
Natuurlijke aanpakken voor het werken met grootheden¹

A. Peter-Koop²

Universiteit Münster, Duitsland

De mens is niet met meten begonnen om zich in het rekenen te bekwamen; hij mat dingen om bepaalde zaken vast te leggen of omdat hij ze wilde of moest onthouden. Zo ging hij steeds beter rekenen, omdat hij het rekenen toepaste en zo merkte hij hoe dit hem daarbij van dienst was. Het belangrijkste was echter het meten, niet het rekenen. De noodzaak van het moment, de actuele handeling, waarbij een bepaalde vaardigheid wordt vereist, brengt die vaardigheid juist voort.

John Holt

1 inleiding

Al in 1983 stelden Radatz en Schipper in hun 'Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen' dat juist de toepassingen en het werken met grootheden de onderdelen van het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool zijn waar zich de grootste moeilijkheden voordoen, zowel voor de leraar als voor de leerling. Bijna twintig jaar later is daar nog weinig aan veranderd. Zo wordt bijvoorbeeld in een groot aantal recente internationale publicaties geklaagd over een zwak meet-begrip bij leerlingen van de basisschool en de eerste klassen van het vervolgonderwijs (dit zijn in Duitsland de kinderen van zes tot twaalf jaar; EdM). Waarom is het omgaan en rekenen met grootheden in het reken-wiskundeonderwijs voor leerlingen en vaak ook voor leraren zo moeilijk? J. Ainley, een Britse wiskundendidactica beschrijft het volgende onderwijsgebeuren, dat vast en zeker ook elders in de wereld waargenomen zou kunnen worden.

2 een les in groep 4

De leerlingen van een vierde groep zitten midden in een rekenles. Ze werken alleen of met elkaar aan hun opdracht; duidelijk met grote betrokkenheid en veel plezier. Enkele kinderen zitten aan hun tafeltjes en werken in

hun schrift of zijn in discussie met hun burens. Anderen zijn op verschillende plaatsen in het lokaal aan het werk en leggen uitgeknipte ‘papieren voeten’, die ze van hun eigen voetafdruk gemaakt hebben, achter elkaar en tellen die. Zo meten ze ramen, deuren, tafels of stoelen. De lerares loopt rond en onderhoudt zich nu eens met een kind apart, dan weer met een groepje. Zij herinnert de kinderen er nog eens aan hoe je met behulp van een ‘papieren voet’ de betreffende lengte kan opmeten: eerst met je vinger de punt en de hak van de voet afstrepen en dan precies op de streep de volgende ‘papieren voet’ aanleggen. Op het bord staat de volgende tabel (fig.1).

Voorwerp	Mijn schatting	Meetresultaat	Vershil

figuur 1

Na hun metingen berekenen de kinderen het verschil tussen hun oorspronkelijke schatting en het meetresultaat. Alle kinderen zijn geconcentreerd bezig, er klinkt een prettig rumoer in de klas. Een blik in de schriften laat gelijksoortige tabellen zien uit eerdere lessen, waarin dezelfde voorwerpen met andere niet-standaardmaten, als vingerafstanden opgemeten werden. Hoewel de kinderen in deze les telkens dezelfde tafels, stoelen en boekenplanken moeten schatten en meten, verschillen de genoteerde meetresultaten vaak enorm. Uit het werk van Anna blijkt dat zij de lengte van het bord wil bepalen. Het hokje van het schatresultaat is echter nog leeg. Maar als ze naar haar tafeltje teruggaat vult ze zowel voor meetresultaat als schatting ‘5 voet’ in en noteert ten slotte ‘0’ in het hokje voor het verschil. Nadere observatie leert dat ook andere kinderen zo te werk gaan. Ergens achterin de klas verloopt de discussie tussen Tom en Pia als volgt:

Tom: Wat heb jij net gemeten?

Pia: De deur.

Tom: Wat heb je er uit?

Pia: 8.

Tom: Dan ga ik ook de deur doen.

Tom vult dan ‘8 voet’ als schatting in en gaat daarna de deur met zijn ‘papieren voet’ meten.

