
Standaardprocedures in het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool

- Peiling op de 26^{ste} Panama-conferentie -

Marc van Zanten
Panama/FIsme, Universiteit Utrecht

1 inleiding

Rekenen-wiskunde op de basisschool is een veelomvattend vakgebied. Kinderen die leren rekenen, leren niet alleen procedures zonder fouten uit te voeren, maar ze leren ook te begrijpen wat ze doen en waarom ze dat zo doen. Veel aandacht wordt - terecht - besteed aan hoofdrekenen en het aanleren van efficiënte en handige manieren waarop je getallen naar je hand kan zetten. Minder aandacht is er de laatste jaren uitgegaan naar het leren routinematig rekenen met standaardprocedures. Met name over de laatste leerstappen naar een verkorte standaardprocedure op formeel niveau zijn aanduidingen uit literatuur en onderzoek niet eenduidig. Wat is precies de rol van standaardprocedures binnen het huidige reken-wiskundeonderwijs?

Op de 26^{ste} Panama-conferentie is hieromtrent een interactieve plenaire sessie georganiseerd onder de titel 'Standaardprocedures in het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool'. De sessie spitte zich toe op vermenigvuldigen als paradigmatisch voorbeeld. Doel van dit programmaonderdeel was gezamenlijk na te denken over welke opgaventypen kinderen via standaardprocedures moeten leren oplossen en op welke wijze het onderwijsleerproces hiertoe kan worden vormgegeven.

Een en ander werd nadrukkelijk gerelateerd aan de onderscheiden niveaus eind basisschool, zoals aangeduid in het rapport 'Over de drempels met taal en rekenen' van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen (2008a). In dit rapport worden aan het einde van de basisschool twee niveaus onderscheiden: fundamentele kwaliteit niveau 1 (1F) en streefkwaliteit niveau 1 (1s). De Expertgroep heeft deze niveaus als volgt omschreven:

Het eerste referentieniveau heeft betrekking op het primair onderwijs. Wat we voorstellen aan basiskennis en basisvaardigheden voor taal en rekenen zouden alle leerlingen dienen te beheersen aan het einde van de basisschool. Voor een grote groep zal dat het geval zijn. Voor een deel van de basisschoolleerlingen kan de lat wat hoger liggen. We vinden dat wenselijk

vanuit het perspectief van het bieden van uitdaging aan deze leerlingen. We hebben daarvoor een streefkwaliteit ingevoerd die deels het volgende referentieniveau overlapt. (2008a, pag.22)

Het aantal leerlingen dat de niveaus 1F en 1S voor rekenen zou moeten behalen is door de Expertgroep als volgt bepaald:

Het percentage leerlingen dat minimaal het referentieniveau 1F behaalt moet toenemen van 75% naar 85%. Het percentage leerlingen dat minimaal het referentieniveau 1S behaalt moet toenemen van 50% naar 65%. (aanbeveling 6.13, pag.50)

De percentages 75 procent (het percentage leerlingen dat nu referentieniveau 1F behaalt) en 50 procent (het percentage dat nu niveau 1S behaalt) zijn afgeleid van het meest recente PPON-onderzoek voor rekenen-wiskunde (Janssen e.a., 2005). In het rapport van de Expertgroep worden de referentieniveau concreet geduid aan de hand van voorbeeldopgaven uit dit PPON-onderzoek. De voorbeeldopgaven van referentieniveau 1F werden bij het laatste PPON-onderzoek door 25 procent van de leerlingen niet goed gemaakt en de voorbeeldopgaven van referentieniveau 1S werden door 50 procent van de leerlingen niet goed gemaakt (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen, 2008a, pag.50). Omdat het rapport net de voorgaande dag op de conferentie is uitgereikt - waardoor waarschijnlijk nog maar weinigen van de precieze omschrijvingen kennis zouden hebben genomen - is bij aanvang van deze sessie niveau 1F omschreven als hetgeen vrijwel alle leerlingen zouden moeten kunnen en kennen, en niveau 1S als hetgeen wenselijk is om na te streven voor zoveel mogelijk leerlingen.

2 opbouw van de sessie

Na de inleiding, verzorgd door A. Treffers (FISME), gaven K. Buijs (SLO), S. Huitema (Uitgeverij Malmberg) en W. Uittenbogaard (FISME) elk hun visie omtrent cijferend leren vermenigvuldigen. In deze conferentiebundel zijn deze bijdragen in de voorgaande vier hoofdstukken nader uitgewerkt. Naar aanleiding van de presentaties werden verschillende stellingen aan het conferentiepubliek voorgelegd.

