
Reken-wiskundeonderwijs - aanpassen, inpassen, toepassen

S.A. Lit & R. Keijzer
Flsme, Universiteit Utrecht

1 vooraf

Van 19 tot en met 21 januari vond de 29^e Panama-conferentie plaats met als titel: 'Reken-wiskundeonderwijs - aanpassen, inpassen, toepassen'. In de uitwerking van dit thema in verschillende conferentiebijdragen was er met name aandacht voor onderwijsopbrengsten en doorlopende leerlijnen, methodes, zwakke rekenaars en het leren van de leraar.

We doen hier verslag¹ van.

2 inleiding

Er wordt flink gebouwd aan het reken-wiskundeonderwijs in Nederland. Basisscholen en hun begeleiders werken samen in rekenverbetertrajecten. Pabo's voeren de kennisbasis rekenen-wiskunde in. Ontwikkelaars leggen de laatste hand aan een nieuwe generatie reken-wiskundemethodes. Actuele ontwikkelingen, zoals meer opbrengstgericht werken en de invoering van de referentieniveaus stellen leerkrachten, opleiders en onderwijsadviseurs voor grote uitdagingen.

Zo luidde de aankondiging voor de 29^e Panama-conferentie. De conferentietitel 'aanpassen, inpassen, toepassen' verwijst naar de volgende vragen:

- Welke aanpassingen in het reken-wiskundeonderwijs dragen bij aan hogere leeropbrengsten bij rekenen-wiskunde?
- Hoe kunnen actuele ontwikkelingen zodanig in het bestaande reken-wiskundeonderwijs worden ingepast dat ze bijdragen aan evenwichtige verbetering van dat onderwijs?
- Hoe kunnen leerkrachten goed worden opgeleid en ondersteund om nieuwe ontwikkelingen toe te passen?

Van alle lezingen en werkgroepen van de conferentie zijn korte verslagen geschreven, op basis waarvan dit overkoepelende conferentieverslag is samengesteld.²

Alles wat beloofd was in de conferentiegeds, kwam aan bod. Dit conferentieverslag start met de actuele ontwikkelingen in verband met de referentieniveaus en de ervaringen met het opbrengstgericht werken, gevolgd door een indruk van de nieuwste reken-wiskundemethodes. Daarna volgen de ontwikkelingen in de opleidingen en de nascholing. We voegen een nieuw thema toe, namelijk het bevorderen van het wiskundig denken van de leerling. Verschillende inleiders vroegen hiervoor aandacht. Tussen de verschillende paragrafen zijn korte reflecties ingevoegd, die de samenhang tussen de voorafgaande onderdelen beschrijven. Het verslag eindigt met een terugkoppeling naar bovengenoemde vragen, waar de conferentie op was gericht.

3 referentieniveaus

Sinds augustus 2010 zijn de nieuwe referentieniveaus van kracht. De referentieniveaus zijn opgesteld door de 'Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen'. Zij bieden een beschrijving van minimum eindniveaus voor taal en rekenen voor alle onderwijssectoren. Het belangrijkste doel van deze doorlopende leerlijnen is een algehele niveauverhoging voor taal en rekenen. Voor rekenen zijn vier domeinen beschreven: getallen, verhoudingen, meten & meetkunde en verbanden, telkens op twee niveaus: fundamenteel niveau (*F*) en streefniveau (*S*). Voor het eind van het primair onderwijs, met uitzondering van cluster 3, gelden de niveaus 1*F* en 1*S*.

De invoering van de referentieniveaus voor rekenen levert veel vragen op in het VMBO en MBO. Voor het VMBO geldt dat niveau 2*F* verplicht is voor alle leerlingen en bij het examen getoetst wordt. Dit maatschappelijk gewenste niveau van 'functionele gecijferdheid' dienen alle leerlingen bij het verlaten van het VMBO behaald te hebben. In het MBO ligt de situatie iets gecompliceerder: de MBO-1, -2 en -3 opleidingen krijgen examens op niveau 2*F*, terwijl alle MBO-4 opleidingen dienen te voldoen aan 3*F*. In het cursusjaar 2013-2014 zullen de eerste cohorten leerlingen aan het eind van het VMBO en het eind van het MBO deze centrale rekenexamens af moeten leggen.

Kees Hoogland (APS) schetst de historie van het rekenen in het VO en MBO in de vorige eeuw. Er kwam minder aandacht voor taal en rekenen, onder andere door minder nadruk op basisvaardigheden vanwege nieuwe technische mogelijkheden als de rekenmachine. Minder aandacht voor taal en rekenen uitte zich in minder lestijd en minder professionalisering van leraren op dit gebied. Daarnaast signaleren de scholen bij hun leerlingen een kortere spanningsboog, hyperactiviteit en andere interesses. Leerlingen doen graag games en willen altijd en overal met anderen communiceren.

De combinatie van deze factoren maakt het scholen niet makkelijk om de gecijferdheid van de leerlingen nu op een hoger plan te gaan brengen.

In het VMBO is rekenen ondergebracht bij wiskunde of bij een ander vak zoals economie of natuurkunde en soms geïntegreerd in algemeen vormende of beroepsgerichte vakken. Vanwege de problemen in de overgang van VMBO naar MBO was al eerder het project 'RekenVOort' gestart, waarin nagedacht is over functionele inzet van rekenvaardigheden. Er ligt nu dan ook materiaal voor VMBO klas 3 en 4 BB/KB zorg en welzijn en economie, dat aansluit bij het beroepsgerichte programma met onderhoud en oefening, dat niveau 2F dekt en gevarieerd is, functioneel en herkenbaar vanuit de sector.

In het MBO is de situatie heel anders dan in het VMBO. Omdat rekenen lange tijd niet meer als apart vak op de lessentabel heeft gestaan, is de aandacht ervoor minimaal geweest en zijn er momenteel in het MBO zeer weinig experts op het gebied van rekenen-wiskunde te vinden. Met de komst van de referentieniveaus is een grote vraag naar cursussen en bijscholing ontstaan. Zittende docenten die in de nabije toekomst het rekenonderwijs zullen gaan verzorgen komen bijvoorbeeld uit de hoek van de economische vakken of uit de hoek van wiskunde, taal, drama of studieloopbaanbegeleiding. Deze docenten zijn bijzonder geïnteresseerd in hoe het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool er momenteel uitziet om daarbij aan te kunnen sluiten met hun aanpak nu. Men denkt in het MBO na over de wijze waarop rekenen een plaats gaat krijgen: geïntegreerd met beroepstaken, rijke rekenlessen of workshops en ondersteuning en oefening individueel op maat. De deelnemers aan de conferentie spreken uit dat er nu mooie kansen liggen om het reken-wiskundeonderwijs in het vmbo en mbo af te stemmen op de aanpak uit het primair onderwijs, door als opleidingen expertise te leveren voor (professionaliserings)trajecten, zowel bij ontwikkeling als uitvoering.

In de bijeenkomst van onderwijsadviseurs wordt geconstateerd dat de referentieniveaus nog niet leven op basisscholen. Basisscholen werken aanbodgericht en gaan daarbij uit van de rekenmethode (kerndoelen). Onderwijsadviseurs vrezen dat scholen in de praktijk gaan zeggen 'we moeten 1F halen en als het lukt 1S'. Echter, een dergelijke denkwijze zou leiden tot een niveauverlaging! De onderwijsadviseurs vinden dat het niet voldoende is aan te wijzen waar je de referentieniveaus kunt vinden in methodes, maar willen scholen vooral bewust maken van het feit dat het hier om beheersingsdoelen gaat. Dat leerkrachten gaan denken in termen van beheersingsdoelen in plaats van aanbodsdoelen, is de omslag waar het werkelijk om gaat!

Basisscholen hebben behoefte aan inzicht in de samenhang tussen de

nieuwe referentieniveaus en bekende doelen en toetsen. Het zou bijvoorbeeld prettig zijn als de niveaus 1F en 1S gekoppeld zouden kunnen worden aan de rapportages van het leerlingvolgsysteem. Maar leerlingvolgsysteem en referentieniveaus hebben verschillende uitgangspunten en zijn niet eenvoudig te combineren.

Inmiddels worden verschillende materialen ontwikkeld om leraren kennis te laten maken met de referentieniveaus. De onderwijsadviseurs hebben positieve ervaringen met het 'Referentiespel'³: dit kan op scholen het gesprek op gang brengen en helder maken voor welk probleem de referentieniveaus een oplossing zijn. Het APS heeft posters⁴ uitgebracht, waarop de referentieniveaus in beeld gebracht zijn. Op een overzichtelijke wijze zijn hierop de niveaus genoemd, toegelicht, gevisualiseerd en van voorbeelden voorzien. In een werkgroep kregen conferentiegangers de opdracht om rekenopgaven in te delen bij de niveaus op de posters (fig.1). Het bleek niet altijd makkelijk opgaven op het juiste niveau en op de juiste poster te plaatsen. Maar des te zinvoller was het om met collega's te praten over het rekenen aan de hand van de posters van het APS.



figuur 1: discussiepunten bij referentieniveaus

Hierbij kwamen tijdens de conferentie de volgende discussiepunten op:

- Wat zal de status zijn van een examen waarin niveau 1F, 2F of 3F getoetst wordt? En hoe hard zullen deze gegevens zijn voor de studieloopbaan van de leerlingen? Dit is nog niet duidelijk. Vanaf 2011 zullen hierover *pilots* worden afgenomen en vanaf 2014 zal dit definitief vorm krijgen.

- HBO-opleidingen (en dus ook pabo's) zullen aanvullende eisen mogen stellen. Wie zal daartoe het initiatief nemen?
- Docenten en leraren moeten ervoor waken dat de beschreven niveaus niet zullen leiden tot een 'toewerken naar de toets'-cultuur. Veel belangrijker is dat docenten 'liefde voor hun vak' hebben en dit over kunnen dragen op hun leerlingen.

Bronja Versteeg (Giralisgroep Den Bosch) en Anneke Noteboom (SLO) gaan in op het implementeren van de referentieniveaus en het werken met individuele leerlijnen voor leerlingen die moeite hebben met het behalen van niveau 1F. Wanneer beslis je dat een leerling niet meer meedoet voor niveau 1S maar genoeg heeft aan 1F? Die beslissing is, eenmaal genomen, niet makkelijk terug te draaien. Voordat besloten wordt de leerstof te beperken tot niveau 1F, moeten eerst andere maatregelen genomen worden, zoals het uitbreiden van de instructietijd en het zorgen voor meer visuele ondersteuning. Het lijkt verstandiger uit te gaan van 1S en pas leerstof te schrappen als het echt te moeilijk is voor een leerling. Maar voor toekomstige HAVO/VWO-leerlingen biedt niveau 1S te weinig uitdaging: een deel van de 'oude' lesstof behoort namelijk niet tot niveau 1S. Deze leerlingen moeten dus met 'verrijkingsstof' aan de slag.

