

MODELGEBRUIK IN REKENMETHODEN*

K. Doesburg, OBC Eindhoven

1. INLEIDING

'Het ordenen en structureren van de werkelijkheid als één van de doelstellingen van vernieuwd rekenonderwijs, is pas een zinvol doel als kinderen instrumenten in handen krijgen om dat te kunnen. Om voor zichzelf die wereld voor te stellen, te vereenvoudigen. Modellen zijn middelen om dat te doen' (Krabbendam, 1981).

Rekenmethoden als Operator Rekenen (O.R.), Taltaal (Tt) en Wereld in Getallen (Wi.G.) zijn voorbeelden van leergangen die zich kenmerken door een veelvuldig gebruik van allerlei modellen. Het is om deze reden dat ze m.b.t. modelgebruik nader worden beschouwd.

Er wordt een aantal aandachtspunten geformuleerd die als kijkwijzer hebben gefunctioneerd bij de analyse van bovengenoemde methoden.

Binnen dit bestek is het niet mogelijk alle aandachtspunten uitvoerig en systematisch onder de loupe te nemen. Gekozen is voor het formuleren van een aantal bevindingen. Het was eveneens noodzakelijk beperkingen op te leggen vooral wat betreft de verscheidenheid aan modellen. Gekozen is voor de getallenlijn, het honderdveld en de abacus.

Vooraleer hiermee wordt begonnen worden ter verduidelijking van het begrip model het machientjesmodel, het autobusmodel en het model van de getallenlijn belicht vanuit de mathematiserende functie, het voorkomen van eigenschappen en relaties en mogelijkheden tot ondersteuning van het leerproces.

2. MODELLEN IN HET REKEN/WISKUNDIGE ONDERWIJS

Ten behoeve van het creëren van een kader van waaruit bovenbedoelde aandachtspunten worden beschouwd is het interessant twee verschillende gezichtspunten met elkaar te vergelijken:

Uit Wiskobaspublicaties (de Moor en Treffers, 1980; Wijdeveld 1980) valt te destilleren dat het bij modellen gaat om het zichtbaar maken van eigenschappen en relaties van een bepaald probleemgebied. Vanuit de fundamentele opvatting dat mathematiseren eerst en vooral als een mense-

*Met dank aan Tom van de Goor, consulent rekenonderwijs OBC Eindhoven.

lijke aktiviteit dient te worden gezien gaat het er bij Wiskobas nog meer om dat kinderen hulp ondervinden bij hun leerproces. Modellen wordt een organiserende functie toebedacht: naast termen als ordenen, sruktureren, concretiseren en schematiseren, wordt gesproken over een denk- en zoekfunctie, een steun bij het uitrekenen. Deze mathematisch-didactische benadering van modelgebruik is herkenbaar in de Wiskobas-omschrijving van een model: mits de ondersteuningsfunctie verwezenlijkt wordt kan elke verschraalde voorstelling van de werkelijkheid dienst doen als model (Wijdeveld, 1980).

Het tweede gezichtspunt is te vinden bij Nelissen (Nelissen, 1980), wanneer hij in een uiteenzetting over de theorie van Gal'perin de term 'materialiseren' expliciteert. De functie van een model wordt afgeleid vanuit de mogelijkheid wetmatigheden en principes te vinden. Uitgaande van het primaat van de leerstofanalyse vormen wetmatigheden en principes de bouwstenen voor een model. Via manipulatie met het model, verkortingen door herstrukturering op grond van eigenschappen, dienen gewenste abstrakties te worden verwezenlijkt. Het gaat daarbij om handelingen, welke bewuste handelingen dienen te zijn.

De vraag is nu of en in hoeverre materiaal en/of een schematisering voor een model kan doorgaan wanneer vanuit beide visies naar modellen wordt gekeken.

