Een beschouwing over het 'Zonnespel'

D.J.M. van der Straaten
Student Onderwijskunde, Universiteit Utrecht

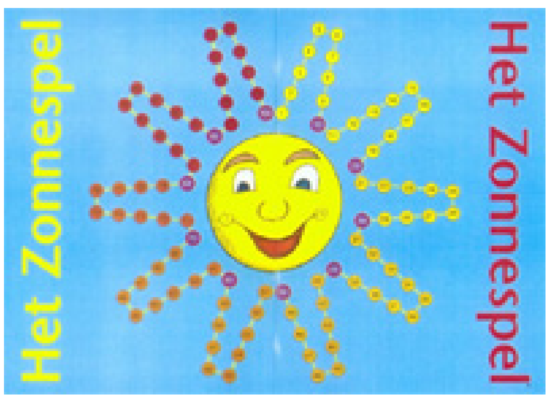
1 inleiding

Fadoua, Dwaen, Jopie en Zavayna (fig.1) spelen het 'Zonnespel'. Jopie pakt snel de dobbelstenen en legt deze zo neer dat ze voor hem goed af te lezen zijn en zegt: 'Zes plus negen, ... vijftien.' Zavayna pakt haar pion vast en lijkt de gegooide vijftien ogen verder te willen gaan tellen, maar Jopie protesteert: 'Nee, waar stond je net?' Enigszins bedeesd zegt Zavayna: 'Hier, bij deze ...' en wijst ongeveer naar de plaats waar de pion stond (bij 32). Dwaen roept er dan doorheen: 'Bij 32.' '35', zegt Zavayna nog zachtjes, maar Jopie vraagt nog eens: 'Waar stond je nou net?' Dwaen grijpt dan zowel zijn pion als die van Zavayna en zegt terwijl hij met de blauwe pion van Zavayna aanwijst: 'Ze stond bij 15, 18 verder toch ... 32 … Is 32.' Dan zet hij beide pionnen weer naast elkaar neer op de 32.

figuur 1

Het hierboven beschreven protocol komt uit een les rondom het Zonnespel[1] (fig.2) die is opgenomen in de digitale leeromgeving MILE. Het is een voorbeeld van een zinvolle discussie tussen leerlingen die een bepaalde noodzaak tot modelleren oproept. Het ‘Zonnespel’ veronderstelt een brug te slaan tussen spel en rekenmodel, de lege getallenlijn (Treffers & De Moor, 1990). Ik wil in dit artikel deze aanname toetsen aan de theorie over het didactisch gebruik van de lege getallenlijn.

Gravemeijer (2002) beschrijft als doel van de lege getallenlijn het flexibel leren optellen en aftrekken onder de 100. Uiteindelijk gaat het daarbij niet om het leren van efficiënte rekenprocedures, maar om het ontwikkelen van een netwerk van getalrelaties dat flexibel inzetbaar dient te zijn.
Dit kwam onder andere voort uit de constatering dat het werken met een gevulde getallenlijn niet tot de gewenste leerprocessen leidde. De mentale handeling die de leerlingen op de gevulde getallenlijn uitvoeren kwam namelijk onvoldoende overeen met de mentale handeling bij het werken zonder getallenlijn. De conclusie was dat bij gebruik van visuele of andere concrete hulpmiddelen altijd nagegaan dient te worden of de mentale handelingen die de leerlingen moeten uitvoeren wel een bijdrage leveren aan de vorming van de mentale handelingen die ze doen wanneer ze zonder materiaal werken. Deze conclusie onderstreept enigszins de bevindingen die ik zelf in mijn observaties van het ‘Zonnespel’ in MILE heb gedaan.