Versteeg en Noteboom geven aan welke stappen de basisscholen de komende jaren zouden moeten zetten. Stap 1 is het kennismaken met de referentieniveaus. Stap 2 is het vaststellen voor welke leerlingen op welke momenten aanpassingen nodig zijn en op welke momenten ze daarover verantwoording moeten afleggen. Stap 3 is het samenstellen van een aangepast aanbod op niveau 1F. Stap 4 is het borgen van de nieuwe werkwijze. Dat zou moeten gebeuren in de periode tot 2014. Verwacht wordt dat er dan ook toetsen zijn waardoor duidelijk wordt op welk niveau leerlingen presteren en dat de inspectie ermee aan de slag gaat.

Nina Boswinkel (SLO) bespreekt het probleem van de leerlingen die op twaalfjarige leeftijd ook niveau 1F niet halen. In het project 'Passende Perspectieven' wordt gekeken welke doelen het meest relevant zijn met het oog op de vervolgopleiding en het maatschappelijk perspectief van deze leerlingen. Moeten deze leerlingen de tafels memoriseren? En moeten ze basale kennis van procenten hebben? Boswinkel wil voorkomen dat de leerkracht deze leerlingen laat 'meehobbelen' met de groep. Er wordt overwogen verschillende leerroutes te schetsen voor leerlingen met een laag taal- en rekenniveau vanwege hun lagere cognitieve capaciteiten en voor leerlingen met (boven)gemiddelde capaciteiten, maar met een specifieke beperking die invloed heeft op de taal en rekenvaardigheden, zoals bijvoorbeeld dyscalculie of slechtziendheid.

De deelnemers aan deze werkgroep realiseren zich dat de leerkracht veel

kennis nodig heeft om verantwoorde keuzen te maken: de keuze voor een leerroute is er een, maar daarbinnen zullen nog meer keuzen ‘op maat’ gemaakt moeten worden.

Ook aan een werkelijk doorgaande lijn van het basisonderwijs naar het voortgezet onderwijs zal nog hard gewerkt moeten worden. Geeke Bruin-Muurling (Technische Universiteit Eindhoven) heeft promotieonderzoek gedaan naar het rekenonderdeel breuken in primair en voortgezet onderwijs. Ze heeft geanalyseerd op welke manier schoolboeken aandacht besteden aan breuken. De conclusie is dat er grote verschillen zijn in de aanpak van breuken en in de onderwijscultuur in beide sectoren en dat men vanaf beide zijden onvoldoende zicht heeft op de doorgaande lijn. De volgende verschillen kwamen ter sprake (fig.2).

Basisonderwijs	Voortgezet onderwijs
Realistisch onderwijs, uitgaan van de context	Traditioneel rekenen onder invloed van het hoger onderwijs
Rekenmodel wordt gegeven om vervolgens de som uit te rekenen met als doel de som te kunnen berekenen	Doel van het uitrekenen is om de algemene regel te kunnen verantwoorden
Een breuk hoort tussen de 0 en 1	Een breuk is een rationaal getal
Opgaven (toetsen) zijn beperkt in variatie en gebruiken getallen waarmee goed te rekenen is	Gaat ook uit van de lastige getallen in opdrachten
Bij toetsen (bijvoorbeeld de eindtoets van het Cito) draait het alleen om het antwoord	Bij toetsen gaat het vooral om de berekening
De overstap van de context naar formele sommen wordt niet gemaakt	Gaat uit van formele sommen
Informele strategie wordt gekoppeld aan bepaald type opdracht	Zelf bepalen welke strategie te gebruiken

figuur 2

4 opbrengstgericht werken

Om de prestaties voor taal en rekenen te verhogen heeft het vorige kabinet aangestuurd op ‘opbrengstgericht werken’. Volgens Guuske Ledoux (Kohnstamminstituut, UvA) is onderwijs altijd opbrengstgericht. Ledoux spreekt daarom liever van meetgestuurd onderwijs, waarbij het erom gaat

gegevens te verzamelen en op basis daarvan adequaat te handelen om de prestaties te verbeteren. Ledoux constateert dat scholen wel gegevens verzamelen en registreren, maar onvoldoende aandacht besteden aan het formuleren van doelen, het interpreteren van gegevens en het nemen van beslissingen. Scholen die meer aandacht gaan besteden aan doelgericht werken, krijgen beter zicht op hun eigen zwakke plekken, gaan bewuster om met leerstofselectie en differentiatie en komen vaak tot de ontdekking dat de leerlingen meer kunnen dan gedacht. Er is vooral winst te halen bij kinderen met een gemiddeld rekenniveau en bij kinderen die in de loop van de schooljaren steeds minder goed gaan presteren. Ledoux trekt de lijn door naar de te verwachten resultaten, nu de referentieniveaus zijn ingevoerd. Zij denkt dat de lat van de referentieniveaus te hoog ligt voor achterstandscholen en te laag voor sterke scholen!

Ed Smeets (ITS) doet onderzoek naar de rekenverbetertrajecten. Het is de bedoeling objectief te beoordelen welke scholen beter en welke slechter presteren en waar dit aan ligt. In de rekenverbetertrajecten werken scholen samen in clusters van vijf tot tien scholen. Drie keer per jaar krijgen ze advies van rekenexperts en innovatiedeskundigen. Bij de nulmeting blijken kleinere scholen in niet-stedelijke gebieden vaker onder de norm te scoren. Bij deze scholen leidt analyse van rekenresultaten niet tot concrete activiteiten, ook besteden zij minder tijd aan rekenonderwijs. Volgens het ITS zijn de knelpunten dat automatiseren en herhalen te weinig aandacht krijgt, de methodes te talig zijn, leraren niet zien wat er geschrapt kan worden uit de methode en dat leraren te weinig aandacht geven aan goede rekenaars. Wat nodig is om de opbrengsten te verhogen is het verbeteren van de instructie met behulp van externe deskundigen, beter afstemmen van het aanbod op zowel zwakkere als sterkere leerlingen, efficiënter inrichten van de rekenles en zorgen voor doorgaande leerlijnen. Kijk bij het verbeteren van het rekenonderwijs naar de kenmerken van effectieve scholen. Smeets veronderstelt dat het werken aan hogere opbrengsten in het rekenonderwijs zal leiden tot beter klassenmanagement, en dus meer effect zal hebben dan alleen hogere rekenprestaties.

In het kader van opbrengstgericht werken maken veel scholen gebruik van de uitkomsten van Citotoetsen. De eindtoets van Cito operationaliseert de onderwijsdoelen en is mede om die reden een bruikbaar instrument om richting te geven aan het bepalen van de rekendoelstellingen op schoolniveau. Joop Bokhove, die jarenlang meewerkte aan de constructie van Citotoetsen, laat zien dat de keuze van toetsopgaven geen waarde vrijgebeuren is, maar een weerspiegeling vormt van de ontwikkelingen binnen het vakgebied mede in het licht van maatschappelijke ontwikkelingen. Het onderwijs wordt teveel afgerekend op de 'output' en hierdoor wordt de aan-

dacht afgeleid van de kwaliteit van de onderliggende denkprocessen, stelt Bokhove. Gebruikers van de Citotoets-resultaten moeten zich terdege bewust zijn van de beperkingen. In het alledaagse gebruik wordt aan de scores op de eindtoets een te groot gewicht toegekend. Ze zijn echter niet allesbepalend. Het instrument beoogt succes in het vervolgonderwijs te voorspellen; dat is heel iets anders dan het meten van de kwaliteit van het onderwijs. Niet alles is met meerkeuzevragen te meten. Cijferopgaven zijn bijvoorbeeld moeilijk te toetsen. Vanwege de vele foutenbronnen kunnen lastig antwoordalternatieven - zogeheten 'afleiders' - geconstrueerd worden. Ook denkprocessen laten zich niet of nauwelijks vangen in meerkeuze-vorm. In de loop der jaren zijn er duidelijke ontwikkelingen te constateren in de eindtoetsen. In vergelijking met de zeventiger jaren is het aandeel van hoofdrekenen toegenomen ten koste van cijferen, is schattend rekenen belangrijker geworden, is de nadruk meer op het meten van het begrip van grootheden en maten en minder op herleidingen komen te liggen, heeft meetskunde een plaats in de toets verworven en heeft er een verschuiving van overwegend kale opgaven naar contextopgaven plaatsgevonden. De verwachting is dat deze laatste trend weer deels wordt teruggedraaid: in de toekomstige toetsen zullen kale opgaven een groter bestanddeel van de eindtoetsen gaan vormen.

Wat dat betreft is de bijdrage van Annemiek Zwart (APS) interessant, die duidelijk maakt hoe innovatieve scholen zich kunnen verantwoorden. Zwart werkt met zogenoemde conceptgestuurde scholen, die een specifieke visie hebben op de inhoud en het proces van het onderwijs. Deze scholen vinden de toetsingskaders van de overheid vaak niet bij hun onderwijs passen en worden volgens de indicatoren van de inspectie als zwak bestempeld.



Conceptgestuurde scholen hechten veel belang aan persoonlijke ontwikkeling, zoals zelfvertrouwen, zelfstandigheid, nieuwsgierigheid. Men gaat

ervan uit dat kinderen binnenkomen met een vraag en die komt niet altijd overeen met wat de kinderen volgens het curriculum moeten kennen en kunnen. Een methode die lineair is opgebouwd, sluit onvoldoende aan bij het sprongsgewijze ontwikkelingsproces van kinderen. Deze scholen moeten wel voldoen aan 'wat' ze moeten onderwijzen volgens de eisen van de overheid, maar 'hoe' mogen ze zelf bepalen. In het project van Zwart hebben de deelnemende vernieuwingsscholen voor rekenen de volgende opzet gekozen in een drieweeks ritme: week 1 is bestemd voor ontdekkend leren, waarbij kinderen veel samenwerken. In week 2 krijgen de kinderen een pakketje oefenstof uit het boek, gebaseerd op wat ieder kind al kan en een persoonlijke leerlijn. In week drie vindt differentiatie plaats: kinderen krijgen extra hulp dan wel complexere vraagstukken. Zo is er een compromis gevonden: enerzijds krijgen de leerlingen leerstof die ze moeten beheersen, anderzijds is er ook veel gelegenheid om zelf te ontdekken en datgene te doen wat aansluit bij hun ontwikkeling. Door deze werkwijze boeken de scholen goede resultaten.

reflectie

De referentieniveaus, die inmiddels wettelijk van kracht zijn, hebben al heel wat in beweging gezet. De grootste verandering vindt plaats in het VMBO en het MBO, waar voorheen weinig of niet gerekend werd en waar nu materialen ontwikkeld en docenten getraind worden. Een prachtige kans om het nieuwe reken-wiskundeonderwijs hier te laten aansluiten op dat in de basisschool. Daar moet wel actief op worden ingezet, want we zien dat de aansluiting tussen basisonderwijs en HAVO/VWO nog altijd veel te wensen over laat.

Intussen zijn de basisscholen nog helemaal niet bezig met de invoering van de referentieniveaus. Het risico is groot dat zij het onderschatten en het nieuwe referentieniveau 1S beschouwen als een concretisering van de kerndoelen met 1F als minimum. Maar adviseurs wijzen erop dat er van de basisscholen een grote omslag in denken gevraagd wordt: vanaf nu gaat het om beheersingsdoelen! De scholen zullen er echt voor moeten zorgen dat hun leerlingen 1S halen, en als het echt niet anders kan 1F.

