
Tellen leren¹

T. Pollmann
emeritus hoogleraar Universiteit Utrecht

1 inleiding

Dit artikel gaat over telwoorden zoals één, veertien, acht-en-zeventig en over de manier waarop we die woorden leren. De hoofdvraag van dit artikel is: Hoe leert een kind een systeem met een oneindig aantal elementen? Bij het zoeken naar het antwoord leun ik niet alleen op taalkundige inzichten, maar ook op die van de cognitieve psychologie en de biomusicologie.

2 een oneindig aantal telwoorden

Wat is de betekenis van het woord 'vijftien'? Woordenboeken geven de betekenis in termen van 'veertien: veertien plus een' of in termen van 'tien plus vijf'. Er zijn meer woorden die hun betekenis ontleen aan de plaats die ze innemen in een rij van woorden en die zijn dus op dat niet onbelangrijke punt vergelijkbaar met de telwoorden. Ook de betekenis van woorden als 'dinsdag' of 'oktober' weten we pas als we een reeks kennen. Er is ook een verschil met de telwoorden. Het aantal namen voor de dagen van de week en het aantal namen van de maanden van het jaar zijn beperkt; en het aantal getalsnamen is althans in ons telsysteem letterlijk oneindig. De rijen van dag- en maandnamen vormen in feite een cirkel: aan januari gaat december vooraf. Telwoorden zijn er oneindig veel; die raken nooit op. De eerlijkheid gebiedt te vermelden dat er ook talen zijn met eindige telsystemen. Daarmee is het - anders dan met ons telsysteem - niet mogelijk tot in het oneindige te tellen.

Een woord als 'vijftien' mag je dan in het woordenboek tegenkomen, de kans dat je ook 'één-en-vijftig' erin aan treft, is bijzonder klein. Om de oneindige reeks van getalsnamen te vormen moet de grammatica van die taal over een recursief algoritme beschikken, een beperkte verzameling regels waarmee je uit een beperkte hoeveelheid kleinere eenheden het onbeperkte - oneindige - aantal verschillende telwoorden - in de goede volgorde - kunt bouwen. De recursiviteit zorgt ervoor dat de output van

een zekere bewerking de input van dezelfde bewerking kan zijn. Als we van *vijftig* en *één* het woord 'één-en-vijftig' kunnen maken, dan kunnen we die bouwregels ook gebruiken bij de formatie van 'één-en-vijftig honderd' en 'één-en-vijftig honderd één-en-vijftig', enzovoort. Je hoeft dus alleen maar een paar basiselementen te kennen, en een regelmaat, en je kunt naar believen alle telwoorden vormen die je wilt. Dagnamen en maandnamen moet je gewoon als rij uit je hoofd leren. Maar een oneindige rij kun je niet uit het hoofd leren.

3 leren van de rij telwoorden

Hoe leert een kind eigenlijk in het algemeen de woorden van de moedertaal? Een kind leert woorden gewoonlijk doordat dingen in de werkelijkheid de aandacht vragen, waar het woord op past.

- Moeder: Thomas, kom je sinaasappel eten. Kom maar hier naast me zitten.
Zo, nou ben ik hem aan het ...
- Thomas: schillen.
- Moeder: met een ...
- Thomas: mes.

Woordvorm en zaak waarop het woord van toepassing is, zijn beide in de aandacht van het kind. Maar het kan ook anders. Het kan ook zijn dat een kind een woordvorm heeft opgevangen, zonder dat duidelijk was waaraan het woord refereerde. Bijvoorbeeld:

Mam, wat is 'andijvie?

In dit voorbeeld kent het kind het woord 'andijvie', maar weet het nog niet wat het er mee kan benoemen. Veel meer dan juist deze vraag stellen als:

Wat is 'andijvie?,

kan een kind er niet mee. De telwoorden boven de drie leert een kind geleidelijk en wel op de wijze van 'andijvie': eerst de woordvormen en dan de goede plaats in de rij. Dat proces vraagt veel tijd.