Aan het eind van de les laat de lerares verschillende kinderen hun meetresultaten van enkele objecten noemen en ze vraagt de klas dan waarom die uitkomsten verschillen. Bijna alle kinderen steken hun vinger op en degene die mag antwoorden legt uit dat sommige mensen nu eenmaal langere voeten hebben dan andere.

3 wat is dit voor les?

Op het eerste gezicht gaat het hier om een goed verlopen les, waarin ook resultaten zijn geboekt. De lerares maakt bij de eerste lessen in het meten en rekenen met lengten kennelijk gebruik van de klassieke didactische ordening van niveaus voor het meten, zoals die ook in veel schoolboeken beschreven is en wordt aanbevolen. In deze les heeft zij het indirecte meten met niet-standaardmaten als thema van onderzoek uitgewerkt. Bovendien relateert de lerares het meten met niet-gebruikelijke ‘meetinstrumenten’, die de kinderen zelf gemaakt hebben, aan daaraan voorafgaande schat oefeningen. Verder is duidelijk dat de lerares zich inspant om een handelingsgeoriënteerde aanpak te verwezenlijken, die aan alle kinderen de mogelijkheid biedt actief mee te doen en om zelf gevonden schat- en meetresultaten te vergelijken (fig.2).

‘Klassieke’ didactische ordening van niveaus voor het werken met grootheden

- 1 De kinderen doen hun eerste (speelse) ervaringen op met verschillende grootheden. Ze ontwikkelen en/of versterken hun woordenschat om hun ervaringen te kunnen beschrijven (iets is lang, breed, hoog, diep, plat, zwaar, enzovoort).
- 2 Representanten van een grootheid (bijvoorbeeld de lengte van een schoolboek of een etui) worden direct met elkaar vergeleken.
- 3 De kinderen voeren indirecte meetvergelijkingen uit met behulp van zelfgekozen maateenheden (bijvoorbeeld handspan, staplengte, paperclips of schoolboeken).
- 4 Daarna voltrekt zich het indirecte vergelijken met gestandaardiseerde maten en meetinstrumenten (bijvoorbeeld met meetlint, weegschaal, maatbekers).
- 5 Op grond van een fiks aantal schoolse en buitenschoolse ervaringen abstraheren de kinderen grootheidsbegrippen en bouwen een arsenaal van referentiepunten op (bijvoorbeeld de afstand van mijn duim tot wijsvinger is ongeveer 10 cm, een deur is ongeveer 1 m hoog).
- 6 Dan voltrekt zich het uiteindelijke omwisselen van maten en het omrekenen in opvolgende eenheden. De kinderen moeten gevoel krijgen voor de passende maateenheden (de lengte van een zwembad wordt bijvoorbeeld niet in cm gegeven).

figuur 2

- Vanuit het standpunt van de lerares bezien leren de kinderen zo lengten van verschillende voorwerpen schatten en het meten daarvan met niet-gestandaardiseerde maten. Ze ontwikkelen verder het inzicht in de beperktheid van de door hen of hun leerkracht gekozen maten en ze begrijpen aldus de zin van gestandaardiseerde maten en meetinstrumenten.
- Vanuit het standpunt van de kinderen is dit zeker een leuke rekenles. De opdracht is duidelijk en lijkt op het eerste gezicht niet al te moeilijk. Er hoeft niet veel geschreven of gerekend te worden. Ze moeten bij het

vaststellen van het verschil tussen meetresultaat en schatting weliswaar een aftrekking uitvoeren, maar zoals uit het bovenstaande voorbeeld van Tom en Pia blijkt, kun je daar makkelijk omheen of in ieder geval kan deze sterk vereenvoudigd worden.

Maar wat hebben de kinderen geleerd? Klaarblijkelijk hebben ettelijke kinderen de opgave zo geïnterpreteerd dat het belangrijk is om de schatting ‘goed’ uit te laten komen, derhalve is er eerst gemeten en pas daarna ‘geschat’.

