
De context van de interactie

K.P.E. Gravemeijer
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

1 vooraf

Onlangs is de Wizzl bij station Overvecht verplaatst. De Wizzl is zo'n nieuw stationswinkeltje van de Nederlandse Spoorwegen, waar je naast gewone kaartjes ook allerhande supermarktartikelen kunt kopen. Op de dag dat de nieuwe winkel werd geopend ging ik naar binnen om een kopje koffie te halen. Ik liep naar de balie, zette mijn koffie neer, maar de lokettiste zei niets. Ze keek me slechts welwillend aan. Ik keek welwillend terug. Dat duurde zo even. Tot ze zei: 'Anders nog iets?' Ik: 'Nee.' Zij: 'De koffie is gratis vandaag.'

Ik had de aankondiging niet gezien en ik verwachtte dat de lokettiste, zoals altijd, zou zeggen: 'Dat is 2,75.' Omgekeerd ging zij ervan uit dat ik wist dat de koffie vandaag gratis was. Daar ik toch naar de toonbank kwam, verwachtte zij een bestelling. Onze wederzijdse, onuitgesproken, verwachtingen veroorzaakte deze wat komische situatie. Het illustreert hoezeer interactie verbonden is met de verwachtingen van de interactoren. Ditzelfde geldt in het onderwijs, en daar wil ik het in deze bijdrage over hebben.

2 huiswerkhulp

Laat ik beginnen met een huislijk voorbeeld. We kennen allemaal waarschijnlijk wel de ervaring dat je een van je kinderen, een neefje, een nichtje of een buurjongetje of -meisje helpt bij het reken-wiskundehuiswerk, en dat zo'n kind dan zegt: 'Ik hoef het niet te snappen, vertel me maar gewoon hoe het moet'. De praktijk is dat het ook weinig zin heeft te proberen om het te laten snappen. De betrokkene heeft daar op dat moment echt geen oren naar.

We zien hier hoezeer de interactie tussen de didactisch geschoolde uitlegger en de leerling die hulp bij het huiswerk vraagt, wordt bepaald door de context van de interactie, de specifieke situatie van hulp bij het huiswerk. Toch is het merkwaardig, zo'n stereotiepe reactie. Natuurlijk kunnen we de verklaring zoeken in het feit dat de betrokken leerlingen gewoon hun

huiswerk af willen hebben. Het niet hoeven te snappen is dan een pragmatische overweging, maar er is denk ik meer aan de hand. Zo denk ik dat de keuze om het niet te hoeven snappen ook te maken heeft met de ervaring dat daar ook niet naar wordt gevraagd. Dat wil zeggen, uiteindelijk gaat het er bij proefwerken om dat je laat zien dat je het kunt. Er wordt zelden van je gevraagd dat je laat zien dat je het snapt.

We zien dus dat de kwaliteit van de interactie niet eenduidig wordt bepaald door wat de leraar - in dit geval de deskundige helper - op een bepaald moment doet of zegt. Daarmee kom ik direct tot de kern van mijn betoog: je kunt de manier waarop interactie plaatsvindt niet los zien van de context van interactie. Met context bedoel ik hier de onderwijscontext:

- wat zijn de wederzijdse verwachtingen van leerlingen en leraar?
- wat is de voorgeschiedenis?
- wat zijn de ervaringen?
- wat zien beide partijen als doel van deze activiteit?

Al dit soort factoren zijn van invloed op hoe de interactie zal verlopen. In het vorengenoemde voorbeeld van de huiswerkhulp is het type interactie waar we gewoonlijk op doelen wanneer we van 'interactief onderwijs' spreken, niet mogelijk. De leerlingen willen helemaal geen uitwisseling van ideeën en inzichten, maar concrete aanwijzingen.

Dat de onderwijscontext de aard van de interactie in hoge mate bepaalt, wil ik in dit artikel laten zien aan de hand van een aantal prototypische onderwijscontexten, zoals het 'IRE-patroon', de 'Socratische les', 'de klas als onderzoeksgroep' en enkele andere.

3 de rol van verwachtingen

Een van de kernelementen van de context van de interactie betreft wat de leerling denkt wat van hem of haar wordt verwacht. Met als afgeleide, wat hij of zij van de leraar mag verwachten. Het gaat daarbij niet zozeer om de officiële spelregels. Er zal zelden expliciet aan de leerlingen worden verteld dat ze het niet hoeven te snappen, als ze maar met de juiste antwoorden komen. Bepalend is wat de leerlingen ervaren. En dat betreft onder andere waar je succes mee boekt of waar je mee wegkomt, maar het betreft ook wat er in de interactie zichtbaar van je wordt verwacht, wat de criteria zijn.

IRE

Een aantal jaren geleden presenteerde E. Elbers (1997) het voorbeeld van kleuters die op de vraag: 'Wat is zwaarder, rood of blauw?', een serieus antwoord gaven. Zouden deze kleuters echt denken dat de ene kleur

zwaarder is dan de andere? Volgens Elbers niet, volgens hem had de reactie van de kleuters te maken met hun ervaring met onderwijs. Jong als ze waren hadden ze toch al door hoe onderwijs in zijn werk gaat. Daar hoort een specifiek vraag- en antwoordspel bij. Bij dat vraag- en antwoordspel is het niet noodzakelijk dat je het goede antwoord geeft, maar wel *dat* je een antwoord geeft. Dan kan de meester of juf weer verder en na verloop van tijd kom je er wel achter waar het om gaat.