Het uit het hoofd leren van die rij waar je nog niets mee kunt, is voor veel kinderen niet frustrerend. Kinderen gaan op de uitnodiging te tellen net zo gretig of niet gretig in als ze bereid zijn of niet bereid zijn een liedje te leren. Er bestaan overigens ontzettend veel kinderliedjes en kinderversjes waarin geteld wordt.

- Een, twee, drie vier, hoedje van, hoedje van...
Een, twee, drie, vier, vijf, de bakker sloeg zijn wijf...
Een, twee, kopje thee, drie, vier, glaasje bier, vijf, zes, kurk op de fles ...
enzovoort.

Niet alleen in het Nederlands, maar in alle talen van de wereld bestaan zulke liedjes. Het leren van de rij vraagt, zoals gezegd, veel tijd. Tussen ongeveer hun eerste en zesde verjaardag zijn kinderen bezig te leren hoe je een rij van woorden kunt vormen die je kunt gebruiken om een verzameling van honderd dingen af te tellen. Meer dan vier jaar voor honderd woorden, dat is een heel lange tijd. Er zijn maanden in een kinderleven dat een kind wel vijf of meer 'gewone' woorden per dag kan leren. Vier jaar doen over de honderd eerste telwoorden is dus behoorlijk lang, en komt neer op een gemiddelde van twee woorden per maand.

Hoe een kind de getallenrij zelf leert produceren, kunnen we aardig documenteren aan de hand van fragmenten van verzamelingen kindertaal. Geïnteresseerd als we zijn in het leren van de regelmaat, zoeken we hier niet naar getuigenissen van het leerproces van de getallen van één tot tien, maar van de hogere getallen tot 'honderd'. Speciaal de nog niet geheel correcte uitvoering van de taak is in dit opzicht leerzaam. Alleen kinderen die het gedeeltelijk goed doen en onzeker zijn of fouten maken, laten iets van die procesgang zien.

Kijk bijvoorbeeld naar de dialoog tussen Rebecca en haar moeder, aangejaagd door de competitie met Deborah, de tweelingzus van Rebecca. De kinderen zijn vier jaar en elf maanden oud.

Deborah: 1, 2, 1, 2.

Rebecca: 1, 2, 3.

Deborah: Nee, niet dat. Ik zei: 1, 2, 1, 2.

Rebecca: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Deborah: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19.

Rebecca: Wat komt er na 19?

Moeder: 20.

Rebecca: 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29. En daarna?

Moeder: 30.

Rebecca: 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39. Dan 40.

Moeder: Goed zo.

Rebecca: 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49. [Pauze] 50.

Moeder: Goed.

Rebecca: 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59.

Hier stopte Rebecca en keek ze naar haar moeder, hopen - kennelijk - dat die het volgende woord zou zeggen.

Moeder: 60

Het is duidelijk dat Rebecca al een heel eind gevorderd is, maar ze worstelt nog met de tientallen. Bij 20 en 30 moet ze nog worden geholpen. 40 en 50 komen al uit de mond van het kind. Bij 60 vraagt ze weer om hulp.

Nog zo'n voorbeeld:

Moeder: wil je helemaal tot 100 tellen?
Kind: (5;3) ja.
Moeder: ok.
Kind: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Kind: 10!
Kind: 11, 12 + .
Moeder: Nicholas + ...
Kind: 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20!
Kind: 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30!
Kind: 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 49 (aarzeling) 50
Moeder: Nee.
Moeder: wat was er?
Moeder: daar raakte je de draad kwijt.
Moeder: je zei '49'.
Kind: 40.
Moeder: het is 39.
Kind: 40?
Moeder: ja, goed zo.
Kind: 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50!
Moeder: 50!
Kind: 51, 52, 53, 54, 55!
Kind: 56, 57, 58, 59, 60!
Kind: 100, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 60.
Moeder: ehh, 66?
Kind: 66? (aarzelend) 67.
Moeder: 67.
Kind: 68, 69, 70!
Kind: 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78
Moeder: en dan? ...
Moeder: en dan? ...
Kind: 79, (kleine pauze) 77, 78, 79, 80!
Kind: 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90!
Kind: 91, 92, 93, 94, 95 (kleine pauze) 96, 97, 98, 99, 100.
Moeder: 100!