Opleider op pabo of ROC	92 (53%)
Schoolbegeleider, onderwijsadviseur	32 (18%)
Onderzoeker	12 (7%)
Ontwikkelaar, auteur, uitgever	21 (12%)
Leerkracht, functionaris zorgverbreding, IB	8 (5%)
Anders	9 (5%)

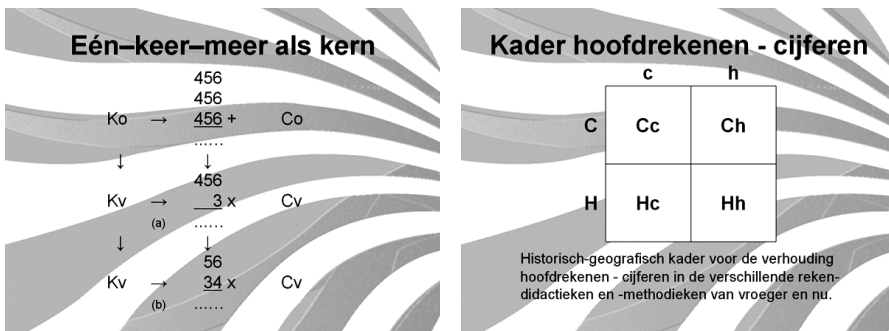
figuur 1

Met behulp van een zogenoemd *Interactive Voting System* werden de reacties van de aanwezige conferentiedeelnemers op de voorgelegde stellingen direct zichtbaar. Hierdoor ontstond direct een indruk van de opvattingen van de aanwezige inhoudsdeskundigen. Daarbij moet worden aangetekend dat soms onduidelijkheid optrad omtrent de gebruikte begrippen in de stellingen (hier wordt in paragraaf 8 nader op ingegaan). Van de conferentiedeelnemers deden er 174 mee aan de stemb sessie. Deze waren als volgt verdeeld over de beroepsgroepen (fig.1). Personen die tot meerdere beroepsgroepen behoren werd gevraagd aan te geven wat zij hun hoofdfunctie achtten.

3 inleiding vanuit historisch-didactisch perspectief

Treffers ging in de inleiding in op het historisch-didactisch perspectief van het leren van standaardprocedures en de verbinding daarbij tussen hoofd rekenen en cijferen (zie voor de nadere uitwerking zijn artikel 'Het voorkomen van ongecijferdheid' op pagina 39 e.v.). Hij liet met voorbeelden uit Van Gelder (1964) zien dat het gebruik maken van de waarde van getallen in het onderwijsleerproces om te komen tot een verkorte cijferende aanpak (waarbij die waarde uiteindelijk geen rol meer speelt in het uitvoeren van de procedure), zoals dat plaatsvindt bij het tegenwoordige kolomsgewijs rekenen, ook in vroeger jaren al gebeurde.

Voor wat betreft het vermenigvuldigen stelt Treffers dat het vermenigvuldigen van een ééncijferig getal met een meercijferig getal, zoals 3×456 , de kern is die door alle basisschoolleerlingen cijferend moet kunnen worden opgelost. De cijferende oplossingsprocedure wordt opgebouwd vanuit het kolomsgewijs optellen, waarbij dus bij aanvang van de leergang de waarde van de getallen nog in beeld is. Het latere vermenigvuldigen van meercijferige met meercijferige getallen kan worden aangeleerd voortbouwend op de



figu r 2

verkorte cijfermatige aanpak die kinderen dan beheersen (fig.2).

Aansluitend op deze inleiding werd de mening van aanwezigen gepeild over dit ééncijferig maal meercijferig en meercijferig maal meercijferig vermenigvuldigen (fig.3). Een ruime meerderheid is van mening dat kinderen op niveau 1F ééncijferige maal meercijferige vermenigvuldigingen cijferend moeten kunnen oplossen. Wat minder aanwezigen - maar nog steeds een meerderheid - vinden dat dit eveneens geldt voor meercijferige maal meercijferige vermenigvuldigingen.

	Eens	Oneens
1 Opgaven van het type 3×456 moeten kinderen op niveau 1F cijferend kunnen berekenen.	86 %	14 %
2 Opgaven van het type 34×56 moeten kinderen op niveau 1F cijferend kunnen berekenen.	66 %	34 %

figuur 3

4 Bujs: pleidooi voor gestileerd hoofdrekenen

K. Bujs pleitte in zijn presentatie voor een leergang die sterk gebaseerd is op gestileerd hoofdrekenen (zie het artikel ‘Vermenigvuldigen met meercijferige getallen - een pleidooi voor een kernleergang gestileerd hoofdrekenen’ op pagina XX e.v.). Hij sluit daarmee aan op informele eigen aanpakken die kinderen hanteren, zoals verdubbelen, herhaald optellen, groepjes maken, het splitsen van het eerste getal van de vermenigvuldiging en compenseren. De onderscheiden strategieën verdeelt hij onder in drie typen: basaal (herhaald optellen, verdubbelen en groepjes maken), decimaal structurerend (via splitsen 1^e getal (S1-strat) - via splitsen beide getallen - via splitsen 2^e getal (S2-strat)) en handig/gevarieerd (compenseren, halveren-verdubbelen).

