
Instructie in het reken-wiskunde- onderwijs

- aanzet tot een werkkader - ¹

K. Buijs
SLO, Enschede

1 inleiding

Er is de laatste jaren in toenemende mate aandacht voor processen van kwaliteitsverbetering en opbrengstverhoging van het reken-wiskundeonderwijs in Nederland. In het kader daarvan gaat de aandacht ook uit naar een van de meest cruciale aspecten van het reken-wiskundeonderwijs, namelijk het geven van instructie. Dit artikel sluit aan bij deze processen en beoogt een aantal zaken met betrekking tot goede rekeninstructie te analyseren en op een rij te zetten. Op basis daarvan wordt een voorstel gedaan voor een werkkader dat leerkrachten in staat kan stellen om de eigen instructievaardigheid verder te verbeteren.

Dit artikel start met een beschrijving van de wijze waarop het geven van rekeninstructie zich in de afgelopen decennia mede onder invloed van de opkomst van de realistische onderwijsbenadering heeft ontwikkeld in de richting van wat kortweg interactieve rekeninstructie wordt genoemd. Er wordt een viertal grondvormen van interactieve instructie onderscheiden die door Nelissen (1992a) zijn geïntroduceerd en die als een afspiegeling beschouwd kunnen worden van de grote variëteit aan instructievormen die zich heeft ontwikkeld. Beschreven wordt verder hoe dit idee van interactieve instructie recentelijk ook in de visie van de PO-raad (Opbrengstgericht werken) een centrale plaats inneemt.

Om de stand van zaken in de huidige onderwijspraktijk scherper in beeld te krijgen, wordt vervolgens verslag gedaan van een beknopte studie die werd uitgevoerd in het kader van het SLO-project 'Beter met Rekenen'. In deze studie werd nagegaan hoe drie ervaren leerkrachten hun instructie in de praktijk gestalte geven en welke opvattingen daaraan ten grondslag liggen. Vastgesteld wordt dat deze opvattingen goed overeenkomen met het idee van interactieve instructie en dat deze leerkrachten evenals veel andere leerkrachten die daarover werden bevraagd, ieder op hun eigen manier gestalte proberen te geven aan deze wijze van instructie geven.

Aan de hand van een gezamenlijke analyse van de op video opgenomen instructieactiviteiten van deze leerkrachten wordt tenslotte een vijftal componenten geïdentificeerd van een mogelijk werkkader voor goede rekeninstructie. Dit betreft componenten die leerkrachten in het achterhoofd kunnen houden bij het voorbereiden, geven en evalueren van instructieactiviteiten en die beschouwd kunnen worden als een soort didactische parameters waarlangs de eigen instructievaardigheid zich steeds verder kan ontwikkelen.

Instructie is als vakinhoudelijk aandachtsgebied binnen het reken-wiskundeonderwijs een enigszins onderbelicht terrein, waarover door de jaren heen niet veel gepubliceerd is. Toch heeft zich in de wijze waarop het geven van instructie in de praktijk plaatsvindt, een tamelijk ingrijpende wijziging voorgedaan. Kort gezegd komt deze erop neer dat instructie in de vorm van uitleggen geleidelijk aan heeft plaatsgemaakt voor een meer interactieve vorm van instructie waarbij de inbreng van de leerlingen een centralere plaats inneemt en waarbij de leerkracht aansluiting zoekt bij de eigen, informele noties en strategieën van leerlingen. Op zich biedt deze laatste instructievorm waardevolle mogelijkheden voor het creëren van kwalitatief hoogwaardig reken-wiskundeonderwijs. Het uitvoeren van zulke instructie vraagt echter wel een flinke hoeveelheid vakinhoudelijke kennis en *knowhow* van leerkrachten. Dit betreft bijvoorbeeld:

- Kennis van informele noties en strategieën van leerlingen;
- Inzicht in doorlopende leerlijnen en daarbij te hanteren (tussen)doelen;
- Behendigheid in het 'interactief navigeren' waarbij op basis van de inbreng van de leerlingen beoogde werkwijzen, relaties of eigenschappen helder over het voetlicht worden gebracht.

Nu er de laatste jaren veel tijd en energie gestoken wordt in processen van kwaliteitsverbetering en opbrengstverhoging van het reken-wiskundeonderwijs, lijkt het aan te bevelen om juist aan dit onderbelichte gebied de nodige aandacht te schenken en na te gaan wat essentiële kenmerken van goede rekeninstructie zijn. En tevens om vast te stellen hoe de *knowhow* daaromtrent bij leerkrachten mogelijk versterkt kan worden. Daarbij lijkt het aan te raden om het oor ook bij leerkrachten zélf te luisteren te leggen en na te gaan hoe zij hun instructie in de praktijk gestalte geven. Voornaamste doel van dit artikel is dan ook om te beschrijven hoe het geven van instructie zich de afgelopen decennia in grote lijnen heeft ontwikkeld, in kaart te brengen wat daarbij zoal bekend is geworden over goede rekeninstructie en om, mede op basis van wat leerkrachten zelf daarover te melden hebben, een voorstel voor een werkkader voor goede rekeninstructie² te schetsen.