Het meest bekende vraag-antwoordpatroon in het onderwijs is het zogeheten IRE-patroon: Vraag (*Inquiry*), antwoord (*Response*), beoordeling (*Evaluation*). Het onderwijs is waarschijnlijk de enige setting waar steeds vragen worden gesteld waarvan de vragensteller het antwoord al weet. Het bijzondere karakter van deze interactie wordt zichtbaar wanneer het IRE-patroon op een situatie buiten de school wordt toegepast:

- a Kunt u mij zeggen waar de Trompstraat is?
- b De Trompstraat? Eh, dat is de eerste links en dan de tweede rechts.
- c De eerste links, prima, maar dan is het de derde rechts. Waarschijnlijk bent u de Koorsteeg vergeten mee te tellen.

Goed, kunt u mij ook zeggen waar de Ruitersstraat is?

Het voorbeeld is niet nieuw, maar het maakt wel duidelijk waar het om gaat. Op straat zou dit vreemd gevonden worden, in het onderwijs vinden we het gewoon. En dat kan alleen worden verklaard uit verwachtingen en ervaringen, zowel van leerlingen als van leraren.

Wanneer de leerling de ervaring heeft dat dit de onderwijscontext is die overheerst, zal deze zich daar ook op instellen. Enerzijds door ervan uit te gaan dat het gaat om het antwoord dat de leraar verwacht, en anderzijds door aan te nemen dat hij- of zijzelf hier maar een beperkte verantwoordelijkheid heeft. Dit leidt tot situaties als de bovengenoemde waarin de leerling antwoord geeft op de vraag, wat er zwaarder is, rood of blauw? Het leidt er ook toe dat de leerling geneigd is zijn of haar antwoord te veranderen wanneer de leraar vraagt dit antwoord te herhalen of toe te lichten. De leerlingen weten uit ervaring met IRE-onderwijs dat dit een signaal voor het antwoord is. Bovendien voelen ze zich niet geroepen echt over het antwoord na te denken, ze proberen zo snel mogelijk met het antwoord te komen dat de leraar tevreden stelt.

Een interactie die stoelt op eigen inbreng en eigen constructies is in zo'n onderwijscontext niet gemakkelijk op gang te brengen. De leerlingen zullen daarvoor eerst moeten leren dat er nu iets anders van hen wordt verwacht dan in het verleden het geval was. En ze zullen bovendien moeten ervaren dat het loont om aan de nieuwe verwachtingen te gaan voldoen, en daar is tijd voor nodig.

het pygmalion-effect

Hoe verwachtingen een grote rol kunnen spelen, blijkt uit het zogeheten 'pygmalion effect'. Leraren treden leerlingen van wie ze meer verwachten anders tegemoet. Leerkrachten creëren een warmer emotioneel klimaat rond leerlingen waarvan ze hoge verwachtingen hebben. Deze leerlingen krijgen ook moeilijkere opdrachten. Ze krijgen meer gelegenheid tot het geven van antwoorden en het stellen van vragen, enzovoort (zie De Boer, in druk). Dit leidt tot een self-fulfilling prophecy. Dit blijkt onder meer uit experimenten waarin leraren bij een nieuwe klas ongelijksoortige informatie kregen over gelijkwaardige leerlingen. De ene groep leerlingen werd gekwalificeerd als goed en de andere als zwak, en na verloop van tijd bleken de leerlingen ook overeenkomstig de opgeplakte labels te presteren.

Uit mijn eerste ervaringen als hospitant op een middelbare school herinner ik mij een leraar die zowel in HAVO 2 als in gymnasium 2 natuurkunde gaf. Tegen de HAVO 2 klas zei hij: 'Dit leg ik maar niet uit want dat snappen jullie toch niet.' Tegen de gym 2 klas zei hij echter: 'Dit is heel lastig, maar ik denk dat jullie het wel aankunnen.' De gymnasiumleerlingen klommen bijna op de banken, zo gretig waren ze om deze uitdaging aan te gaan. De HAVO-leerlingen deden dat nu nooit ...

In het volgende wil ik een aantal karakteristieke onderwijssituaties wat verder analyseren door te kijken naar de samenhang tussen patronen in de interactie en de verwachtingen van leraar en leerlingen.

4 de Socratische les

Een klassieke onderwijsvorm is die van de Socratische les. Het idee is dat de interactie zo wordt georganiseerd dat de leerling een en ander als het ware zelf ontdekt. Freudenthal (1973) spreekt in dit verband van een 'gedachte-experiment, de leraar stelt zich het lesverloop in gedachten voor, hoe de leerlingen zullen reageren, hoe hij of zij ingaat op deze reacties, wat daar weer op volgt, enzovoort. Wanneer de eigenlijke les begint heeft de leraar deze al volledig voorgedacht.' Een prototype van een Socratische les is het voorbeeld van Socrates zelf (Freudenthal 1973, pag.99).

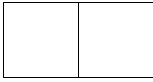
Soc. (tot de slaaf): Zeg eens, is dit niet ons vierkant van vier voet? Snap je?