Er is echter in deze situatie voor de kinderen geen echte reden om te schatten. D. Bönig is op de problematiek van dergelijke goedbedoelde ‘schatoefeningen’ ingegaan en heeft voorbeelden gegeven voor inhoudelijk zinvolle aanleidingen voor schatten (Bönig, 2001). De onnatuurlijkheid van de schatsituatie is een lastig aspect van de hiervoor beschreven les. Kritiekloos en letterlijk navolgen van de klassieke didactische volgorde veroorzaakt soms echter nog andere moeilijkheden.

4 achtergrond van de klassieke didactische ordening van niveaus

De ontwikkeling van deze didactische ordening is gebaseerd op Piagets idee van een structuur-genetische ontwikkeling van de kinderlijke psyche volgens universele fasen en onveranderlijke sequenties, die de historische ontwikkeling van de menselijke kennis laat zien als een afspiegeling van de historische ontwikkeling van de mensheid (Edelstein & Hoppe-Graff, 1993). Overeenkomstig deze nauwe relatie tussen individueel-cognitieve en cultureel-historische ontwikkeling, moeten de kinderen bij de opbouw van hun meetbegrip de onderscheiden ontwikkelingsfasen naar het gestandaardiseerde meten in de loop van de geschiedenis van de mensheid ook zelf doorlopen, zichzelf opnieuw eigen maken en begrijpen. Worden echter structurele karakteristieken van het meetsysteem, alsook de individuele alledaagse ervaringen binnen het doorlopen van de klassieke ordening niet voldoende uitgewerkt en eigen gemaakt, dan kan de opbouw van het meetbegrip voorgoed belemmerd worden. Voor veel kinderen, die soms al opmerkelijk goed met standaardmaten en de betreffende meetinstrumenten omgaan, zijn de langdradige en omstandige indirecte vergelijkingsmethoden met willekeurig gekozen maten bij de ‘verwerving’ van een bepaald groothedsdomein eerder zinloos en verwarrend. Helaas wordt uit Ainleys lesvoorbeeld niet duidelijk of en hoe dit uitgewerkt werd, wat te doen valt als de te meten lengte niet volledig met de ‘papierenen voeten’ vol te leggen is, wat waarschijnlijk toch bij de meeste objecten het geval geweest zal zijn. Hierin ligt volgens mij echter een essentieel aspect voor de

vorming van het meetbegrip met betrekking tot de betekenis van maateenheden en hun onderverdelingen. Immers elk meetsysteem is gebaseerd op drie funderende activiteiten:

basisstructuur van elk meetsysteem

- 1 Er moet een van tijd en ruimte onafhankelijke eenheid gevonden worden.
- 2 Deze eenheid moet herhaald toegepast en bijgeteld worden als het te meten object groter is dan de eenheid.
- 3 De eenheid moet systematisch onderverdeeld worden, wanneer er geen natuurlijk maatgetal bestaat dat het te meten object volledig kan omvatten.

Zoals uit een aantal recente onderzoeken blijkt, veroorzaakt een te grote nadruk op het meten met niet-standaardmaten problemen voor de kinderen die tot nu toe onderschat zijn.

5 ontstaan van misvattingen

Het werken met willekeurig gekozen maten is vaak voor kinderen niet alleen moeilijker, een niet-kritisch gebruik kan zelfs tot ontwikkeling van misvattingen leiden. P. Bragg en L. Outhred hebben aan het eind van de jaren negentig in een breed opgezette studie de kennis van Australische basisschoolleerlingen (zes tot elf jaar) over lengtematen onderzocht. Zij vatten hun onderzoeksresultaten als volgt samen.