Drie typen strategieën:

- Handig/gevarieerd:**
 - Compenseren
 - Halveren-verdubbelen
- Decimaal structurerend:**
 - Via splitsen 1^e getal (S1-strat)
 - Via splitsen beide getallen
 - Via splitsen 2^e getal (S2-strat)
- Basaal:**
 - Herhaald optellen
 - Verdubbelen
 - Groepjes maken

Mogelijk onderwijsleertraject meercijferige vermenigvuldigen ('gestileerd hoofdrekenen')

- Systematische verkenning drie typen strategieën
- Accent op S1-strategie (en groepjesmodel) als veilige basisstrategie
- Ontwikkeling adequaat notatiegedrag (Van Putten & Hickendorff, 2006)
- Niveaueverhoging via toenemend inzicht in nulregel en verdeel eigenschap (rechthoekmodel)
- Kolomsgewijze procedure als einddoel

figuur 4

of van beide getallen), en handig en/of gevarieerd (compenseren en halveren-verdubbelen).

Een onderwijsleertraject voor het meercijferige vermenigvuldigen, aansluitend op gehanteerde informele aanpakken, kenmerkt zich volgens Buijs onder meer door een systematische verkenning van de drie typen strategieën en een accent op de strategie waarbij het eerste getal wordt gesplitst als veilige basisstrategie (fig.4). Buijs ziet de kolomsgewijze procedure als einddoel voor alle leerlingen (dus niveau 1F) en het cijferend vermenigvuldigen als differentieel doel voor leerlingen niveau 1S.

Naar aanleiding van het betoog van Buijs werden de aanwezigen vier stellingen voorgelegd, waarop als volgt werd gereageerd (figuur 5):

	Eens	Oneens
3 De verkenning van het meercijferige vermenigvuldigen kan een grote hoeveelheid rijke leerervaringen met zich meebrengen, en behoort daarom bij niveau 1F	86 %	14 %
4 Kennis omtrent het meercijferige vermenigvuldigen kan slechts gedijen indien deze wortelt in een goed ontwikkeld getalgevoel en indien deze hecht verbonden is met kennis omtrent basaal hoofdrekenen en schattend rekenen.	66 %	34 %
5 Een organisatorische opzet met elke week 2 dagen 'leerkrachtgebonden' lessen en 3 dagen 'leerkrachtvrije' lessen werkt meer in het algemeen belemmerend om het rekenen tot ontwikkeling te laten komen.	66 %	34 %
6 Bij het meercijferig vermenigvuldigen kan als einddoel een vorm van gestileerd hoofdrekenen worden aangehouden op niveau 1F.	66 %	34 %

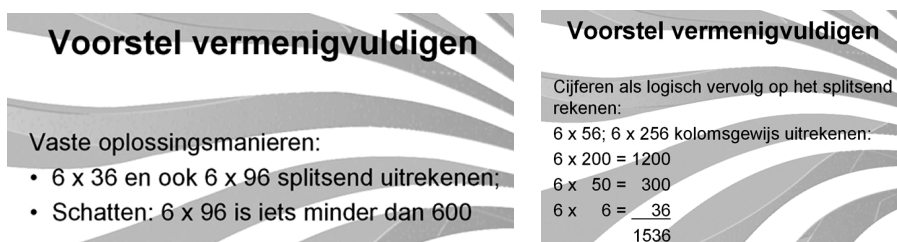
figuur 5

Buijs' betoog werd door de aanwezigen in grote lijnen onderschreven, gezien de instemmende reacties op de stellingen 3 en 4. Met stelling 3, over potentiële leerervaringen die kunnen worden opgedaan met meercijferig vermenigvuldigen, stemt een ruime meerderheid van de aanwezigen in. Met stelling 4, over het belang van getalgevoel en hoofdrekenen is vrijwel iedereen het eens. Ook Buijs' opvatting dat voor leerlingen niveau 1F een kolomsgewijze procedure volstaat wordt door een meerderheid onderschreven, getuige de stemming bij stelling 6 over gestileerd hoofdrekenen als einddoel voor niveau 1F.

Stelling 5 kan enigszins apart worden beschouwd. Deze stelling gaat namelijk niet over de opbouw van de leerlijn vermenigvuldigen zoals Buijs die schetst, maar 'meer in het algemeen' over de organisatorische opzet van reken-wiskundelessen. Een meerderheid van de aanwezigen stemt in met deze stelling, al is deze meerderheid niet zo ruim als bij de overige stellingen.