Slaaf: Jazeker.

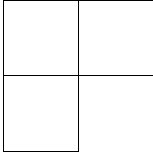
Soc.: Kunnen we er hier nog eenzelfde vierkant aan toevoegen?

Slaaf: Ja.



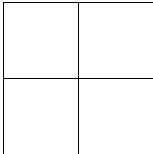
Soc.: En aan die twee samen nog een derde, hierzo?

Slaaf: Ja.



Soc.: En deze hoek, kunnen we die met een vierde vierkant opvullen?

Slaaf: Zeker.



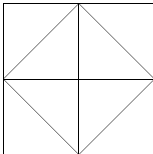
Soc.: Hoeveel keer zo groot is het geheel dan in vergelijking met het oorspronkelijke vierkant?

Slaaf: Vier keer zo groot.

Soc.: Maar het moest dubbel zo groot zijn, weet je nog?

Slaaf: Ja.

Soc.: Verdeelt deze lijn, die van hoek naar hoek gaat, niet elk vierkant in twee gelijke delen?



Slaaf: Ja.

Soc.: Dus zo ontstaan vier gelijke lijnstukken die een vierkant insluiten?

Slaaf: Dat is zo.

Soc.: Denk nu eens na. Hoe groot is dat vierkant?

Slaaf: Dat kan ik niet vinden.

Soc.: Zijn dit hier niet vier vierkanten en snijdt elke lijn niet juist de helft van elk vierkant af?

Slaaf: Ja.

Soc.: En hoeveel halve vierkanten (driehoeken) bevat dit vierkant dan?

Slaaf: Vier.

Soc.: En hoeveel zijn er in dit vierkant?

Slaaf: Twee.

Soc.: En wat zijn die vier in verhouding tot die twee?

Slaaf: Het dubbele.

Freudenthal (1973, pag.101) licht deze aanpak als volgt toe:

Through the students' own activity is a fiction in the Socratic method, the students should be left with the feeling that it arose while teaching, that is, it was born during the lesson and the teacher was only the midwife.

Hij benadrukt echter dat er van de eigen activiteit van de leerling wel erg weinig terecht komt.

In the Socratic method, 'reinvention' was not understood literally; it was simulated rather than true reinvention. It could not have been otherwise, could it? The teacher's authority was still dominant ... The initiative was only on the part of the teacher. Not only did he lead the student, he also showed him how discovery works, he rediscovered on behalf of the student. (Freudenthal, 1973, pag.102).

reflectie

De leraar doet al het denkwerk. Dat kunnen we goed zien als we de vragen van Socrates weglaten. Wat blijft er dan over?

- Jazeker.
- Ja.
- Ja.
- Zeker.
- Vier keer zo groot.
- Ja.
- Ja.
- Dat is zo.
- Dat kan ik niet vinden.
- Ja.
- Vier.
- Twee.
- Het dubbele.

In feite is er zelfs nauwelijks of helemaal geen sprake van meedenken. En de leerlingen hebben in de Socratische les ook snel door dat er van hen geen eigen ideeën worden verwacht. Toch is dit een wijd verbreide onderwijsvorm. Zij het dat wat in het algemeen een Socratische les wordt genoemd, niet zo eenzijdig van karakter is als het door Socrates zelf gegeven voorbeeld. In de kern lijkt dit principe van voorddenken door de leraar en meedenken door de leerlingen ook de meest logische manier om leerlingen bij de les te betrekken. Het gevaar is echter dat de leerlingen het meedenken laten zitten en het denken volledig aan de leraar (of het leerboek) overlaten. Zeker als je uitgaat van kant-en-klare kennis die ontsluit moet worden. Ook voor het realistisch reken-wiskundeonderwijs is het voorddenken van belang, maar in plaats van meedenken mikken we op een veel actievere rol van de leerlingen binnen het idee van geleid heruitvinden. De activiteiten die de leerlingen uitvoeren en de opgaven die ze oplossen

moeten ertoe leiden dat de leerlingen op ideeën komen, handiger oplossingen verzinnen en over de fundering van hun oplossingen nadenken en ten slotte in een klassendiscussie argumenten uitwisselen. Het bedenken dat het zo moet gebeuren betekent echter niet dat het in de praktijk ook zo gaat, daar heb je een specifieke onderwijscontext voor nodig. Een onderwijscontext waarbinnen eigen inbreng heel bewust wordt nagestreefd, is die welke Streefland en Elbers aanduiden als 'onderzoeksgemeenschap'.

5 onderzoeksgemeenschap

In de uitwerking van het idee van de klas als onderzoeksgemeenschap benoemen Streefland en Elbers de leerlingen tot jonge onderzoekers en de leraren tot senior onderzoekers. Het doel van deze opzet is de leerlingen betrekken bij de (re)constructie van kennis. In feite gaat het hier om het creëren van een specifieke interactiecontext (Streefland & Elbers, 1997, pag. 110):

Binnen deze context wordt leren opgevat als een sociale activiteit binnen een gemeenschap, die gekenmerkt wordt door discussies, onderhandelingen, het doen van voorstellen, het kritiseren en verwerpen van veronderstellingen, het doen van aannamen of juist ondermijnen ervan, enzovoort.