De criteria zijn dan:

- mate van mathematiseringsmogelijkheden: de organiserende functies van een model
- aanwezigheid van relevante eigenschappen en relaties binnen een probleemgebied en in het verlengde daarvan de mogelijkheid tot het vinden van wetmatigheden en principes van de leerstof
- mogelijkheden om bewuste denkhandelingen te kunnen oproepen: algemener: wijze waarop de abstrakties kunnen worden gerealiseerd (Hoewel als aparte criteria vermeld bestaat er wel degelijk een samenhang tussen het eerste en derde criterium).

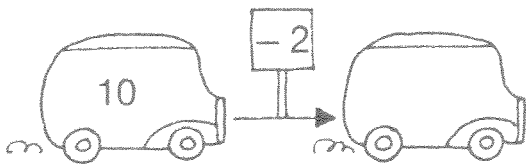
Op beknopte wijze wordt hier nu op ingegaan aan de hand van het machientjesmodel, het busmodel en de getallenlijn: drie modellen die in genoemde rekenmethoden worden gepresenteerd.



Vanuit het idee dat een model een brug slaat tussen werkelijkheid en formule, kan van het machientjesmodel gezegd worden dat de weg wordt afgelegd in omgekeerde richting: het is eigen-

lijk toegepast rekenen. Met het model valt weinig te manipuleren; een verdergaande schematisering is niet mogelijk. Het machientje biedt nauwelijks geen reflectiemogelijkheden: geen controle mogelijkheden op leerprocessen, geen visualisatie van denkhandelingen. Sterker nog: het machientje voert handelingen uit die niet te volgen zijn. Zo'n indruk wordt nog versterkt door een zeer onoverzichtelijke afbeelding van een machine als in W.i.G. of door de suggestie het machientje te laten doorgaan voor een computer als in O.R.

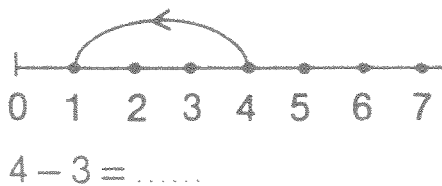
Een machientje kan allerlei bewerkingen uitvoeren: optellen, vermenigvuldigen, enz. Eigenschappen als $5 \times 6 = 6 \times 5$ zijn er echter niet zichtbaar mee te maken.



Het autobusmodel appeleert aan een stukje werkelijkheid die kinderen vertrouwd is. Een verdergaande schematisering via herstructurering in de vorm van haltes naar pijlentaal naar formules behoort eveneens tot de voordelen van het model.

Een voorbeeld hiervan is te vinden in W.i.G. Het autobusmodel heeft een vaste associatie met een afgebakend stukje werkelijkheid. Hieruit vloeit voort dat een begrip als optellen enkel en alleen maar instappen-van-passagiers kan betekenen.

Naast deze eensporige benadering kunnen eigenschappen van optellen in relaties tot aftrekken en vermenigvuldigen niet zichtbaar gemaakt worden. De dynamiek van het gebeuren rond de autobus is gemakkelijk voorstelbaar. Dat hoeft geen voordeel te zijn. De kans is aanwezig dat leerlingen passagiers een voor een laten in- en uitstappen en moeilijk tot verkortingen kunnen komen. Daar komt bij dat onderwijsgevenden de verrichte handelingen aan de buitenkant kunnen waarnemen. Het autobusmodel biedt nauwelijks diagnostische informatie; reflectie op denkhandelingen wordt bemoeilijkt, omdat deze in het model niet kunnen worden gevisualiseerd.



In tegenstelling tot het autobus- en machientjesmodel heeft de getallenlijn geen verbondenheid met een stukje werkelijkheid of een beleevingswereldje. Hierdoor wordt het mogelijk een breedsporige invulling te geven van een begrip.

Zo kan worden opgetekend dat 'optellen' betekent het verzamelen van noten, het instappen van passagiers, het aankomen vliegen van vogels, het winnen van knikkers, enz. Een uitwerking hiervan is te vinden in Tt.