5 Huitema: houvast aan vaste oplossingsmanieren

S. Huitema vestigde in zijn bijdrage de aandacht op het belang van vaste oplossingsmanieren voor kinderen van niveau 1F (zie het artikel 'Schets van een leerlijn vermenigvuldigen en delen voor kinderen van niveau 1F' op pagina XX e.v.). Hij pleitte er voor om kinderen op fundamenteel niveau 1 te laten vermenigvuldigen volgens vaste oplossingsmanieren. Zo gaat een vermenigvuldiging van een ééncijferig met een meercijferig getal in eerste instantie altijd hoofdreenend met de splitsstrategie, ongeacht de getallen in de opgave, en later, als logisch vervolg daarop, kolomsgewijs (fig.6).



figuur 6

Huitema legde daarbij de nadruk op het belang van het laten rekenen op papier en van veel oefenen. Dat laatste niet alleen bij de overgang naar de verkorte (cijferende) uitrekenwijze van een vermenigvuldiging - die immers voor veel kinderen van dit niveau lastig is - maar ook al bij de voorgaande stappen (splitsend hoofdreenend vermenigvuldigen en kolomsgewijs vermenigvuldigen). Verder wees hij er op dat kinderen de overgang naar meercijferig maal meercijferig alleen kunnen maken als zij ééncijferig maal meercijferig al op de meest verkorte manier kunnen uitrekenen. Over delen hield Huitema een vergelijkbaar pleidooi, met de aantekening dat voor de zwakste rekenaars het herhaald aftrekken en het cijferend delen beter achterwege kan blijven. Aansluitend op de presentatie van Huitema werden de volgende drie stellingen voorgelegd, waar de aanwezigen als volgt op reageerden (fig.7):

	Eens	Oneens
7 Cijferen is een basale vaardigheid. Het behoort daarom tot niveau 1F	65 %	35 %
8 Cijferen komt tegemoet aan de behoefte aan vaste oplossingsmanieren van minder goede rekenaars	80 %	20 %
9 Gebruik voor delen op niveau 1F de zakrekenmachine. Laat de rest (cijferend / herhaald aftrekken) verder helemaal zitten	51 %	49 %

figuur 7

Huitema's stelling dat cijferen op zich een basale vaardigheid is, en daarom tot de stof van niveau 1F hoort, werd door een meerderheid van de aanwezigen onderschreven, evenals de stelling dat cijferen tegemoet komt aan de behoefte aan vaste oplossingsmanieren van minder goede rekenaars. Bij deze stellingen trad enige verwarring op onder de aanwezigen; niet voor iedereen was duidelijk in hoeverre de term 'cijferen' verwees naar hetgeen hieraan voorafgaand expliciet was betoogd, of dat werd verwezen naar de meest verkorte standaardalgoritmen in het algemeen. In hoeverre dit verschil in interpretatie van invloed is geweest op de uitslag van de stemming is niet na te gaan. Stelling 9, waarin wordt gesteld de rekenmachine te gebruiken voor delen op niveau 1F, was wel eenduidig interpreteerbaar. De meningen hierover waren echter sterk verdeeld.

6 Uittenbogaard: geen standaardalgoritmen, maar groeiend inzicht

W. Uittenbogaard verzorgde de laatste presentatie, waarin hij pleitte voor een alternatieve benadering voor het gebruik van standaardprocedures (zie het artikel 'Vijanden worden vrienden - een beknopte leergang cijferend vermenigvuldigen' op pagina XX e.v.). Anders dan bij de voorgaande presentaties werden de stellingen niet na afloop, maar gedurende het betoog aan de aanwezigen voorgelegd. Uittenbogaard wees er allereerst op dat er tegenwoordig geen maatschappelijke noodzaak meer is voor het kennen van de cijferalgoritmen, noch kolomsgewijs, noch de meest verkorte standaardwijze. Met zijn eerste stelling (stelling nummer 10): 'Stop met het aanleren van cijferalgoritmen', waren echter vrijwel alle aanwezigen het oneens (fig.8).

	Eens	Oneens
10 Stop met het aanleren van cijferalgoritmen	4 %	96%
11 Alle kinderen kunnen dit met inzicht leren	72 %	28 %
12 Standaardprocedures of kolomsgewijs rekenen zijn niet nodig	27 %	73 %

figuur 8

In plaats van voor het aanleren van standaardstrategieën voor vermenigvuldigen, pleitte Uittenbogaard voor het aanleren van verschillende aanpakken, met behulp van tafelkennis en getalinzicht. Hij benoemde deze als 'vrienden', waarmee kinderen vermenigvuldigingen, afhankelijk van de getallen, inzichtelijk op kunnen lossen.