Een van de opdrachten die Streefland & Elbers in hun artikel bespreken betreft het schatten van de hoogte van de watertoren. In een groepje komt een leerling al gauw met het idee de schaduw te gebruiken. Hij vraagt zich af wanneer de toren en de schaduw even lang zijn, maar drukt zich niet duidelijk uit waardoor deze suggestie niet door zijn medeleerlingen wordt opgepikt. Die gaan wel verder met het idee van schaduw en komen op een gegeven moment met het voorstel om op een hoogte van twee meter een stok tegen de toren te maken en naar de schaduw van deze stok te kijken. Later wordt dit in de klassendiscussie door een andere leerling verbeterd door een stok op één meter hoogte te kiezen, dan heb je meteen de schaal. Er volgt nog een discussie over de vraag of je wel op de toren mag timmeren. Als alternatief wordt dan voorgesteld je eigen schaduw en lengte te gebruiken.

reflectie

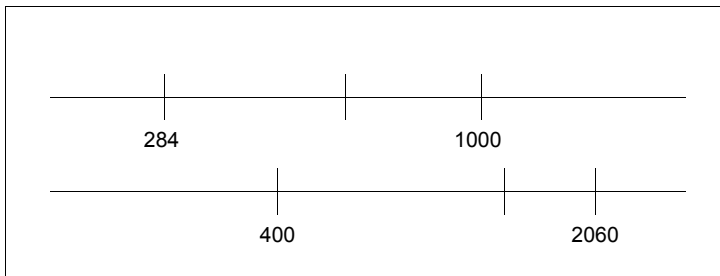
Kenmerkend aan deze interactie is dat de leerlingen zich als onderzoeker zelf verantwoordelijk voelen voor het vinden van een oplossing en voor het beoordelen van de juistheid daarvan. Binnen de door de leraren gecreëerde setting ontstaat een open discussie waarin de leerlingen oplossingen uitleggen, onderbouwen en bekritisieren. De leerlingen leven zich in de rol van

onderzoekers in. Van de leraren wordt nu niet verwacht dat ze uitleggen. Sterker nog, wanneer de ene leraar het antwoord luidkeels aan de andere leraar meldt, besluit het groepje leerlingen dat dit hoort om deze informatie te negeren. Daaruit bleek hoezeer de leerlingen zich door de door de leraren gecreëerde situatie hebben laten beïnvloeden. Waar ze vroeger misschien tevreden zouden zijn geweest met het antwoord, zijn ze nu het zelf beredeneren van de oplossing belangrijk gaan vinden. Een ander voorbeeld van hoe de context van de interactie het gedrag van de leerlingen kan beïnvloeden, ontleen ik aan mijn ervaringen met experimenteel onderwijs in de Verenigde Staten.

6 onderzoeker als leraar

In een onderwijsexperiment in Nashville namen enkele onderzoekers de rol van leraar op zich (Cobb, McClain & Gravemeijer, in press). Dit creëerde een bijzondere situatie omdat deze leraren-onderzoekers zich vaak primair lieten leiden door hun interesse in het denken van de leerlingen. De leerlingen reageerden daar weer op door zich in te gaan spannen ook uit te leggen hoe ze dachten. En daarbij gaat het om brugklasleerlingen die discussiëren over statistiekopgaven.

Laat ik dit illustreren met een lesfragment. De discussie gaat over een onderzoek naar de effecten van airbags. Een groepje leerlingen heeft een grafiekje gemaakt met daarin de mediaan en extreme waarden van twee steekproeven (fig. 1).



figuur 1: grafische representatie van twee steekproeven. Aantal hoofd-wonden bij ongelukken met auto's met airbag (boven) en zonder airbag (onder)

In eerdere opgaven zijn veelal steekproeven vergeleken die dezelfde extreme waarden hadden. De mediaan kon dan worden gebruikt om de verdelingen van die steekproeven te vergelijken. De mediaan verdeelt de verzameling datapunten immers in tweeën en geeft daarmee informatie over de

scheefheid van de verdeling. Naarmate de mediaan dichterbij een van de extreme waarden ligt, liggen de datapunten aan die kant dichter op elkaar, aangezien de helft van de datapunten zich bevindt tussen de mediaan en de extreme waarde. Je kunt op die manier ook steekproeven van ongelijke grootte vergelijken. Ligt van een van de twee te vergelijken datasets de mediaan verder naar rechts, dan kun je stellen dat deze verdeling verhoudingsgewijs meer datapunten met hoge waarden bevat. Het gaat daarbij uiteraard niet om de scheefheid van de verdelingen als zodanig, maar om waar de meeste datapunten liggen. Met andere woorden: het gaat niet alleen om de vorm van de verdeling, maar ook om de positie. Een van de leerlingen, Ben, had zich echter zo op de vorm gefixeerd, dat hij niet zag hoe je twee verdelingen met verschillende posities zou kunnen vergelijken. Het interessante aan het nu volgende fragment is dat de leraren-onderzoekers dit niet in eerste instantie door hebben, maar wel hun uiterste best doen om erachter te komen wat Ben bedoelt.

Er ontspint zich de volgende discussie.

