
Als leren vermenigvuldigen moeizaam gaat

G. Schoeman, I. Verbruggen & N. Figueiredo
Kath. Pabo. Zwolle / FIsme, Universiteit Utrecht

1 inleiding

In iedere klas zit wel een leerling bij wie het automatiseren van de tafels moeizaam gaat. Wat doe je dan? Neem voor jezelf een moment om daar over na te denken voordat je verder leest.

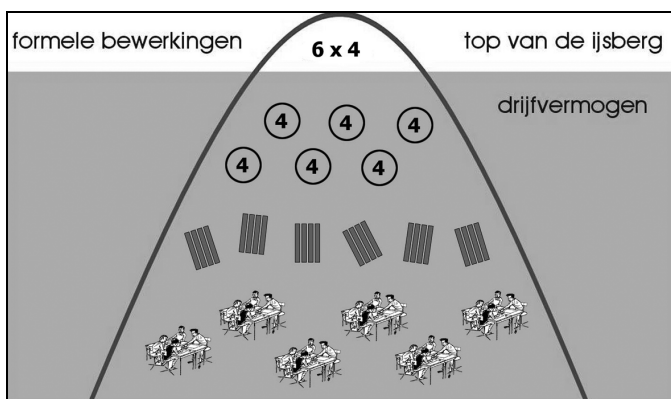
Veel gebruikte manieren zijn het inzetten van tafelkaarten of het blijven herhalen door middel van het opdreunen van de tafels, tot op de wc aan toe! Het is de vraag of dit de manier is om leerlingen te helpen. Voor sommige leerlingen kan het werken, maar voor de zwakke rekenaars in het speciaal (basis)onderwijs (s(b)o) is een andere benadering nodig. Het project 'Speciaal Rekenen' van het FIsme heeft een peiling ontwikkeld die als doel heeft vast te stellen wat de mogelijkheden van het kind zijn ten aanzien van het leren vermenigvuldigen en geeft op basis daarvan suggesties voor een vervolgtraject.

2 kader

Iedere leerling heeft recht op goed onderwijs. In het kader van het Invoeringsplan voor 'Passend Onderwijs' (OCW, 2007) wordt daarom gestreefd naar onderwijs dat zo veel mogelijk op de mogelijkheden van de leerling is afgestemd. Dat betekent dat er naast de lesstof in de reken-wiskundemethode moet worden gekeken naar passende alternatieven indien een leerling niet mee kan komen. Van de leerkracht wordt meer verwacht dan het doorlopen van de reken-wiskundemethode. Signaleren en kennis van de leerlijnen zijn belangrijke gereedschappen om passend onderwijs te bieden. De ontwikkeling van de peiling vermenigvuldigen door het project 'Speciaal Rekenen' past in dit kader omdat aan de hand van deze peiling een op de leerling aangepast traject voor het leren vermenigvuldigen gerealiseerd kan worden.

3 leren vermenigvuldigen

Boswinkel en Moerlands (2003) geven aan welk proces er achter de rug is als leerlingen een formele keersom als 6×4 kunnen oplossen. Ze gebruiken hiervoor de ijsbergmetafoor (fig.1). Het topje van de ijsberg komt overeen met het niveau van de formele (keer)som. Dit topje ontleent zijn zichtbaarheid alleen aan het enorme drijfvermogen dat onder de waterspiegel zit. Het drijfvermogen komt overeen met datgene wat vooraf gaat aan de formele keersom.

