Hoe de zakrekenmachine te integreren in het basisonderwijs?

W. Vermeulen
uitgeverij Thieme Meulenhoff, Baarn

1 inleiding

De belangstelling voor de zakrekenmachine als leermiddel voor het basisonderwijs dateert van begin jaren zeventig van de vorige eeuw. Begin jaren tachtig werd de 'Ontwikkelgroep Zakrekenmachine' opgericht. In de groep kwamen ontwikkelaars, onderzoekers, opleiders en leerkrachten samen. Zij bogen zich over de rol die de rekenmachine in het basisonderwijs zou moeten en kunnen spelen. De 'Ontwikkelgroep Zakrekenmachine' heeft zich tot halverwege de jaren negentig ingezet om de mogelijkheden van gebruik van de zakrekenmachine in het onderwijs te onderzoeken, en te stimuleren dat de rekenmachine in de moderne reken-wiskundemethoden een gerechtvaardigde plek krijgt (Van den Brink e.a., 1988).

2 de plaats van de rekenmachine

De vraag was, en is nog steeds, wat de plaats van de rekenmachine in het onderwijs moet zijn. In elk geval moeten kinderen geleid kennismaken met het apparaat, om de mogelijkheden en de onmogelijkheden ervan te verkennen en na te gaan wanneer de rekenmachine zinvol kan worden gebruikt, en wanneer niet. De meeste kinderen weten door ervaringen buiten school hoe de rekenmachine werkt en kunnen ze het apparaat al op jonge leeftijd gebruiken om getallen te maken en basisbewerkingen uit te voeren. Jonge kinderen weten dat een rekenmachine sommetjes als: $6 + 3 =$, $6 \times 3 =$, $6 : 3 =$, of $6 - 3 =$ foutloos uitvoert, tenminste als je de juiste knopjes in de juiste volgorde intoetst. Immers: de rekenmachine geeft hetzelfde antwoord als de kinderen zelf, wanneer ze deze eenvoudige sommetjes uit het hoofd uitrekenen. Kinderen vertrouwen er op dat de rekenmachine ook bij grote getallen correct rekent, en dus kunnen ze de rekenmachine gebruiken voor opgaven die hun eigen 'rekenkracht' te boven gaan. Zo kunnen bijvoorbeeld kinderen uit groep 3 als ze willen weten hoeveel ze overhouden als ze 850 eurocent hebben gespaard, en ze geven iets uit voor een cadeautje van 480 cent, dit met de rekenmachine uitrekenen, terwijl ze dat nog helemaal niet uit het hoofd kunnen. Alleen: als ze een intoetsfout maken, kunnen ze niet bedenken dat de uitkomst niet klopt. Daarom is het belangrijk om de kracht van het eigen denken te meten met die van de zakrekenmachine. Voor de onderbouw zijn er activiteiten, zoals het maken van rijtjes sommen die de ene leerling uit het hoofd uitrekent, en de andere met de rekenmachine. Het gaat dan om eenvoudige en samenhangende opgaven (fig.1). Wie is het snelste klaar? Zijn de uitkomsten met de rekenmachine en uit het hoofd hetzelfde? Als dat niet zo is, zoek dan uit welk antwoord goed is, en waarom.

	met de rekenmachine	uit het hoofd
6 + 4	________________	__________
4 + 6	________________	__________
5 + 6	________________	__________
6 + 6	________________	__________

figuur 1

Op deze manier leren de leerlingen dat de rekenmachine niet altijd even handig is, en ook dat je er niet blindelings op moet vertrouwen.
In hogere leerjaren moeten de kinderen met name bij de analyse van complexere problemen en vraagstukken op de kracht van het eigen denken blijven vertrouwen. Bij simpele opgaven moeten kinderen zoveel mogelijk de eigen rekenkennis inzetten. Voor een opgave als $5 \times 5 =$ heb je de rekenmachine niet nodig; het is omslachtig en de kans op een intoetsfout is altijd aanwezig.
Door de grenzen van de rekenmachine te verkennen ontwikkelen de kinderen een ‘rekenmachine-geweten’. Dat houdt in dat ze weten dat je door intoetsfouten, of omdat de machine iets anders doet dan je denkt, gemakkelijk een foutieve uitkomst kunt krijgen. Daarom moeten leerlingen leren om er schattend mee te rekenen, zodat ze niet klakkeloos ‘rare’ uitkomsten opschrijven (Struik, 1986). Denk bijvoorbeeld aan een opgave als:

> Je koopt 2 spelletjes van € 8,40 en 7 spelletjes van € 9,96.
> Hoeveel moet je betalen?