Scholen die in de afgelopen jaren aan de slag gegaan zijn met opbrengstgericht werken, zullen profiteren van hun inspanningen. Want projecten rond opbrengstgericht werken laten zien dat er winst te halen is als basisscholen de rekenopbrengsten meten en vooral ook als ze daaraan consequenties verbinden. In eerste instantie gaan veel scholen meer tijd besteden aan herhaling en automatisering. Daarna moeten scholen zich bezinnen op de differentiatie bij rekenen-wiskunde, niet alleen voor de zwakke rekenaars maar zeker ook voor de goede rekenaars. Voor de goede rekenaars biedt het referentieniveau 1S te weinig uitdaging.

Kunnen we van de invoering van de referentieniveaus een verhoging van de rekenresultaten verwachten? Voor het VMBO en MBO in principe wel, omdat hier meer aandacht voor rekenen-wiskunde komt. De opbrengsten zullen wel sterk afhangen van de kwaliteit van de docenten die daarvoor ingezet zullen worden. Om hogere opbrengsten te realiseren, moeten docenten veel vakdidactische kennis hebben en sterk zijn in klassenmanagement. Dat geldt natuurlijk ook voor de leraren in de basisschool, waar de benodigde verandering minder ingrijpend lijkt. Toch betekent het gericht toewerken naar een beheersingsnorm een heuse cultuuromslag en dat kost tijd. Volgens Ledoux (ITS) kunnen de prestaties omhoog van kinderen met een gemiddeld rekenniveau en van kinderen die in de loop van de schooljaren steeds minder goed gaan presteren. Maar voor de zwakste rekenaars is dat niet zo. Vooral voor achterstandsscholen zou de lat van de referentieniveaus weleens te hoog kunnen liggen.

5 vernieuwde methodes

Verschillende educatieve uitgevers komen met nieuwe en vernieuwde reken-wiskundemethodes. Gezien het tijdstip van verschijnen kan er aan het aanpassen van de methodes aan de nieuwe referentieniveaus nog niet veel aandacht zijn besteed. Daarover horen we inderdaad niet veel op de donderdagmiddag van de conferentie, die gewijd is aan zeven reken-wiskundemethodes voor de basisschool, namelijk:

- ‘De Wereld in Getallen’, Malmberg.
- ‘Pluspunt’, Malmberg.
- ‘Alles Telt’, ThiemeMeulenhoff.
- ‘Rekenrijk’, Noordhoff.
- ‘Reken Zeker’, Noordhoff.
- ‘Wizwijs’, Zwijsen.
- ‘Rekenwonders’ (Singapore Rekenen) HCO/Bazalt.

Om vergelijkingen te kunnen maken heeft de organisatie alle auteurs gevraagd de leerlijnen ‘optellen en aftrekken tot 100’ in de middenbouw en de leerlijn ‘redeneren en rekenen met kommagetallen’ in de bovenbouw te presenteren. De nieuwste methodes, ‘Reken Zeker’ en ‘Rekenwonders’, krijgen veel belangstelling. De achterliggende ideeën voor ‘Rekenwonders’ komen uit Singapore, waar men ten behoeve van de kenniseconomie flink investeert in het onderwijs in Engels en wiskunde. Daarbij wordt nadrukkelijk gekozen voor een accent op probleemoplossen en minder op het uitvoeren van procedures, maar in het gepresenteerde materiaal komt dit niet

goed over. Gewerkt wordt met louter kale sommen in een structuralistische opbouw, met denkopdrachten achter aan het blok. 'Rekenwonders' blijkt veel minder uitgewerkt dan andere methodes - geen handleiding, geen planning - en zonder scholing kan een leerkracht met dit pakket niet uit de voeten.

De nieuwe methode 'Reken Zeker' komt ook ter sprake in een grondige vergelijking met de methode 'Rekenrijk' van dezelfde uitgever. Marc van Zanten (Hs. Edith Stein) nodigt de deelnemers aan de werkgroep uit om de aanpak van de basisbewerking aftrekken in groep 4 in beide methodes te analyseren en te vergelijken en de keuzen van de methodemakers te doorgronden. De verschillen tussen beide methodes zijn groot. 'Rekenrijk' gebruikt het rekenrek voor het rekenen tot 20 en daarna de getallenlijn; 'Reken Zeker' gebruikt bij het rekenen tot 20 en tot 100 afbeeldingen van MAB-materiaal. Waar de kinderen in de methode 'Rekenrijk' de opdracht krijgen 'reken uit op jouw manier', stimuleert 'Reken Zeker' niet tot eigen oplossingsmanieren. De deelnemers hebben kritiek op het materiaalgebruik in 'Reken Zeker', waar MAB-blokjes worden weggenomen van achter naar voren of rijtjes worden weggehaald uit het midden.



In een andere werkgroep nemen Arlette Buter (Rekenadvies Buter) en Marc van Zanten het schriftelijk vermenigvuldigen volgens standaardprocedures in de nieuwe methodes onder de loep. De inleiders hebben van zes van de zeven methodes (alleen 'Rekenwonders' ontbreekt, omdat de materialen nog niet zover zijn ontwikkeld) de leerlijnen voor schriftelijk vermenigvuldigen samengevat en met voorbeeldopgaven geïllustreerd in één document van 24 pagina's. Onder schriftelijk vermenigvuldigen wordt verstaan het kolomsgewijs en/of cijferend vermenigvuldigen. In de referentieniveaus staat daar voor 1F onder andere: 'vermenigvuldigen van een getal met één cijfer met een getal van twee of drie cijfers' en 'vermenigvuldigen van een getal met twee cijfers met een getal van twee cijfers'.

De verschillen tussen de bestaande methodes lijken in de nieuwe versies versterkt. 'Alles telt' maakt een grote overgang van kolomsgewijs naar cijferend vermenigvuldigen en herhaalt dit bij ieder nieuw type vermenigvuldigingopgave. 'Rekenrijk' zet herhaaldelijk naast elkaar: kolomsgewijs van links naar rechts, kolomsgewijs van rechts naar links, cijferend. In 'Wizwijs' daarentegen, is het kolomsgewijs vermenigvuldigen tot in groep 8 de dominante aanpak. Het is de enige methode die het rechthoekmodel hanteert. In de nieuwe methode 'Reken Zeker' wordt al vanaf groep 5 cijferend vermenigvuldigd, zonder dit op te bouwen vanuit het kolomsgewijs rekenen. Het vergelijken van de aanpak van het vermenigvuldigen in de nieuwe methodes lokt fikse discussies uit over de wenselijkheid van de keuzen die gemaakt zijn in de nieuwe en vernieuwde methodes.

Het kan bijna niet anders dan dat die keuzen consequenties hebben voor de bijbehorende instructie en voor het eindniveau van de leerlingen.

Mireille Hubers en Marjolein Gompel (Radboud Universiteit Nijmegen) doen nader onderzoek naar de effecten van realistische en traditionele methodes. Onderwijs met traditionele methodes menen zij gevonden te hebben in België. Hubers en Gompel zien geen verschillen in de mate van automatiseren, constateren op sommige toetsonderdelen betere resultaten bij kinderen die optellen van rechts naar links en bij kinderen die meer sturing in het onderwijs ontvangen en op andere toetsonderdelen betere resultaten bij kinderen die veel oefenen met contextopgaven en het delen via de hapmethode uitvoeren. De boodschap van Hubers en Gompel is dan ook:

De onderwijspraktijk zou zich niet moeten richten op welk gedachtegoed zij wil aanhangen, maar welke didactische principes zij in haar lespraktijk wil integreren.

In het Freinetonderwijs tenslotte werkt men in principe niet met methodes. Het samen leren vanuit de ervaringen van kinderen en vanuit de grote en kleine actualiteit van elke dag, ofwel 'Levend Leren', staat centraal. Levend leren kan niet volledig geregisseerd worden door kant-en-klare methodes.

Jimke Nicolai presenteert op de conferentie het nieuwe boek 'Dat Telt. Bouwstenen voor levend reken-wiskundeonderwijs.' In dit boek wordt een methodiek beschreven voor levend reken-wiskundeonderwijs. Deze methodiek kent vijf kenmerken: (1) het biedt de leerkracht de mogelijkheid los van een reken-wiskundemethode rekenonderwijs te verzorgen, (2) het geeft de leerkracht overzicht op de doorgaande leerlijnen van de verschillende reken-wiskundedomeneinen, (3) het is kerndoeldekkend, (4) het is mogelijk aan te sluiten bij de visie en werkwijze van de school, en (5) het sluit aan bij de methodiek: 'Da's andere taal.' De methodiek gaat uit van

vier brongebieden (Kinder- en klassenleven, Actualiteit, Andere vakken, Rekenen-wiskunde) waarbinnen rekenen-wiskunde zich kan afspelen. Voor deze brongebieden zijn reken-wiskundesituaties ontworpen en deze zijn weer gekoppeld aan reken-wiskundegenres (fig.3).

Brongebied	Reken-wiskundesituatie	Rekengenre
kinder- & klassenleven	omgaan met geld	zakgeld beheren winkelen klassenkas bankzaken

figuur 3: voorbeeld van uitwerking van onderdeel
brongebied kinder- & klassenleven

Voor elk rekengenre wordt een leerlijn beschreven waarin gestart wordt vanuit concreet geformuleerde werkdoelen die productgericht zijn. Deze worden vervolgens uitgewerkt voor vier fasen in het basisonderwijs (groep 0, 1, 2 - groep 3, 4 - groep 5, 6 - groep 7, 8) en gekoppeld aan situaties, werkvormen, sociale vaardigheden, taalvaardigheden, inhoudelijke kennis en aan de kerndoelen.

De deelnemers kregen een positieve indruk van het nieuwe boek. Na het boek 'Levend rekenen da's pas realistisch', waarin een aantal krachtige voorbeelden worden gekoppeld aan realistisch rekenen, is dit boek een stap vooruit. De koppeling aan de kerndoelen en het overzicht op de leerlijnen die het boek biedt zijn sterk. Ook komen meteen wensen voor een volgend boek in beeld: daarin zou meer aandacht mogen zijn voor het vakdidactisch handelen van de leerkracht.

reflectie

Er verschijnt momenteel een nieuwe generatie reken-wiskundemethodes, waarin de nieuwe referentieniveaus naar verwachting nog niet of onvoldoende zijn verwerkt. Dat is jammer, omdat leerkrachten concrete richtlijnen zoeken voor wat alle leerlingen nu moeten kunnen (1S, dan wel 1F). Aangepaste methodetoetsen zouden goede diensten kunnen bewijzen. Maar vooral ook zal de handleiding doordrongen moeten zijn van de nieuwe cultuur: deze stof moet niet alleen worden aangeboden, maar moet door de leerlingen worden beheerst.