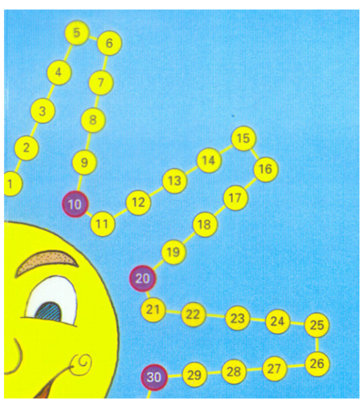
figuur 2: het ‘Zonnespel’

2 strategieën bij het ‘Zonnespel’

In de les in MILE[2] gaan de kinderen dit spel in groepen van vier spelen. Ze gooien om de beurt met twee dobbelstenen en degene die het verst komt in de beschikbare tijd ‘wint’. Opvallend is dat de kinderen in eerste instantie niet de achterliggende mentale handeling van bijvoorbeeld 17 + 15 = uitvoeren (dus geen rekenstrategie inzetten), maar vanaf 17 één voor één verder gaan tellen. Dit ziet er als volgt uit (fig.3).

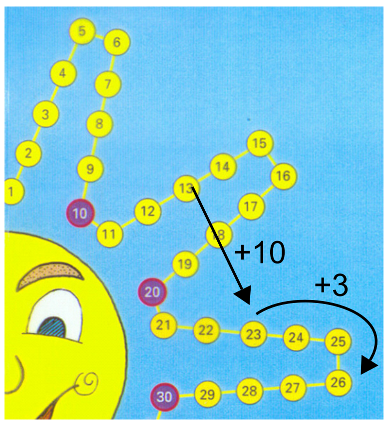
figuur 3: 17 + 15 op het ‘Zonnespel’ (de gevulde getallenlijn)

Wat er gebeurt lijkt zich te verhouden tot wat Gravemeijer (2002) ontdekte bij het werken met de gevulde getallenlijn. De vraag hierbij is echter wel of dat een storend dan wel remmend effect heeft. Ik kom daar later op terug.
Gravemeijer lijkt bij het rekenen tot 100 de G10-procedure (Beishuizen, 1993) te willen bevorderen. Bij deze procedure laat je het eerste getal heel om achtereenvolgens het beoogde aantal tientallen en eenheden erbij te voegen of eraf te halen. Dit in tegenstelling tot de 10-10-methode waarbij je de tientallen en de eenheden splitst en onafhankelijk van elkaar optelt of aftrekt, waarna de resultaten worden gecombineerd. Wanneer het tiental bij het aftrekken wordt overschreden, veroorzaakt de 10-10-methode een ‘leenprobleem’. Ze zouden moeten lenen, maar gebruiken in plaats daarvan het absolute verschil. Bij een opgave als 25 – 8 = komt de leerling daardoor uit op 13 in plaats van op 17 (Gravemeijer, 2002).
Het ‘Zonnespel’ biedt in feite ondersteuning bij de G10-procedure, want bij het spelen van het spel gaat de leerling automatisch uit van de plaats waar hij of zij staat op het bord. Daarmee houdt de leerling bij het uitvoeren van de bewerking altijd het eerste getal heel.



figuur 4: de vijf- en tienstructuur in de stralen van de zon

Maar eerder werd al aangegeven dat het ‘Zonnespel’ in de praktijk een tel-strategie lijkt te bevorderen, zonder dat er een verdieping plaatsvindt op het mentale niveau. Wat wel gebeurt is van een andere, maar niet minder essentiële orde. Naarmate het spel namelijk vordert lijkt zich een noodzaak voor te doen om verkortingen toe te passen (mits er gebruik wordt gemaakt van twee of meer dobbelstenen die getallen van (ruim) boven de tien kunnen vormen). Het één voor één tellen duurt dan lang en is dus niet efficiënt genoeg. Kinderen gaan bij het verkort tellen op zoek naar houvast en dit vinden ze in de structuur van de stralen van de zon (fig.4).
Ze kunnen een worp van bijvoorbeeld dertien opdelen in een sprong van tien en een van drie. Dit is precies wat de G10-procedure (Beishuizen, 1993) beschrijft (fig.5).