Als je op de rekenmachine intoetst: $2 \times 8.40 + 7 \times 9.96$, verschijnt in het venster:

237.048

Je moet in dit geval meteen bedenken dat dit antwoord niet kan:

– bij rekenen met geld moet je op maximaal twee cijfers achter de komma uitkomen;
– als je schattend rekent, moet je tot de conclusie komen dat je nooit meer dan twee keer negen euro en zeven keer tien euro moet betalen, dus de uitkomst in het venster is veel te groot.

Bij deze situatie is het verkeerde antwoord het gevolg van het feit dat de eenvoudige rekenmachine alles achter elkaar uitrekent, en dus niet de regel 'vermenigvuldigen of delen gaat voor optellen of aftrekken' gebruikt (geavanceerdere rekenmachines doen dat wel).
Door de houding van schattend meerekenen te ontwikkelen, wordt het belang van het schattend rekenen, gebruikmakend van handige afrondingen en belangrijke eigenschappen, benadrukt.
Door kinderen te wijzen op intoetsfouten die je kunt maken, leren ze om steeds goed te kijken of het antwoord in het venster wel kan kloppen.
Het nadenken over intoetsfouten kan aanleiding zijn om kinderen het belang van zorgvuldig gebruik van de rekenmachine te laten onderzoeken. Bijvoorbeeld door opdrachtjes te geven als: 'Jana wil de opgave $22 \times 18 =$' met de rekenmachine uitrekenen. In het venster komt:

40.

Kan dat kloppen? Wat kan er mis zijn gegaan?
Het schattend rekenen wint door de invoering van de rekenmachine aan betekenis, omdat het steeds als controlemiddel op de uitkomst in het venster wordt gebruikt.

De rekenmachine als maatje vereist inzichtrijke rekenkennis en andere vaardigheden. De leden van de 'Ontwikkelgroep Zakrekenmachine' huldigen het standpunt dat je pas zinvol en handig met de rekenmachine kunt werken als je al kunt rekenen, dat wil zeggen, als je inzicht hebt in de getallen en de getalopbouw, in de betekenis van bewerkingen, en als je rekeneigenschappen en spelregels bij het handig en schattend rekenen kent. Pas dan kan de rekenmachine een echt rekenmaatje worden. Door de meeste didactici wordt gepleit voor inzet van de rekenmachine vanaf de bovenbouw van het basisonderwijs. Dan hebben de kinderen een aantal fundamentele elementen van het rekenen in een mentaal kennisnetwerk bijeen gebracht. Als de rekenmachine voor de kinderen een rekenmaatje is geworden, moeten ze het apparaat ook naar believen kunnen gebruiken. Dat pleit ervoor om elk kind in de bovenbouw van het basisonderwijs permanent een rekenmachientje ter beschikking te stellen. Voor het onderwijs is het gevolg dat het rekenen meer dan nu wordt gericht op de structuur van echt realistische problemen, wat er moet worden berekend om problemen op te lossen, en hoe de rekenmachine daarbij zinvol kan worden ingezet, en op het vlot en vaardig gebruiken van de rekenmachine. Het betekent ook dat er minder aandacht hoeft te worden besteed aan het inoefenen van de traditionele pen-en-papier bewerkingsschema's. Die hebben door de opkomst van de rekenmachine immers sterk aan betekenis ingeboet.