Tegelijkertijd krijgen de leraren meer keus. In de didactische aanpak zijn grotere verschillen tussen de beschikbare methodes dan voorheen. Misschien gaat dit juist wel goed uitwerken; gaan leerkrachten bewuster en kritischer naar methodes kijken bij de aanschaf en tijdens het werken ermee. Wanneer een leerkracht straks niet het vereiste rekenniveau haalt, moet hij of zij op zoek naar de oorzaken. Deze kunnen deels liggen in de gebruikte methode. Voor het analyseren van teleurstellende resultaten

heeft de leerkracht wel een onderzoekende houding nodig. Het bevorderen van een onderzoekende houding bij leraren krijgt op de opleidingen momenteel veel aandacht.

6 vernieuwingen op de opleiding

De samenstellers van het KNAW-rapport 'Rekenonderwijs op de basisschool' (2009) stellen in een van de conclusies dat de 'opleiding en nascholing van de leraar in ernstig mate geërodeerd zijn'. In verschillende werkgroepen op deze conferentie is te zien dat de opleidingen niet stil zijn blijven staan en duidelijk in beweging zijn gekomen. Op veel opleidingen komt meer tijd en aandacht voor rekenen-wiskunde. De kennisbasis geeft richting aan de invulling daarvan. Een aantal opleiders is bezig met een brede heroriëntering op de doelstellingen, de inhoud en de didactiek van reken-wiskunde binnen de opleiding.

In een van de bijeenkomsten voor opleiders staat de invoering van de Kennisbasis rekenen-wiskunde op de pabo en de implicaties daarvan voor het opleidingscurriculum centraal. Ronald Keijzer schetst in vogelvlucht de voorgeschiedenis van de ontwikkeling van de kennisbasis. In de jaren vijftig en zestig werd op de opleidingen rekenkundige kennis gedoceerd, aangevuld met algemene didactiek. Tegen het midden van de jaren zeventig deed de vakdidactiek, die op realistische leest geschoeid was, haar intrede. Opgaven op eigen niveau en de reflectie daarop, moesten leiden tot gecijferdheid en moesten de ogen van de aanstaande leraren openen voor de vakdidactische aspecten. De nieuwe kennisbasis brengt de kennis van rekenen-wiskunde terug in het programma, en wel tot op het referentieniveau 3s. Daarnaast is er plaats voor kennis voor het onderwijzen van het vak en maatschappelijke relevantie.

De implementatie van de kennisbasis roept bij de opleiders vooralsnog meer vragen op dan er op dit moment beantwoord kunnen worden. Hoe kan de kennisbasis inzichtelijk gemaakt worden? Waar moet welke kennis een plek krijgen? Wat houdt dit in voor de opleidingsdidactiek? Hoe ziet de toetsing van de kennisbasis er uit? Hebben alle opleiders wel zelf voldoende bagage in huis om aan de standaarden van de kennisbasis te kunnen voldoen? Zou er een professionaliseringstraject voor opleiders moeten komen om de kennisbasis te kunnen invoeren? Hoeveel opleidingstijd is beschikbaar? Hoe moet het binnenschools- op het buitenschools-curriculum afgestemd worden? Zullen er aan de zittende leraren die studenten begeleiden aanvullende eisen gesteld moeten worden? Leidt het invoeren van de kennisbasis daadwerkelijk tot de beoogde kwaliteitsverhoging? Er

zijn grote verschillen tussen de pabo's in de beschikbare opleidingstijd, de mate waarin de implementatie al gestalte heeft gekregen en de gevolgde implementatiestrategie.

Studenten moeten in ieder geval hun rekenvaardigheid opvizzelen. Voor hen, en voor anderen, zijn Sieb Kemme, Willem Uittenbogaard en Ed de Moor de website 'rekenbeter' begonnen. Via deze site kan iedereen die daar belangstelling voor heeft een gratis abonnement nemen op vier sommen per dag, vijf dagen in de week. Via e-mail worden deze opgestuurd: twee kale sommen, een tekstopgave en een doordenker. De antwoorden en de uitwerkingen van de eerste drie sommen komen onmiddellijk nadat je de vragen hebt beantwoord, de uitkomst van de doordenker komt de dag erna. Er is een heuse competitie ontstaan, waarbij het de kunst is om de vragen niet alleen juist te beantwoorden, maar ook nog zo snel mogelijk.

Zeven pabo's ontvingen van de PO-raad een subsidie om studenten al tijdens hun opleiding te oriënteren op opbrengstgericht werken. Gerard Boersma (HAN) vertelt dat hij voor zijn derdejaarsstudenten uitgaat van de cyclus handelingsgericht werken, waarbij de docenten voor rekenen-wiskunde nauw samenwerken met de docenten voor pedagogiek en onderwijskunde. Bij rekenen-wiskunde wordt aandacht besteed aan het analyseren van toetsgegevens, observaties, gesprekjes, schriftelijk werk en onderwijsmateriaal. Juist het analyseren van gegevens vraagt van (aanstaande) leerkrachten een onderzoekende houding. Een dergelijke houding typeert zich door:

- eigen ideeën en die van anderen kritisch durven te beschouwen;
- actief *critical friends* betrekken bij het onderzoeken;
- het voortdurend nieuwe vragen stellen;
- het effectief gebruiken van bronnen.

Daarom hebben alle studenten in dezelfde periode ook actieonderzoek gedaan, bij voorkeur voor rekenen-wiskunde en in aansluiting bij de ontwikkeling van de stageschool. Met enkele scholen is nauw samengewerkt. Die scholen zijn enthousiast over dit project.

Een andere interessante vernieuwing in de opleiding wordt gepresenteerd door Nathalie de Weerd. Op Hs. Windesheim wordt gewerkt met *Lesson Study*, een didactisch concept gericht op het verbeteren van de didactiek van leerkrachten. Het concept is afkomstig uit Japan (grondlegger Makato Yoshida) en bestaat uit de volgende cyclus die wordt doorlopen door studenten:

- stellen van doelen;
- plannen van de les;

- lesgeven + observeren + *debriefing*;
- reviseren + *reteaching*;
- reflecteren + verzamelen gegevens.



Deze cyclus wordt doorlopen door een groep studenten (*lessonplanning team*). De studentengroep zorgt gezamenlijk voor een zeer gedetailleerde en inhoudelijk doordachte voorbereiding van de les, waarin ook aandacht besteed wordt aan de reacties die je van kinderen kunt verwachten en welke reacties van de leerkracht hierop dan weer mogelijk zijn. Eén student voert de les uit en zorgt voor een filmopname. Deze opname wordt op de opleiding geobserveerd en besproken in het 'lessonplanning team'. Daarna wordt de les gereviseerd op basis van de bevindingen en (indien mogelijk) in een andere groep nog eens gegeven. Op de conferentie worden videobeelden van een lesvoorbereiding door een studententeam getoond. De studenten zijn lang bezig met één enkele opdracht uit een rekenmethode en het inhoudelijke niveau van dit overleg is niet hoog. De conclusie is dat inhoudelijke interventies van een opleider nodig zijn voor niveauverhoging en effectieve tijdsbesteding. En hoe organiseer je dat wanneer je dit met een groep van 25 studenten doet? Toch spreekt de opzet aan. De gedetailleerde voorbereiding van de les, waarin je didactische keuzen, mogelijke reacties van kinderen en jouw reactie daar weer op, moet verantwoorden, creëert diepgang. Ook het bespreken van een les die samen is voorbereid is een middel om tot dieper begrip te komen van vakdidactische keuzen.

Wil Oonk presenteert een instrument waarmee theorie en praktijk geïntegreerd gepeild of getoetst kunnen worden. Dit instrument is ontwikkeld en gevalideerd in zijn onderzoek 'Theorie in Praktijk'. Achterliggende gedachte is dat je bij elke onderwijsleereenheid een begrippenlijst kunt vaststellen

van vijftig tot zeventig lokaal theoretische begrippen, die betekenis krijgen en beklijven door een narratieve aanpak. Zo ontwikkelen studenten 'met theorie verrijkte praktijkkennis'. De studenten krijgen de opdracht een onderwijsverhaal te schrijven naar aanleiding van een praktijksituatie. In de analysefase wordt het studentenwerk gesplitst in betekenisvolle eenheden, waarvan dan de aard en het niveau van theoriegebruik kan worden vastgesteld. Bij het duiden van de niveaus wordt onderscheid gemaakt tussen niveau 1, waarbij er geen gebruik wordt gemaakt van theoretische begrippen. In niveau 2 worden één of meer theoretische begrippen gebruikt maar zonder onderlinge samenhang. In het hoogste niveau, niveau 3, worden twee of meer theoretische begrippen in betekenisvolle samenhang gebruikt. Bij de duiding van de aard van het theoriegebruik wordt een onderscheid gemaakt in categorie *A*, *B* of *C*. Bij *A* worden gebeurtenissen feitelijk weergegeven, zonder een mening te geven. Bij *B* wordt wel een mening of oordeel gegeven, maar zonder onderbouwing. Een *C* wordt gegeven als er sprake is van een verklaring waarom de leraar en/of leerling zo denkt of handelt. Tenslotte wordt bij *D* ingespeeld op situaties, bijvoorbeeld door een vervolg aan te geven of door een alternatieve aanpak te beschrijven. De combinatie van de drie niveaus van theoriegebruik met de vier verschillende weergaven van de aard van het theoriegebruik levert een matrix op van twaalf categorieën. De categorieën *C3* en *D3* representeren in feite het hoogste niveau van professionele gecijferdheid. De deelnemers aan de werkgroep van Oonk ervaren dat het werken met het instrument enige vaardigheid vereist, maar dat het instrument toch redelijk eenvoudig ingezet kan worden. Het instrument lijkt daarmee uitermate geschikt om in te zetten in de opleiding en zo de praktijk en theorie meer in samenhang te toetsen.

7 leren onderzoeken

Verschillende opleiders presenteren op de conferentie curriculumontwerpen, waarin studenten onderzoek leren doen op het gebied van rekenen-wiskunde. Hilde Amse en haar collega's van het lectoraat 'Maatwerk Primair' van de Pabo Almere verzorgen in het derde jaar een minor 'Verdieping Passend Onderwijs'. In 2009-2010 hebben 37 studenten op 23 scholen ondersteuning geboden aan zwakke rekenaars uit groep 4 of 5. De studenten hebben zelf een nulmeting afgenomen op een zelf ontworpen toets 'Welbevinden'. Daarnaast voerden ze een diagnostisch gesprek met de leerlingen op basis van de methode 'Maatwerk'. Elke student ging aan de slag met een groepje van vier leerlingen en richtte zich op het automatiseren

ren met behulp van gestructureerde materialen, strategieën en speels oefenen. Na de interventies, die wekelijks plaats vonden, werd opnieuw de toets 'Welbevinden' afgenomen evenals een afsluitende toets uit 'Maatwerk'. Koppeling van de resultaten aan de toets 'Welbevinden' levert het beeld op dat leerlingen rekenen leuker zijn gaan vinden, meer zelfvertrouwen hebben gekregen en sneller hulp aan de leerkracht durven te vragen. De kinderen hebben gemiddeld meer geautomatiseerd. De resultaten worden beter bij meer interventies. Bij het automatiseren van 0 tot 10 was de effectgrootte het sterkst in de eerste tien interventies. Bij het automatiseren tot 20 hadden de eerste tien interventies minder effect. Pas na tien interventies waren de effecten meetbaar. Niet bekend is welk van de drie gekozen interventies het meest succesvol is geweest. Behalve de kinderen hebben ook de studenten veel van dit onderzoek geleerd. Studenten hebben onderzoeksvaardigheden ontwikkeld en geven aan dat zij meer oog gekregen hebben voor de onderwijsbehoeften van kinderen.