2 de klassieke vorm van instructie geven: uitleggen

De klassieke vorm van instructie geven kan in één woord gekarakteriseerd worden als 'uitleggen': de leerkracht doet uit de doeken hoe een bepaalde procedure (zoals het cijferend aftrekken) in z'n werk gaat of hoe een bepaalde relatie (zoals de gelijkwaardigheid van breuken) in elkaar zit, en de leerlingen proberen zo goed mogelijk om deze procedure of relatie te begrijpen en na te volgen. Kenmerkend voor deze instructievorm is de vaste rolverdeling tussen leerkracht en leerlingen waarbij de leerkracht leiding geeft en de weg wijst terwijl de leerlingen vooral de rol hebben van 'navolgers'. Dat wil niet zeggen dat deze laatsten helemaal geen inbreng hebben. Veelal stelt de leerkracht vragen waarop de leerlingen reageren en waarbij ze aangeven in hoeverre ze het begrepen hebben. Maar deze inbreng staat vooral in dienst van het verder verhelderen van de beoogde rekenprocedure of -relatie - het is niet bedoeld om eigen ideeën te lanceren of eigen oplossingswijzen naar voren te brengen. Uiteraard zijn bij het uitleggen allerlei persoonlijke inkleuringen en varianten mogelijk. Hierbij kan geappelleerd worden aan het inzicht van de leerlingen, bijvoorbeeld doordat concreet materiaal gebruikt wordt, zoals eierdozen of een schema zoals het honderdveld om te verduidelijken hoe de decimale structuur van de getallen benut kan worden om het optellen over de 10 of het aftrekken tot 100 efficiënt uit te voeren.



figuur 1: voorbeeld van een traditioneel instructiemoment waarbij wordt uitgelegd hoe de opgave $82 - 44$ kan worden uitgerekend via een vorm van splitsen

In de vakliteratuur zijn veel voorbeelden te vinden van lesbeschrijvingen waarin deze instructievorm gepraktiseerd wordt. Zie het voorbeeld in figuur 1, afkomstig uit de publicatie 'Zo rekt Nederland' (Van den Heuvel-Panhuizen & Goffree, 1986). Hoewel dit nooit systematisch is onder-

zoekt, lijkt het aannemelijk dat uitleggen tot ver in de jaren negentig in Nederland (en veel andere landen) de dominante instructievorm is geweest. En zoals hieronder besproken zal worden, is uitleggen in sommige gevallen nog altijd een veelgebruikte en waardevolle manier van instrueren.

3 opkomst van meer interactieve instructievormen

In de laatste decennia van de vorige eeuw deed zich zoals bekend een tamelijk ingrijpende verandering in Nederland voor door de introductie van de realistische onderwijsbenadering (Treffers, 1987; Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1994). Gaandeweg veroverden realistische reken-wiskundemethodes een dominante positie. Daarmee evolueerde het aloude traditionele rekenonderwijs steeds meer in een richting waarbij andere leerstofinhouden, andere leerdoelen en andere didactische werkwijzen het gezicht van het onderwijs mede gingen bepalen. Zo deden meetactiviteiten en meetkundige activiteiten hun intrede (fig.2).



figuur 2: voorbeeld van een typerende meetkundige activiteit rond het bouwen met blokjes en het construeren van plattegronden met hoogtegetallen (Wijdeveld, 1973)

Ook werd het belang van het eigen denken en redeneren van de leerlingen in toenemende mate benadrukt, van het zelf oplossen van problemen door de leerlingen, en van het beargumenteren waarom zo'n oplossing al dan niet correct is. Er kwam aandacht voor typerende activiteiten zoals schematiseren, visualiseren en modelleren terwijl het leerproces steeds meer werd ingericht als een proces van voortgaande schematisering en niveauverhoging (Treffers, 1987). Met deze ontwikkeling werd het uitleggen als

instructievorm minder overheersend. De rol van de leerkracht verschoof in de richting van begeleider van leerprocessen (*guided reinvention*, Freudenthal, 1991), en het primaat voor het leerproces kwam meer bij de leerlingen te liggen. De leerkracht werd geacht dat proces te voeden door de leerlingen geschikte probleemsituaties voor te leggen, de door hen gevonden oplossingen te bespreken en door in deze bespreking bepaalde beoogde werkwijzen of verkortingen naar voren te laten komen. In de praktijk voltrok dit veranderingsproces zich overigens maar zeer geleidelijk. Leerkrachten bleven in aanzienlijke mate vasthouden aan meer traditionele instructiewijzen, ondanks het feit dat ze met een realistische methode werkten. Het MORE-onderzoek (Gravemeijer, Van den Heuvel-Panhuizen, Van Donselaar, Ruesink, Streefland, Vermeulen, Te Woerd & Van der Ploeg, 1994) bracht bijvoorbeeld aan het licht dat het aloude 'hengelen' naar goede antwoorden nog altijd een populair didactisch hulpmiddel was. Een en ander had waarschijnlijk ook te maken met het feit dat de verschillende leergangen in methodes, alsmede de samenhang daartussen, niet altijd even goed waren uitgewerkt (Feijs, De Jong, De Moor, Streefland & Treffers, 1987) en dat leerkrachten zich soms enigszins aan hun lot overgelaten voelden bij het vormgeven van het onderwijs. Gedeeltelijk is dit probleem inmiddels ondervangen doordat bijgestelde en verbeterde versies van methodes zijn uitgekomen. Maar nog altijd is er in de praktijk naar alle waarschijnlijkheid sprake van een grote variëteit aan mengvormen van meer traditionele en meer realistische manieren van instructie geven. In een van de weinige vakpublicaties gericht op het specificeren van het soort van instructie dat past bij de realistische onderwijsbenadering, maakt Nelissen (1992a) onderscheid in een viertal basisvormen die als volgt getypeerd kunnen worden:

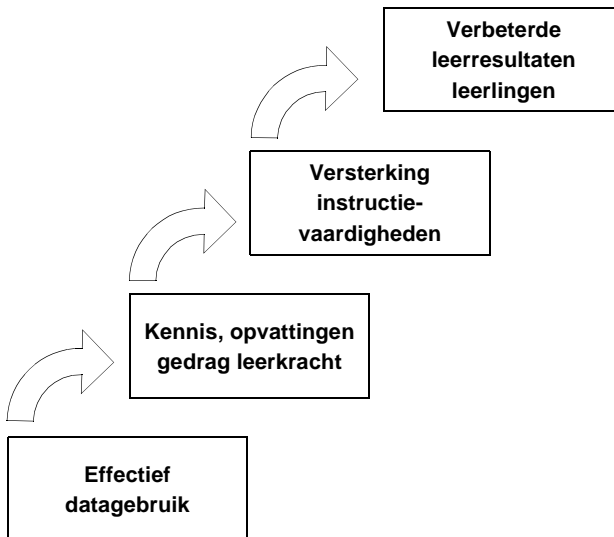
- 1 Gerichte uitleg.
- 2 Het leergesprek.
- 3 De verdiepende instructie.
- 4 De oriënterende instructie.