3 ontdekkingen met de rekenmachine

Naast het leren goed de rekenmachine te gebruiken, zijn er ook mogelijkheden om aan de hand van de rekenmachine ontdekkingen te doen, die voortvloeien uit de eigenschappen en eigenaardigheden van de rekenmachine. Er zijn meerdere belangrijke ontdekkingen.

een black box

De rekenmachine werkt als een *black box*: hij vertelt niet hoe hij rekent, en evenmin hoe je ermee moet rekenen (Van den Brink, 1986). Gevolg voor de didactiek: de kinderen moeten zich bewust worden van het feit dat de rekenmachine een eigen 'verborgen agenda' heeft. Door te reflecteren op wat de rekenmachine zou kunnen hebben gedaan (hypotheses vormen) kunnen uitspraken worden gedaan over de *black box*. Aanleiding hiertoe is een opgave waar de rekenmachine een ander antwoord geeft dan je verwacht, zoals de bekende opgave: $4 \times 5 - 4 \times 5 =$. Besproken wordt wat de leerlingen denken dat er uit komt. De leerlingen zijn er van overtuigd dat het 0 moet zijn. De eenvoudige rekenmachine geeft echter:

80.

opgave	jij verwacht	uitkomst op de rekenmachine
5 x 4– 5 x 4	________________	__________
6 x 4 + 6 x 4	________________	__________
4 x 6 + 4 x 6	________________	__________

figuur 2

Nu treden de leerlingen op als detectives. Ze worden uitgedaagd om te achterhalen wat de rekenmachine kan hebben gedaan. Ter vergelijking worden analoge opgaven gepresenteerd (fig.2).

een autoritaire rekenautomaat

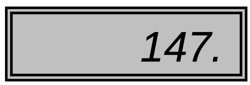
De rekenmachine is een autoritaire rekenautomaat: de rekenmachine eist dat de gebruiker zich aan het interne programma aanpast, en duldt geen eigen procedures (Van den Brink, 1986).
Gevolg voor de didactiek: kinderen moeten de baas blijven over de autoritaire automaat. Zo kan de autoriteit van de kinderen over de machine worden ontdekt door opgaven te geven die de machine niet aankan, zoals: 18 + .. = 148.
Als je intoetst: 18 + .. = (het knopje met het puntje een aantal keren indrukken), dan geeft de rekenmachine 18. Dus je zou zeggen: op de puntjes komt 18. Maar 18 + 18 = 36. Dat kan niet goed zijn. Er wordt nu gezocht naar mogelijkheden om de autoritaire rekenmachine de baas te blijven. Een mogelijkheid is om te proberen wat er op de puntjes kan komen, bijvoorbeeld: 18 + 110 = . En de machine geeft 128. Maar je moet krijgen: 148. Dus er moet nog wat bij. Ook kunnen kinderen er de verborgen aftrekopgave in zien, en die wil de rekenmachine wel voor je uitrekenen: 148 – 18 = 130.
Op deze manier kunnen de machineweigeringen uitgebuit worden, om het eigen relatienetwerk te verstevigen.

eigenschappen en werkwijzen

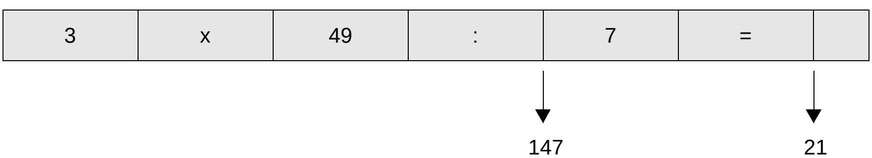
De rekenmachine heeft eigenschappen en werkwijzen, die kunnen worden verkend en die worden gebruikt bij het rekenen, zoals een geheugen, de constante factor, het ‘=’-teken als signaal voor de uitkomst (en niet als ‘gelijk aan’-teken), puntgetallen in plaats van kommagetallen.
Gevolgen voor de didactiek (Van den Brink e.a., 1988):