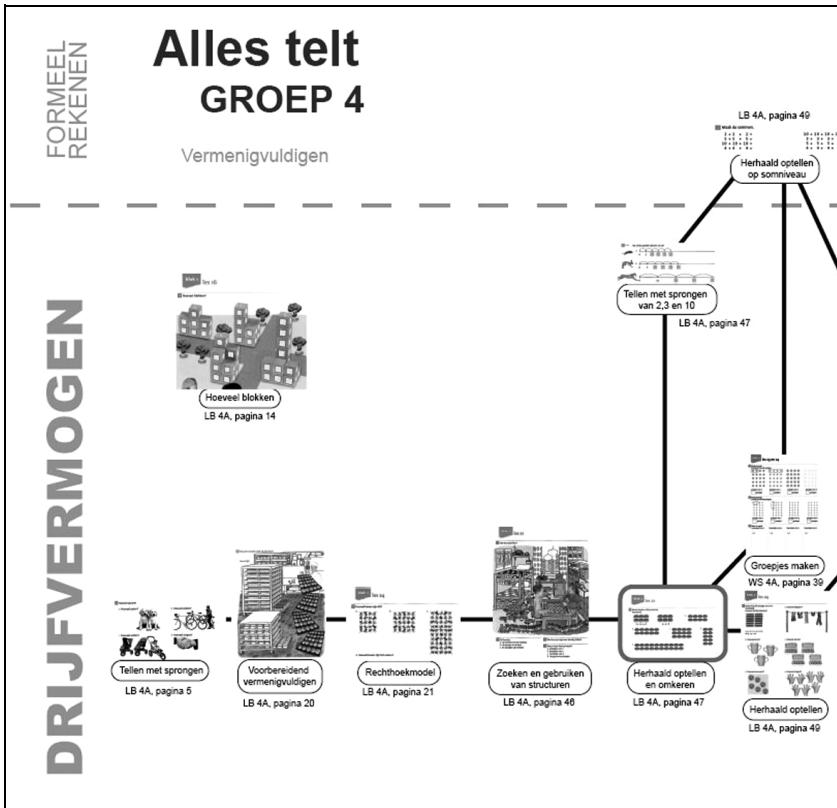


figuur 1

Voordat leerlingen leren vermenigvuldigen op formeel niveau moet er al een heel proces achter de rug zijn waarin leerlingen de inhoud en betekenis van vermenigvuldigen hebben verkend en tot begrip zijn gekomen wat een keersom in essentie inhoudt. Ze moeten ervaren dat een keersom een herhaalde optelling is en dat die op verschillende manieren kan worden vormgegeven. Op een basaal niveau als een optelling van groepjes van vier kinderen maar, op een wat abstracter niveau, ook als een optelling van groepjes van bijvoorbeeld 4 staafjes of als doosje met het cijfer 4 dat een hoeveelheid van 4 representeert. Bij het laatste voorbeeld kan de leerling niet meer één voor één tellen.

De reken-wiskundemethode leert kinderen vermenigvuldigen volgens een gestructureerd aanbod. De opdrachten komen echter verspreid over het jaar aan bod en maken vaak deel uit van een les waarin ook andere domeinen aan bod komen. Er is weinig aandacht voor begripsvorming van vermenigvuldigen. In de map 'Vermenigvuldigen' van het project 'Speciaal Rekenen' (2004) zijn de leerlijnen van vermenigvuldigen aan de hand van de bladspiegels van de betreffende methode in een schema uitgezet (fig.2).

Daaruit blijkt dat kinderen vrij vlot op formeel niveau moeten kunnen vermenigvuldigen. Voor zwakke rekenaars kan dit een struikelblok zijn.



figuur 2

4 begripsvorming

Hoe komen kinderen tot begripsvorming op het gebied van vermenigvuldigen? Terlouw en Schoeman (2006) geven een praktijkvoorbeeld over hoe kinderen in de supermarkt tot begripsvorming komen. De leerlingen gaan in groepjes met een digitale camera naar de supermarkt om daar keersommen te zoeken en te fotograferen. Bij dit bezoek wordt duidelijk dat er op het gebied van begripsvorming nog wel het een en ander mis kan gaan. Één leerling legt twee rijen van drie zakken pepernoten. Op de vraag welke som hier bij hoort antwoordt ze: 3×3 . Ze legt uit dat ze een rij van drie

heeft en nog een rij van drie. 'Dus 3×3 ,' is haar conclusie. Dit probleem is kenmerkend voor meer leerlingen. Er worden twee getallen gezocht en daar wordt zonder meer een keerteken tussen geplaatst. Het is voor deze leerling nog niet duidelijk wat een keersom in essentie is.