De eerste vorm, de gerichte uitleg, komt overeen met wat hierboven de klassieke instructievorm werd genoemd: de leerkracht zet uiteen hoe een bepaalde procedure (of een bepaalde stap daarbinnen) in z'n werk gaat, en de leerlingen proberen deze zo goed mogelijk te begrijpen en na te volgen. Bij de tweede vorm is sprake van meer inbreng van de leerlingen doordat de leerkracht het vertrekpunt kiest in wat al eerder is behandeld. Op basis daarvan wordt vervolgens gericht aangestuurd op het aanleren van een bepaalde strategie of procedure. Bij de derde vorm wordt eveneens gestart vanuit wat de leerlingen zich reeds hebben eigen gemaakt. Maar de inbreng van de leerlingen is nu wezenlijker doordat ze geacht worden zelf

oplossingen voor problemen te bedenken en doordat deze oplossingen als basis fungeren om tot een zekere niveauverhoging of verkorting te komen. Niet alle leerlingen hoeven daar meteen even ver mee te komen. De bedoeling is vooral dat het perspectief op de beoogde niveauverhoging geopend wordt en dat de leerlingen gelegenheid hebben om daar op hun eigen manier greep op te krijgen. Bij de vierde vorm tenslotte, de oriënterende instructie, is veelal sprake van een breed uitwaaiende uitwisseling van ideeën over wat de leerlingen al van een betrekkelijk nieuw onderwerp afweten of over hoe je een bepaald relatief nieuw type problemen zou kunnen aanpakken (Nelissen, 1992b).

4 opbrengstgericht werken

In het kader van het streven naar verdere kwaliteitsverbetering van het reken-wiskundeonderwijs, is er recentelijk in toenemende mate aandacht voor goede rekeninstructie. Met name door de PO-raad werd in het kader van het door OCW gelanceerde thema 'Opbrengstgericht werken' (OCW, 2007) nadrukkelijk aandacht voor goede rekeninstructie gevraagd.



figuur 3: schematische voorstelling van de fasering die door schoolteams in het kader van een rekenverbetertraject doorlopen kan worden (Gelderblom, 2010)

Daarbij werd een fasering met een viertal stappen onderscheiden die door schoolteams in het kader van rekenverbetertrajecten doorlopen kunnen worden om tot kwaliteitsverbetering en hogere leeropbrengsten te komen (fig.3; Gelderblom, 2010).

De eerste stap van deze fasering, 'effectief datagebruik', is gericht op het analyseren van de bestaande leeropbrengsten op een school, zowel wat betreft toetsresultaten als strategiegebruik en attitude (plezier in het rekenen) van leerlingen. De tweede stap richt zich op versterking van de vakinhoudelijke kennis van de leerkrachten, bijvoorbeeld met betrekking tot doorlopende leerlijnen, de rol van centrale contexten en modellen, en de plaats van het oefenen en automatiseren. Bij de derde stap komt het versterken van de benodigde instructievaardigheden centraal te staan. En bij de vierde stap dient dit alles uiteindelijk uit te monden in het realiseren van hogere leeropbrengsten.

In een van de 'kwaliteitskaarten' die eveneens door de PO-raad zijn ontwikkeld om het proces van verdere professionalisering van leerkrachten te ondersteunen, wordt een toelichting gegeven op de wijze waarop effectieve rekeninstructie in de klas gestalte kan krijgen. Daarbij wordt een aantal aandachtspunten beschreven die kort samengevat op het volgende neerkomen (Bloemendaal, Cijvat, Gelderblom, Smoors & Sprankel, 2009).

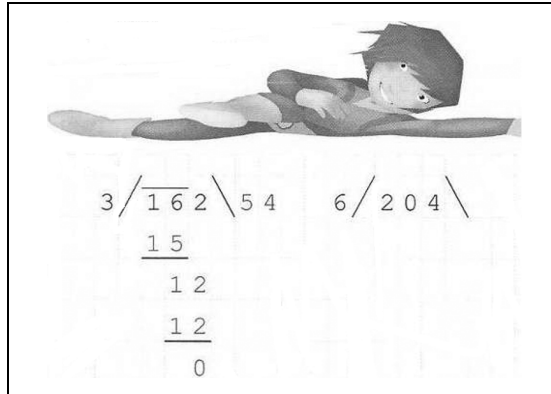
(1) en (2): Bespreek het lesdoel met de leerlingen en blik terug op de leerstof die ten grondslag ligt aan het nieuwe onderwerp.

(3) en (4): Introduceer de nieuwe leerstof in een passende context en zet de leerlingen in tweetallen aan het werk om het betreffende probleem op te lossen.

(5) en (6): Inventariseer oplossingswijzen van leerlingen op het bord en ondersteun het denken van de leerlingen met modellen, schema's, en dergelijke.