– De constante factor is geschikt om programmaatjes te maken als 2 + (+) = . Vervolgens drukt de leerling steeds de ‘=’-knop in; de uitkomsten van de tafel van 2 verschijnen in het venster. De leerling ervaart dat het niet ophoudt bij 10 × 2. Een niveau hoger is het achterhalen wat een programmaatje doet. Zo kan een leerling intoetsen 3 + (+) 5 = . De andere leerling mag drie keer op het ‘=’-knopje drukken en moet daarna voorspellen wat er in het venster verschijnt als hij of zij weer op het ‘=’-knopje drukt. De controle op de juistheid van het antwoord zit uiteraard al in het programmaatje ingebakken.
– de betekenis van het ‘=’-teken komt tot zijn recht bij een gezamenlijk te bespreken opgave als 18 × 6 = 3 × ... Eerst wordt de opgave uit het hoofd

uitgerekend; hierbij kan de weg worden gevolgd van het eerst uitrekenen van het stukje voor het '='-teken, en de uitkomst delen door 3. Mooier is het als de leerlingen zien dat het eerste getal na het =-teken een halvering is van 6, zodat de tweede term een verdubbeling moet worden van 18. Dus op de puntjes komt 36.
Met de rekenmachine merk je dat je het eerste deel kunt intoetsen; zodra je het '='-teken intoetst geeft de rekenmachine de uitkomst: 108. Toets je daarna in: $3 \times$ dan blijft 3 in het venster staan. Na het '='-teken beschouwt de rekenmachine de opgave als afgedaan. Je moet daarom van bovenstaande opgave er twee maken, om met de rekenmachine verder te kunnen.
Ook kun je ontdekken dat niet alleen het '='-teken dient als signaal voor de uitkomst, maar elk bewerkingsteken kan die functie krijgen, bijvoorbeeld bij een opgave als: $3 \times 49 : 7 =$. Zodra je het deelteken hebt ingetoetst krijg je de uitkomst van de 3×49 in het venster:



Hier moet expliciet de aandacht op worden gericht. Om dit te doen kan de strokentaal worden geïntroduceerd. Daarmee wordt geregistreerd wat de vluchtige rekenmachine, waar getallen in het venster komen en weer verdwijnen, heeft gedaan (Ter Heege, 1985):



De strook is een geschikt hulpmiddel om gezamenlijk reflectie te plegen op dit soort opgaven, en in het algemeen om te kijken hoe een procedure met de rekenmachine is verlopen.

– Puntgetallen kunnen worden besproken zodra de leerlingen vertrouwd zijn met de kommagetallen. Puntgetallen wijken af van kommagetallen, omdat ze op de eenvoudige rekenmachine worden afgekapt, en niet afgerond, en omdat nullen achteraan wegvallen. Dat onze komma een punt is op de rekenmachine is voor de meeste kinderen geen probleem. In advertenties wordt de punt ook steeds vaker gebruikt, met name bij de geldnotatie om euro's van eurodubbeltjes en eurocenten te scheiden. Op de rekenmachine wordt 'vier broodjes van € 0.85' dan $4 \times 0.85 = 3.4$ in plaats van 3.40.

Deze uitkomst is aanleiding om te bespreken of 3,4 en 3,40 hetzelfde zijn. In termen van geld: zie je het als vier eurodubbeltjes of als veertig eurocent? Op de rekenmachine geeft de deling 17 : 3 =

5.6666666

Je moet zelf een vertaalslag maken, aan de hand van de context waarin deze opgave verschijnt. Er kunnen verschillende contexten voor deze opgave worden aangeboden:

- als er zeventien pannenkoeken onder drie kinderen worden verdeeld krijgt ieder $5\frac{2}{3}$ pannenkoek. De rekenmachine kan hier niet zinvol worden ingezet;
- als je met z'n drieën zeventien euro mag delen, dan kom je op 5 euro en 66 eurocent per persoon, en nog een beetje. Je kijkt dus iets verder dan de twee posities na de punt, die bij de geldnotatie worden gebruikt. Terugrekenen geeft $3 \times 5.66 = 16.98$, ofwel, je houdt nog 2 cent over;
- als je met zeventien personen groepjes van drie moet maken, dan kun je vijf groepjes maken. Je moet afzien van alles wat achter de vijf staat. Er blijven twee personen over, wat doe je met die personen?
- als er voor een kleine veerpont die aan de overkant ligt zeventien auto's staan te wachten, en er kunnen maar drie auto's tegelijk mee, dan moet de pont zes keer heen en weer varen om ze allemaal naar de overkant te brengen.

