

## 14 Praten over denken, denken over praten

Maarten Dolk

Flsme, Hs Drenthe, Hs Helicon & Hs Zuyd

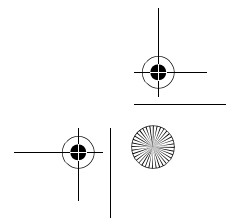
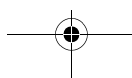
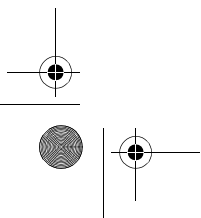
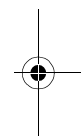
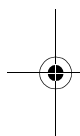
Interactie is een van de leer- en onderwijsprincipes die Treffers in de 'Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool' (1989) heeft vastgelegd. Met dit principe wordt het belang benadrukt dat leerlingen over hun wiskundige denken overleggen en gezamenlijk nieuwe wiskundige kennis construeren. Deze interactie heeft alleen bestaansgrond als er ook een serieuze inhoudelijke problematiek is. Leerlingen hebben immers geen reden met elkaar kennis te construeren, als er geen probleem is dat om die kennisconstructie vraagt. Leerlingen hebben ook geen reden met elkaar over kennisopvattingen te praten als er geen verschillen van inzicht bestaan. Interactie kan daarom niet zonder inhoud en inhoudelijke uitdaging. De nieuwe uitdaging is goed gebruik te maken van de winst van 25 jaar ontwikkeling.

### Jonge wiskundigen aan het werk

Praten over wiskundig denken is belangrijk. Hoe kan het anders? Alleen trucjes nadoen is in mijn optiek geen wiskunde. Kinderen die een algoritme kunnen nadoen hebben geen wiskunde geleerd. Ze hebben mogelijk wel geleerd om het juiste antwoord te kunnen vinden op een sommetje, maar het gaat volgens mij bij wiskunde eerder om je de wereld via wiskundige activiteiten eigen te kunnen maken. Daarvoor moet je zelfstandig wiskunde kunnen bedrijven. Mogelijk schreef Freudenthal daarom over wiskunde in werkwoordvormen: construeren, schematiseren, modelleren, systematiseren... Ik zie jonge kinderen graag actief ontdekkend en construerend aan wiskunde werken. Ik spreek daarom over kinderen als jonge wiskundigen.

Ik heb niet de intentie een beroepswiskundige met deze uitspraak te beleiden. Het is voor mij vanzelfsprekend dat er een (groot) niveauverschil bestaat tussen het werk van een beroepswiskundige en dat van een 4-jarige. Ik zie alleen geen verschil waar het gaat om het belang van hypothetiseren, proberen, overtuigen, uitvinden, bewijzen, beargumenteren, ...

Wiskundigen praten over hun denken. Via papers, posters, artikelen, sym-



Maarten Dolk

posia en dialogen wordt gekeken of een bepaald bewijs ook door de gemeenschap of door leidinggevende autoriteiten in de gemeenschap geaccepteerd wordt. Vaak kan een wiskundige zelf de correctheid van een bewijs nagaan. Sommige bewijzen zijn zo ingewikkeld dat men op het oordeel van enkele deskundigen afgaat. Hoe je het went of keert, een bewijs is een bewijs zolang de gemeenschap het zo ziet.

Dit kan ook in een klas zo gaan. Echter, in het onderwijs gaat dit veelal anders. Vaak is de leraar de norm. Als de leraar zegt dat het goed is, dan is het goed. Als de leraar vragen stelt dan is het 'zeker' fout. Waarschijnlijk herkent u in de volgende dialoog de afhankelijkheid van de leerling:

Leerkracht:  $36 - 19$   
 Leerling:  $36 - 20 = 16$ . Het is  $36 - 19$  dus 17  
 Leerkracht: Hoezo is het 17?  
 Leerling: Uh, oh dan is het 15.

Een leerling die geleerd heeft om zijn of haar denken te verdedigen, reageert anders.

Leerkracht:  $36 - 19$   
 Leerling:  $36 - 20 = 16$ . Het is  $36 - 19$  dus 17  
 Leerkracht: Hoezo is het 17?  
 Leerling: Wel, ik heb er teveel vanaf gehaald. Ik ben dus te ver gesprongen. Kijk, als ik een getallenlijn teken dan is dit 20 en dit 19. Ik moet er daarom 1 bij doen.