- Ben: Je kunt ze zo niet vergelijken, ze starten ongelijk. Als ze allebei van 284 tot 1000 zouden lopen was het beter geweest.
- L1.: ????
- Kees: Als je de getallen zou kunnen veranderen - maar dat kan niet - dan zou je deze zo kunnen verschuiven.
- L2.: En wat weet je dan?
- Kees: Niets, maar het zou een betere manier van kijken zijn.
- L1.: Maar je zegt dat je de getallen niet kunt veranderen. Hier is 284 de laagste, daar 400.
- Ben: Ja, maar ik heb het niet over het origineel, maar als ze allebei van 284 tot 1000 zouden lopen zou je naar de mediaan kunnen kijken.
- Marja: Hij gebruikt de getallen niet. Hij zegt vergeet de getallen even en kijk alleen naar het interval.
- L1.: Ik geloof dat ik het snap.
- L2.: Als we de grootte van dit interval zouden kennen en van dit interval, hoe zou dit ons dan kunnen helpen?
- Ben: Want dan, welke meer zou zijn zou de slechtste auto zijn. Het zou zijn als die nemen, maar dan zijn er twee verschillende getallen. Het heeft geen zin om vier verschillende getallen te nemen en dan de medianen te gaan vergelijken.
- L1.: Laten we eens kijken of ik het begrijp. Controleer of dit klopt. Jij zegt dat je de mediaan niet kunt vergelijken omdat je rekening moet houden met de intervallen. Het gaat er niet alleen om wat de mediaan is. Het gaat erom waar de bovenste helft van de data is en waar de onderste helft is.

reflectie

Ben probeert aan te geven hoe het probleem zou kunnen worden opgelost wanneer de twee steekproeven dezelfde extreme waarden zouden hebben.

Dan zou je naar de mediaan kunnen kijken en dan zou gelden, dat de steekproef waarvan de mediaan 'meer zou zijn', zoals Ben het uitdrukt, de steekproef met 'de slechtste auto' zou zijn. Wanneer hij dit zegt, lijkt het de leraren duidelijk te worden wat hij bedoelt. Kenmerkend aan de episode die hieraan vooraf gaat is dat de leraren niet proberen iets uit te leggen, maar proberen te begrijpen wat Ben bedoelt. Opvallend is dat de andere leerlingen spontaan proberen om te de leraren duidelijk te maken wat Ben, volgens hen, bedoelt. Ook Ben zelf laat zich niet onbetuigd. Blijkbaar heeft de serieuze interesse van de leraren/onderzoekers invloed op hoe de leerlingen gaan reageren. Mijns inziens is dit ook een van de verklaringen waarom het mogelijk was om wezenlijke discussies te kunnen realiseren met brugklasleerlingen en later, zeg maar, HAVO-2 leerlingen over de interpretatie en representatie van eenvoudige data sets.

De leerlingen merken (a) dat er van hen wordt verwacht dat ze toelichten hoe ze denken, en (b) dat er oprechte belangstelling bestaat voor hoe ze hebben gedacht. Dit maakt dat ze ook bereid zijn hun manier van denken toe te lichten. Het zijn de ervaringen die de verwachtingen bepalen, die op hun beurt weer het gedrag beïnvloeden.

Ooit had ik een vergelijkbare ervaring met mijn dochter. Zij doorliep de basisschool ongeveer synchroon met de ontwikkeling en proefinvoering van de methode 'Rekenen & Wiskunde'. Ik gebruikte haar daarom ook vaak als proefkonijn. Na verloop van tijd vroeg ze nadat ze iets had uitgerekend automatisch: 'Nu wil je zeker weten hoe ik heb gedacht?'

Vaak wordt gesteld dat we bij ons onderwijs moeten letten op motivatie, je zou opdrachten of contexten moeten kiezen die voor de leerlingen motiveerend zijn. Het statistiek-onderwijsexperiment in Nashville heeft mij ervan overtuigd dat motivatie niet iets statisch is. Onder invloed van de belangstelling van de leraren-onderzoekers ontstond in die klas de norm dat je het nadenken en praten over hoe je een data set kunt interpreteren en representeren telt. Het was verrassend te constateren hoezeer de leerlingen zich aan deze norm aanpasten. In die zin lijkt het erop dat de leerlingen er uiteindelijk allemaal graag bij willen horen, en deel willen uitmaken van de 'classroom community' ook al is het de leraar die de normen van de classroom community bepaalt. Door de zo gecultiveerde motivatie kon er ook een verschuiving plaatsvinden van interesse, opgeroepen door de context (maatschappelijk relevante problemen), naar interesse in de wiskundige-statistische aspecten van een probleem (Is dit een goede schematische weergave van de data? Welke conclusies kun je op basis van deze schematische weergave trekken?). In de zo gecreëerde onderwijscontext bleek het mogelijk om in een, zeg maar, Amerikaanse HAVO-2 klas met de leerlingen geanimeerde discussies te voeren over wiskundig-statistische

kwesties waar deze groep leerlingen gewoonlijk geen belangstelling voor heeft. Anders gezegd, de context van de interactie, de ervaringen en de verwachtingen van de leerlingen, zijn van doorslaggevend belang voor een waardevolle interactie in het reken-wiskundeonderwijs.