Deze dialogen illustreren dat een kind een hele reeks woorden kent waarvan het niet weet waaraan ze refereren. Wat het van die woorden weet, is dat ze in een zekere volgorde achter elkaar horen. De kinderen hebben af en toe een steuntje in de rug nodig om de rij vast te houden. Als het de draad even dreigt te verliezen - zoals aan het einde van de zeventig-woorden het geval is - doet het een poging het geheugenspoor terug te vinden door een stukje dat voorafgaat, te herhalen.

4 twee reeksen leren

Het is heel opvallend dat kinderen die tot 100 leren tellen, worstelen met de plekken waar het ene tiental in het andere overgaat. Om tot *honderd* te

kunnen tellen, moeten kinderen een tweede reeks leren, waarmee ze de tel bijhouden van de tientallen: tien, twintig, dertig, veertig, enzovoort. Opnieuw in de goede volgorde, opnieuw zonder te weten naar welke werkelijkheid met deze woorden kan worden verwezen. In tegenstelling tot de eerste tien, twaalf woorden van de getallenrij leert een kind hier al gauw een regelmaat. Als het 'dertig' en 'veertig' heeft geleerd, weet het kind dat het waarschijnlijk ook 'vijftig', 'zestig', 'zeventig' enzovoort kan gebruiken. Plak het woorddeeltje '-tig' achter de woorden van de eerste reeks, die reeks van één tot *negen* en je hebt de woorden van de tweede reeks.

Dat het kind eerder een regel leert dan een rij, blijkt uit de incidenteel optredende vormen 'tientig', 'elftig' en 'twaalfdig' in de plaats van respectievelijk 'honderd', 'honderdtien' en 'honderdttwintig'. Zulke vormen gebruikt geen volwassene; die maakt het taallerende kind zelf op basis van een vermoede regelmaat. Beide elementen, het repeteren van de tientallen als aparte rij en de overgeneralisatie, vindt men in de volgende dialoog, opnieuw tussen Rebecca en haar moeder.

Rebecca: 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28

Moeder: Je telt heel wat af.

Rebecca: 15, 16, 17. Wat komt er na 21?

Moeder: 22

Rebecca: 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29

Hier laat Rebecca door haar gezichtsuitdrukking merken dat ze wil dat haar moeder het volgende getal noemt.

Moeder: 30

Rebecca: 40, 50, 60, 70, 80, 90, tientig

Als ouder hoef je met het repeteren van de complete reeks niet verder te gaan dan dertig of veertig. Als het kind deze reeks kent, en het kan tot dertig of veertig tellen, kan het bijna op eigen kracht tot honderd tellen. Alleen af en toe heeft het een steuntje in de rug nodig. Hoe kinderen de reeks tien, twintig, dertig, veertig, vijftig, zestig, zeventig, tachtig, negentig, honderd leren, is niet speciaal onderzocht. Maar dat het kind probeert hem op eigen kracht te vormen, lijkt wel zeker, getuige het volgende voorbeeld uit de mond van een Engelstalig kind van net vier jaar oud dat in een testsituatie steeds maar weer de getallenreeks moet opzeggen. Op de pijnbank van de testpsycholoog slaat het kind systematisch vijftien over. Maar kijk vooral naar hetgeen er gebeurt als het kind voorbij negentien komt.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 30, 1

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 30, 40, 60

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 30, 31, 35, 38, 37, 39

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 30, 60, 800

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 40, 60, 70, 80, 90, 10, 11, 10, 30

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 60, 30, 800

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 60, 30, 800, 80, 90, 30, ten-eighty, 60, 31, 38, 39, 32, 31, 34, 35, thirty-ten, 31

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 30, 800, 60

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 30, 1, 80, 90, 60, 30, 90, 80, 30

Natuurlijk weten we niet zeker wat er in het hoofd van het kind omgaat. Maar het beste dat we er van kunnen maken, is dat het kind meent dat na 19 de getallenreeks met de tientallen 20, 30, 40, 50 enzovoort moet worden voortgezet. Maar die reeks van de getallen 10, 20, 30, 40 enzovoort kent het nog maar zeer gebrekkig.