In klassen waar de leerkracht of de methode de norm bepaalt, kunnen leerlingen niet echt aan wiskunde toekomen. Dat is nu zo, maar dat was vroeger ook al zo.

### Turen naar onzichtbare hulplijnen

Stereometrie was een van de vakken waarin ik op de hbs eindexamen deed. Ik vond dat een schitterend vak. Voor mij kwam hierbij een interessante combinatie van pas, van kijken, zien, weten, vermoeden, proberen ... Bij ingewikkelde tekeningen hielp het als je een hulplijn tekende waarmee je het probleem toegankelijker wist te maken. Mijn klasgenoten waren altijd verbaasd als ik een hulplijn tekende die ook daadwerkelijk hielp. Zij konden alleen aan de slag nadat de wiskundeleraar ze vertelde welke lijn getekend moest worden. Zelfstandig konden of durfden ze zo'n hulplijn niet bepalen. Daar kregen ze in het onderwijs ook geen gelegenheid voor. Sterker, in het onderwijs wordt vaak gedacht dat de leraar het de lerende gemakkelijk moet maken. De leraar vermijdt situaties waarin de leerling lang moet puzzelen, bijvoorbeeld om een helpende hulplijn te vinden. De frustratie die daarbij kan optreden wordt vermeden. Bewust of onbewust

haalt de leraar daarmee al het wiskundig denken bij de lerende weg. De moeilijke stap wordt voorgedaan, om er voor te zorgen dat de leerling verder kan. Bekend is dat deze vorm van onderwijs allerlei 'transfer'-problemen bij het leren veroorzaakt. Een leerling kan dit probleem en vergelijkbare problemen aanpakken, maar raakt de weg kwijt als een nieuw probleem net even afwijkt.

### **Interactie in een schoolse context**

Het 'praten over denken' heeft vanaf het begin in de aandacht gestaan. Interactie is zoals gezegd één van de leer- en onderwijsprincipes van Treffers. Bij die interactie gaat het dan om het gezamenlijk praten over wiskundige ontdekkingen, je begrip van een wiskundig idee of strategie. In de eerste Wiskobas-projecten werden steeds situaties gecreëerd en werden rijke problemen ontwikkeld die ook aanleiding gaven tot interactie.

In de dagelijkse praktijk blijken leraren het organiseren van interactie bij rekenen vaak moeilijk te vinden. De problemen in de huidige methoden geven niet genoeg aanleiding om leerlingen echt over wiskunde te laten praten. Met 'echt' bedoel ik inhoudelijk en diepgaand. De methode bevat vaak rijtjes met problemen die zo op elkaar lijken dat er voor een leerling niets te bespreken is. Daarnaast hebben haast alle leerlingen die probleempjes op gelijke wijze aangepakt waardoor er nog minder te bespreken valt.

In de schoolse context is het gebruik dat leerlingen sommen maken zonder daarmee daadwerkelijk te worden uitgedaagd. Het is voor leerlingen niet functioneel om daar met elkaar over te praten. Het gaat daarbij immers meer om de antwoorden dan om inzicht. Dit wordt nog verstrekt door het informele systeem van rollen en verwachtingen van leerlingen en leerkrachten in de schoolse context. Leerlingen proberen te voldoen aan de verwachtingen van de leerkracht. En als deze onder invloed van de methode ook meer mikt op het laten maken van sommetjes dan is de cirkel rond.

Inhoudelijke betrokkenheid en een verscheidenheid aan kennis en begrip zijn voorwaarden voor interactie. De verwachtingen van leerlingen en de rollen van de leerkracht en leerlingen dienen zo te zijn dat deze de interactie ondersteunen.

### **Waar is de wiskunde?**

Bij een bezoek aan een klas vraag ik me voortdurend af wie in de klas nu echt wiskunde doet. Meestal kom ik tot de conclusie dat niemand met wiskunde bezig is. Leerlingen voeren trucjes uit. Ze beantwoorden halve vragen van de leerkracht, laten zien dat ze een algoritme kunnen uitvoeren, maar worden niet uitgedaagd. De leerkrachten lijken ook geen wiskunde

Maarten Dolk

---

te doen. Zij voeren de activiteiten uit die in de handleiding zijn beschreven. Dit is geen kritiek. Ik vind het heel begrijpelijk dat leerkrachten die al zoveel doen, afgaan op goede handleidingen. Het effect is wel dat de wiskunde uit de klas is verdwenen.