Voor het vermenigvuldigen van ééncijferige getallen met meercijferige getallen, hebben kinderen genoeg aan het rekenen met nullen ('vrienden van tien' en 'tafels met nullen'), één keer minder en één keer meer ('bijna vrienden van tien') en halveren en verdubbelen, aldus Uittenbogaard (fig.9). Op

stelling 11: ‘Alle kinderen kunnen dit met inzicht leren’, reageerde een meerderheid van de aanwezigen instemmend (figuur 9).

Vriend of vijand?

Nog een lijstje:

- 17×239 vijand
- 10×169 vriend van 10
- 27×153 vijand
- 20×60?
- 40×70?

Zijn er nieuwe vrienden bij?

Ja, die 20×60 en die 40×70
 Hoe doe je dat dan?
 $20 \times 60 = 2 \times 600 = 1200$
 Gebruik de geldcontext.
 Je kunt 2×6 doen plus twee nullen.
 werkt het altijd?
 → **tafels met nullen**

figuur 9

Uittenbogaard vervolgde zijn betoog met het presenteren van nog meer ‘vrienden’, zoals kwadraten en compenseren, waarmee veel leerlingen steeds verder vaardig kunnen worden op het gebied van vermenigvuldigen. Ter besluit werd stelling 12: ‘Standaardprocedures of kolomsgewijs rekenen zijn niet nodig’ voorgelegd, een wat milder geformuleerde stelling dan het eerdere “Stop met het aanleren van cijferalgoritmen”. Weer is een meerderheid het oneens met de stelling, maar deze is beduidend minder groot dan bij stelling 10.

7 overkoepelende stellingen

Na de verschillende betogen zijn nog enkele overkoepelende stellingen aan de conferentiedeelnemers voorgelegd. Daarin werd in meer algemene zin gevraagd naar cijferalgoritmen en standaardprocedures en (nogmaals) naar enkele opgaventypen.

Over de stelling: ‘Cijferalgoritmen voor het meercijferig vermenigvuldigen verdienen een plaats op niveau 1F in het rekenwiskundeonderwijs” waren de meningen zeer verdeeld; iets meer dan de helft van de aanwezigen vond van niet, bijna de helft vond van wel (fig.10).

13 Cijferalgoritmes voor het meercijferige vermenigvuldigen verdienen een plaats op het niveau 1F in het reken-wiskundeonderwijs	
Ja, het brengt een grote hoeveelheid rijke leerervaringen met zich mee	76 %
Ja, het komt tegemoet aan de behoefte aan vaste oplossingsmanieren van minder goede rekenaars	19 %
Nee, we kunnen onze energie en tijd beter besteden	51 %

figuur 10

Op de stelling “Kinderen op niveau 1F moeten oefenen met verkorte standaardprocedures tot ze foutloos worden uitgevoerd” werd door de aanwezigen meer eenduidig gereageerd. Een ruime meerderheid koos het antwoordalternatief waarin wordt gesteld dat oefenen van procedures zonder inzicht zinloos is. Slechts 5 procent van de aanwezigen koos voor het antwoord dat inzicht bij oefenen gaandeweg vanzelf ontstaat (figuur 11).

14 Kinderen op niveau 1F moeten oefenen met verkorte standaardprocedures tot ze foutloos worden uitgevoerd.	
Nee, oefenen van procedures zonder inzicht is zinloos	76 %
Ja, zwakke rekenaars zijn daar zeker mee geholpen	19 %
Ja, inzicht ontstaat dan gaandeweg vanzelf wel bij de sterkere rekenaars	5 %

figuur 11

Dat de presentaties van de verschillende inleiders de aanwezigen aan het denken hebben gezet, bleek toen de eerste twee, nogmaals werden voorgelegd. Bij beide opgaventypen is het percentage aanwezigen dat vond dat kinderen op niveau 1F dit moeten kunnen, flink gedaald (fig.12).

	Eens	Oneens
15 Opgaven van het type 3 x 456 moeten kinderen op niveau 1F cijferend kunnen berekenen	66 % (was 86 %)	34 % (was 14 %)
16 Opgaven van het type 34 x 56 moeten kinderen op niveau 1F cijferend kunnen berekenen	45 % (was 66 %)	65 % (was 34 %)

figuur 12

Tot slot van de sessie zijn nog twee concrete voorbeeldopgaven, afkomstig uit de ‘Periodieke Peiling van het reken-wiskundeonderwijs’, domein ‘bewerkingen’ (Janssen e.a., 2005), voorgelegd. Het betrof een vermenigvuldigopgave (ééncijferig keer driecijferig) en een deelopgave (driecijferig gedeeld door tweecijferig):

Machteld bezorgt elke week 403 tijdschriften. Hoeveel tijdschriften bezorgt Machteld in 8 weken?