Er werden bij toetsopgaven twee verschillende strategieën toegepast: enerzijds het tellen met informele maateenheden, markeringen of afstanden, anderzijds het gebruik van een liniaal en het aflezen van de schaalindeling. Beide manieren verwijzen volgens deze wetenschappers naar een eerder verworven instrumenteel begrip van het meetproces en laten geen dwingende conclusies toe dat er een diepergaand begrip van het hieraan ten grondslag liggende complexe (driedelige) meetsysteem bestaat. Eerder ontstaat de indruk dat voor veel kinderen meten hetzelfde is als tellen van 'papieren voeten', lucifers of strepen. Deze louter rekenkundige interpretatie van grootheden, die de samenhang met de aan de meting ten grondslag liggende eenheden verwaarloost, kan de opbouw van een realistische voorstelling van grootheden en begripsvolle afbakening van lengte, oppervlakte en inhoud bijvend belemmeren.

In een Amerikaans handboek benadrukken P. Wilson en A. Osborne in 1988 hierover nog eens het volgende: bij het pure aftellen met niet-conventionele, willekeurig gekozen lengtematen worden noch de betekenis van de nul, noch het herhaalde aanleggen van lijnstukken die de eenheden, res-

pectievelijk de ondereenheden representeren, in het meetproces duidelijk; iets dat een werkelijk begrip van de onderliggende structuren van het meetproces bemoeilijkt.

6 voorkeur voor conventionele meetinstrumenten

De Australische G. Boulton-Lewis heeft midden jaren tachtig de samenhang tussen de cognitieve theorieën en de kennis van lengtemeting bij basisschoolleerlingen onderzocht. Zij heeft daarbij vastgesteld dat de meeste kinderen van haar onderzoeksgroep al met succes met een liniaal konden werken, voordat ze in een situatie waren om over strategieën met niet-conventionele meetinstrumenten te denken. Uit een aanvullend onderzoek over lengtemetingsstrategieën bleek dat met succes leerlingen uit groep 3, 4 en 5 duidelijk de voorkeur gaven aan een conventioneel meetinstrument (als dat ter beschikking was), zelfs wanneer ze dat nog niet volledig begrepen hadden of dat nog niet op de juiste wijze en exact konden toepassen. Om te kunnen inzien dat willekeurig gekozen maten en meetinstrumenten niet betrouwbaar zijn, moet de leerling begrijpen dat de onderscheiden lengten en maatgetallen van de gebruikte eenheden een sluitend systeem vormen en dat hij/zij daarbij passende conclusies moet trekken. Het gebruik van een gewone 30-cm liniaal bij het vergelijken van twee verschillende objecten is dan ook minder lastig. Bovendien past dit veel meer bij de alledaagse ervaringen van kinderen, die toch in de regel zien hoe volwassenen bij het meten en vergelijken van lengten conventionele - en juist niet willekeurig gekozen meetinstrumenten - gebruiken.

Ook de onderzoeksresultaten uit 1993 van T. Nuñez, P. Light en J. Mason betreffende een systematische vergelijking van de handelwijzen van leerlingen uit groep 4 bij lengtemeting - waarbij verschillende conventionele, maar ook niet-standaard meetinstrumenten ter beschikking stonden - wijzen in dezelfde richting. Daarbij onderzochten Nuñez en haar collega's of de leerlingen meetinstrumenten als een gewone liniaal met onderverdeling op de juiste manier gebruikten, voordat ze dat instrument zelf (her)uitgevonden hadden volgens de theorie van de didactische ordening. Evaluatie van de data van dit onderzoek laat zien dat de zes- tot achtjarigen beter met conventionele lengtemetingsinstrumenten konden omgaan dan met de onconventionele (zoals een stuk touw), hoewel volgens het leerplan in Engeland juist het werken met onconventionele maten in groep 4 een centrale plaats heeft en vooraf dient te gaan aan het gebruik van gestandaardiseerde maten.

Ook uit actueel onderzoek van M. Nührenböcker in Duitsland blijkt dat

leerlingen uit groep 4, aan wie gevraagd werd - voordat ze onderwijs in lengten hadden gehad - om streepjes te tekenen van 1 cm respectievelijk 10 cm lang, zich daarbij vaak een liniaal voorstellen en dan volgens dit mentale beeld de betreffende streep lengtes tekenen Nührenborger, 2001).