Een ander groepje vond een pakje met zakdoekjes in een verpakking van 2×4 . De leerlingen tellen gezamenlijk en er wordt al geroepen dat het 2×4 moet zijn. Dan komen ze tot het antwoord 8. Bij het opschrijven van de som verandert dit in 2×8 . Drie van de vier leerlingen komen tot de conclusie dat het 2×8 moet zijn. Een leerling kijkt nog eens opnieuw en komt toch tot 2×4 . Hij legt aan het groepje uit waarom hij vindt dat het 2×4 moet zijn en weet ze te overtuigen. Hier zien we dat het antwoord interfereert met de notatie van de keersom. Ook hier kan de vraag gesteld worden of de leerlingen weten wat een keersom in essentie is. Bij één leerling blijkt dit wel het geval te zijn.

De meerwaarde van het supermarktbezoek is gelegen in het feit dat leerlingen met elkaar in een alledaagse omgeving tot interactie komen en dat conflictsituaties worden opgelost. Het drijfvermogen is die ochtend aanzienlijk toegenomen. De leerkracht kon nadien iedere keer weer terugvallen op wat de leerlingen in de supermarkt gedaan hadden.

5 als leren vermenigvuldigen moeizaam gaat

Veel leerlingen leren, al dan niet met moeite, vermenigvuldigen, maar er zijn ook leerlingen bij wie het moeizaam blijft gaan. Wat doe je dan? Blijven herhalen of opgeven en tafelkaarten en de rekenmachine inzetten? Vanuit het project Speciaal Rekenen is gezocht naar een oplossing waarbij de mogelijkheid van het kind centraal staat. Daartoe is er een 'peilinginstrument' ontwikkeld voor zwakke rekenaars in het s(b)o.

Het begrip 'peiling' heeft vele betekenissen. Met 'peiling' bedoelen we hier een observatie-instrument om meer zicht te krijgen in de vaardigheden van de leerling op het gebied van het (tellend) vermenigvuldigen. Het moet niet opgevat worden als een diagnostisch instrument waarmee een rekenstoornis kan worden opgespoord.

De 'Peiling Vermenigvuldigen' is bedoeld om leerkrachten te ondersteunen bij het maken van keuzes ten aanzien van het leerstofaanbod voor deze zwakke rekenaars op het gebied van vermenigvuldigen. Met zwakke rekenaars doelen we specifiek op kinderen van rond de tien jaar, die op ongeveer groep 4 niveau werken en moeite hebben met vermenigvuldigen. Ook hebben ze veelal de basisautomatismen voor optellen en aftrekken nog niet onder de knie. De 'Peiling Vermenigvuldigen' richt zich op de meest

basale vorm van vermenigvuldigen, het tellend vermenigvuldigen. Binnen het tellend vermenigvuldigen zijn de volgende vaardigheden van belang:

- Structuren zien en gebruiken:
 - ongestructureerde hoeveelheden;
 - (gedeeltelijk) gestructureerde hoeveelheden.
- Herhaalde optelling herkennen en gebruiken;
- Koppelen van herhaalde optellingen aan formele keersommen;
- Relaties zien en gebruiken:
 - Verkortingen in optelsommen;
 - dezelfde herhaalde optelling zien in verschillende contexten.

De 'Peiling Vermenigvuldigen' bestaat uit verschillende opdrachten die de leerkracht individueel aan de leerling voorlegt. Bij deze opdrachten heeft de leerling vaardigheden uit het drijfvermogen van vermenigvuldigen nodig. Bij elke opdracht zijn interventies beschreven die de leerkracht kan toepassen om duidelijk te krijgen wat de leerling kan op het gebied van vermenigvuldigen. De leerkracht observeert de reacties van de leerling en brengt aan de hand van een protocolformulier in kaart welke bovengenoemde vaardigheden de leerling beheerst. Deze mogelijkheden van het kind vormen vervolgens het uitgangspunt voor een vervolgetraject waarvoor in de 'Peiling Vermenigvuldigen' suggesties gedaan worden. De opdrachten zijn in verschillende versies aan een groot aantal zwakke rekenaars in het s(b)o voorgelegd. Deze ervaringen zijn bijzonder waardevol en noodzakelijk geweest voor de uiteindelijke versie van de peiling.