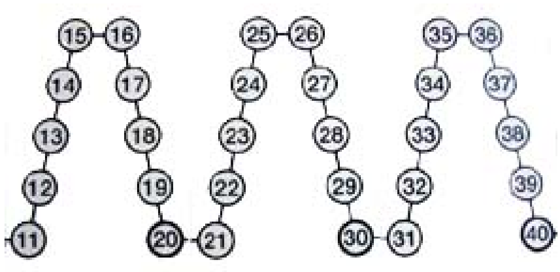


figuur 5: G10-procedure op het ‘Zonnespel’

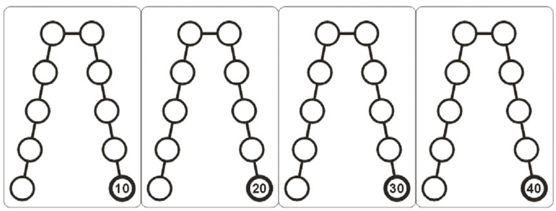
3 van spel naar rekenmodel

Het ‘Zonnespel’ op zich is dus geen model, maar biedt net als het kralensnoer een solide basis om te gaan werken met de lege getallenlijn. De lege getallenlijn lijkt echter als model logischer voort te komen uit het ‘Zonnespel’ dan uit het kralensnoer. De overgang naar de lege getallenlijn wordt namelijk meer stapsgewijs aangeboden dan bij het kralensnoer. Nadat leerlingen het spel hebben gespeeld kunnen de stralen worden ‘losgeknipt’ van de zon en komen er kaarten met losse stralen te voorschijn (fig.6).
Ook op deze kaarten kan het spel worden gespeeld. Hier vindt dus al een soort modellering van het ‘Zonnespe’l plaats. Deze modellering gaat nog verder wanneer er ook kaarten bijkomen waarop slechts de tientallen

staan, zoals in figuur 7. Deze kaarten bieden natuurlijk allerlei mogelijkheden zoals het plaatsen van getallen en het maken van sommendictees.

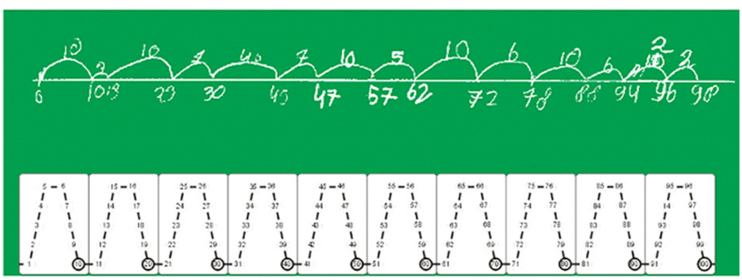


figuur 6: ‘losgeknipte’ stralen vormen een getallenlijn



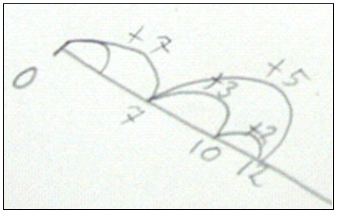
figuur 7: stralen met alleen tientallen

Na het klassikaal spelen van het ‘Zonnespel’ kunnen in de nabespreking vragen aan de winnaar(s) worden gesteld: Stonden jullie steeds voor? Wanneer stonden de verliezers voor? Dit lokt de behoefte uit om standen bij te gaan houden tijdens het spelen van het spel. De lege getallenlijn doet hier zijn intrede als verslagleggingsmodel.



figuur 8: de lege getallenlijn als verslagleggingsmodel

Naast het klassikale stralenpakket dat op de rand van het schoolbord kan worden bevestigd, is er ook leerlingenmateriaal in de vorm van kleine stralen die precies op een schoolbank passen. Hiermee kunnen de kinderen het spel individueel of in tweetallen spelen. De lege getallenlijn wordt gebruikt om berekeningen uit te voeren voordat de leerlingen de pion verplaatsen. Ongemerkt vindt een verschuiving plaats van een ‘model van’ informele oplossingsmethoden (bijhouden wat is gegooid), naar een ‘model voor’ meer wiskundig redeneren. Een voorbeeld hiervan is opgenomen in figuur 9. Het wiskundig redeneren vindt met name plaats door het gebruik van tientallen als steunpunten.