Deze aandachtspunten sluiten goed aan bij het idee van interactieve instructie en bij de wijze waarop Nelissen onderscheid maakte in de vier hierboven weergegeven grondvormen van realistische instructie. Met name het leergesprek en de verdiepende instructie lijken zich goed te lenen om tot effectieve instructie te komen zoals deze wordt voorgestaan door de PO-raad. Er zijn overigens aanwijzingen dat het thema 'Opbrengstgericht werken' door schoolteams niet altijd even fundamenteel wordt geïnterpreteerd. Zo wees een SLO-inventarisatie van door scholen uitgevoerde werkzaamheden in het kader van rekenverbetertrajecten (Buijs, 2009) uit dat men er soms voor kiest 'om bij elk onderwerp nog maar één strategie te behandelen', of om vanaf drie weken voor de LOVS-toets van het Cito (waarvan de resultaten door de Inspectie in hoge mate als maatgevend worden

beschouwd voor het rekensterk of -zwak zijn van een school (Inspectie, 2010) drie keer per week gericht een half uur met verhaalsommen te oefenen. Wellicht dat zulke maatregelen op de korte termijn tot een zekere verbetering van de toetsresultaten kunnen leiden, maar het lijkt twijfelachtig of dit op de langere termijn wezenlijke kwaliteitsverbetering tot gevolg zal hebben.



figuur 4: voorbeeld van een opgave uit een neo-traditionele methode (Reken Zeker, 2010), afkomstig uit het rekenboek voor groep 5

De recente introductie van enkele neo-traditionele rekenmethodes in Nederland zou overigens een zekere terugkeer naar meer traditionele instructievormen in de sfeer van het aloude uitleggen met zich mee kunnen brengen. In deze methodes wordt namelijk vanaf groep 5 een veel sterkere nadruk gelegd op het leren cijfermatig rekenen, waarbij standaardprocedures zoals die van de staartdeling soms reeds in de tweede helft van groep 5 worden geïntroduceerd (zie het voorbeeld in figuur 4). Het lijkt aannemelijk dat leerkrachten in toenemende mate hun toevlucht tot minder interactieve, en meer op uitleggen gerichte instructievormen zullen nemen om de leerlingen zulke procedures goed onder de knie te laten krijgen.

5 praktijkstudie naar werkwijzen en opvattingen van leerkrachten

Om een scherper beeld te krijgen van gangbare werkwijzen en opvattingen in de huidige onderwijspraktijk, werd in het kader van het SLO-project 'Beter met Rekenen' een beknopte studie naar goede rekeninstructie uitgevoerd. In dit project (Boswinkel, 2010; Buijs, 2010) worden in samen-

spraak met een aantal basisscholen, begeleidingsdiensten en pabo's nascholingsmaterialen ontwikkeld, gericht op verdieping van inzicht in doorlopende leerlijnen en versterking van instructievaardigheden bij schoolteams. Bij deze studie werd in enkele gesprekken met schoolteams eerst geïnventariseerd welke plaats instructie bij de dagelijkse reken-wiskundelessen inneemt. Daarin kwam naar voren dat er veelal sprake is van een grote variëteit aan interactieve instructievormen binnen een school, variërend van uitleggen tot allerlei vormen van verdiepende en oriënterende instructie. Verder bleek er, uit onvrede met gangbare organisatiemodellen waarbij de instructie is samengebundeld op twee vaste dagen van de week terwijl de overige drie dagen bestemd zijn voor 'leerkrachtvrije' lessen, een duidelijke tendens om tot een zekere intensivering van de instructie te komen. De betrokken scholen bleken er in toenemende mate voor te kiezen om elke dag instructie te geven, waarbij men soms zelf instructieactiviteiten toevoegt aan wat de methode biedt. Deze tendens komt overigens overeen met wat door nogal wat vakdeskundigen wordt aanbevolen (Van den Heuvel-Panhuizen, 2009; KNAW-commissie, 2009; Huitema, 2010).

In het verlengde van deze inventarisatie werd een onderzoek uitgevoerd naar de werkwijzen en opvattingen van drie ervaren leerkrachten³ in groep 5, afkomstig uit drie verschillende basisscholen in Noord-Holland. Na een voorgesprek met deze leerkrachten waarin ze onder meer geïnterviewd werden over de vraag hoe ze zich het geven van instructie in de loop der tijd als vaardigheid hadden eigen gemaakt, werden in de betreffende klassen drie instructieactiviteiten bijgewoond die betrekking hadden op de introductie van de tafel van 7 of 8 (op dat moment actuele leerstof).



figuur 5: klassentaferaal in een van de klassen tijdens de bijgewoonde les in het kader van het onderzoek naar rekeninstructie

De activiteiten (fig.5) werden op video opgenomen en na afloop van de les samen met de leerkracht in kwestie teruggekeken en geanalyseerd, waarbij tevens onderliggende opvattingen over instructie en over kenmerken van goede rekeninstructie werden besproken. De video-opnamen werden naderhand verder geanalyseerd en teruggebracht tot drie montages van ongeveer tien minuten.

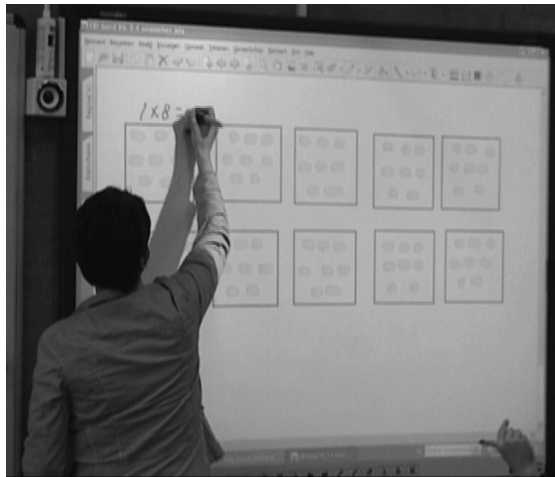
In een afsluitende bijeenkomst met alle betrokken leerkrachten en enkele vakdeskundigen werden deze montages nogmaals bekeken en besproken in het licht van de vraag welke kenmerken van goede rekeninstructie uit de betreffende activiteiten en de bijbehorende visies van de leerkrachten gedestilleerd konden worden.

We beginnen met de resultaten van de voorgesprekken. Uit wat de leerkrachten naar voren brachten komt een beeld naar voren van instructie geven als een soort kundigheid die zich in eerste instantie, tijdens het opleidingsonderwijs, met vallen en opstaan ontwikkelt op basis van het bekijken en 'meebelevan' van lessen in de stageklas, het zelf verzorgen van instructieactiviteiten met groepjes leerlingen, de begeleiding daarbij van stageleerkrachten en opleidingsdocenten, enzovoort. Later, als het 'echte' werk als beginnend leerkracht met een eigen groep van start is gegaan, wordt deze kundigheid verder ontwikkeld onder invloed van bijvoorbeeld uitwisseling van lesideeën met collega's, het lezen van methodehandleidingen en artikelen in vaktijdschriften, en begeleiding op de werkvloer door een onderwijsbegeleider of interne begeleider.