5 ritme

Je kunt de tweede reeks voor een groot deel uit de eerste afleiden. Maar het grote probleem is natuurlijk, hoe komt het kind op het idee dat er zo'n tweede rij is? Ik wil aannemelijk maken dat één factor van de getallenrij-in-wording voor dit aspect van het leren ervan van bijzondere betekenis is, en dat is 'ritme'.

Bij het bestuderen van het taallerende kind kunnen we ons er niet genoeg van bewust zijn dat het kind volledig in het duister tast omtrent hetgeen het geacht wordt te leren. Het weet van niks. Het is bereid ons na te doen, dat wel, en het brengt daartoe ook grote gaven mee, maar het is zich niet bewust van een of ander eindresultaat. Wat is er in de menselijke geest, dat het mogelijk maakt dat we een systeem leren dat een oneindig aantal getallen produceert? Het antwoord dat ik wil voorstellen, is 'gevoel voor ritme'. Preciezer gezegd: het vermogen een ritmische motoriek aan te wenden die synchroon loopt met een gegeven ritme. Een kind kan een eigen beweging, bijvoorbeeld van de spraakorganen, synchroniseren met een gegeven ander ritme. Dit vermogen gebruikt het om op het spoor te komen van de tweede getallenrij - de rij van de tientallen.

Een kind is van nature uitgerust met een bijzonder gevoel voor ritme. Het leert niet alleen ritmische bewegingen te maken; dat leren veel dieren, zelfs sneller dan een kind. Anders dan dieren evenwel kan een menskind al heel vroeg een ritme van anderen overnemen, bijvoorbeeld bij het naklappen van een eenvoudig ritme. En dit is cruciaal. Dit is een bijna-uniek menselijke gave. In de biomusicologie is het een geaccepteerd inzicht dat mensen praktisch de enige levende wezens zijn die in staat zijn een ritme over te nemen van een ander en synchroon met de ander ritmisch geluid te maken. Sterker nog: mensen hebben een onbedwingbare neiging dit te doen. Ze hebben zelfs het gevoel dat een beweging lichter wordt, als hij synchroon met andere bewegingen wordt uitgevoerd.

Ritme is in een recursief format te presenteren, een format dat toelaat dat elementen zich herhalen op een ander niveau in de structuur. Ritme is wellicht te zien als de materialisatie (of temporalisatie) van recursiviteit.

Wat een ritme doet, is herhaling creëren, al maar door. Dat kan worden geïllustreerd met de eerste maten van de eerste symfonie van Brahms, die overheerst worden door een monotone paukeslag waaraan geen einde lijkt te komen. Als je het probeert mee te tellen, ben je de tel ook al gauw kwijt.

The image shows a musical score for the beginning of Brahms' first symphony. It features six staves: Oboe, Timpani, Violin II, Oboe (with a '5' above the staff), Timpani (with a '5' above the staff), and Violin II (with a '5' above the staff). The music is in 3/4 time and E-flat major. The timpani part is a steady, monotone pulse. The other instruments play chords and melodic lines that follow the timpani's rhythm.

figuur 1: fragment van het begin van de eerste symfonie van Brahms

Bij tellen leren is het de bedoeling dat we de tel bijhouden, niet dat we hem kwijtraken. Als we zeggen dat ritme de basis is van het tellen leren tot in de oneindigheid, moeten we nog een andere manier vinden om de tel ook bij te houden. We moeten dan in twee richtingen denken: we kunnen een verdeling in het ritme maken en we kunnen de geluiden binnen de ritmische eenheid variëren. We kunnen aan de zich herhalende reeks om de zoveel eenheden een bijzondere nadruk geven.