Op de Avans Pabo in Breda kunnen studenten kiezen voor de minor 'Onderzoek en Ontwerp'. Twintig weken lang gaan studenten vier uur per week met hun opleider Frans Van Mulken aan de slag met *big ideas* en ICT, met conceptontwikkeling bij leerlingen in interactief groepsgericht onderwijs, open problemen en geleid (her-)ontdekken. Inhoudelijk is aansluiting gezocht bij het project *Science and Technology for the Future* van de Eindhoven School of Education/TUE. Hiervan wordt de *webquest* over snelheid (treinmachinist) gebruikt. Femke Dijkers en Angela van Wijk, studenten van Van Mulken, laten werk zien van leerlingen in groep 7. Duidelijk is dat kinderen aan het begin van de lessenreeks heel verschillende representaties maken om de snelheid van een trein aan te geven, terwijl zij aan het eind van de lessen allemaal grafieken tekenen.

Van Mulken wil met deze minor tegenwicht bieden aan het instrumenteel aan het werk gaan met opbrengstgericht werken. Daar waar het bij opbrengstgericht werken gaat om het stellen van doelen en nagaan of die bereikt zijn, verdienen doelstellingendiscussies veel meer aandacht van leraren en aanstaande leraren. Welke doelen zijn nodig voor de toekomst? Leerkrachten krijgen vaak vragen over doelen, over de staartdeling bijvoorbeeld. Verder moeten aanstaande leraren niet alleen repertoire verwerven, maar ook leren ontwerpen en onderzoeken. De (re)constructieprocessen, die je bij de leerlingen wilt bewerkstelligen, moeten studenten zelf ook ondergaan. Dat kost veel tijd.

Aandacht voor onderzoek is er bij uitstek in de academische opleidingstrajecten, die op verschillende pabo's gestart zijn. Annette Markusse presenteert de opzet van de Hs. IPABO. Hier gaat het om studenten met een VWO-vooropleiding, die tegelijkertijd een universitaire pedagogiekopleiding en

de pabo volgen en zo twee bachelors kunnen halen. Dat betekent dat er flink gesneden moest worden in het reguliere paboprogramma, maar voor rekenen-wiskunde is zeventig uur contacttijd blijven staan in de majorfase, vergelijkbaar met de contacttijd in het reguliere traject.

Stella van der Wal vertelt dat de Marnix Academie een academisch traject aanbiedt in eigen beheer, waarin de studenten een 'pre-master onderwijskunde' halen. De academische opleidingsstudenten krijgen extra *research & design-ateliers*. Dat zijn langdurige onderzoek- en ontwerpprogramma's waarin het werken aan ontwikkeling en vernieuwing van het onderwijs centraal staat. Studenten onderzoeken, ontwerpen en delen er kennis. In de verschillende leerperiodes staat telkens een ander thema centraal, zoals 'taalgericht reken-wiskundeonderwijs'. Tijdens de majorfase is er acht uur per week beschikbaar voor rekenen-wiskunde, gecombineerd met onderzoeksvaardigheden.

reflectie

In geen jaren zijn er tijdens de Panama-conferentie zoveel innovaties op de opleidingen besproken als dit jaar. Tegen de verwachting in gaan die niet over de concrete invoering van de kennisbasis in de opleidingspraktijk. Opleiders hebben nog veel vragen over de kennisbasis en nog niemand durft met overtuiging te schetsen hoe die moet worden ingevoerd. Wél verwachten veel opleiders dat hun opleiding meer tijd zal inruimen voor het vak rekenen-wiskunde. In nieuw opleidingsaanbod valt op dat men studenten meer wil leren onderzoeken. Dat past bij de aandacht voor het HBO-niveau vanuit de accreditatie, bij de instelling van lectoraten, het past in het kader van opbrengstgericht leren werken tijdens de opleiding en tegelijkertijd als tegenwicht tegen simpelweg streven naar hogere rekenprestaties bij de leerlingen. Het is waardevol dat academische opleidingstrajecten ook weer meer instroom vanuit het vwo aantrekken. Opleiders hopen dat studenten door het leren onderzoeken meer kritische reken-wiskundeleerkrachten worden. Onderzoeken moet natuurlijk niet in de plaats komen van vakspecifiek onderwijs voor rekenen-wiskunde. Of, zoals een van de deelnemers het uitdrukte, 'liever de focus op onderzoekend leren, dan op leren onderzoeken'.

8 nascholing en advisering

Belinda Terlouw (Katholieke pabo Zwolle) heeft een methodiek ontwikkeld, waarmee ze leerkrachten aanzet tot het ontwikkelen van professioneler handelen in de klas. De aanleiding hiervoor ligt in de moeizame implemen-

tatie van de materialen van het project 'Speciaal Rekenen'. Terlouw vroeg zich af hoe zij leerkrachten meer kon laten groeien. Omdat leraren vooral gemotiveerd zijn voor het werken met kinderen, start Terlouw bij de kinderen. Ze laat leerkrachten een fotoverhaal maken van zeven foto's van hun leerlingen, met op de achterkant van iedere foto het bijbehorende verhaal. Het maken van foto's met het bijbehorende verhaal en reflectie blijkt genoeg informatie te bevatten om leerkrachten te kunnen begeleiden. Op basis van wat je zelf op de foto's ziet, wat het kind lijkt te vertellen en wat de leerkracht lijkt te vertellen, kun je vragen stellen aan de leerkracht. Terlouw zegt dat gaten in de kennis bij leerkrachten zichtbaar worden en dat leerkrachten gevoelig worden voor de vakdidactiek rekenen-wiskunde. Terlouw wil onderzoeken of dit effect blijvend is, of dat leerkrachten na de begeleiding terugvallen in oude patronen. De nieuwe methodiek bevat handvatten om te coachen, die zowel door schoolbegeleiders als door opleiders in de pabo benut kunnen worden. Juist de start vanuit de leerlingen zou leraren op een heel natuurlijke manier kunnen stimuleren om hun kennis van de vakdidactiek bij te spijkeren.

Ook het APS maakt gebruik van foto's in de nascholing voor scholen die hun rekenonderwijs willen verbeteren. Aan de leraren wordt gevraagd twee foto's te kiezen: één die past bij de herinneringen aan hun eigen reken-wiskundeonderwijs en één die past bij hun ideale reken-wiskundeonderwijs. In de praktijk blijkt dat nogal wat leraren zelf negatieve ervaringen hebben opgedaan tijdens hun eigen schooltijd. Door leraren met elkaar te laten praten over hun idealen komen bouwstenen voor een visie op reken-wiskundeonderwijs naar voren. Herinneringen en opvattingen van leraren liggen ten grondslag aan het gedrag van de leraar, zijn interactie met de leerlingen en zijn visie. Om het rekenonderwijs te verbeteren moet je daarvan uitgaan. Vervolgens besteedt het APS aandacht aan de kennis van de leraar op het gebied van doelen en referentieniveaus, van observeren en registreren en van rijke rekenactiviteiten. De leraren doen tijdens het traject succeservaringen op, praten met collega's over deze successen en inspireren daardoor hun collega's om ook aan de slag te gaan met het verbeteren van hun reken-wiskundeonderwijs. De insteek die wordt gekozen heeft meer kans van slagen dan een insteek waarbij van hogerhand (bestuur, directie) wordt bepaald dat er op een bepaalde manier gewerkt moet worden aan het verbeteren van de opbrengsten. Door uit te gaan van hun eigen opvattingen en de kennisbasis te verstevigen zullen leraren veel meer het gevoel hebben dat hun mening ertoe doet en dat zij zelf invloed hebben op de richting die wordt ingeslagen. De eerste ervaringen en resultaten tijdens deze trajecten zijn veelbelovend.

Een bijzondere vorm van nascholing is een bezoekje van de 'Rekenbus' aan

de eigen school. De rekenbus maakt onderdeel uit van het project 'Alle scholen in Beweging'. Met een subsidie van OC&W kunnen scholen de rekenbus de eigen school laten bezoeken. Bij een bezoek van de rekenbus vinden in het ochtenddeel rekenactiviteiten voor leerlingen plaats. Voor elke jaargroep is er een eigen aanbod aan activiteiten ontwikkeld, gebaseerd op *good practices* in een spellenhoek, aan de instructietafel, in een werkbladenhoek, in de computerhoek en in de kinderboekenwinkel. Zo kunnen leerlingen en leerkrachten ervaren hoe een krachtige leeromgeving eruitziet. Aansluitend aan de studieochtend is er een studiemiddag voor het hele team, waar onder meer aandacht is voor opbrengstgericht werken. Het bezoek levert een geïnspireerd team op dat concrete beelden heeft bij de opbrengsten in hun eigen schoolpraktijk en dat gewerkt heeft aan een eerste opzet van een rekenverbeterplan.

Kris Verbeeck (KPC-groep) en Maaike Verschuren (RPCZ-Bazalt) presenteren het instrument 'Kijk!' voor groep 5-8. Dit is een instrument om de ontwikkeling van kinderen te kunnen volgen, met name ook voor innovatieve scholen, die behoefte hebben aan zicht op leerlijnen, doelen en cruciale leermomenten. 'Kijk!' richt zich naast de rekenontwikkeling ook op algemene persoonlijke kenmerken. Er wordt gebruikgemaakt van dagboeken, logboeken en portfolio's per leerling, zowel op papier als digitaal. De observator kijkt naar welk gedrag de leerling zou kunnen en/of moeten vertonen tijdens de periode waarin de leerling zich wat betreft ontwikkeling bevindt. Deze observaties worden door de observator genoteerd in het systeem. Vervolgens wordt gestimuleerd dat het team de observaties bespreekt. Daarmee is het instrument ook een portfolio van de leraar; je ziet hoe de leraar kijkt. De deelnemers aan de werkgroep betreuren dat het instrument niet meer handvatten geeft aan de leerkracht hoe je handelingsgericht kunt observeren. Verbeeck en Verschuren vertellen dat leerkrachten die ermee werken aangeven dat ze beter les gaan geven, doordat ze het gedrag van kinderen beter leren begrijpen.

reflectie

Nascholing en opleiding zijn toch vaak gescheiden werelden. In de nascholing vinden we de aandacht voor het ontwikkelen van een onderzoekende houding, die zo in de belangstelling staat op de pabo's, niet terug. Hier is juist aandacht voor de overtuigingen van de leerkracht, waar je bij aan moet sluiten om de leerkracht echt in beweging te krijgen. Foto's bewijzen daarbij goede diensten. Een andere ingang wordt gevonden in het beter leren kijken naar kinderen. Vanuit het uitdiepen van de overtuigingen van de leerkrachten en/of het kijken naar kinderen, raken leerkrachten gemotiveerd om hun vakdidactische kennis te vergroten. Misschien dat het suc-

ces van sommige nieuwe opleidingsideeën, zoals de *Lesson Study* en de minor aan de Pabo Almere, verklaard kan worden door het expliciteren van eigen overtuigingen en het beter leren kijken naar kinderen.