6 Peiling Vermenigvuldigen

De 'Peiling Vermenigvuldigen' illustreren we hierna aan de hand van enkele opdrachten over de vaardigheid van de leerling om structuren te zien en te gebruiken. Met twee van deze opdrachten wordt tegelijk ook informatie verzameld over de vaardigheid om herhaalde optelling te herkennen en te gebruiken. In het voorbeeld beschrijven we hoe leerling Lex de opdrachten doet.

Lex is tien jaar en werkt met de methode 'Pluspunt groep' 4. Hij maakt kennis met keersommen en tafels, maar heeft hier moeite mee. De leerkracht zegt over het vermenigvuldigen bij Lex dat hij 'alles lijkt te vergeten en elke dag weer opnieuw moet beginnen'. Lex zelf geeft aan 'helemaal geen keersommen te kunnen'. Hij weet alleen 'dat keersommen groepjes zijn, maar meer weet ik niet'. Verder vindt hij het ook jammer dat hij nog geen keersommen kan.

gestructureerde hoeveelheden

Het rechthoeksmodel is een van de basisstructuren bij het vermenigvuldigen. Kinderen moeten bijvoorbeeld vaststellen hoeveel tegels er op een tegelvloer liggen, hoeveel koekjes er op een plaat liggen, of hoeveel stickers er op een velletje zitten. Hierbij gaan we uit van de veronderstelling dat de leerling de gegeven structuur herkent en ook begrijpt waarom het handig is om deze structuur te gebruiken.

Voor zwakke rekenaars is dit echter niet vanzelfsprekend. Zij herkennen wellicht wel dat een opgave een zekere structuur heeft ('het zijn er 4 en 4 en 4 en 4'), maar gebruiken dit gegeven niet bij het oplossen van het probleem. Voor een deel kan dit liggen aan de optelvaardigheid.

Een andere basisstructuur die veelvuldig voorkomt, is het groepjesmodel, dat je onder andere terugziet in verpakkingen. Bij deze structuur is het essentieel dat de leerling doorziet dat het gaat om een herhaalde optelling.

opdracht 1

De leerling krijgt de volgende afbeelding van een stickervel te zien (fig.3). De vraag is: 'Hoeveel stickers zijn dit?'



figuur 3

Om ook zicht te krijgen op de manier waarop de leerling het aantal stickers heeft bepaald, kan een vervolgvraag zijn: 'Hoe heb je dat gezien?' De ver-

wachting is dat leerlingen gebruik zullen maken van de structuur van 4 (via de rijen en/of kolommen of via de dobbelsteenstructuur).

Lex begint met het tellen van met sprongen van 4. Na 4 – 8 gaat hij echter over tot het tellen met sprongen van 2. Hij telt de laatste rij twee keer, waardoor hij op twintig stickers uitkomt. Hij ziet zelf in dat hij een fout heeft gemaakt. Hij telt de stickers opnieuw, maar nu begint hij direct met sprongen van 2.

opdracht 2

De leerkracht geeft het kind een pak van dertig koeken verdeeld in 2×3 vakjes (fig.4). De vraag is: 'Hoeveel koekjes zitten er in dit pak?'



figuur 4

Verwacht wordt dat kinderen de stapeltjes van vijf koekjes of eventueel de vijf lagen van zes koekjes zullen gebruiken bij het bepalen van het totale aantal koekjes in de verpakking.

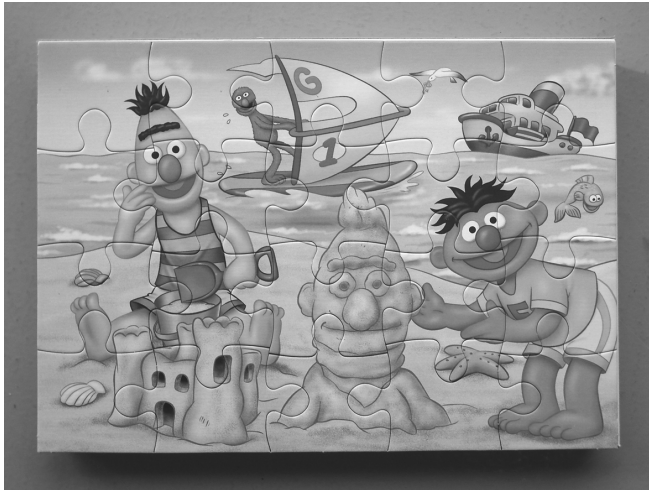
Lex lost deze opdracht vrij snel op. Hij stelt vast dat er vijf koekjes in een stapeltje zitten. Dan telt hij met sprongen van vijf soepel tot 30 (fig.5).