Kenmerkend daarbij lijkt dat het aldus ingezette ontwikkelingsproces zich in veel gevallen betrekkelijk autonoom binnen de muren van het eigen klaslokaal verder voltrekt op basis van wat de leerkracht zelf aan leerervaringen bij de leerlingen waarneemt. Mede daardoor lijkt er in veel gevallen sprake van een persoonlijke stijl van instructie geven waarop in teamverband niet veel gereflecteerd wordt. Verder kon geconstateerd worden dat de leerkrachten zich goed bewust zijn van het interactieve karakter van hun wijze van instructie geven, en dat zij de (realistische) visie die daarin besloten ligt, grotendeels onderschrijven. Ook in latere gesprekken met groepen leerkrachten tijdens werkgroepen en conferenties over deze thematiek, kwam naar voren dat men zich over het algemeen vrij goed in deze visie kan vinden. Wel lijkt er de nodige onzekerheid te bestaan over hoe je interactieve instructie effectief uitvoert. Met name de mate van openheid waarmee uitwisseling van door leerlingen bedachte strategieën plaatsvindt en de daarmee samenhangende mate van sturing in de richting van beoogde strategieën, bleken aanleiding tot flinke discussie te kunnen geven.⁴

6 drie componenten van een werkkader

Voordat nader wordt ingegaan op de resultaten van de gesprekken over kenmerken van goede rekeninstructie, volgt nu eerst een korte typering van de wijze waarop de instructie tijdens de drie bijgewoende lessen plaatsvond. Kenmerkend voor de wijze waarop de betreffende tafel geïntroduceerd werd, was om te beginnen het feit dat deze tafel als geheel onder de loep werd genomen waarbij werd geïnventariseerd welke sommen de leerlingen makkelijk vonden of al wisten, en welke sommen niet. In zoverre kan dan ook gezegd worden dat in alle drie de lessen (die hieronder kortheidshalve met les *A*, *B* en *C* worden aangeduid) sprake was van een vorm van interactieve instructie. In de wijze waarop deze inventarisatie plaatsvond, deden zich echter flinke verschillen voor.



figuur 6: visualisering van de tafel van 8 in
'10 dozen van 8 snoepjes' in les *B*

Zo werd in les *A* de tafelrij (van de tafel van 7) som voor som nagelopen om vast te stellen wat het antwoord op een som was en wat eventueel een strategie was om dat antwoord te achterhalen. Daarbij werden het rechthoekmodel en de getallenlijn gebruikt om een strategie te verduidelijken. Bijvoorbeeld: 4×7 kan uitgerekend worden door deze som als het dubbele van 2×7 op te vatten. Bij les *B* stond de tafel in kwestie (die van 8) bij aanvang van de instructie op het (digitale) bord gevisualiseerd in de vorm van '10 dozen met 8 snoepjes' (fig.6).

Op een gerichte manier werd nu vastgesteld dat 1×8 , 2×8 , 5×8 en 10×8 de makkelijke sommen ('hulpsommen') zijn en dat de overige sommen aan

de hand daarvan handig uitgerekend kunnen worden. Vervolgens werd van deze overige sommen een voor een vastgesteld hoe je ze aan de hand van een hulpsom kunt uitrekenen. Bijvoorbeeld: 6×8 via 5×8 ($40 + 8$), en 9×8 via 10×8 ($80 - 8$). In les *C* (eveneens tafel van 8) verliep de instructie in zoverre anders dat alle sommen aanvankelijk zonder antwoord op het (gewone) bord stonden en dat de leerlingen de opdracht kregen om in groepjes voor zichzelf te inventariseren wat ze makkelijke en moeilijke sommen vonden en wat voor strategieën ze konden bedenken om de moeilijke sommen uit te rekenen. Ze konden daarbij gebruikmaken van een overzicht van bekende ‘tafelmanieren’ die op een bord aan de muur waren genoteerd (fig. 7).



figuur 7: Overzicht van ‘tafelmanieren’ dat bij les *C* in het lokaal hing

De resultaten van deze inventarisatie werden vervolgens in een eerste ronde gezamenlijk uitgewisseld, waarbij een soort top tien van makkelijk naar moeilijk ontstond en waarbij voor elke som enkele geschikte strategieën werden besproken. In alle drie de lessen hadden de leerlingen aldus een duidelijke inbreng. Maar terwijl de instructies in les *A* en *B* meer het karakter hadden van een leergesprek met een tamelijk sturende rol van de leerkracht, was in les *C* veeleer sprake van een verdiepende instructie doordat het ordenen van de sommen in makkelijk/moeilijk en het bedenken van strategieën grotendeels door de leerlingen zelf gebeurde.

In de gezamenlijke bespreking waarmee de studie afsloot, werden dergelijke overeenkomsten en verschillen door de leerkrachten nadrukkelijk gesignaleerd. Men was het erover eens dat een meer gestuurde, ‘leer-

krachtgecentreerde' instructie in de sfeer van een leergesprek, anders verloopt dan een meer open, 'leerlinggecentreerde' instructie (verdiepende of oriënterende instructie). Geconstateerd werd dat je als leerkracht weliswaar bepaalde voorkeuren wat dat betreft kunt hebben, maar dat je in wezen de beschikking moet hebben over een repertoire aan instructievormen, variërend van uitleggen tot oriënterende instructie, die al naar gelang de situatie en de fase van het onderwijsleerproces ingezet kunnen worden. Hiermee diende zich een eerste component voor een werkkader aan die van groot belang werd geacht.