Waar zit die klaarblijkelijke attractiviteit van conventionele meetinstrumenten voor de kinderen in? Vast en zeker in een of andere eerdere buitenschoolse ervaring. Zo zijn de meeste kinderen bijvoorbeeld al meerdere malen en in verschillende situaties gemeten en gewogen, hebben ze zakgeld gekregen (en uitgegeven) en weten ze precies wat de aanvangstijden en duur van hun lievelingsprogramma's op de televisie zijn. Zij zien hun ouders koken en iets repareren, ze zijn lid van een sportvereniging en hebben het nut van conventionele meetinstrumenten en maten op allerlei manieren direct of indirect ervaren. (Wie meet bij een verspringwedstrijd de lengte nu met een touwtje of met voetstappen?) Lijken al deze zaken voor de kinderen - na hun alledaagse ervaringen - op grond van hun voor-ervaringen niet eenvoudiger te doorzien?

7 waarop te letten in het onderwijs bij het werken met grootheden?

Volgens de huidige onderzoeksinzichten lijkt het zinvol om conventionele en willekeurige maten gelijktijdig aan te bieden. Daarbij is de voorkennis van de kinderen over conventionele maten en meetinstrumenten een belangrijk beginsel. Zo kunnen de kinderen bijvoorbeeld hun al bekende meetinstrumenten van huis meebrengen. Ze kunnen wat vertellen over authentieke alledaagse situaties, waarin zij daarmee al ervaring hebben opgedaan. De verschillende instrumenten kunnen vergeleken worden (wat is hetzelfde, wat is anders?), waarbij ook de gebruiksmogelijkheden besproken worden (fig.3).



figuur 3

In verband hiermee kan een ‘tijdreis’ naar de Middeleeuwen ondernomen worden. Daarbij kunnen de leerlingen ook de tekortkomingen van de willekeurige maten en de noodzaak tot afspraken over standaardmaten, die onafhankelijk zijn van tijd en ruimte, in een handelingsgeoriënteerde aanpak ervaren en de verwerving daarvan opnieuw beleven.

M. Nührenbörger (2001) laat in zijn artikel in dit boek op voorbeeldige wijze zien hoe zo’n authentieke start in het domein van de lengtemeting - waarbij ook rekening wordt gehouden met eerdere kennis en ervaringen van de kinderen - vormgegeven kan worden.

Voor de opbouw van een stevig en verder op te bouwen begrip van het meetproces lijkt het volgende van beslissende betekenis te zijn: bespreking met de kinderen van de schaalverdelingen op de hun bekende meetinstrumenten en het laten ontwerpen door de leerlingen zelf van dergelijke schaalverdelingen met onderverdelingen bij willekeurig gekozen maateenheden; dit om de betekenis en structuur van de gebruikelijke meetinstrumenten en maten beter te kunnen doorzien en begrijpen. Zo wordt door het omgaan met verschillende conventionele meetinstrumenten enerzijds de natuurlijke, echte werkelijkheid (de vorm van de meetsituatie) benadrukt, anderzijds krijgt ook een gebruikelijk, definitoirisch aspect van de meetresultaten (in de vorm van taal-symbolische voorstellingen) aandacht. Zo worden concrete ervaringen gerelateerd aan de ontwikkeling van de theoretische kennis en van het denken (Steinbring, 1993). Analyse van door leerlingen uit groep 4 getekende linialen laat zien dat veel kinderen al eerste ideeën ontwikkeld hebben voor een diepgaander begrip van de structurele relaties tussen lineaire eenheden en getallen en dat er in dit opzicht al differentiaties en/of ankerbegrippen zijn te onderscheiden. Aan de hand van dergelijke door de kinderen getekende liniaalbeelden, kan in het onderwijs onder meer de betekenis van de nul tot onderwerp van onderzoek gemaakt worden. Veelvuldige ervaringen met toepassingen, maar ook speelse aanpakken en reflectie op de eigen concrete handelingservaringen - iets dat steeds weer opgewekt dient te worden - en hun resultaten met het meten zijn belangrijke voorwaarden voor de op- en uitbouw van het begrijpen van grootheden.