figuur 5

opdracht 3

De leerling krijgt een puzzel van twintig stukjes in de structuur 4×5 voor zich (fig.6). De vraag is: 'Hoeveel stukjes heeft deze puzzel?' De verwachting is dat de kinderen gebruik maken van de structuur van de puzzel: op elke rij zitten vijf puzzelstukjes aan elkaar vast.



figuur 6

Lex begint linksboven aan de puzzel te tellen. Hij telt eerst twee stukjes, vervolgens weer twee tot vier stukjes. Dan moet hij de bocht om naar de volgende rij en telt vijf (fig.7).



figuur 7

Op de volgende rij gaat hij verder met de stappen van twee: 7, 9, 10. Hij gebruikt niet de 5 om van daaruit verder te tellen. Hij komt op deze manier tot twintig stukjes.

'Kun je ze misschien ook nog op een andere manier tellen?'

Lex denkt hardop hoe hij op een andere manier tot twintig kan komen, zonder de puzzel daarbij te bekijken of in te betrekken. Hij zegt: 'Ik doe 10 erbij 10, dat is ook 20.'

'Waar zie je 10 dan in de puzzel?'

Lex gaat nu de puzzel weer bekijken. Het duurt even voordat hij de 10 in de puzzel heeft gevonden. Uiteindelijk wijst hij op de twee bovenste rijen en doet moeite om te verwoorden wat hij bedoelt. Hij telt dat er vijf stukjes op een rij zitten: 'Nou ... hier ... hier, volgens mij ... ja, want ik heb, kijk ... hier boven zitten er 5, en...daaronder moeten er net zoveel stukjes zitten zodat ze eraan vast kunnen. Dat is weer 5, en dat is dan 10.'

Wat in de opdrachten naar voren komt over Lex is dat hij de (vijf)structuur kan gebruiken, als hij deze herkent. Hij telt immers soepel van met sprongen van vijf het aantal koekjes in het pak. Hij ziet bij de puzzel de structuur echter niet meteen en gebruikt deze in eerste instantie ook niet. In dat geval verloopt het tellen lastiger. De structuren van de twee opdrachten zijn verschillend (de puzzel heeft een rechthoekstructuur, de koekjes zijn in groepjes geordend). Bij de stickers ziet Lex de structuur van vier wel, maar het is voor hem waarschijnlijk lastig om deze te gebruiken, omdat hij de optelvaardigheid mist. Het tellen met stappen van twee geeft hem meer zekerheid om tot het juiste antwoord te komen.

Lex zou meer oog moeten krijgen voor structuren met een verschillend uiterlijk, zodat hij ook in andere gevallen de structuur kan gebruiken.

7 vervolgtraject

Hoe nu verder te gaan met Lex en vergelijkbare leerlingen? In de 'Peiling Vermenigvuldigen' doet 'Speciaal Rekenen' suggesties voor vervolgtrajecten. Centraal hierin staat het aansluiten bij de mogelijkheden die het kind heeft. Het feit dat Lex vijfstructuren kan gebruiken om opdrachten rond vermenigvuldigsituaties - zij het in verpakte vorm - op te lossen, kan benut worden om aan de andere basisvaardigheden voor vermenigvuldigen te werken. Daarbij zou hij moeten werken aan het herkennen van structuren, ook bij grotere hoeveelheden.