Om de opbrengsten van het rekenonderwijs echt te verhogen, zullen aankomende en zittende leraren flink bij moeten leren. Grondige kennis van de referentieniveaus en doorgaande leerlijnen is vereist. Leraren zullen heel goed moeten kunnen kijken naar de rekenprestaties van hun leerlingen en die moeten kunnen analyseren om passende acties in te zetten, zodat alle leerlingen het niveau 1s halen. Leraren moeten de attitude hebben eigen ideeën en die van anderen kritisch te beschouwen, voortdurend nieuwe vragen te stellen en daar collega's bij te betrekken en effectief gebruik te maken van bronnen. Ofwel: leerkrachten hebben een onderzoekende houding nodig!

9 het wiskundig denken stimuleren

De aandacht voor opbrengstgericht werken en de opkomst van meer traditionele rekenmethodes, zouden ertoe kunnen leiden dat sommige leraren weer meer productgericht gaan 'uitleggen'. Verschillende inleiders pleiten voor een bezinning op het doel van goed reken-wiskundeonderwijs en pleiten voor het leren wiskundig redeneren door leerlingen. Traditionele instructievormen leggen te weinig denkwerk bij de leerlingen en bereiken te weinig wiskundige diepgang.

Kees Buijs (SLO) vraagt aandacht voor de kwaliteit van de instructie. Daarover is jarenlang weinig gepubliceerd. Toch is de instructie in de reken-wiskundeles tegenwoordig wezenlijk anders dan de 'uitleg' van de jaren tachtig van de vorige eeuw. Toen werd de uitleg vooral gekenmerkt door het voordoen van de leerkracht en het nadoen door de leerlingen. De realistische onderwijsaanpak bracht een kentering mee: er kwam meer aandacht voor het verwerven van inzicht door de leerlingen, eigen denkactiviteiten, schematiseren en betekenis geven. Daar paste interactief onderwijs bij met eigen constructies en eigen producties, niveauverhoging met behulp van schema's en modellen. Maar daar waren weinig expliciete aanwijzingen voor instructie bij. De laatste jaren verschuift de rol van de leerkracht richting het begeleiden van leerprocessen. methodes geven aanwijzingen voor het begeleiden, maar onderzoek laat zien dat leerkrachten nog vaak traditionele instructievormen hanteren als het voor- en nadoen en het onderwijsleergesprek. Leraren zijn geneigd te focussen op procedures en deze stap voor stap uit te leggen; leerlingen oefenen vooral op de deelstappen.

Buijs laat drie videofragmenten zien van leerkrachten die de tafel van 7 of van 8 introduceren.



Alle drie de lessen zijn interactief en er wordt inventief gebruik gemaakt van het (digitale) schoolbord. Maar in twee van de drie lessen beperkt de interactie zich tussen de leraar en individuele leerlingen en is er weinig interactie tussen leerlingen onderling. Bovendien is er weinig aandacht voor het wiskundig redeneren. In de derde les starten de leerlingen met groepswork, waarna de leerkracht in de plenaire interactie het accent legt op de wiskundige strategieën. Dit is de wiskundige diepgang die Buijs wenselijk vindt. Hier wordt het wiskundige denkwerk niet door de leerkracht opgeknapt, maar denken alle leerlingen mee. Buijs pleit voor een groeimodel voor goede rekeninstructie, waarin teams vanuit een eigen visie op het reken-wiskundeonderwijs aan de slag gaan met de volgende componenten:

- repertoire aan instructievormen;
- representeren van strategieën, relaties, eigenschappen en dergelijke;
- repertoire aan interactieve stijlmiddelen;
- activering van leerlingen via gevarieerde werkvormen;
- creëren van een cultuur van wiskundige diepgang: regelmatig aandacht voor zaken zoals onderbouwen, beargumenteren, beredeneren, schematiseren, reflecteren.

Wiskunde leren kinderen minder door voor- en nadoen dan door eigen reconstructieprocessen. Dat blijkt ook weer uit onderzoek van Thijs Pollmann, emeritus hoogleraar taalkunde aan de Universiteit Utrecht. Poll-

mann bespreekt het leren tellen vanuit taalkundig perspectief. Een aantal geluidsfragmenten maakt duidelijk wat de meeste conferentiedeelnemers al wel weten: bij het leren van de telwoorden zijn de overgangen naar een volgend tiental het moeilijkst voor jonge kinderen. Uit vondsten als 'drietig' en 'tientig' blijkt dat kinderen, die de telrij tot honderd opzeggen, een regel aan het oefenen zijn en niet oplepelen wat ze geleerd hebben. Op grond van het aangeboren vermogen tot ritmereductie ontdekt het kind de telwoorden grotendeels op eigen kracht.

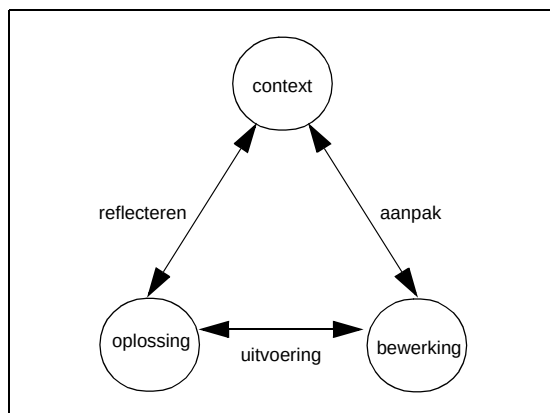
Dolf Janson (APS) stelt de vraag 'Is instructie geven leren mogelijk maken?' en vraagt aandacht voor het perspectief van de leerling als basis voor de reken-wiskundeinstructie. Aanleiding tot dit onderwerp zijn observaties in klassen, waarbij Janson zich afvroeg wat de leerling aan de les gehad zou hebben. En dat 'kon regelmatig beter'. Het is een illusie om te denken dat de boodschap van de leraar altijd goed overkomt, want de luisteraar luistert selectief vanuit zijn eigen perceptie. Leraren zijn te veel gericht op organiseren, instrueren en controleren en helpen leerlingen met de uitvoering van taken, terwijl het meer om het probleemoplossen door leerlingen moet gaan. In het dagelijks leven vindt leren juist daar plaats waar een probleem moet worden opgelost. Door vanuit een probleem te starten in plaats van vanuit oplossingen, kun je leerlingen meer betrekken bij het rekenen. Als leerlingen snappen wat het probleem is, kunnen ze ook beter begrijpen hoe je aan een oplossing werkt. En door na de oplossing terug te kijken of het probleem nu opgelost is, ervaren kinderen dat ze daadwerkelijk iets geleerd hebben. Dat laatste is veel te weinig het geval als rekenen verwordt tot 'productiewerk'. Reflectie moet niet gericht zijn op het goede antwoord, maar op wat je geleerd hebt.

Janson heeft een aantal praktische adviezen: begin bij de nieuwsgierigheid van kinderen en moedig die aan. Benut ervaringen en beelden die de leerlingen kennen. Laat het probleem verwoorden. Laat ze allemaal naar oplossingen zoeken en die samen afwegen. Creëer een sfeer van 'wij zijn aan het ontdekken, onderzoeken en leren, en dat is leuk!'. Benoem met elkaar wat hieraan te leren is. Maak een overzicht waarop kan worden bijgehouden wat er wordt geleerd en benut die kennis. Kijk regelmatig met kinderen terug: wat weten we al, wat kunnen we al, hoever hebben we het probleem al opgelost?⁵

Voor het verhogen van de opbrengsten van het rekenonderwijs zijn doelgericht werken en het extra tijd investeren in zwakke rekenaars van belang. Maar hoe precies? Ceciel Borghouts (Fisme) ziet in klassen het volgende gebeuren: leerkrachten gebruiken verlengde instructie als een differentiatievorm, maar geven steeds dezelfde uitleg. Opvallend is dat kinderen weinig hoeven na te denken; de leerkracht begint hoe dan ook meteen met zelf

uit te leggen. Leerkrachten proberen wel goed te luisteren naar antwoorden van kinderen, maar vinden het moeilijk kinderen te corrigeren als een antwoord nergens toe leidt. Als er met materiaal wordt gewerkt, wordt dat niet afgebouwd of verkort. Leerkrachten weten onvoldoende of kinderen iets alleen nadoen of dat ze het ook daadwerkelijk begrijpen.

Borghouts vindt het belangrijk dat leerkrachten zich vooral afvragen wat de kinderen nodig hebben en of ze daar dan ook daadwerkelijk aan werken. Ze zouden het werk van kinderen volgens onderstaande driehoek (fig.4) moeten analyseren: zitten de problemen in de context, de bewerking of de oplossing?



figuur 4: het drieslagmodel

Een voorbeeld: als kinderen uitvallen op splitsen, gaat de leerkracht nu meestal het splitsen oefenen. Maar het is ook mogelijk dat een kind de contextopgaven niet begrijpt. Bij fouten gaat het erom wat dan fout is: Is de strategie niet begrepen of is die verkeerd uitgevoerd? Het is belangrijk dat kinderen begrijpen wat ze doen en dat leerkrachten aansluiten bij waar de kinderen zijn. Instructie is dus niet zeggen hoe het moet, maar in interactie met kinderen gaan. De aard van de verlengde instructie hangt af van het doel van de les zoals verkennen van het onderwerp, oefenen van een strategie, automatiseren of herkennen welke strategie handig is bij welke som.

Het automatiseren van rekenkennis wordt grondig bestudeerd door Wied Ruijsenaars (Rijks Universiteit Groningen). In een longitudinaal onderzoek is bij een groot aantal leerlingen de beheersing getoetst van zogenaamde 'drempels':

- drempel 1. Sommen en splitsingen tot 10;
- drempel 2. Tellen en getallenlijn tot 100;

- drempel 3. Sommen over 10 tot 20 ($9 + 7$, $16 - 9$);
- drempel 4. Bouwstenen voor rijgen ($57 + 20$, $57 + 8$);
- drempel 5. toepassingen van het rijgen tot 100 ($57 + 28$).

Methodeschrijvers en leerkrachten gaan ervan uit dat leerlingen drempel 1 en 2 beheersen aan het eind van groep 3; drempel 3 medio groep 4 en drempel 4 en 5 eind groep 4. Maar uit het onderzoek van Ruijsenaars blijkt dat kinderen de drempels pas veel later echt geautomatiseerd hebben. Drempel 3 bijvoorbeeld wordt medio groep 4 door ongeveer 65 procent van de leerlingen goed gedaan, maar nog niet snel genoeg om van beheersing te kunnen spreken. Bij drempel 5 geeft ongeveer de helft van de leerlingen medio groep 5 goede antwoorden, maar dat is met een gemiddelde antwoordtijd van zeventig tot tachtig seconden nog lang niet geautomatiseerd. In feite zijn medio groep 5 alleen nog de drempels 1 en 2 volledig geautomatiseerd (antwoorden binnen vijf seconden). De conclusie is dan ook dat automatiseren veel trager verloopt dan wordt aangenomen, met grote individuele verschillen. Ruijsenaars vindt dat de didactiek op dit punt meer moet worden aangepast aan de feitelijke ontwikkeling van kinderen.