Een breed toepassingsgebied als bij de getallenlijn laat de organiserende functie van het model goed uitkomen. Gewenst is wel dat leerlingen worden georiënteerd op de toegepaste reducties van de werkelijkheid en op de verschillende verschijningsvormen van het model. Dit nu doet geen van de drie genoemde rekenmethoden. Blijkbaar gaat men er van uit dat leerlingen koppelingen van werkelijkheid/context naar model en ook van model naar symbolentaal spontaan oppakken. Dit zal in veel gevallen ook zo zijn, maar de vraag is of leerlingen die juist de hulp van modellen zo broodnodig hebben dat zullen doen.

Wetmatigheden, eigenschappen en relaties zijn op de getallenlijn zichtbaar te maken: commutatieve wet van de optellen en vermenigvuldiging, de gelijkenis tussen tafelprodukten en herhaald optellen, optellen als tegengestelde bewerking van aftrekken e.a.

Denkhandelingen zijn zichtbaar te maken: reflekties en controle op handelingen worden erdoor vergemakkelijkt. Via een verdergaande verschraling-minder streepje, minder getallen- kunnen verkortingen worden gestimuleerd.

De conclusie dringt zich op dat in die mate waarin een model kan voldoen aan eerder genoemde criteria er sprake is van een denkmodel.

3. AANDACHTSPUNTEN BIJ DE ANALYSE

- . mate waarin een model de brugfunctie vervuld van werkelijkheid/context naar abstrahering/symbolisering
- . de wijze waarop een model ingebed is in de leerstofopbouw
- . aanwijzingen die onderwijsgevenden in de handleiding krijgen voor het opzetten en inrichten van onderwijsleersituaties
- . uitwerking van modelgebruik in reken- en werkboekjes
- . oriëntaties die leerlingen krijgen ter ondersteuning en optimalisering van hun leerproces
- . uitwerking van het modelgebruik consistent met uitgangspunten van de methode
- . mate waarin gebezigde uitgangspunten optimaal modelgebruik mogelijk maken.

4. BEVINDINGEN

Gezien de noodzaak van een beperkte uiteenzetting is gekozen voor enkele opmerkingen die zijn opgeschreven in termen van overeenkomsten en verschillen aangaande modelgebruik in de drie rekenmethoden.

Voor wat betreft de Brugfunctie die modellen kunnen vervullen presenteert Tt. aantrekkelijke en rijke wereldjes, m.n. in leerjaar 1. Contexten hebben een uitnodigend karakter en lenen zich voor problematisering van de leerstof. De wereldjes in W.i.G. zijn strikt voorgestructureerd en geschematiseerd: mathematiseren als organiserende activiteit is voor de leerlingen al teveel weggenomen. Dit geldt in een nog sterkere mate voor O.R.

Bij de introductie van de getallenlijn in W.i.G. en O.R. is gekozen voor een waarneembare gelijkenis tussen de verschijningsvorm van het model en de context: respektievelijk een sportladder en een streep met cijfers waarop je het aantal stappen bij een spelletje kunt aflezen. De vraag is of een dergelijke presentatie een verdergaande abstrahering en generalisatie bevordert of belemmert. Bestaat het bezwaar dat nadelige interferenties optreden bij toepassing van de getallenlijn in totaal andere wereldjes waarin ook een ander aspect van het getalbegrip behandeld wordt?

Voor W.i.G. valt nog op te merken dat leerlingen met een hoge frequentie oefeningen maken op modellen. De indruk wordt gewekt dat beheersing van die oefeningen in de plaats wordt gesteld van de brugfunctie van een model. Modellen zijn dan niet meer een middel tot maar een doel op zichzelf. Ook de inbedding van modellen in de leerstofopbouw vertoont verschillen tussen de rekenmethoden. Zo benadrukt Tt. het hoeveelheidsaspect van getallen bij de getallenlijn en gebruiken W.i.G. en O.R. dit model hoofdzakelijk om te tellen. Het honderdveld wordt in Tt. geïntroduceerd nadat een gestructureerd getalbegrip tot en met 20 en bijbehorende automatismen zijn behandeld. Opgaven als 84-6 worden geacht te worden opgelost naar analogie van het automatisme 14-6. Voorafgaand aan het honderdveld zijn leerlingen intensief bezig geweest met posities: 145 wordt niet gelezen als 'honderdvijfenveertig' maar als 1 streng-4 groepen-5 lossen.