Belangrijk zijn de volgende vragen, die met de leerlingen op basis van hun eigen directe en indirecte ervaringen steeds weer tot onderwerp van onderzoek en discussie gesteld moeten worden: Wanneer heeft het zin om te meten? Welk meetinstrument is daarvoor geschikt en hoe kan het op een goede manier gebruikt worden? Hoe nauwkeurig moet in onderscheiden situaties gemeten worden? Wanneer kan volstaan worden met een schatting? Welke methoden bestaan er voor het schatten van een grootheid?

Natuurlijke aanpakken voor het werken met grootheden

Gelijktijdig gebruik van conventionele en willekeurige maten, waarbij ook de voorkennis over het omgaan met gebruikelijke maten en meetinstrumenten betrokken wordt.

Herhaalde reflectie op de eigen handelingservaringen in het omgaan met verschillende conventionele meetinstrumenten en niet-standaardmaten.

Expliciete uitwerking van de opbouw van een schaalverdeling; in het bijzonder met betrekking tot de nul en de samenhang tussen eenheden en hun onderverdelingen.

Opbouw van een arsenaal aan alledaagse referentiepunten en de inwisselrelaties tussen de verschillende maten, die de betekenis en het onthouden daarvan kunnen ondersteunen.

figuur 4

8 referentiepunten

Het verwerven van realistische, alledaagse fundamentele ideeën over grootheden en hun maten, is iets dat op de basisschool nagestreefd zou dienen te worden. Immers begrip van grootheden is een belangrijke voorwaarde voor het toepassen van rekenen-wiskunde (Grund, 1992). Een dringend doel - zeker bij de toepassingen - is derhalve de kinderen praktisch belangrijke kennis in het werken met grootheden te laten verwerven. Volgens Winter (1994) hoort daar ook bij dat kinderen de gelegenheid gegeven wordt 'een repertoire van referentiepunten' te verwerven en ook zo in het geheugen in te prenten 'dat zij dit steeds weer bij toepassingsopgaven kunnen gebruiken'.

Van beslissende betekenis voor de opbouw van deze referentiepunten, waarover in het dagelijkse schatten niet gediscussieerd kan worden, zijn de ervaringen aan het eigen lichaam. In een artikel van H. Winter in 'Die Grundschrift' (141/2001) wordt een brug geslagen tussen dit 'lichaamsmeten' en de fasen van de historische ontwikkeling van het meten. Hierbij kunnen kleine historische uitstapjes het onderwijs in het meten verdiepen en verrijken. In hetzelfde tijdschrift staat ook het door M. Nührenbörger ontwikkelde praktische materiaal over dit lichaamsmeten. Dit 'lichaamsboek' geeft aanzetten tot 'lijfelijke' meetervaringen. Het kan ervaringen en voorkeuren van kinderen in hun omgang met de gebruikelijke meetinstrumenten verhelderen. Het grondidee is een passende keuze en het concrete gebruik van meetinstrumenten om het eigen lichaam te meten, waarbij de concrete handelingservaringen met die van de taal-symbolische voorstelling van de meetresultaten geïntegreerd worden. Toch zijn

meetervaringen aan en met het eigen lichaam niet in alle culturen gewoon. In een gesprek met een Filippijnse collega, die juist de culturele factoren in het omgaan met grootheden heeft onderzocht, bleek tot mijn verbazing dat in enkele Aziatische culturen het gebruik van eigen lichaamsmaten een absoluut taboe is, omdat de mensen daar het meten van het lichaam associëren met een boos voorteken, namelijk het maken van een graf. Van daar dat ouders daar eventuele aanzetten van hun kinderen hiertoe in de kiem smoren. In tegenstelling tot onze cultuur raakten zij door het aanleggen van zo'n lichaamsboek volledig van de kaart.