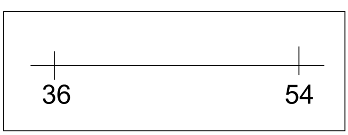
figuur 9: een voorbeeld van wiskundig redeneren

4 ‘Zonnespel’ en kralensnoer

Het ‘Zonnespel’ lijkt dus een mooie aanvulling te zijn op het kralensnoer als materiaal ter oriëntatie op de lege getallenlijn. Waar het kralensnoer een wat kunstmatig en onrealistisch karakter heeft, staat het ‘Zonnespel’ wat dichterbij de realiteit. Bovendien speelt de context van het spel een belangrijke rol bij de overgang naar de lege getallenlijn. Om dit nog extra te accentueren geef ik nog een voorbeeld uit het werk van Gravemeijer (2002). Hij wijst erop dat bij het werken met de lege getallenlijn een leerling deze lijn kan zien als een afbeelding van het kralensnoer in plaats van een afbeelding van het werken met een kralensnoer.

de getallenlijn als afbeelding van het kralensnoer

Leerlingen proberen een kale opgave als 54 – 36 met de getallenlijn uit te rekenen. Ze beginnen 54 en 36 op de getallenlijn te zetten, maar hoe nu verder? Ze komen er niet uit (fig.10).

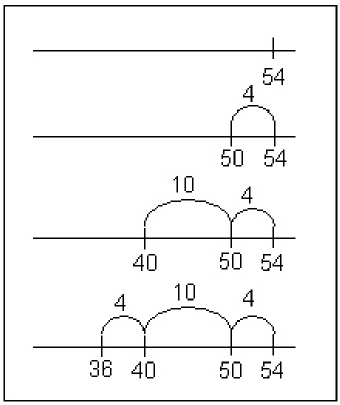


figuur 10: statische voorstelling van 54 – 36 op de lege getallenlijn

de getallenlijn als afbeelding van het werken met het kralensnoer

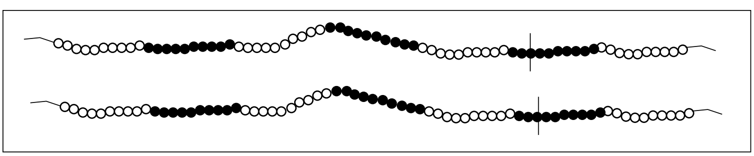
Leerlingen kunnen in deze situatie beginnen met 54 op de getallenlijn te zetten (fig.11). Vervolgens bedenken ze wat een handige stap zou zijn bij

het werken op het kralensnoer. De posities van de tientallen worden bij een kralensnoer gemarkeerd door een kleurwisseling. Dit betekent dat de leerling met een sprong van 4 naar 50 kan gaan; vervolgens met een sprong van 10 naar 40 en ten slotte met een sprong van 4 naar 36. De overbrugde afstand, te weten 4 + 10 + 4 = 18, is het antwoord.
Het gebruiken van de getallenlijn als afbeelding van het spel is bij het ‘Zonnespel’ niet aan de orde, omdat de lege getallenlijn bedoeld is als een afbeelding van het spelen mét het ‘Zonnespel’ (in de vorm van verslaglegging).



figuur 11: dynamische voorstelling van 54 – 36 op de lege getallenlijn

Daarnaast schetst Gravemeijer (2002) ook nog een belangrijk onderscheid tussen hoeveelheidsgetal en telgetal, dat ik hier wil noemen. Centraal staat een discussie tussen kinderen over hoe je 53 moet markeren op een getekende getallenlijn. Is 53 de 53^{e} kraal aan het snoer? Of staat de 53 voor 53 kralen aan het snoer (fig.12).?



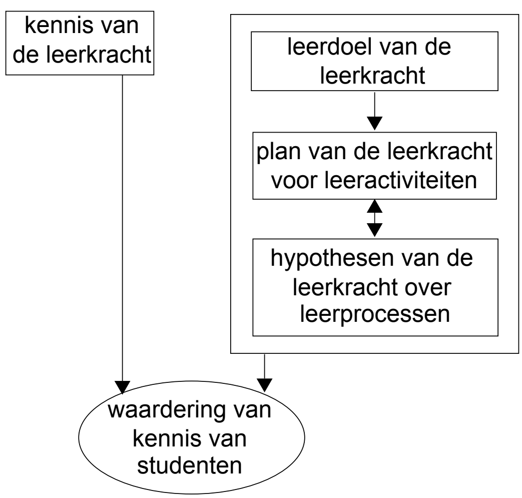
figuur 12: hoe markeer je 53 op een getekende kralensnoer?