De opbouw in het getallensysteem in W.i.G. kenmerkt zich doordat op concreet niveau structuren tot 100 aan de orde komen ná het honderdveld. Behalve dat geen werk wordt gemaakt van een gestructureerd getalbegrip

van 11 t/m 20 gaan bewerkingen-tot-100 via pijlentaal en formulesommen aan het honderdveld vooraf.

Evenals in W.i.G. wordt ook in O.R. beheersing van automatismen tot 10 geacht te zijn gerealiseerd voordat het honderdveld wordt geïntroduceerd. Bewerkingen over het tiental heen ($76 + 8$) worden opgelost met een toewerken naar het 'mooie tiental'. Voorafgaande aan het honderdveld worden leerlingen met O.R. georiënteerd op tientaligheid.

De drie rekenmethoden hebben gemeen dat aanwezige voorkennis niet in dienst wordt gesteld van het werken met het honderdveld.

De handleidingen bieden de onderwijsgeevenden weinig ondersteuning voor het opzetten en inrichten van onderwijsleersituaties. Geen diagnostische informatie over de mogelijkheid rekening te houden met observatiegegevens of over de betekenis van verscheidene oplossingsstrategieën. De rekenmethoden gaan er vanuit dat kinderen op verschillende manieren tot een antwoord kunnen komen. Over de didactische en klasseorganisatorische maatregelen die dan zijn te nemen, staat in de handleidingen niets te lezen.

W.i.G. staat voor leerlingen te laten kiezen voor dat model wat het beste bij hen past. Het voorbereiden en maken van die keuzes wordt niet vanuit de methode ondersteund. Het progressief schematiseren staat als achtergrondinformatie in de handleidingen. De onderwijsgevende dient bij de didactische vormgeving helemaal op zichzelf te kunnen vertrouwen. In de oefenboekjes staan de opgaven, die door een specifieke presentatie van opklimmende moeilijkheid ook via de methodiek van het progressief compliceren zou kunnen worden onderwezen!?

Verschillende aanpakken binnen eenzelfde model probeert Tt. te realiseren door deze weer te geven in de leerlingenboekjes. De leerlingen kunnen een keuze maken uit het aanbod. Behalve dat leerkrachten zelf dienen te bepalen hoe hier mee om te gaan, worden bepaalde aanpakken met zachte hand afgedwongen, wanneer leerlingen een bepaald eindniveau dienen te behalen. In de werkboekjes is deze differentiatievorm eveneens moeilijk te realiseren gezien het sterk programmatische karakter van de opdrachten.

Door de sterk voorschrijvende wijze waarop onderwijsgeevenden hun instructie dienen te verzorgen en het gesloten karakter van de bewerkingsopdrachten in de werkboekjes is een differentiatie naar oplossingsmethoden binnen O.R. een welhaast onmogelijke zaak geworden.

De auterus van de drie genoemde methoden hebben pogingen in het werk gesteld modellen een functie te laten vervullen in het onderwijsleerproces.

Hoewel dit te prijzen valt, kunnen wij ons niet aan de indruk onttrekken dat zij in het huidige stadium van de theorievorming aangaande de te onderscheiden modellen veel moeite gehad hebben met de methodisch-didaktische uitlijning.

Wellicht dat op dit moment er nog te weinig onderzoeksgegevens voorhanden zijn om deze op een verantwoorde en uitgebalanceerde wijze te kunnen vertalen in een reken/wiskunde methode.

Literatuur:

Krabbendam, H, Vernieuwing reken/wiskundeonderwijs
Maggezien, 1981, 4, 36-42

Nelissen, J, De theorie van Gal'perin in discussie
Pedagogische Studieën, 1980, 7/8, 305-321.

Moor, E. de, en Treffers, A, Overzichten en beschouwingen
Wiskobas-bulletin, 1980, 6, 73-75

Wijdeveld, E, Matematiseren: een didaktisch denkmodel
Wiskobas-bulletin, 1980, 6, 31 en 42-43.