Waar het denken in de IRE-opzet en de Socratische les door de leraar wordt gedaan en de leerlingen de leraar moeten volgen, wordt in de laatste twee voorbeelden geprobeerd een onderwijscontext te creëren waarbinnen de leerlingen het voortouw nemen. Je kunt echter ook op een meer directe manier proberen om het denken bij de leerlingen te leggen, zoals het volgende voorbeeld laat zien.

7 het probleem bij de leerlingen leggen: delen door een breuk

In het volgende lesfragment dat is ontleend aan Oostlander & Kool (2001) zien we hoe de leerkracht (de Pabo-student J. Oostlander) de leerlingen stimuleert om na te denken over het delen door een breuk.

Het is een les in groep 7, op het bord staat: $8 : \frac{1}{2} =$

Lk.: Hoe kunnen we dit oplossen?

Wanneer de leerlingen niet met een suggestie komen, zet de leraar het volgende rijtje op het bord:

$$8 : 32 =$$

$$8 : 16 =$$

$$8 : 8 =$$

$$8 : 4 =$$

$$8 : 2 =$$

$$8 : 1 =$$

$$8 : \frac{1}{2} =$$

Lk.: Laten we eens proberen dit rijtje af te maken.

Dit gaat vlot tot $8 : \frac{1}{2} =$

Lk.: En nu? Wat is de uitkomst van de laatste som?

Pim: Als de som twee keer zo groot wordt, wordt het antwoord twee keer zo klein. Het moet 16 zijn.

Lk.: Ik denk wel dat 16 het goede antwoord is, maar toch vind ik het een beetje gek. Je bent aan het delen, maar je uitkomst wordt groter. Als je deelt wordt je uitkomst toch kleiner? Weten we wel zeker dat het antwoord klopt?

Ahmed: Als je 8 snoepjes door de helft deelt, heb je ook 16 stukken.

Ahmed tekent 16 halve snoepjes op het bord.

Lk.: Hebben we nu door een half gedeeld?

De hele klas vindt van wel, behalve Bart.

Bart: We hebben juist door 16 verdeeld. We hebben $8 : 16$ gedaan en daar komt een half uit. Het moet juist andersom.

Claire: Delen door een half kan niet echt.

Lk.: Ik denk dat het wel kan. Hoe komen we er nu achter of $8 : \frac{1}{2}$

- inderdaad 16 is?
- Aischa: Aan de meester vragen.
De mentor houdt zich echter van de domme.
- Pim: We moeten de computer gebruiken.
- Leila: Of een rekenmachine.
- (...)
- Leila: Er zit geen $\frac{1}{2}$ op.
- Lk.: Hoe lossen we dat op?
- Claire: Een half is hetzelfde als twee vierde.
- Leila: Twee vierde zit er ook niet op.
- Ahmed: Hier hebben we niks aan, meester!
- Lk.: En als we het nou niet met een breuk gaan delen, maar met een kommagetal?
- Esmeralda: Ja, $\frac{1}{2} = 0,5$.
- Leila tikt in en vindt inderdaad 16 als uitkomst.
- Bart: De meester had gelijk.
- Lk.: Maar nou weet ik nog steeds niet hoe het nou kan dat we meer krijgen terwijl we hebben gedeeld.

reflectie

Kernmerkend is hier dat de leerlingen een echt probleem wordt voorgelegd, een echt wiskundig probleem, wat betekent dat precies, delen door een breuk? Het gaat duidelijk niet om het antwoord op $8 : \frac{1}{2}$. Dat wordt vrijwel direct gegeven, maar de leraar blijft aandringen op onderbouwing, hij laat steeds merken niet overtuigd te zijn. En de leerlingen worden daardoor aangesproken. Uiteraard weten we niet in hoeverre Oostlander profiteert van het klassenklimaat dat de mentor in deze groep heeft gecreëerd - dat de mentor zich van de domme houdt suggereert dat de mentor dit type onderwijs in ieder geval waardeert. Maar er is een duidelijk verschil met de Socratische les, de te volgen redenering is niet voorgeprogrammeerd, maar moet echt uit de leerlingen komen.

Een ander opvallend kenmerk van deze les is dat voorbij wordt gegaan aan de gangbare realistische didactiek. Het delen door een breuk kan op een natuurlijke manier voortkomen uit contextproblemen als: Hoeveel blikken van een halve liter moet je kopen wanneer je in totaal acht liter verf nodig hebt? Maar Oostlander lijkt dit type problemen niet te kennen, of maakt er bewust geen gebruik van. In feite zou het probleem een stuk eenvoudiger zijn geworden wanneer met dit realistische contextprobleem was gestart. Anders gezegd, er zou ook weinig aanleiding zijn geweest om diep over het delen door een breuk na te denken. In die zin zit er een afruil tussen het uitlijnen van leergangen en het uitdagen tot denkwerk. Hoe kleiner de denkstapjes die de leerlingen moeten maken, hoe minder probleemoplossende activiteit er nodig is en hoe minder ruimte er is voor de eigen inbreng van de leerlingen. Omgekeerd leidt te weinig uitlijning ertoe dat de gedachtesprong die de leerling geacht wordt te maken te groot is. Dit kan

weer leiden tot frustratie en ook tot gefragmenteerde kennis en inzichten. We zien hier dat de onderwijscontext niet uitsluitend bepaald wordt door de ervaringen en verwachtingen van de leerlingen, ook de aard en plaats van de opgave speelt een rol. Door de leerlingen onvoorbereid te confronteren met het delen door een breuk worden ze genoodzaakt over de betekenis van $8 : \frac{1}{2}$ na te denken. In een in kleine stapjes uitgelijnde leergang zou het wel eens veel moeilijker kunnen blijken de leerlingen zover te krijgen dat ze echt over de betekenis van $8 : \frac{1}{2}$ gaan nadenken. Door het antwoord op $8 : \frac{1}{2}$ op een natuurlijke wijze uit een reeks te laten voortkomen, maakt Oostlander bovendien duidelijk dat het hem niet om het antwoord gaat - dat krijgen de leerlingen min of meer cadeau - maar om het beredeneren van de juistheid ervan.