Een tweede punt waar men het over eens was, heeft betrekking op het feit dat het, ongeacht voor welke instructievorm in een gegeven situatie wordt gekozen, van grote waarde is om datgene wat een leerling aan ideeën en strategieën naar voren brengt, op een zo helder mogelijke manier voor alle overige leerlingen over het voetlicht te brengen. Bijvoorbeeld door een strategie schematisch op het bord weer te geven zoals in les *A* gebeurde door de verdubbelstrategie aan de hand van het rechthoekmodel (tegelpleintje) te verduidelijken. Of, zoals in les *B* gebeurde, door aan de hand van de 'dozen met snoepjes' te verduidelijken dat 6×8 opgevat kan worden als 5×8 en nog 8 (één keer meer). In andere gevallen kan dit bijvoorbeeld gebeuren door een verwoorde strategie op een klassikaal rekenrek te laten demonstreren of door deze in verduidelijkende bewoordingen te herhalen ('parafraseren'). Men was het erover eens dat dit verduidelijken en aanschouwelijk maken van strategieën als een tweede belangrijke component van het beoogde werkkader opgevat kan worden, met de kanttekening dat het soms heel wat van de leerkracht vraagt om dit goed tot z'n recht te laten komen. 'Soms, als ik in de bovenbouw lesgeef, aldus een van de leerkrachten, 'ben ik al blij dat ik zelf enkele goede oplossingsstrategieën ken, en dat ik kan volgen wat de leerlingen bedoelen als ze het over een bepaalde strategie hebben'.

Om het verwoorden en verduidelijken van ideeën of strategieën goed tot z'n recht te laten komen, zo werd verder geconstateerd, heeft een leerkracht veelal de beschikking over een aantal 'interactieve handgrepen' die stimulerend kunnen werken voor de interactie. Bijvoorbeeld, het 'terugleggen' naar de klas waarvan in alle drie de lessen voorbeelden werden geobserveerd: een leerling brengt een strategie of een suggestie tot verkorting daarvan naar voren, en de leerkracht gaat daar niet zelf op in, maar vraagt de overige leerlingen om deze te verduidelijken, of om aan te geven waarom dit naar hun idee al dan niet een efficiënte werkwijze is. Verwant hieraan is de handgreep waarbij de leerkracht zich van de domme houdt en voorwendt een strategie niet goed te begrijpen, of zelfs van mening te zijn dat zo'n strategie onjuist is (domme August spelen). Een derde voorbeeld

vormt het (laten) concretiseren van een aangedragen strategie met behulp van bijvoorbeeld een getallenlijn, rekenrek of rechthoekmodel. Men was het erover eens dat het tot je beschikking hebben van een repertoire aan dergelijke interactieve handgrepen eveneens als een wezenlijke component van een werkkader voor goede rekeninstructie gezien kan worden. Al met al dienen zich aldus een drietal componenten aan die als volgt beknopt getypeerd kunnen worden:

- 1 Gericht gebruikmaken van een repertoire aan leerkracht- resp. leerlinggecentreerde instructievormen, variërend van uitleggen tot oriënterende instructie.
- 2 Inzet van gevarieerde middelen om verwoorde strategieën te (laten) verduidelijken, op het bord weer te geven en aanschouwelijk maken.
- 3 Gebruik van een repertoire aan interactieve handgrepen om tot verdieping en doordenking van strategieën e.d. te komen.

7 activerende werkvormen en wiskundige diepgang

Een verdere overeenkomst tussen de bijgewoonde instructieactiviteiten, die allemaal ongeveer een half uur duurden, was dat er in alle gevallen sprake was van een betrekkelijk snelle afwisseling van korte instructie- en werkmomenten. Zie het voorbeeld in figuur 8 van de lesopzet van les C.

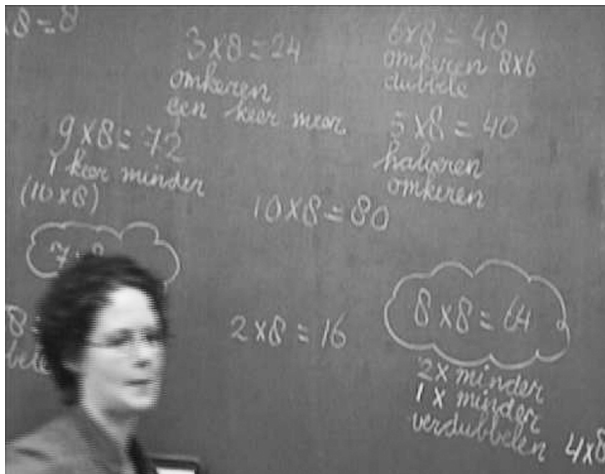
Opdracht in groepjes: makkelijke/ moeilijke sommen onderscheiden
Stapsgewijze introductie van de tafel van 8, 1 ^e deel top tien opstellen
Bespreking in groepjes: hoe los je de allermoeilijkste sommen op?
Stapsgewijze introductie tafel van 8, 2 ^e deel top tien; som van de week bepalen

figuur 8: overzicht van de lesopzet van les C

Men was het erover eens dat zo'n regelmatige afwisseling de betrokkenheid van de leerlingen, hun actieve inbreng en de effectiviteit van de instructie in hoge mate ten goede komt. Met name het werken in groepjes van twee of drie leerlingen in les C als afwisseling van de klassikale bespreekmomenten en individuele werkmomenten, werd algemeen als een waardevolle en activerende werkwijze gezien. Meer in het algemeen werd het gebruik

van dergelijke activerende werkvormen als een cruciale component van goede rekeninstructie gezien.