Bij het ‘Zonnespel’ lijkt deze discussie niet ter zake te doen, omdat de aandacht eigenlijk uitsluitend gericht is op de telgetallen. Het gaat om het beoordelen van posities op het spelbord ten opzichte van elkaar. Hier lijkt het kralensnoer dus een meerwaarde te hebben boven het Zonnespel. De beide materialen sluiten elkaar dan ook zeker niet uit. Ze kunnen een prima aanvulling op elkaar zijn. Resumerend komt het hier op neer. De kracht

van het kralensnoer schuilt voornamelijk in de structuur van het snoer en de ingang naar de discussie tussen telgetal en hoeveelheidsgetal.
Het ‘Zonnespel’ heeft (naast een herkenbare structuur) het voordeel dat het als spel een meer realistische en minder kunstmatige ingang biedt, de G10 procedure lijkt te stimuleren en ook dynamische voorstellingen op de getallenlijn bewerkstelligt.

5 hypothetisch leertraject

De ervaring leert dat de weg tot het bereiken van de lege getallenlijn als model voor wiskundig redeneren geen gemakkelijke is. Het ‘Zonnespel’ lijkt een mogelijke overbrugging naar de lege getallenlijn, maar de aanpak zoals in het voorgaande beschreven, is sterk onderhevig aan de didactische keuzen van de leerkracht. Ik heb geprobeerd het ‘Zonnespel’ zo algemeen mogelijk te beschrijven, zodat er ruimte is voor deze didactische keuzen. Het spel schrijft geen vaste opzet voor, maar biedt juist talrijke mogelijkheden om tot bepaalde leerprocessen te komen. Ik wil om dit te onderstrepen, het hypothetisch leertraject aanhalen zoals Simon (1995) dat beschrijft. Simon laat zich daarbij voornamelijk leiden door een constructivistische opvatting. Vanuit deze opvatting stelt Simon dat leerlingen concepten vormen over bepaalde ervaringen uit het dagelijks leven.



figuur 13: schematische weergave van het hypothetisch leertraject

Precies te achterhalen zijn die concepten echter niet, maar een leerkracht kan wel (op basis van zijn of haar ervaring en kennis) hypothesen stellen

met betrekking tot die concepten. Met behulp van de hypothesen stelt de leerkracht doelen op en maakt een plan voor leeractiviteiten die op zichzelf tot doel hebben een ‘onbalans’ (of disequilibrium) te bewerkstelligen in de concepten van leerlingen. Doordat tijdens de les de leerkracht steeds in interactie treedt met de leerlingen, is hij/zij in staat de hypothesen rond de concepten van kinderen bij te stellen en dus te verscherpen (fig.13).
Omdat het ‘Zonnespel’ openstaat voor verschillende invullingen, is het zeer goed mogelijk om rekening te houden met de verschillende concepten van kinderen. Een leerkracht is in staat verschillende onderdelen van het spel zo te kiezen, dat het aansluit bij de ideeën van leerlingen. Leerkrachten moeten zich wel bewust zijn van de keuzen die mogelijk zijn en welke invloed ze kunnen hebben. Ik zal daarom tot slot proberen wat suggesties te geven van mogelijke aanpassingen met hun eventuele invloed op het spel. Hierbij moet in acht worden genomen dat deze suggesties nogal hypothetisch van aard zijn en dat ze ook niet de volledige weergave van alle mogelijkheden bieden.

- pion
    - Met transparante pionnen kunnen kinderen continu zicht houden op hun getallen zodat ze beter kunnen zien hoe ze bepaalde afstanden moeten overbruggen.
    - Gebruik houten pionnen als de kinderen de getallen zelf kunnen beoordelen zonder deze te zien.
- aantal leerlingen
    - Het spel is in eerste instantie bedoeld om te spelen met twee kinderen. Op het moment dat meer leerlingen meespelen ontstaat een verhoogde druk op de snelheid van het spel. Doordat ze langer moeten wachten tot ze weer aan de beurt zijn, zullen ze waarschijnlijk de noodzaak tot verkorten gaan inzien. Dan hoeven ze minder lang op elkaar te wachten.
- dobbelstenen
    - De keuze van de dobbelstenen is afhankelijk van de grootte van het getal dat ermee kan worden gegooid. Op het moment dat het getal niet veel groter is dan tien, zal er weinig noodzaak tot verkorten zijn, omdat het getal tellend makkelijk te overbruggen is. Op het moment dat het getal groter wordt dan tien, zal het tellend verder zetten van de pion via één voor één tellen, veel tijd in beslag nemen en zal de noodzaak tot verkorten groter worden.
    - Nadeel bij de keuze voor grotere getallen op de dobbelstenen is dat de optelling van de twee stenen een extra lastigheid met zich kan meebrengen. Overweging is dan om de beide stenen apart te nemen en eerst de een en dan de ander erbij op te tellen.