De Meibloem’ heeft 32 nieuwe geschiedenisboeken gekocht. De totaal prijs is 736 euro. Hoeveel is de prijs per boek? (Janssen e.a., 2005, pag102)

Volgens de standaarden van het PPON-onderzoek valt de vermenigvuldigopgave onder de ‘standaard minimum’. Dat betekent dat, volgens het bij dit PPON-onderzoek betrokken deskundigenpanel, 90 tot 95 procent van de leerlingen aan het einde van de basisschool deze opgave correct moet kunnen oplossen. De deelopgave valt onder de ‘standaard voldoende’, wat inhoudt dat volgens dit deskundigenpanel 70 tot 75 procent van de leerlin-

gen einde basisschool deze opgave correct moet kunnen oplossen (Janssen e.a., 2005). De vraag aan de aanwezige conferentiebezoekers was of en op welke wijze leerlingen op niveau 1F, respectievelijk 1S, deze opgaven naar hun opvatting zouden moeten kunnen oplossen. Dit werd zowel gevraagd voor de opgave in contextvorm als in kale vorm. Over de manier van oplossen werd steeds de volgende keuzemogelijkheid geboden:

- op een eigen manier, zonder dat vooraf precies wordt voorgeschreven welke manier;
- met een standaardprocedure, cijferend of anderszins, al dan niet verkort;
- met het meest verkorte cijferalgoritme.

In figuur 13 zijn de stemuitslagen voor de vermenigvuldigopgaven te zien. Een overgrote meerderheid van de aanwezigen vond dat alle leerlingen de opgave moeten kunnen oplossen. Dit komt overeen met het oordeel van het deskundigenpanel van het Cito PPON-onderzoek. Er was nauwelijks verschil van mening tussen de opgave in context of kaal. Wel was er verschil tussen het oordeel hierover voor wat betreft de verschillende niveaus. Een meerderheid vond dat voor niveau 1F, leerlingen de opgave (zowel in context als kaal) op hun eigen manier moeten kunnen oplossen. Voor niveau 1S waren de meningen over de manier van oplossen meer verdeeld, gezien de percentages bij de verschillende antwoordalternatieven (fig.13).

Machteld bezorgt elke week 403 tijdschriften. Hoeveel tijdschriften bezorgt Machteld in 8 weken?	8 x 403			
17 Moeten kinderen op niveau 1F, respectievelijk 1S, deze opgave kunnen oplossen?	1F	1S	1F	1S
Ja, op hun eigen manier.	69 %	46 %	70 %	43 %
Ja, met een (verkorte) standaardprocedure.	26 %	39 %	25 %	44 %
Ja, met het meest verkorte cijferalgoritme.	3 %	13 %	4 %	13 %
Nee, dit hoeven ze op dit niveau niet te kunnen oplossen.	2 %	2 %	1 %	0 %

figuur 13

Figuur 14 toont de stemuitslagen van de stellingen over de deelopgaven. In vergelijking met de vermenigvuldigopgaven waren meer aanwezigen van mening dat leerlingen - vooral op niveau 1F - de deelopgaven niet hoeven te kunnen oplossen. Dat gold wat meer voor de opgave in kale vorm, dan in context. Ook was het verschil tussen niveau 1F en niveau 1S groter. Afgezien van het oordeel over de kale deelopgave voor niveau 1F, komt ook dit overeen met het oordeel van het deskundigenpanel van het Cito PPON-

onderzoek. Net als bij de oordelen over de vermenigvuldigopgaven, vond een meerderheid van de aanwezigen over deelopgaven dat deze op niveau 1F op een eigen manier moet kunnen worden opgelost. Voor niveau 1S liepen de meningen weer uiteen, getuige de percentages bij de verschillende antwoordalternatieven. Voor de deelopgaven werd wat minder vaak gekozen voor ‘het meest verkorte cijferalgoritme’ dan bij de vermenigvuldigopgaven, maar de verschillen waren niet groot (fig.14).