Maar op een ander punt blijken leerlingen juist weer meer te kunnen dan men denkt. Marjoke Bakker (Fisme) doet promotieonderzoek naar multiplicatieve vaardigheden in groep 3. Aan dit onderzoek namen 1292 kinderen uit groep 3 van 53 reguliere basisscholen deel. De online toets bestaat uit 28 opgaven waarvan 14 contextopgaven (63 procent goed), 3 verhoudingsstructuuropgaven, 2 rechthoekopgaven, 10 kale sommen (57 procent goed) en 4 groepjes van opgaven (47 procent goed). Er is over de hele toets geen verschil tussen jongens en meisjes, maar jongens zijn beter bij kale keersommen en meisjes bij contextopgaven. Vermenigvuldigen blijkt gemakkelijker dan delen. De gelijke groepsstructuur is het gemakkelijkst. Er is geen verschil tussen verhoudingsstructuur en rechthoekstructuur. Contextopgaven zijn gemakkelijker dan kale sommen. Bakker trekt de conclusie dat kinderen in groep 3 in deze formele toets situatie in staat zijn om multiplicatieve opgaven te maken. Leerkrachten zouden er rekening mee moeten houden dat leerlingen op dit punt al veel weten. Vaak wordt de methode strak gevolgd, dus als vermenigvuldigen niet in groep 3 aan de orde is, krijgt de leerling het ook niet aangeboden. En omgekeerd als leerlingen er zelf te vroeg mee komen is de aandacht ervoor minimaal.

Collega-promovendi van het Freudenthal Instituut, Aldine Aaten en Marjolijn Peltenburg, doen onderzoek naar respectievelijk de vraag in hoeverre kleuters perspectiefvaardig zijn en de vraag in hoeverre SBO-leerlingen de aanvulprocedure gebruiken bij aftrekken. Aaten komt tot de conclusie dat

het interpreteren van perspectief bij kleuters uit twee aparte deelvaardigheden bestaat, die samenhangen met de wiskundige vaardigheden en waarop jongens en meisjes even goed scoren.



Dit onderzoek lijkt het belang van ruimtelijke activiteiten met jonge kinderen te onderstrepen. Peltenburg constateert dat de getallenlijn in combinatie met de aanvulprocedure niet vaak aangeboden wordt in het SBO, maar dat SBO-leerlingen die aanvulprocedure juist vaak spontaan, flexibel en succesvol gebruiken. Hier zien we dus niet de veronderstelde voorkeur van deze leerlingen voor één vaste oplossingsprocedure terug en wellicht dat leerkrachten, die pleiten voor één vaste oplossingsprocedure, op basis van dit soort onderzoeksgegevens toch durven kiezen voor flexibeler proceduregebruik.

Wiskundig denken kan veel plezier geven. Dit blijkt uit de plenaire lezing van Johan van Benthem (UvA, Stanford University) met de titel 'Logica van bewijs tot spel'. Van Benthem toont de postzegel die in 2007 werd uitgebracht ter ere van de wiskundige Brouwer. In zijn lezing geeft hij een bevoegen toelichting op het 'vreemde spijkerschrift' op de postzegel, dat de wet van de uitgesloten derde blijkt te bevatten. Dit principe is toe te passen in bepaalde soorten spellen met twee spelers: als er een winnende strategie is, kun je door middel van een uitgestelde keuze aannemelijk maken dat er geen derde mogelijkheid is.

Er wordt volop wiskundig geredeneerd in de werkgroep onder leiding van Ans Veltman (Hs. Utrecht) over priemgetallen. De verslaggever schrijft:

Het is mooi om te zien hoe mensen met verschillende kennis en vaardigheid tot een oplossing proberen te komen. Hetzij door wiskundig redeneren, hetzij door *trial en error*. Er ontstaan discussies, mensen komen samen tot oplossingen.

De uitleg dat ieder priemgetal wel een buur is van een viervoud (het priemgetal 2 uitgezonderd), maar niet van een zesvoud, wordt aangetoond. Er blijkt toch aardig wat kennis in de zaal aanwezig. Wat te denken van de vraag: 'Is ieder even getal, groter dan 4, de som van twee priemgetallen?' (waarbij je een priemgetal ook twee keer mag gebruiken). Het vermoeden bestaat dat dat zo is, het onomstotelijke bewijs is niet geleverd. Het lukt ook de conferentiedeelnemers niet het bewijs te leveren voor dit 'vermoeden van Goldbach'. Veltman laat zien hoe zij kinderen in groep 7 de priemgetallen laat ontdekken door een geheime code te kraken. Een prachtig voorbeeld om met studenten mee aan de slag te gaan.

reflectie

Het is de leraar die ertoe doet. Maar pas op: om de rekenprestaties te verhogen moet de leraar juist minder van zichzelf uitgaan! Verschillende inleiders wijzen erop dat leerkrachten nog altijd graag de touwtjes in handen houden en oplossingen voorzeggen. De leerlingen worden veel te weinig gestimuleerd om zelf na te denken. Als leerlingen niet kunnen, wat ze volgens de methode zouden moeten kunnen, hebben leraren de neiging om de stof te herhalen, in plaats van te analyseren waar een leerling precies moeite mee heeft. Het is niet moeilijk verklaringen te bedenken voor dit tekortschietende leerkrachtgedrag: leerkrachten zijn eerst en vooral gericht op het handhaven van de orde en op effectieve tijdsbesteding; velen hebben onvoldoende eigen kennis en inzicht in wiskundige leerprocessen. Als leerkrachten zich realiseren dat ze met hun leerlingen nieuwe beheersingsniveaus moeten halen, zouden ze dan niet nog strakker gaan organiseren, instrueren en controleren? Hoe kunnen leerkrachten geholpen worden om de leerlingen juist ruimte te geven voor wiskundige ontdekkingen en plezier in wiskunde? Wie durft erop te vertrouwen dat een leraar die vooral het verwerven van wiskundig inzicht bij kinderen stimuleert, op tijd de referentieniveaus haalt?

10 contexten en betekenisvol leren

Martijn Smoors (Onderwijs Maak je Samen) geeft aanbevelingen voor het verbeteren van het rekenonderwijs aan jongens en aan meisjes, op grond van de biologische verschillen in het brein van jongens en meisjes. Er zijn verschillen in de structuur (*corpus callosum* of 'hersenspleet', limbisch systeem en kleine hersenen), in de verwerking van informatie (taal, ruimtelijke informatie) en in hormoonniveaus (testosteron, oestrogeen, oxytocine). De verschillen in hersenstructuur maken dat bij vrouwen de verbin-

dingen tussen de linker- en rechterhersenhelften wat sterker zijn, waardoor zij beter verschillende dingen tegelijk kunnen doen en beter in staat zijn zich in taal uit te drukken. Ook is het voor vrouwen gemakkelijker om te gaan met emoties en erover te spreken. Jongens leren bewegend beter. Wat betreft de verwerking van informatie zit bij jongens de taalverwerking vooral links in de hersenen en bij vrouwen zowel rechts als links. Bij jongens is de rechterhersenhelft wat beter ontwikkeld, wat tot uiting komt in een betere ruimtelijke oriëntatie. De verschillen in hormoonniveaus maken dat jongens (meer testosteron) graag de beste willen zijn, willen winnen. Oestrogeen (hoger niveau bij meisjes) maakt dat meisjes meer gericht zijn op samenwerken en op het sociale systeem waarin ze zich bewegen. Het hormoon oxytocine (hoger niveau bij meisjes), het zogenaamde 'discriminatiehormoon', maakt dat meisjes meer waarde hechten aan relaties, bijvoorbeeld die met de leerkracht.

De aanbevelingen van Smoors zijn bevorderlijk voor zowel jongens als meisjes. Een mooie aanvulling op de constatering van het MOOJ-onderzoek (Van den Heuvel-Panhuizen & Vermeer, 1999), waarin duidelijk werd dat jongens meer dan meisjes profiteren van de ruimte die realistisch reken-wiskundeonderwijs de leerling geeft en dat meisjes een veilige klassensituatie nodig hebben. Smoors noemt onder meer:

- Houd de leerlingen in beweging. Bewegen (niet noodzakelijk dansen en springen) verhoogt het energieniveau. De kinderen leren meer en onthouden beter.
- Maak het visueel. Het gebruik van symbolen helpt het brein meer talige zaken te herinneren.
- Laat kinderen samen leren en zorg voor een goede band tussen leerkracht en leerlingen. Sociale interactie stimuleert neurologische activiteit die bevorderlijk is voor het leerproces. Leerlingen die zich emotioneel en sociaal veilig voelen, leren en onthouden meer.
- Zorg voor gevarieerde en activerende werkvormen. Het brein wordt gestimuleerd door keuzen en door nieuwe dingen. Ondersteun met name de meisjes bij het nemen van initiatief bij rekenen. Geef ze tijd om een antwoord voor te bereiden, reageer op een veilige manier op fouten.
- Zorg dat het er toe doet. Jongens hebben het meer dan meisjes nodig te weten wat de relevantie van de lesstof is in het echte leven. Projectmatige en onderzoeksopdrachten zijn daarvoor heel goed.
- Combineer leren en kunst. Er bestaat een positieve relatie tussen kunst en motivatie, zelfrespect en sociale vaardigheden. Daarmee gaan de schoolprestaties ook omhoog. Muziek tijdens de les kan een positieve invloed hebben. Beeldende kunst bevordert het denkproces, het planningsproces en de verbale vaardigheden van kinderen.

Het belang van visualiseren en betekenisvol leren zien we terug in het project 'Passend Reken Wiskunde Onderwijs' (PARWO) van de Stichting Speciaal Onderwijs in Tilburg. Dirk van der Straaten zegt dat leerkrachten te snel overgaan tot het formele niveau van rekenen. Het project PARWO ziet formele sommen kunnen maken als het 'topje van de ijsberg', waaronder veel drijfvermogen, lees deelvaardigheden en inzicht, moet zitten. Door uit te gaan van betekenisvolle situaties in het dagelijks leven en door kinderen te stimuleren daarmee zelf aan de slag te gaan, onder meer door te schematiseren, wordt de kans op het bereiken van het formele niveau vele malen groter. De Stichting Speciaal Onderwijs Tilburg werkt met een didactische matrix voor het Rekenen <10, Rekenen <20, Rekenen <100 en Rekenen met grote getallen/kommagetallen. Vanuit deze matrix worden competenties geformuleerd. Een *quick-scan* laat de ontwikkeling van een leerling zien in een groeimodel, waarbij een ontwikkelingsprofiel (zone van naaste ontwikkeling) vrij exact in kaart kan worden gebracht. Dit moet het uitgangspunt zijn voor het handelen van de leerkracht. Hoewel we het hier hebben over leerlingen van scholen voor speciaal onderwijs met een vrij basaal niveau, blijkt dat door het aanspreken in de zone van naaste ontwikkeling de leerling tot veel meer in staat is. Zo lijkt een uitgekiende didactiek een grote bijdrage te kunnen leveren aan het niveau dat leerlingen halen.