Een aspect waarin de drie lessen duidelijk van elkaar verschilden zonder dat dit door de leerkrachten zelf zo nadrukkelijk gesignaleerd werd, was de mate van expliciete aandacht voor het wiskundig redeneren van de leerlingen, voor het gebruik van vermenigvuldigstrategieën zoals verdubbelen en één meer/één keer minder, en voor de twee wiskundige eigenschappen (verwissel- en verdeeleigenschap) waarop deze strategieën berusten. Terwijl in les A en B de aandacht voor zulke zaken beperkter bleef, was deze in les C veel explicieter. De gehanteerde strategieën vormden daar veel nadrukkelijker een centraal onderwerp van de gezamenlijke gedachtewisseling. Dit kwam onder meer naar voren in het feit dat deze strategieën als 'denksteun' op een wandplaat vermeld waren (fig.7) en in het feit dat een aantal ervan als resultaat van de gezamenlijke gedachtewisseling onder elke som op het bord genoteerd werden als voor de hand liggende, efficiënte oplossingswijzen (fig.9). Hoe belangrijk werd het gevonden dat er in de klas expliciet aandacht aan deze onderliggende wiskundige zaken werd besteed? In de gezamenlijke analyse van de lessen, en ook in latere gesprekken met drie schoolteams in het kader van 'Beter met Rekenen', bleek er geen eensluidende mening over deze kwestie te bestaan. Het gaat er in de eerste plaats toch om dat leerlingen de sommen uit het hoofd leren - als ze daarbij rekenstrategieën gebruiken is dat prima, maar als dit vooral op basis van geheugentraining gebeurt, is het ook goed, zo leken sommigen van mening te zijn.



figuur 9: overzicht van een aantal oplossingsstrategieën per som die als resultaat van de gezamenlijke inventarisatie in les C op het bord verschenen

Bovendien, zo vulden anderen aan, is nooit wetenschappelijk aangetoond dat het leren van de tafels op basis van wiskundig redeneren en gebruik van strategieën en steunpunten (veelal kortweg aangeduid als de reconstructiedidactiek, zie bijvoorbeeld Ter Heege, 1985; Treffers & De Moor, 1990; Ter Heege, 2009) doelmatiger is dan op basis van het aloude inprenten van rekenfeiten. Voor dat argument valt natuurlijk iets te zeggen. Anderen bleken echter van mening dat het leerproces in het geval van expliciete aandacht voor wiskundig redeneren en bewust gebruik van strategieën een duidelijke meerwaarde heeft doordat veel meer geappelleerd wordt aan het verwerven van wiskundig inzicht door de leerlingen. Bovendien is kennis van deze strategieën en inzicht in de twee wiskundige eigenschappen waarop zij berusten, van grote waarde bij de verkenning van opgaven buiten het gebied van de tafels, zoals 14×8 , 20×3 , 6×15 en 10×24 - opgaven die gewoonlijk in de tweede helft van groep 5 en de eerste helft van groep 6 aan de orde komen. Op grond van deze laatste overwegingen kon dan ook toch geconstateerd worden dat expliciete aandacht voor de genoemde zaken wel degelijk als een wezenlijke component van goede rekeninstructie aangemerkt moet worden.⁵

Al met al brengt dit het totaal op vijf componenten van een mogelijk werkkader voor goede rekeninstructie. De laatste twee daarvan kunnen als volgt beknopt omschreven worden:

- 4 Activering van de leerlingen via gebruik van gevarieerde instructieve werkvormen.
- 5 Creëren van wiskundige diepgang tijdens instructie via expliciete aandacht voor wiskundig redeneren en beredeneerd gebruik van strategieën en wiskundige eigenschappen.

8 naar een groeimodel

Is het niet veel gevraagd van leerkrachten die onderwijs in zoveel verschillende vakgebieden moeten verzorgen, om een werkkader op basis van de hierboven beschreven vijf componenten in de praktijk te hanteren? En hoe bruikbaar is zo'n werkkader eigenlijk? Over deze vragen valt natuurlijk het nodige te zeggen. Het kader is weliswaar opgesteld op basis van een brede analyse van ontwikkelingen van de afgelopen twintig tot dertig jaar, maar de praktijkstudie vond slechts met drie leerkrachten alsmede met groepen leerkrachten op aansluitende conferenties plaats. Op de geldigheid en de bruikbaarheid van de aldus tot stand gekomen componenten valt natuurlijk het nodige af te dingen. Nader onderzoek is wenselijk om na te gaan in hoeverre het kader breed gedragen wordt en in de praktijk hanteerbaar is.

Verder staat of valt het adequaat gebruik van de componenten natuurlijk met een goede vakinhoudelijke kennis ten aanzien van bijvoorbeeld informele eigen strategieën en ideeën van leerlingen, doorlopende leerlijnen en gebruik van modellen en contexten. Deze kennis kan het werken met de componenten als het ware schragen. De groei van deze kennis kan in de praktijk hand in hand gaan met de groei van de 'kundigheid' in het geven van goede rekeninstructie.

Maar het belangrijkste lijkt het nog om vast te stellen dat het zeker niet de bedoeling is om te suggereren dat alle componenten van meet af aan op een hoog niveau in goede rekeninstructie verwerkt dienen te zijn. In tegendeel, het model kan juist als een groeiemodel opgevat worden in de zin dat het mogelijkheden biedt om, al werkende in de praktijk, tot verdere versterking van de eigen instructievaardigheden te komen. In die zin zijn de vijf componenten te beschouwen als een soort didactische parameters waarlangs deze vaardigheden zich verder kunnen ontwikkelen.

Dat zou zeker ook voor aanstaande leerkrachten c.q. pabostudenten kunnen gelden. Zo kan het al een hele prestatie zijn als een student er in eerste instantie in slaagt om een groepje leerlingen in de stageklas een adequate instructie te geven in de vorm van een uitleg of een leergesprek. En als daarbij vanaf een zeker moment, mede op basis van toenemende kennis van doorlopende leerlijnen, sprake is van systematische aandacht voor de eigen werkwijzen van leerlingen en voor het verwoorden daarvan, dan is er al een goede basis gelegd. Naderhand, als het geven van instructie aan een hele groep leerlingen steeds meer tot de dagelijkse beroepspraktijk gaat behoren, kan deze basis steeds verder uitgebouwd worden in de richting van allerlei vormen van verdiepende en oriënterende instructie. Iets soortgelijks geldt voor de andere componenten.