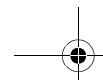
Door de leerlingen een eigen productie te vragen is snel te achterhalen waar de leerlingen door worden uitgedaagd. In een klas die ik bezocht waren de leerlingen aan het vermenigvuldigen. De leraar besprak problemen als:  $4 \times 3$  en  $6 \times 6$ . Ik betwijfelde of leerlingen hierdoor zouden worden uitgedaagd en vroeg ze een makkelijke en een moeilijke vermenigvuldiging op te schrijven. 'Moeilijk' betekende dat zij het zelf zouden kunnen oplossen, maar dat ze verwachtten dat andere leerlingen in de klas er moeite mee zouden hebben. Ze kwamen met:  $12 \times 7$ ;  $15 \times 16$ ;  $12 \times 9$ ;  $79 \times 9$  ...

Leerlingen zullen alleen wiskundig bezig zijn in een klas als er voldoende inhoudelijke uitdaging is en een sfeer waarin de leerlingen worden uitgedaagd wiskundig actief te zijn. Leerlingen moeten uitgedaagd worden om op de grens van kunnen en niet-kunnen, op de grens van kennen en niet-kennen bezig te zijn.<sup>1</sup> Een groot en uitdagend probleem vormt mijns inziens hiertoe het beginpunt. Leerlingen die in groepjes zo'n probleem aanpakken krijgen de gelegenheid om zelfstandig wiskundig te denken. De mogelijkheid om diverse aanpakken te vergelijken is het vervolg. Een juiste keuze van leerlingenwerk zal de klas uitdagen om de eigen aanpak verder uit te bouwen. En om via het vergelijken van aanpakken tot een meer formelere aanpak te komen. Het wiskundige bouwsel wordt theoretischer. Natuurlijk is het oefenen van basiskennis nodig. Bij het aanpakken van  $79 \times 9$  helpt het als je de basis in de vingers hebt. Grote problemen aanpakken is niet voldoende. Leerlingen zullen ook uitgedaagd moeten worden om te oefenen. Dat kan deels ingebouwd worden in de grote problemen, maar zal in hoge mate aanvullend plaatsvinden.

### Voortbouwen op bestaande ontwikkelingen

Weinig van het bovenstaande is nieuw. De afgelopen 25 jaar is veel gesproken over interactie, grote problemen, eigen producties, en rollen en verwachtingen in de klas. Je leest erover in de verslagen van de Panama-conferentie, in didactiekboeken en tijdschriften als 'Panama Post' en 'Volgens Bartjens...'. Toch heeft het nog te weinig invloed op wat er in de klas gebeurt. Ook heeft het opmerkelijk weinig invloed op de maatschappelijke discussie.

Om de vruchten te plukken van 25 jaar ontwikkeling moeten we serieus nadenken over manieren om de wiskunde in de klas te brengen. Ik pleit voor het heroverwegen van de inhoud van de methoden en het organiseren



van lerarenkringen die gezamenlijk de interactie in de klas kunnen vernieuwen. Niet terug naar de basis, niet proberen om het vak nog leuker te maken, maar vóóruit naar 'praten over wiskundig denken'.

#### noot

- 1 Op de grens van je kunnen werken is niet makkelijk. Het kan frustrerend zijn om een probleem aan te pakken dat moeilijk is. Je weet niet wat je moet doen, je bewandelt verkeerde paden, je loopt dood, je faalt, je begrijpt het niet. Maar je hebt ook succes, je begint opeens iets te begrijpen, je geniet als je iets kan uitleggen of als je opeens een aha-ervaring krijgt. Je geniet als je het moeilijke probleem na lang zwoegen onder de knie hebt. Dit vraagt om een serieuze heroverweging van het begrip "lol in het leren". Echt werken op de grens van je kunnen is eerder frustrerend. Lol ervaar je achteraf in de reflectie. Mijns inziens moeten we het onderwijs vernieuwing niet richten op het leuk maken van het leren. Misschien moeten we mikken op meer masochisme in het leren.

#### literatuur

Treffers, A., E. de Moor & E. Feijs (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 1: Overzicht einddoelen*. Tilburg: Zwijsen.