Voorbeelden van referentiepunten voor lengte eind groep 6 (vgl. Winter, 1994, pag.19)	
1 mm	dikte van een vingernagel
1 cm	breedte van een duim; ribbe van een dobbelsteen
10 cm	afstand duim-wijsvinger; breedte van een Ansichtkaart
1 m	een flinke stap van een kind; hoogte van het bord
10 m	lengte van het klaslokaal; vier keer de hoogte van een kamer
100 m	lengte van een voetbalveld
1 km	afstand van school tot het station; een wandeling van ongeveer twintig minuten

figuur 5

9 toepassingen met grootheden

Een belangrijk beginsel voor de toepassingen in het reken-wiskundeonderwijs is een natuurlijke wijze van omgaan met grootheden, die erop gericht is die grootheden in passende contextsituaties (echt of bedacht) te behandelen, waarbij tevens rekening gehouden wordt met eerdere individuele ervaringen van de kinderen. 'Der Riesenfuß im Rasen' (De voet van de Reus in de wei) van B. Sundermann en C. Selter is een voorbeeld van een thema, dat duidelijk maakt dat wiskundig zinvolle problemen ook aan de geschiedenis of zelfs aan de fantasiewereld ontleend kunnen worden. Dit thema staat ook beschreven in het genoemde 'Grundschulzeitschrift' (141/2001). En ten slotte staat in dit tijdschrift ook nog een artikel van M. Grassmann, waarin zij nog eens benadrukt dat problemen met grootheden niet altijd realistisch hoeven te zijn. In dat artikel wordt overigens een aanzet gegeven voor de opbouw van de grootheid 'gewicht'. Juist het gebruik van dergelijke opgaven kan bijdragen aan het onderzoek hoe de kinderen over grootheden denken en om ze kritisch te leren kijken. Als de leerlingen inzicht in de structuur van de gebruikelijke meetinstrumenten en hun maten hebben kunnen ontwikkelen en wanneer ze de betekenis van de

eenheidsmaten en hun onderverdeling hebben begrepen, zijn ook open, meer complexe en realistische toepassingsopgaven interessante uitdagingen (zie Peter-Koop, 1999, 2000). Een voorbeeld hiervan is ten slotte het 'fileprobleem', waarvan de oplossing een gefundeerd begrip van grootheden en het meten vereist (fig.6).

Wegens werkzaamheden staat er tussen Münster-Noord en Greven een file van drie kilometer. Hoeveel auto's zijn dat?

Vijf jongens gaan eerst aan de slag om de gemiddelde lengte van een voertuig te vinden. Ze meten de lengten van verschillende voertuigen op het parkeerterrein van de school en op de parkeerstroken in de buurt. De gevonden lengten worden opgeteld. Bij de lengte van een caravan wordt een auto opgeteld, want 'een caravan kan niet zonder auto op de autobaan staan'.

Deze lengte van vijf voertuigen vermenigvuldigen ze daarna op tot drie km, waaruit dan weer het aantal voertuigen volgt.

Mercedes Benz 4.65m VW Bus 4.50m Fortha 3.58m Pellgeot 3.50m Kombi 4.00m Wanwagen 6.70m	 $\begin{array}{r} 4.65 + 6.70 = \\ 4.65 + 6.00 = \end{array}$ $\begin{array}{r} 4.65 \\ + 6.70 \\ \hline 11.35 \end{array}$ De lengte van Mercedes Benz und Wanwagen : 11.35m
---	--

$\begin{array}{r} 4.50 \\ 3.58 \\ 3.50 \\ 4.00 \\ + 11.35 \\ \hline 26.93 \end{array}$	lengte van 5 Autos
--	---------------------------

figuur 6

noten

- 1 Dit artikel verscheen eerder in 'Die Grundschrift' (141/2001) onder de titel Authentische Zugänge zum Umgang mit Größen. De vertaling is van E. de Moor. De aangeduide niveaus zijn aangepast aan de Nederlandse situatie (Klasse 1 werd groep 3, enzovoort). Het genoemde tijdschrift is geheel gewijd aan het werken met grootheden en bevat een aantal interessante artikelen, die in de literatuurlijst zijn opgenomen.
- 2 Met dank aan Marcus Nührenbörger voor zijn constructieve en stimulerende commentaren bij het schrijven van dit artikel.