Zo zal het aanvankelijk niet altijd lukken om de eigen ideeën en strategieën van leerlingen goed in te schatten en overzichtelijk op het bord weer te (laten) geven. Evenzo zal de beginnende leerkracht nog niet over een breed arsenaal aan didactische handgrepen beschikken om het interactieve aspect van de instructie goed tot z'n recht te laten komen. Maar juist als zij of hij zich bewust is van de mogelijkheid om dat arsenaal geleidelijk aan uit te breiden en te verfijnen, kan dit gaandeweg tot steeds betere instructiewijzen leiden.

Daarmee wordt het ook steeds beter mogelijk om de instructie af te stemmen op de situatie in de eigen groep, rekening houdend met de eventuele behoefte aan verlengde instructie van bepaalde leerlingen, en over te gaan tot remediërende instructie als bij het nakijken van leerlingenwerk geconstateerd wordt dat een leerling structureel bepaalde fouten maakt. Op termijn kan dit, zeker als dit vanuit een teamgerichte benadering gebeurt, tot

steeds verdere kwaliteitsverbetering en dus ook tot hogere leeropbrengsten van het onderwijs op een school leiden.

noten

- 1 Dit artikel is eveneens gepubliceerd in het tijdschrift 'Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk', 30(2), 3-15.
- 2 Korthedshalve wordt in dit artikel veelal over rekeninstructie gesproken. De juiste term is evenwel reken-wiskunde-instructie.
- 3 Dit betreft Debby Heemskerk (Bs. De Windwijzer te Den Helder), Teresa Visser (Bs. De Ark te Schagen) en Ellen Rieuwers (Bs. Schoterduijn te Den Helder).
- 4 Aan de ene kant lijkt er sprake van een groep leerkrachten die de visie huldigen dat uitwisseling van strategieën in alle openheid dient plaats te vinden om zodoende leerlingen gelegenheid te geven zelf die strategie te kiezen die ze het handigst of meest begrijpelijk vinden. Aan de andere kant lijkt er een (grotere) groep leerkrachten te zijn die menen dat sturing van groot belang is, met een zekere nadruk op wat beschouwd wordt als de meest in aanmerking komende basisstrategie.
- 5 Een belangrijke aanvullende overweging hierbij vormt nog het feit dat uit het grote internationale PISA-onderzoek naar (onder meer) wiskundig redeneren van leerlingen blijkt dat Nederlandse leerlingen juist op dat gebied achter lijken te blijven. Zie: Kuijper, Van der Hoeven, Folmer, Van Graft & Van den Akker, 2011.

literatuur

- Bloemendaal, T., I. Cijvat, G. Gelderblom, M. Smoors & J. Sprankel (2009). *Kwaliteitskaart Groepsinstructie*. Utrecht: PO-raad (webpublicatie).
- Boswinkel, N. (2010). Het rekenen de baas. In: M. van Zanten (red.). *Waardevol reken-wiskundeonderwijs - kenmerken van kwaliteit*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Buijs, K. (2009). *Inventarisatie activiteiten basisscholen bij Rekenverbetertrajecten*. Enschede: SLO (interne publicatie).
- Buijs, K. (2010). Beter met Rekenen - Werken aan kwaliteitsverbetering van reken-wiskundeonderwijs. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 29(2) 39-50.
- Feijs, E., R.A. de Jong, E. de Moor, L. Streefland & A. Treffers (1987). *Almanak reken-wiskundemethoden 1987*. Utrecht: vakgroep OW & OC.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.
- Gelderblom, G. (2010). *Sleutels voor goed rekenonderwijs* (webpublicatie). Utrecht: PO-raad.
- Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: Freudenthal Instituut (proefschrift).
- Gravemeijer, K., M. van den Heuvel-Panhuizen, G. van Donselaar, N. Ruesink, L. Streefland, W. Vermeulen, E. te Woerd & D. van der Ploeg (1994). *Methoden in het reken-wiskundeonderwijs, een rijke context voor vergelijkend onderzoek*. Utrecht: CD-β Press.

- Heege, H. ter (1985). The acquisition of basic multiplication skills. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 375-389.
- Heege, J. ter (2009). De verwisseleigenschap bij vermenigvuldigen. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 28(3), 33-38.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den & F. Goffree (1986). *Zo rekent Nederland*. Enschede: SLO.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den (2009). *Hoe rekent Nederland?* (oratie). Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Inspectie van het Onderwijs (2010). *Opbrengstgericht werken in het basisonderwijs*. Utrecht: Onderwijsinspectie.
- Huitema, S. (2010). Dagelijkse instructie. In: M. van Zanten (red.). *Waardevol reken-wiskundeonderwijs* Utrecht: Freudenthal Instituut.
- KNAW-commissie (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: Koninklijke Nederlandse Academie van Wetenschappen.
- Kuijper, W., M. van der Hoeven, E. Folmer, M. van Graft & J. van den Akker (2011). *Leerplankundige analyse van PISA-trends*. Enschede: SLO.
- Nelissen, M. H. J. (1992a). Uitleggen. In: R.de Jong & I. Verkruysse (red.). *Praktijk-cahiers reken-wiskundeonderwijs*. Gorinchem: De Ruiter.
- Nelissen, M. H. J. (1992b). Uitleggen. *School & Begeleiding*, 35, Tilburg: Zwijsen.
- OCW (2007). *Scholen voor morgen. Samen op weg naar duurzame kwaliteit in het primair onderwijs*. Den Haag: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap.
- Reken Zeker (2010). *Rekenmethode voor het basisonderwijs*. Groningen: Noordhoff.
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction. The Wiskobas Project*. Dordrecht: Kluwer.
- Treffers, A. & E. de Moor (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 2: Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijsen.
- Wijdeveld, E., (1973). *Vierkubers, een onderwijsleerpakket voor wiskunde op de basisschool*. Utrecht: IOWO.