18 Moeten kinderen op niveau 1F, respectievelijk 1S, deze opgave kunnen oplossen?	De Meibloem heeft 32 nieuwe geschiedenisboeken gekocht. Hoeveel is de prijs per boek?			736 : 32			
	aantal	prijs/ stuk	totaal- prijs				
	32		€ 736,-				
				1F	1S	1F	1S
Ja, met een (verkorte) standaardprocedure				67 %	50 %	53 %	45 %
Ja, met het meest verkorte cijferalgoritme				15 %	43 %	16 %	40 %
Ja, op hun eigen manier				1 %	5 %	2 %	9 %
Nee, dit hoeven ze op dit niveau niet te kunnen oplossen				17 %	2 %	29 %	6 %

figuur 14

8 besluit

Op grond van de reacties op meerdere stellingen (met name stelling 7, 8, 10, 12, 17 en 18) kan in algemene zin worden geconcludeerd dat, volgens de opvattingen van de aanwezigen, standaardprocedures van belang zijn voor alle leerlingen. Over wat die standaardprocedures dan precies in (moeten) houden, werd echter verschillend gedacht. Het lijkt er op dat een meerderheid van de aanwezigen wel van mening is dat rekenaars niveau 1F gediend zijn met een vaststaande oplosprocedure (gezien de stemresultaten bij stelling 6, 8 en 12), maar dat dit niet automatisch het meest verkorte cijferalgoritme hoeft te zijn (gezien de stemming op het tweede antwoordalternatief bij stelling 13). De stemresultaten bij de stellingen 17 en 18, waarin de mening van de aanwezigen hieromtrent werd gevraagd met

betrekking tot concrete voorbeeldopgaven bevestigen dit beeld echter niet; voor niveau 1F werd daar vooral gekozen voor 'een eigen manier'. Dezelfde stellingen laten zien dat ook voor niveau 1S de meningen nog uiteen liepen.

Overigens wordt dit beeld verder diffuus door de verschillende invulling die door de sprekers werd gegeven aan de term 'cijferalgoritmen'. Zo schakeert Uittenbogaard hier ook het kolomsgewijs rekenen onder (zie ook pag.95? van deze bundel). Bovendien ontstond (in elk geval bij stelling 7 en 8) enige verwarring over wat nu precies wordt verstaan onder de gebruikte termen. Als in een dergelijke, gecontroleerde setting al zo makkelijk onduidelijkheid ontstaat omtrent begrippen als 'kolomsgewijs rekenen', 'cijferalgoritmen' en 'standaardprocedures', geeft dat aan hoe makkelijk er begripsverwarring kan ontstaan bij een breder, gemêleerde (onderwijs)publiek. Ook bij dergelijke ingeburgerde termen kan het blijkbaar voorkomen dat mensen er iets verschillends onder verstaan. Dat een meerderheid van de aanwezigen het eens was met de stelling 'Cijferen komt tegemoet aan de behoefte aan vaste oplossingsmanieren van minder goede rekenaars' (stelling 8) zou daarom wel eens eerder kunnen betekenen dat de meerderheid van de aanwezigen van mening is dat minder goede rekenaars behoefte hebben aan vaste oplossingsmanieren, dan dat men van mening is dat minder goede rekenaars gediend zijn bij leren cijferen.

De kwestie of, en in hoeverre, inzicht vooraf dient te gaan aan oefenen, kwam naar voren bij stelling 14; 'Kinderen op niveau 1F moeten oefenen met verkorte standaardprocedures tot ze foutloos worden uitgevoerd'. Over deze kwestie is geen feitelijke algemene kennis beschikbaar, maar zij speelt wel een rol bij de totstandkoming en formulering van de referentieniveaus uit het rapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen. Daarin wordt immers een onderscheid gemaakt tussen weten dat (paraat hebben), weten hoe (functioneel gebruiken) en weten waarom (begrijpen en verklaren) (2008b, pag.13 e.v.).

Een ruime meerderheid van de aanwezigen koos bij stelling 14 voor het antwoordalternatief dat stelt dat oefenen zonder inzicht zinloos is. Het lijkt erop, mede gezien de reacties op de eerdere stellingen 4 en 11, dat de aanwezige inhoudsdeskundigen in meerderheid van mening zijn dat oefenen mede gestoeld dient te zijn op inzicht. Overigens neemt ook de 'Expertgroep Doorlopende Leerlijnen' in deze kwestie een genuanceerd standpunt in. Bijvoorbeeld waar zij instemmend de 'National Research Council' van de Verenigde Staten aanhaalt:

Ten onrechte wordt vaardigheid soms tegenover inzicht geplaatst. Begrijpen maakt het leren van vaardigheden gemakkelijker, minder gevoelig voor fouten en het beklijft beter. Aan de andere kant is een zeker beheersingsniveau van vaardigheden noodzakelijk om nieuwe wiskundige begrippen en methoden met begrip te leren en ontwikkelen.

Zonder een goede routine stranden leerlingen bij het verdiepen van wiskundige ideeën of het oplossen van wiskundige problemen. De aandacht

die zij dan nodig hebben om hun resultaten uit te werken in plaats van die paraat op te roepen gaat ten koste van de aandacht voor de aanpak van het probleem of het zoeken naar onderliggende relaties.