8 context: grafieken leren met de computer

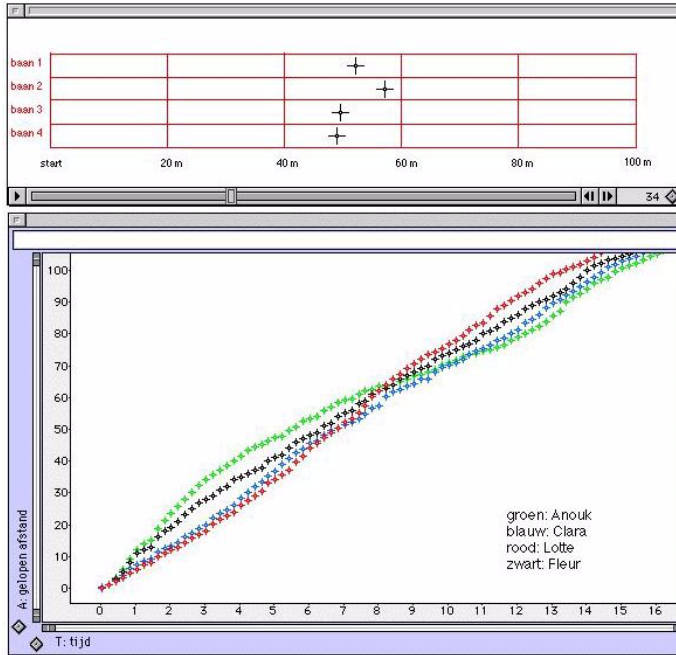
Het laatste voorbeeld laat zien dat de verwachtingen allesbepalend zijn. Dit bleek nog duidelijker in het onderzoek 'Grafieken op de computer'. In dit project was het de bedoeling dat brugklasleerlingen zoveel mogelijk zelfstandig in groepjes van twee aan computeropdrachten zouden werken. De onderzoeksopzet betrof onder meer een vergelijking tussen meer open en meer gestructureerde opdrachten. Er bleek al gauw dat het rendement van de onderzoeksopdrachten vrij laag was. De leerlingen waren snel tevreden en diepten de opdrachten niet uit. Het is een bevestiging van de these dat de verwachtingen van de leerlingen ten aanzien van aan welke criteria een goede uitwerking voldoet, essentieel is. Toen we kleine opdrachtjes gebruikten bleek dat de leerlingen deze opvatten als schoolboekopgaven, zoals bleek uit uitspraken als: 'Ze willen dat ...'

Er was echter één situatie die eruit sprong omdat het daar anders ging. Hier kregen de leerlingen een animatie en een bijpassende grafiek van een hardlooptwedstrijd te zien (fig.2). In veel gevallen begonnen de leerlingen nog voor ze de vragen hadden gelezen hun eigen vragen te beantwoorden. Zoals in het geval van Gerard en Hans.

- G.: Baan 4 wint, wie loopt er op baan 4?
 H.: Weet ik veel.
 G.: Ja, ik denk Anouk, want dat is wel een snelle naam, haha.
 H.: Nee, wacht even, ja Anouk, die rooie. Nee ...
 G.: Ja, hoe kan je dat nu al weten, joh?
 H.: Ja, die rooie. Ja, kijk hier (wijst de lijn in de grafiek aan), die loopt toch het hardst, staat toch boven ook?
 G.: Oh. Ja. Dus hij is hier over de streep.

Iets dergelijks gebeurt ook bij Ian en Jörgen.

- I: Ja, kijk die groene heeft veel te hard gesprint in het begin en die blauwe is ook veel te hard gegaan.
 I: Maar wie is ... hoe kan je zien welke baan iedereen heeft?
 J.: Daar moet je gewoon niet naar kijken.
 I.: Nee ... nee. Nee, ze raakt helemaal achteraan, dat is dus die groene.



figuur 2: hardlopen

reflectie

De context van de opgave lijkt dermate herkenbaar en motiverend dat de leerlingen meteen instappen. De leerlingen maken het tot hun eigen probleem. Het oplossen van het probleem is nu niet meer iets wat ze voor een ander doen ('Ze willen dat ...'), maar iets wat ze zelf interessant vinden. Dit type problemen zou mogelijk gebruikt kunnen worden om een start te maken voor het ontwikkelen van een klassencultuur, waarin de leerlingen zich verantwoordelijk voelen voor het denken over en verantwoorden van oplossingen.