Een contextopgave is wel extra moeilijk voor zwakke rekenaars, als ze bij een tekst moeten lezen en het bijbehorend plaatje moeten interpreteren om de opgave op te lossen. Onderzoek van Ernest van Lieshout (VU Amsterdam) toont aan dat zwakke rekenaars een beperktere werkgeheugencapaciteit hebben dan goede rekenaars. En het werkgeheugen speelt een grote rol tijdens het hoofdrekenen. Een context in de vorm van een plaatje met gesproken tekst kan zwakke rekenaars helpen.

Contexten zijn essentieel in het wiskundeonderwijs, want iemand die gecijferd is moet in staat zijn om de wiskunde te herkennen, te begrijpen en toe te passen. Henk Rietdijk (Chr. Hs. Ede, Onderzoek Kenniscentrum Wetenschap en Techniek Gelderland) vraagt zich af waarom we toch het staartdelen blijven oefenen?... Kern van gecijferdheid is weten wat je moet doen. Contexten zijn belangrijk om de wiskunde in allerlei situaties te leren herkennen. Een som als 3×34 kom je niet zo vaak tegen in de werkelijkheid, maar is er een situatie waarin je dit herkent? Rietkerk laat de deelnemers een aantal contexten uit methodes bekijken aan de hand van twee vragen: (1) Is de context kansrijk, en (2) Met welke problemen kunnen basisschoolleerlingen bij deze afbeeldingen bezig zijn? De acht contexten worden nabesproken en dan blijkt dat de gekozen afbeeldingen uit allerlei verschillende vakken komen en niet alleen uit reken-wiskundemethodes.

In het project van Rietkerk blijkt dat leerkrachten het wiskundig aspect van een context niet aan bod laten komen in het kader van een andersoortige les.

Gebruik echte contexten in plaats van kleine taakjes en laat leerlingen meer probleemoplossen. Dit zijn adviezen vanuit het project 'De toekomst telt' van de Ververs Foundation en SLO. Nina Boswinkel (SLO), Koeno Gravemeijer (TU Eindhoven) en Tjeerd Plomp (Universiteit Twente) onderzoeken welke wiskundige vaardigheden leerlingen nodig hebben om goed voorbereid te zijn op vervolgonderwijs, beroepen en burgerschap in een snel veranderende informatiesamenleving. Het onderzoek bestaat uit een literatuurstudie en interviews met onderzoekers, kenniscentra en bedrijven. Daaruit komt naar voren dat het onderwijs meer ruimte moet creëren voor meten, meetkunde, verbanden en statistiek. Meer nadruk op overkoepelende competenties, zoals probleem oplossen, redeneren, modelleren, data-analyse en het verschuiven van onderdelen van VO naar PO: bijvoorbeeld redeneren over samenhang tussen variabelen aan de hand van grafieken.

Aandacht voor het denken van kinderen zien we ook in het project 'Talentenkracht'. Fokke Munk en Willem Uittenbogaard (Fisme) presenteren op de conferentie de vijfde module van dit project 'Gaan en staan'. Munk en Uittenbogaard zijn aan de hand van de volgende vragen en stellingen met de kinderen op onderzoek uitgegaan: Hoe werkt het systeem van aarde en ruimte? Hoe is de zoektocht van de mens om zijn weg te vinden op de aarde begonnen? Deze zoektocht leverde de mensen uitvindingen van representatievormen, zoals schetsen en kaarten op. Het positie bepalen bleek samen te hangen met tijd. Maar de klok bleek niet betrouwbaar... De conferentiedeelnemers kregen van twee kinderen te zien hoe zij de weg van huis naar school tekenden en verwoordden. Besproken werd hoe je kunt zien of de situatie betekenisvol is, of kinderen ontdekkingen doen, welke inzichten dit oplevert en welk soort vragen kinderen aan het denken zet.

11 overzicht

Tijdens de Panama-conferentie van 2011 ging het om de volgende drie vragen:

- Welke aanpassingen in het reken-wiskundeonderwijs dragen bij aan hogere leeropbrengsten bij rekenen-wiskunde?
- Hoe kunnen actuele ontwikkelingen zodanig in het bestaande reken-

wiskundeonderwijs worden ingepast dat ze bijdragen aan evenwichtige verbetering van dat onderwijs?

- Hoe kunnen leerkrachten goed worden opgeleid en ondersteund om nieuwe ontwikkelingen toe te passen?

Hogere leeropbrengsten voor rekenen-wiskunde kunnen alleen bereikt worden door een brede aanpak; invoering van de referentieniveaus alleen kan daar niet voor zorgen. Invoering van de referentieniveaus vraagt om een omslag in het denken van basisscholen. Het gaat niet meer om het aanbieden van de leerstof die in de kerndoelen staat, maar om het bereiken van het referentieniveau voor alle leerlingen. Dat betekent dat basisscholen er alles aan moeten doen om ervoor te zorgen, dat alle leerlingen niveau 1s halen en - als dat echt niet lukt - niveau 1F. Een forse uitdaging, want inmiddels is in de projecten voor opbrengstgericht werken gebleken dat scholen wel gegevens verzamelen en registreren, maar onvoldoende aandacht besteden aan het formuleren van doelen, het interpreteren van gegevens en het nemen van beslissingen. Scholen zullen juist heel doelgericht aan het werk moeten met frequente tussenmetingen om vast te stellen of alle leerlingen goed op koers liggen. Bovendien is er in de beheersingsnorm geen rekening gehouden met de schoolpopulatie. De eerste onderzoeker laat al weten dat de lat van de referentieniveaus te hoog ligt voor achterstandsscholen en te laag voor sterke scholen! Hier en daar zal meer tijd aan rekenen-wiskunde besteed moeten worden.

Als het niveau op de basisschool gehaald wordt, moet het vervolgonderwijs daarop aansluiten. Het wiskundeonderwijs in HAVO en VWO sluit niet goed aan op dat van de basisschool en het is maar de vraag of de referentieniveaus daar zonder meer verbetering in zullen brengen. In het VMBO en het MBO liggen kansen om voor een betere inhoudelijke aansluiting te zorgen. Daar moeten nog wel veel docenten in worden geschoold.

Nieuwe methodes zijn naar verwachting nog niet of nauwelijks afgestemd op de referentieniveaus. Daar hebben leraren natuurlijk wel behoefte aan. Didactisch lijken de nieuwe methodes meer van elkaar te verschillen dan voorheen. Nu wordt wel heel duidelijk dat de overheid eisen stelt aan het *wat* en het *hoe* aan de scholen zelf overlaat. Scholen kunnen weer kiezen voor een meer traditionele rekenmethode. Het effect van verschillende didactieken is bij herhaald onderzoek niet aangetoond. Wel wijzen verschillende onderzoeken er op dat contexten en visualisering bevorderlijk zijn voor het leren van rekenen-wiskunde. Met die toevoeging dat je het werkgeheugen van zwakke rekenaars niet te zwaar moet belasten.

Terwijl er over het 'hoe' van wiskunde leren nog heel veel vragen openstaan, richt een aantal experts zich op de vraag naar het 'wat': als je kijkt naar de essentie van natuurlijke leerprocessen en de behoefte aan flexibele

probleemoplossers in deze snel veranderende maatschappij, dan mist men toch iets in die pittige referentieniveaus, namelijk de aandacht voor leren redeneren en probleemoplossen. Kunnen we die referentieniveaus typeren als het 'topje van de ijsberg', waaronder heel veel wiskundig denkvermogen nodig is?

En tot slot de vraag hoe leerkrachten goed kunnen worden opgeleid. Opleiders richten zich vooral op het bevorderen van een onderzoekende houding bij studenten, in de hoop dat zij straks als leraar vaker zullen toetsen, de resultaten daarvan beter zullen analyseren en adequate vervolgstappen zullen nemen. In de nascholing wordt veel basaler ingestoken. Onderwijsadviseurs zeggen dat veel leraren zich nog vastklampen aan de gebruikelijke instructievormen van voorlezen-nadoen en het onderwijsleergesprek en dat er nog maar weinigen zijn die hun leerlingen echt wiskundig aan het denken zetten. Begeleiders zoeken ingangen bij het eerst beter leren begrijpen van de leerlingen en hun wiskundig leerproces. We kunnen ons afvragen of leerkrachten voldoende eigen ervaringen hebben met wiskundig denken en probleemoplossen en of ze er genoeg plezier in hebben om dit over te dragen op kinderen. De aanpakken van opleiders en begeleiders kunnen elkaar versterken: om goed reken-wiskundeonderwijs te geven zijn zowel kennis van het wiskundig leerproces als een onderzoekende houding en plezier in wiskunde van belang.

noten

- 1 Dit verslag is eveneens verschenen in 'Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk', 30(2), 15-31.
- 2 Wij bedanken hierbij voor hun bijdragen: Marije Bakker, Jos van den Bergh, Conny Bodin, Liselot van Dam, Hanneke van Doornik-Beemer, Vahap Duman, Loek Erich, Arie Fase, Jaap Griffioen, Els van Herpen, Ton Hoebe, Christien Janssen, Johan de Jong, Marian Lenferink, Frans Van Mulken, Ad van Rangel-rooij, Brenda van Rijn, Mark Sanders, Kris Verbeeck en Nathalie de Weerd.
- 3 Het referentiespel taal en rekenen is te bestellen via www.slo.nl
- 4 De rekenposters zijn te bestellen via www.aps.nl
- 5 De APS publicatie 'Rekenen verbeteren? Begin bij de leraar!' is kosteloos aan te vragen via: www.aps.nl

literatuur

- Expertgroep doorlopende leerlijnen taal en rekenen (2008). *Over de drempels met rekenen*. Enschede: Expertgroep doorlopende leerlijnen taal en rekenen. www.taalenrekenen.nl
- Expertgroep doorlopende leerlijnen taal en rekenen (2009). *Referentiekader taal en rekenen*. Enschede: Expertgroep doorlopende leerlijnen taal en rekenen. www.taalenrekenen.nl
- Gurian, M., K. Stevens & K. King (2011). *Boys & Girls - Strategieën voor Onderwijs aan Jongens en Meisjes in het basisonderwijs*. Helmond: OMJS.

- Heuvel-Panhuizen, M. van den & H.J. Vermeer (1999). *MOOJ-rapport*. Utrecht: CD-
ß Press/Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.
- Hubers, M. D. & M. Gompel (2011). Realistisch versus traditioneel rekenonderwijs.
Orthopedagogiek: Onderzoek en praktijk, 49, 500 - 510.
- KNAW-rapport (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot
verbetering*. Amsterdam: Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschap-
pen.
- Nicolai, J., e.a. (2010). *Dat Telt. Bouwstenen voor levend rekenwiskundeonderwijs*.
Nij Beets: De Freinetbeweging.
- Opbrengstgericht werken met en in de pabo* (2010), uitgave in opdracht van de PO-
raad, Utrecht.
- Zanten, M. van, F. Barth, J. Faarts, A. van Gool & R. Keijzer (2009). *Kennisbasis
Rekenen-Wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs*. Den Haag: HBO-
raad.