literatuur

- Ainley, J. (1991). Is there any mathematics in measuring? In: D. Pimm & E. Love (eds.). *Teaching and learning school mathematics*, 69-76.
- Bönig, D. (2001). Das Ungefähre der richtigen Antwort. *Die Grundschrift*, 141.
- Boulton-Lewis, G.M., L. Wills & S.L. Mutch (1996). An analysis of young children's strategies and use of devices for length measurement. *Journal of Mathematical Behavior*, 3, 329-347.
- Boulton-Lewis, G.M. (1987). recent theories applied to sequential length measuring knowledge in young children. *British Journal of Educational Psychology*, 57, 330-342.
- Bragg, P. & L. Outhred (2000). Student's knowledge of length units: Do they know more than rules about rulers? In: T. Nakahara & M. Koyama (eds.). *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Hiroshima, 97-104.
- Bragg, P. (2001). So that's what a centimetre looks like: Student's understanding of linear units. Research Report presented to PME 25, Utrecht.
- Grund, K.-H. (1992). Größenvorstellungen - eine wesentliche Voraussetzung beim Anwenden von Mathematik. *Grundschule*, 12, 42-44.
- Edelstein, W. & S. Hoppe-Graff. (Hrsg.) (1993). *Die Konstruktion kognitiver Strukturen. Perspektiven einer konstruktivistischen Entwicklungspsychologie*. Bern.
- Nührenbörger, M. (2001). 'Jetzt wird's schwer. Mit Stäben messen, kenn' ich nicht'. *Die Grundschrift*, 141.
- Nührenbörger, M. (2001). Met stokjes meten, dat heb ik nog niet gehad. In: R. Keijzer & W. Uittenbogaard (red.). *Uit de lengte of uit de breedte. De kwaliteit van het meetonderwijs*. 61-70.
- Nührenbörger, M. (2001) (in druk). Gezeichnete Linealbilder - ein Hinweis auf mentale Linealkonzepte. Das Bild als Medium der Erkenntnis. Cusanuswerk-Bischöfliche Studienförderung.
- Núñez, T., A. Schliemann & A. Carraher (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge.
- Núñez, T., P. Light & J. Mason (1993). Tools for thought. The measurement of length and area. *Learning and Instruction*, 1, 39-54.
- Peter-Koop, A. (2000). Sachaufgaben ohne Zahlen - ein alternativer Zugang zum Sachrechnen. *Grundschulunterricht*, 3, 32-36.
- Peter-Koop, A. (1999). 'Das sind so ungefähr 30 000' - Schätzen und Überschlagsrechnen aus der Sache heraus. *Grundschulzeitschrift*, 125, 12-15.
- Radatz, H. & W. Schipper (1983). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Hannover.

- Radatz, H. & W. Schipper (1998). Handbuch für den Mathematikunterricht. 2. Schuljahr. Hannover.
- Steinbring, H. (1993). Kann man auch ein Meter mit Komma schreiben? - Konkrete Erfahrungen und theoretisches Denken im Mathematikunterricht der Grundschule. *Mathematica didactica*, 2, 30-55.
- Sunderman, B. & C. Selter (2001). Der Riesenfuß im Rasen. *Die Grundschulzeitschrift*, 141.
- Treffers, A. (1997). Angewandtes Rechnen. *Grundschule*, 3, 19-21.
- Vistro-Yu, C.P. (2000). Children's understanding of basic measurement concepts: A cultural perspective. Vortrag auf dem 9. International Congress on Mathematical Education, Japan: Tokyo.
- Wilson, P. & A. Osborne (1988). Foundational ideas in teaching about measure. In: T. Post (ed.). *Teaching mathematics in K-8, research based methods*. Boston.
- Winter, H. (1994). *Sachrechnen in der Grundschule*. 3. Auflage. Frankfurt/Main.
- Winter, H. (2001). Mensch und Maß - ein kurzes Kapitel leiblicher Mathematik. *Die Grundschulzeitschrift*, 141.