  - Dobbelstenen kunnen uitgaan van stippen of cijfers. Bij de keuze voor stippen zijn de ogen concreet telbaar, wat dus eenvoudiger is. De dobbelstenen mogen het spelen van het spel niet te veel in de weg staan.
- regel bij het bereiken van een tiental
  - Er kan voor worden gekozen om op ieder tiental een beloning te zetten of op bepaalde tientallen wel en andere niet. Het achterliggende idee is dat het belonen van het bereiken van bepaalde tientallen waarschijnlijk sneller leidt tot het gebruiken van de tientallen als steunpunten. Dat heeft weer invloed op het komen tot verkortingen van de telstrategie.
  - Als alle tientallen dezelfde beloning hebben is dit misschien niet motiverend genoeg meer … Te divers lijkt ook averechts te werken.
- mate van invloed op de uitkomst van het spel
  - Door kinderen bij het spelen van het spel twee pionnen te geven in plaats van één, kunnen ze kiezen welke pion ze verzetten. Ook kunnen ze bijvoorbeeld de score van één dobbelsteen bij de ene pion optellen en de score van de andere dobbelsteen bij de andere pion. Met name in combinatie met de voorgaande regel bij het bereiken van een tiental zal dit waarschijnlijk leiden tot bewuste keuzen met betrekking tot het verzetten van bepaalde pionnen. Hierdoor kunnen kinderen meer invloed uitoefenen op de uitkomst van het spel en is de uitslag dus niet volledig afhankelijk van ‘geluk’.

6 tot slot

Bovenstaande opsomming van mogelijke aanpassingen is op dit moment nog onderwerp van onderzoek. Ik zal zelf met name voor het laatste punt een experiment uitvoeren, met als uitgangspunt de vraag: Welke invloed heeft de aanpassing van een spelregel op de rekenvaardigheid van kinderen? Onderzoek naar de invloed van bovengenoemde suggesties zal de weg vrijmaken voor een discussie over de mogelijke inzet van het ‘Zonnespel’ binnen bestaande leerlijnen en leergebieden. De verschillende aanpassingen zullen, zoals ik al beschreven heb, waarschijnlijk verschillende invloeden uitoefenen op het spelverloop en dus ook op de rekenvaardigheid van kinderen. Op het moment dat duidelijk wordt welke invloed de verschillende veranderingen hebben en ook welke veranderingen er überhaupt mogelijk zijn, kan het ‘Zonnespel’ steeds bewuster worden ingezet.
Met dit artikel hoop ik de discussie over de inzet van het ‘Zonnespel’ binnen de bestaande leerlijnen te hebben geopend.

noot

1 Het 'Zonnespel' is een ontwerp van F. Moerlands. Voor meer informatie over dit spel kunt u contact met hem opnemen via e-mail: edumat.moerlands@home.nl
2 Basisschool 'de Schakel', 6 december 1996, les 'Zonnespel'.

literatuur

Beishuizen, M. (1993). Mental Strategies and materials or models for addition and substraction up to 100 in Dutch second grades. Journal for research in mathematics education, 24(4), 294-323.

Gravemeijer, K.P.E. (2002). Didactisch gebruik van de lege getallenlijn (een persoonlijk perspectief). Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, 21(2), 11-23.

Simon, M.A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. Journal for research in Mathematics Education, 26, 114-145.

Treffers, A. & E. de Moor (1990). Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 2. Basisvaardigheden en cijferen. Tilburg: Zwijsen.