pom pom pom pom
pom pom pom pom
pom pom pom pom
pom pom pom pom

Kenmerkend voor een ritme is nu dat het in zekere zin in stand blijft als de zachtere (onbeklemtoonde) 'tellen' worden weggelaten. Als je dat doet, en je handhaaft het tempo van de benadrukte woorden, blijft er een geheel bestaan dat opnieuw ritmisch is, en nog steeds de indruk wekt oneindig te kunnen doorgaan.

pom
pom
pom
pom

Lerdahl en Jackendoff hebben betoogd dat wij grote muzikale structuren kunnen 'horen', en onthouden door ze op een bepaalde systematische manier uit te kleden; ze te ontdoen van allerlei voor de structuur niet wezenlijke elementen. Deze structuurreductie herkent de muzikale structuur als een zich vertakkende boom en schraapt eruit wat er voor het begrijpen van de structuur als geheel niet toe doet.

We kunnen nu het volgende beeld schetsen van het verwervingsproces van de getallenrij. Uit het opdreunen van de getallenrij duikt op een gegeven moment de hoofdstructuur van de rij der tientallen op. Het kind hoort als het ware de structuur tien, twintig, dertig (enzovoort) uit de volledige rij: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22 (enzovoort). Tien, twintig, dertig (enzovoort) hebben in die rij een bijzondere vorm. Ook ritmisch gezien zijn ze bijzonder. Het ritme vertraagt op die plaatsen. Bovendien krijgen de woorden een speciale nadruk. Ze doorbreken een oude reeks ten gunste van iets gedeeltelijk nieuws. Een kind telt als het ware de tientallen met woorden die het vormt op basis van de eerste negen. Het is dit element van ritmereductie dat een kind in staat stelt de tweede rij te leren als rij met een aparte status, namelijk de status van de tientallen. Het zal een hele hulp zijn dat het kind de rij 1 tot en met 9 nog een keer kan gebruiken om die tientallen te formeren, speciaal gekenmerkt door een achtervoegsel '-tig', en klemtoon en vertraging.

Eenmaal gevonden maakt die nieuwe getallenrij een voortzetting mogelijk van de getallenrij waaraan het kind bezig was. Dat het kind daarbij een paar onregelmatigheden ontmoet (niet 'tientig' maar tien, niet 'tweertig' maar twintig, niet 'drietig', maar dertig, niet 'viertig' maar veertig, niet 'achtig' maar tachtig) - dat zijn hobbeltjes die het kennelijk gemakkelijk bereid is te nemen.

6 besluit

In grammaticale zaken kunnen kleine dingen grote gevolgen hebben. Voor de uitvinding van de getallenrij die oneindigheid aankan, is dus niet zo heel veel nodig, maar wel iets fundamenteels. Ik som de ingrediënten van het getallen leren nog een keer op. Voor een getallenstelsel dat leerbaar is en oneindig, zijn de volgende elementen nodig:

- een organisme dat geluiden kan maken synchroon met een ander organisme;
- een organisme dat ritme-reductie kent;
- een grammatica die een beperkt aantal woorden in een rij (één tot negen) verbonden met een ander woorddeel (-*tig*) een tweede leven geeft (en verbonden met weer andere woorddelen een derde, vierde leven enzovoort).

De eerste twee elementen, het gevoel voor synchronie en het gevoel voor ritmereductie, maken een redelijke kans aangeboren te zijn, en soortspecifiek. De laatste niet. De vinding van het algoritme waarmee de nieuwe telwoorden worden gemaakt is een gelukkige koppeling van het aangeboren vermogen tot ritmereductie en het aangeleerde vermogen betekenisloze klankvormen in een rij te zetten en met andere te verbinden.

noot

- 1 De wetenschappelijke versie van dit artikel verscheen als:
Pollmann, M.M.W. (2003). Some principles involved in the acquisition of number words. *Language Acquisition* 11(1), 1-31.