In reken-wiskundemethoden staan met regelmaat opdrachten rond gestructureerde hoeveelheden. Vaak gaat het hier dan om het formuleren van de vermenigvuldigsom en om het bepalen van het totale aantal. Met een andere vraagstelling zou je aan de hand van deze opdrachten kunnen

werken aan het herkennen van structuren. Je zou bijvoorbeeld kunnen vragen hoe de stickers op een stickervel geordend zijn of bij welk vel stickers je het makkelijkste kunt zien hoeveel het er zijn. Op deze manier kunnen opdrachten in de methode ook bij het niveau van de zwakke leerling aansluiten.

Lex weet verder dat er bij vermenigvuldigen 'iets met groepjes' is. De link tussen 'groepjes' en vermenigvuldigsommen legt hij echter nog niet. Waarschijnlijk heeft hij op concreet niveau geoefend met groepjes maken en herhaald optellen en is in de methode vervolgens de overstap naar de formele sommen gemaakt. Dat is een grote stap die vaak te vlug wordt gezet. Zeker voor kinderen zoals Lex.

Onder andere de map 'Vermenigvuldigen' van 'Speciaal Rekenen' (2004) (katern 'Van lichaamstafels tot stickers') biedt activiteiten om te werken aan de vaardigheid 'koppelen van herhaalde optellingen aan formele keersommen'.

optelvaardigheden

Vaak vormen de beperkte optelvaardigheden van leerlingen een struikelblok bij het leren vermenigvuldigen. In de Peiling Vermenigvuldigen van Speciaal Rekenen doen we enkele suggesties om hier mee om te gaan. Zo kun je aan de hand van herhaalde optellingen die het kind wel kent, bijvoorbeeld tellen met sprongen van vijf, werken aan andere vaardigheden. Ook de rekenmachine kan een oplossing zijn om het kind de uitkomsten van een opdracht te laten uitrekenen, zodat zijn aandacht kan gaan naar het begrip van de vermenigvuldigsom of -situatie.

8 Conclusie

We hebben ervaren dat de 'Peiling Vermenigvuldigen' de leerkracht ondersteuning biedt bij het maken van een beslissing over het leerstofaanbod voor leerlingen voor wie het leren vermenigvuldigen erg moeizaam gaat. Dit is ook het doel van het instrument. Benadrukt moet worden dat de 'Peiling Vermenigvuldigen' niet als diagnostisch instrument is ontworpen.

De boodschap van het project 'Speciaal Rekenen' is dat het essentieel is om bij het leerstofaanbod voor deze kinderen aan te sluiten bij de mogelijkheden van het kind en er voor te waken niet te snel te formeel in te steken. Dat betekent dat soms de beslissing zal worden genomen om voorlopig niet te gaan automatiseren of daar voorlopig mee te stoppen indien het kind er al mee bezig is. Het betekent echter niet dat het vervolgetraject een vaststaand gegeven is. Het is belangrijk het kind te blijven volgen en in de

gaten te houden waar het kind behoefte aan heeft en waar het aan toe is. De 'Peiling Vermenigvuldigen' is ontworpen voor zwakke leerlingen in het s(b)o, maar de manier van werken kan, ons inziens, ook toegepast worden in het reguliere onderwijs of op andere rekendomeinen. De essentie is dat als een leerling afhaakt op rekengebied, de leerkracht onderzoekt wat de leerling nog wel kan en dit gebruikt bij het rekenprogramma voor dit kind. Aan de hand van de Peiling Vermenigvuldigen kan een beslissing over het leerstofaanbod in het gebied vermenigvuldigen vergemakkelijkt worden.

literatuur

- Boswinkel, N. & F. Moerlands (2003). *Het topje van de ijsberg*. Utrecht: Freudenthal Instituut. www.speciaalrekenen.nl
- Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap. (2007). *Invoeringsplan Passend Onderwijs*.
- Speciaal Rekenen (2004). *Vermenigvuldigen groep 4 en 5. Realistisch rekenen in het speciaal (basis) onderwijs*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Terlouw, B. & G. Schoeman (2006). Werken aan begripsvorming bij keersommen. *Volgens Bartjens...*, 25(5), 9-12.
- Treffers, A., M. van den Heuvel-Panhuizen & K. Buijs (red). (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen*. Groningen: Wolters Noordhoff.