Leerlingen die een vaardigheid zonder begrip leren hebben heel veel oefening nodig om de stappen niet te vergeten. Als leerlingen de operaties begrijpen, dan zijn ze beter in staat om ze te reconstrueren en in samenhang met andere operaties te zien.

Als vaardigheden zonder begrip worden geleerd, dan blijven het geïsoleerde brokjes kennis. Nieuwe begrippen of vaardigheden kunnen dan niet voortbouwen op een bestaand netwerk aan kennis. Dat leidt ertoe dat leerlingen voor elke kleine variatie in opgaven weer nieuwe oplossingsprocedures moeten leren. (2008b, pag.15 e.v.)

Onder de aanwezigen zijn verschillende beroepsgroepen vertegenwoordigd. Bij de meeste stellingen treden geen noemenswaardige verschillen op tussen de stemmingen van de verschillende beroepsgroepen. Het valt op dat er bij twee stellingen juist wel verschillen optreden. Met stelling 5 was van de beroepsgroep schoolbegeleiders en/of onderwijsadviseurs een (kleine) meerderheid het oneens met de stelling, terwijl de overige beroepsgroepen het juist in meerderheid eens waren met deze stelling. Met stelling 9 waren opleiders het in meerderheid oneens en de overige beroepsgroepen in meerderheid mee eens (figuur 15).

	schoolbegeleiders / onderwijsadviseurs		overig		totaal	
	eens	oneens	eens	oneens	eens	oneens
5 Een organisatorische opzet met elke week 2 dagen 'leerkrachtgebonden' lessen en 3 dagen 'leerkrachtvrije' lessen werkt meer in het algemeen belemmerend om het rekenen tot ontwikkeling te laten komen.	47 %	53 %	64 %	36 %	61 %	39 %
	opleiders		overig		totaal	
	eens	oneens	eens	oneens	eens	oneens
9 Gebruik voor delen op niveau 1F de zakrekenmachine. Laat de rest (cijferend delen en/of herhaald aftrekken) verder helemaal zitten						
	44 %	56 %	62 %	38 %	51 %	49 %

figuur 15

Vanwege de beperkingen van dit programmaonderdeel, zoals de relatief kleine aantallen aanwezige vertegenwoordigers van bepaalde beroepsgroepen (zie fig.1), vallen hier geen conclusies uit te trekken. Wel roept dit de vraag op of het beroepsperspectief van de verschillende onderscheiden beroepsgroepen, uitmaakt voor de opvattingen over bepaalde aspecten van het reken-wiskundeonderwijs. Het zou de moeite waard zijn dit nader te

onderzoeken. De bedoeling van dit programmaonderdeel was gezamenlijk na te denken over welke opgaventypen kinderen via standaardprocedures moeten leren oplossen en op welke wijze het onderwijsleerproces hiertoe kan worden vormgegeven. De reacties op de voorgelegde stellingen bieden enig zicht op de opvattingen van de aanwezige inhoudsdeskundigen over het leren van standaardprocedures. Over een aantal zaken lijkt globaal overeenstemming te zijn onder de aanwezigen, zoals de opvatting dat minder sterke rekenaars behoefte hebben aan vaste oplossingsprocedures, dat standaardprocedures niet noodzakelijk de (meest verkorte) cijferalgoritmen hoeven te zijn, en dat oefenen gebaseerd moet zijn op inzicht. Tegelijk zijn er genoeg stellingen waarop de reacties danig uiteenlopen. We moeten dan ook concluderen dat de discussie over de rol van standaardprocedures zeker nog niet beslecht is.

literatuur

- Buijs, K. (2008). Vermenigvuldigen met meercijferige getallen - pleidooi voor een kernleergang gestileerd hoofdrekenen (opgenomen in deze bundel)
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008a). *Over de drempels met taal en rekenen. Hoofdrapport*. Enschede: Expertgroep Doorlopende Leerlijnen.
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008b). *Over de drempels met rekenen. Consolideren, onderhouden, gebruiken en verdiepen*. Enschede: Expertgroep Doorlopende Leerlijnen.
- Gelder, L. van (1964). *Grondslagen van de rekendidactiek*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Huitema, S. (2008). Schets van een leerlijn vermenigvuldigen en delen voor kinderen van niveau 1F (opgenomen in deze bundel).
- Janssen, J., F. van der Schoot en B. Hemker (2005). *Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau. Balans [32] van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. Arnhem: Cito.
- Treffers, A. (2008). Het voorkomen van ongetuigdheid (opgenomen in deze bundel).
- Uittenbogaard, W. (2008). Vijanden worden vrienden – een beknopte leergang cijferend vermenigvuldigen (opgenomen in deze bundel).