Elk van deze situaties geeft een ander antwoord, dat op basis van het rekenmachinepuntgetal geherinterpreteerd wordt. Het karakter van de autoritaire rekenautomaat, die geen rekening houdt met verschillende contexten, is juist aanleiding om zulke verschillende situaties te overdenken.

Ten slotte kan een opgave als $1 : 7 \times 7 =$ worden besproken. Na enige discussie leggen de kinderen uit dat er 1 uit moet komen, bijvoorbeeld door te redeneren: 'Je verdeelt een pannenkoek in zeven stukjes en daarna krijg je zeven van die stukjes'. De eenvoudige zakrekenmachine geeft echter bij $1 : 7 \times 7 =$

0.9999997

Besproken wordt wat deze uitkomst betekent; het ligt dicht bij 1. Wat zou er in het venster komen als er niet zeven cijfers achter de punt in het venster kunnen, maar bijvoorbeeld tien? Kun je bedenken hoe dat komt?

redeneren met getallen en bewerkingen

De rekenmachine kan worden gebruikt als model aan de hand waarvan de kinderen met getallen en bewerkingen redeneren.
In de onderbouw kan dat met een tactiele oefening als: ‘Zet je vinger op het knopje met 5. Sluit je ogen. Kun je nu 56 maken? Kijk of het goed is. Zet nu je vinger weer op 5, en maak 54’ (Vermeulen, 2009). In de midden- en bovenbouw kunnen denkopdrachten worden gegeven aan de hand van imaginair niet goed functionerende rekenmachines.
Denk aan een opdracht als: ‘Het knopje met 4 doet het niet meer op je rekenmachine. Kun je nu toch de opgave 4×356 met je rekenmachine uitrekenen?’
Er zijn verschillende oplossingen, te weten: $356 + 356 + 356 + 356 =$, of $2 \times 2 \times 356 =$, of $5 \times 356 - 356 =$, of $3 \times 356 + 356 =$, die het denken van de kinderen weergeven, en zich uitstekend lenen voor een gezamenlijke bespreking.

4 de rekenmachine als didactisch middel: integreren in het rekenonderwijs

De ontdekkingen die samenhangen met kenmerken en eigenaardigheden van de rekenmachine kunnen didactisch worden ingezet, dat wil zeggen, dat ze gepland deel uitmaken van het curriculum (Ter Heege, 1991; 1992). Dat is mogelijk, omdat inzicht verwerven in de kenmerken en eigenaardigheden van de rekenmachine bijdraagt aan het rekeninzicht. De rekenmachine wordt gebruikt om het relatienetwerk te verkennen en op te bouwen.

In de bovenbouw kan het relatienetwerk met de rekenmachine worden uitgebreid als kinderen de gelegenheid krijgen om kenmerken en eigenaardigheden van de rekenmachine verder te onderzoeken. Zo kunnen kinderen ontdekkingen doen door de werking van knopjes te onderzoeken (fig.3).

figuur 3

Hoe deze knopjes werken wordt door middel van opdrachten onderzocht, bijvoorbeeld:

- kijk eens wat er gebeurt als je 1, 2, 3, ... enzovoort op je rekenmachine zet, en dan steeds het knopje met √ indrukt.
  Schrijf de antwoorden die in het venster komen op. Bij welke getallen krijg je een heel getal als antwoord (zonder punt tussen de cijfers)? Kijk of je met de rekenmachine meer getallen kunt vinden die een heel getal als uitkomst geven;
- zet het getal 4 in het venster. Druk nu vijf keer op het knopje met M+ . Wat gebeurt er in het venster?
  Druk nu op het knopje met: MR Wat zie je nu? Weet je nu wat het knopje M+ en MR doet?
- procentrekenen op de rekenmachine vraagt inzicht in wat ‘procent van’ in rekentechnische zin betekent, dus waarom ‘25 procent van’ berekend kan worden via 0.25 × .. ? (Ter Heege, 1986). Met behulp van de rekenmachine kunnen kinderen vervolgens laten zien hoe ze denken.
  Bijvoorbeeld bij de volgende opgave: Als je een bedrag wegzet van 2500 euro tegen 2,3 procent rente, hoeveel heb je dan na een jaar?