9 besluit

Bij de context van de interactie gaat het mij vooral om de verwachtingen van de leerlingen. Deze betreffen de mate van eigen inbreng en eigen ver-

antwoordelijkheid, de rol van de leerling in het onderwijsleerproces: actief of volgend, en de gerichtheid op instrumenteel dan wel relationeel (inzichtelijk) leren. De verwachtingen van de leerlingen, zo betoogde ik, hebben alles te maken met de onderwijservaringen van de leerlingen. Daardoor zijn die verwachtingen vaak niet zo een twee drie te veranderen.

Bij de huiswerkhulpcontext die samengaat met een idee van 'ik hoef het niet te snappen (het gaat om het goede antwoord)', staat interactie gericht op het uitwisselen van ideeën, inzichten en argumenten in de weg. Opvallend is hier dat het gedrag van de huiswerkhulp vragende leerling wordt bepaald door ervaringen met leraren die op dat moment niet aanwezig zijn. In dit verband is het goed ons te realiseren, dat opvattingen en verwachtingen die de leerlingen in interactie met de leraar ontwikkelen doorwerken nadat de interactie is beëindigd.¹ Ook de IRE-context, waarbinnen de leerlingen zich richten op wat de leraar wil horen en zelf geen verantwoordelijkheid nemen voor hun antwoorden, biedt geen geschikte voedingsbodem voor hoogwaardig interactief reken-wiskundeonderwijs. Hetzelfde geldt voor de Socratische les waarin de leraar alles voordent en de leerling alleen maar hoeft te volgen. In het Engels beschrijven ze de rol van de leerling in zulk onderwijs wel als 'to fill in the blanks'.

Een verwante situatie doet zich voor bij een specifieke vorm van uitleggen, waarbij de leraar ook alles voordent. Hier ziet de leraar zichzelf als de deskundige die, al dan niet op verzoek, de leerlingen uitleg geeft, terwijl de leerlingen er zelf verantwoordelijk voor worden gehouden te proberen de uitleg te volgen en extra uitleg te vragen wanneer ze die nodig hebben. Kenmerkend aan de interactie in deze onderwijscontext is dat de leraar veronderstelt precies te weten, waar de potentiële moeilijkheden van de leerlingen liggen. Het gevolg is dan ook dat niet bij de leerlingen wordt nagevraagd wat hun gedachtegang precies is. De leerlingen wordt niet gevraagd het probleem verder toe te lichten, maar de leraar komt direct met een nieuwe, meer gedetailleerde uitleg. Gevolg is weer dat de leerlingen constateren dat ze zelf niet met ideeën hoeven te komen, dat doet de leraar wel.

Hoogwaardig interactief reken-wiskundeonderwijs, gericht op het uitwisselen van ideeën, inzichten en argumenten, is alleen mogelijk wanneer de leerlingen (hebben) ervaren dat het de bedoeling is dat ze problemen op eigen kracht oplossen, dat die inspanning wordt beloond en dat hun mening telt. Daarbij dient te worden opgemerkt dat het bij een geschikte onderwijscontext niet uitsluitend gaat om het (gevestigde) klassenklimaat, ook de aard, de uitwerking en de opbouw van de opgaven spelen een belangrijke rol.

Eenzijds is het van belang dat de leerlingen worden geconfronteerd met

echte problemen die een uitdaging bevatten en dat wordt gevraagd naar verklaringen en niet alleen naar antwoorden, zoals in het geval van $8 : \frac{1}{2}$. Anderzijds kunnen ook de opgaven, c.q. de contexten zo aansprekend zijn dat de leerlingen spontaan op onderzoek gaan (zoals in het geval van de snelheidsgrafieken) los van de vraag of de onderwijscontext daar nu toe aanzet of niet.

Op de achtergrond spelen ten slotte opvattingen over doelen van wiskundeonderwijs mee. En ook leraren leven niet in een vacuüm, maar in een bepaalde context. Die context wordt in belangrijke mate bepaald door de verwachtingen van vervolgonderwijs, overheid, maatschappij en ouders. Die verwachtingen worden vaker geëxpliciteerd in termen van 'dit moeten ze kunnen' dan in termen van 'dit moeten ze kunnen uitleggen'.

noot

- 1 Zo zal ook de aard van de interactie in groepswork worden bepaald door de verwachtingen van de leerlingen, verwachtingen ten aanzien van de vraag: Waar gaat het nu om in het reken-wiskundeonderwijs? Wanneer de instelling van de leerlingen instrumenteel en antwoordgericht is blijft het rendement van samenwerken beperkt. De leerlingen zullen ook bij groepswork niet geneigd zijn rekenprocedures te verantwoorden in termen van inzicht of context, wanneer ze denken dat het gaat om het correct uitvoeren van de juiste berekening.

literatuur

- Cobb, P., K. McClain & K. Gravemeijer (in press). Learning about statistical covariation. *Cognition and Instruction*.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.
- Oostlander, J. & M. Kool (2001). Uit de school geklapt. Een Pabo-student geeft rekenles, zijn begeleider reflecteert. *Willem Bartjens*, 20(4), 29-32.
- Streefland, L. & E. Elbers (1997). De klas als onderzoeksgemeenschap. In: C. van den Boer & M. Dolk (red.). *Naar een balans in de reken-wiskundeles - interactie, oefenen, uitleggen en zelfstandig werken*. Utrecht: Freudenthal Instituut.