009). Solution strategies and achievement in Dutch complex arithmetic: Latent variable modeling of change. *Psychometrika, 74*, 331-350.
- Hickendorff, M. & J. Janssen (2009). De invloed van contexten in rekenopgaven op de prestaties van basisschoolleerlingen. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 28*(4), 3-11.
- Hickendorff, M., C.M. van Putten, N.D. Verhelst & W.J. Heiser (2010). Individual differences in strategy use on division problems: mental versus written computation. *Journal of Educational Psychology, 102*, 438-452.
- Janssen, J., F. van der Schoot & B. Hemker, B. (2005). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. Arnhem: Cito.
- KNAW. (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: KNAW.
- Putten, C.M. van & M. Hickendorff (2006). Strategieën van leerlingen bij het beantwoorden van deelopgaven in de periodieke peilingen aan het eind van de basisschool van 2004 en 1997. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 25* (2), 16-25.
- Putten, C.M. van & M. Hickendorff (2009). Peilstokken voor Plasterk: Evaluatie van rekenvaardigheid in groep 8. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek, 48*, 183-194.
- Scheltens, F., B. Hemker & J. Vermeulen (2013). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 5*. Arnhem: Cito.
- Siegler, R.S. & P. Lemaire (1997). Older and younger adults' strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology: General, 126*, 71-92.
- Schoot, F. van der (2008). *Onderwijs op peil? Een samenvattend overzicht van 20 jaar PPON*. Arnhem: Cito.