  Oplossing 1: 2500 : 100 = × 2.3 = + 2500 = (rekenen via 1 procent).
  Oplossing 2: 2500 × 2.3% = + 2500 = .
  Oplossing 3: 2500 × 0.023 = + 2500 = .
  Oplossing 4: 2500 × 1.023 = .

  Elke oplossing weerspiegelt een ander denkniveau, en dit kan gezamenlijk worden besproken.
  Ook in de onderbouw kan de rekenmachine een didactische rol vervullen bij het ontdekken van de betekenis van getallen en bewerkingen (Vermeulen, 2009).
  Getalvormen: de verschillen tussen de cijfervormen op de knopjes en de cijfervormen in het venster worden besproken. Dat kan kinderen er toe aanzetten om naar nog andere vormen op zoek te gaan.
  Bij getalrijoefeningen kan de constante factor worden gebruikt, waardoor de rekenmachine als tellertje fungeert:
  1 + 1= = = = = = = = =
  25 – 1 = = = = = = = =
  Deze functie wordt ook gebruikt bij de uitbreiding van de getalrij, met name bij overgang naar honderdtallen, duizendtallen, tienduizendtallen, enzovoort.
  989 + 1 = = = = = = = = = = = = = = =
  10010 – 1= = = = = = = = = = = = = = = = = =
  Ook bij vermenigvuldigtafels in de onderbouw kan de constante factor worden gebruikt:
  3 + 3 = = = = = = = =

De ene leerling voorspelt wat het volgende getal is, de andere leerling drukt steeds de '='-knop in.

5 besluit

De rekenmachine kan vanaf het begin van de basisschool een functie vervullen mits de kenmerken van het apparaat didactisch worden uitgebuit. Door middel van geleid ontdekken van kenmerken en de werking van de rekenmachine kan verdieping van inzicht in getalopbouw en getalrelaties tot stand komen. Door inzichtelijk gebruik wordt de rekenmachine een rekenmaatje voor leerlingen, dat het handmatig uitwerken van bewerkingen op een efficiënte manier overneemt. Tegelijkertijd wordt het schattend en handig rekenen ondersteund, omdat de kinderen een 'rekenmachinegeweten' ontwikkelen. Ook moeten de leerlingen op de kracht van hun eigen denken leren vertrouwen, omdat ze merken dat juist het begrijpen en analyseren van problemen niet door de rekenmachine wordt overgenomen. Daarom is de rekenmachine, mits goed geïntroduceerd en begeleid, een machtig middel bij het leren rekenen en bij het opbouwen van een gedegen relatienetwerk bij het rekenen.

literatuur

Brink, F. J. van den (1986). De autoritaire rekenautomaat en realistisch rekenonderwijs. *Willem Bartjens*, *6*(1), 48-53.

Brink, F.J. van den (1986). Sssst, zieke rekenmachines, tssss. Ofwel: onderzoek naar eigenaardigheden van rekenmachines. *Willem Bartjens, 6*(2), 60-62.

Brink, F.J. van den, H. ter Heege, W. Struik, W. Sweers & W. Vermeulen (1988). *De taal van de rekenmachine*. Tilburg: Zwijsen, OBR reeks 319.

Heege, H. ter (1985). *Mijn zakrekenmachineboek*. Enschede: SLO.

Heege, H. ter (1986). Procenten in het basisschoolcurriculum. *Willem Bartjens, 6*(1), 36-40.

Heege, H. ter (1991). Ontwikkeling en onderzoek ten behoeve van de integratie van de zakrekenmachine in het basisonderwijs, 1. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het rekenonderwijs, 10*(2), 26-32.

Heege, H. ter (1992). Ontwikkeling en onderzoek ten behoeve van de integratie van de zakrekenmachine in het basisonderwijs, 2. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het rekenonderwijs, 10*(3), 26-29.

Struik, W. (1986). Het schatten van uitkomsten met behulp van de zakrekenmachine. *Willem Bartjens, 6*(1), 44-48.

Vermeulen, W. (2009). De rekenmachine in het basisonderwijs van meet af aan. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 28*(3), 38-41.

Vermeulen, W. (2010). Nog steeds bang voor de zakrekenmachine op de basisschool. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 29*(1), 59-68.