
Kenmerken van ‘Rekenrijk’

J. Bokhove
Wolters-Noordhoff, Groningen
N. Eigenhuis
HCO, Den Haag

1 uitgangspunten en achtergronden

Bij het ontwerpen van de methode ‘Rekenrijk’ stonden uitgeverij en auteurs een aantal uitgangspunten voor ogen, waaronder de volgende.

realistisch

Allereerst diende de methode een realistische methode te zijn waarbij we ons wilden baseren op de didactiek zoals uitgewerkt in de ‘Proeve ...’. Bovendien namen we grondig kennis van de sterke en zwakke punten in het rekenonderwijs zoals die zich aftekenden in de onderzoeken van het Cito zoals de Periodieke Peiling van het Onderwijs in Nederland (PPON) en de beschrijvingen van het leerling volgsysteem. Bedoeling was daarbij een brug te slaan tussen wens (filosofie van het realistisch rekenen) en werkelijkheid zoals die bleek uit diverse onderzoeken. Uitvoerbaarheid zou een belangrijk criterium daarbij zijn.

accent op basisvaardigheden

Vanaf het begin stond voor ons vast dat veel aandacht aan de basisvaardigheden (onder andere rekenen tot 20 en 100) besteed moest worden, niet alleen door er veel tijd in steken maar ook door een zorgvuldige opbouw, stelselmatige en gespreide oefening met als afronding een duidelijke investering in het automatiseren en memoriseren. Onvoldoende beheersing van de basisvaardigheden, zo blijkt ook steeds weer uit onderzoeken, vormen een ernstige belemmering bij het voortgezette rekenen.

hoofdrekenen centraal

In de methode moet het hoofdrekenen gedurende de hele basisschooltijd bij alle inhoudelijke onderwerpen (gehele getallen, breuken, kommagetalen, enzovoort) een zwaar accent krijgen. Hoofdrekenen heeft niet alleen een veel groter praktisch nut dan cijferen, maar draagt ook bij aan inzicht in en begrip van getallen en operaties, kortom draagt bij aan de gecijferd-

heid van leerlingen. Het cijferen moet in onze visie een veel kleinere rol spelen en uitgesteld worden tot het moment dat het hoofdrekenen tot 1000 tenminste is afgerond. Bij de revisie van 'Rekenrijk' die thans in volle gang is zal de rol van het cijferen nog verder teruggedrongen worden. Kolomsgewijs rekenen als natuurlijke verbinding met het hoofdrekenen zal meer accent krijgen en voor de zwakkere rekenaar zelfs als einddoel dienen.

onderlinge vervlochtenheid

Een ander doel dat ons voor ogen staat is het onderling verbinden van allerlei onderwerpen. Hoofdrekenen (waaronder schatten), cijferen en gebruik van de rekenmachine dienen met elkaar in verband te worden gebracht. Leerlingen moeten leren kiezen en op grond van afwegingen over te gaan tot een voor hen adequate procedure. Of een procedure voor een kind adequaat is kan dus tot grote onderlinge verschillen leiden. In de interactie kunnen die verschillen weer positief bijdragen aan een verheldering van het keuzeproces.

heldere structuur

De methode dient een duidelijk structuur te hebben. Lessen dienen als eenheid te fungeren met een helder beeld van de kern die daar aan de orde komt. Zo is een opbouw in blokken, kernlessen en zelfstandig-werklessen ontstaan. In de kernlessen komen nieuwe onderwerpen aan de orde en speelt interactie met de hele groep een belangrijke rol. Geleide interactie is een machtig hulpmiddel om aansluitend bij procedures van leerlingen tot afwegingen en keuzen te komen. Reflectieve vragen in het leerlingenmateriaal bieden daarbij een aanknopingspunt.

In de zelfstandig-werklessen kunnen de meeste leerlingen aan de slag om het in de kernlessen behandelde te verwerken en te oefenen. De leraar heeft dan de gelegenheid met een andere groep aan het werk te gaan en/of hulp te geven aan een groepje leerlingen of individuele leerlingen voor wie dat wenselijk en nodig is.

Ieder blok wordt afgesloten met een toets, aanwijzingen voor diagnostische gesprekken, hulp en extra werkbladen, passende oefenstof voor de leerlingen die daar nog behoefte aan hebben en uitdagende stof voor de andere leerlingen.

beknopte handleiding

In duidelijke afwijking van wat langzamerhand gewoonte is geworden hebben wij gekozen voor een beknopte handleiding. Meerdere overwegingen liggen daaraan ten grondslag. Allereerst vinden we dat de structuur van de methode, de opbouw, de uitdagingen, de reflecties enzovoort moeten blijken uit het leerlingenmateriaal. Verder menen we dat onderwijsgeven-

den zich aan de hand van het leerlingenmateriaal een goed beeld moeten kunnen vormen van al die zaken. Daarbinnen past ook dat lessen een duidelijk onderwerp hebben waardoor ze als eenheid fungeren.

Uitgebreide handleidingen hebben bovendien praktische bezwaren. Wie heeft er nu de tijd om voor nagenoeg iedere rekenles een uitvoerige handleiding door te nemen? In de praktijk gebeurt dat niet en daar hebben we begrip voor. Ook menen we dat we de onderwijsgevende als professional moeten beschouwen die we niet stap voor stap aan de hand hoeven te nemen.

Een derde overweging is dat we niet geloven dat leerkrachtengedrag via handleidingen veranderd kan worden. Als verandering nodig is dan menen we dat uitdagend leerlingenmateriaal en nascholing daarvoor veel effectiever zijn.

2 opbouw van de methode en kenmerken van het leerlingenmateriaal

De methode bestaat uit leerlingenboeken, werkboeken, kopieermappen en een handleiding. De structuur van de methode blijkt het best uit de leerlingenboeken.

Per leerjaar is de rekenstof verdeeld over twaalf blokken van drie weken. Ieder blok bestaat uit tien lessen voor de eerste twee weken. In vier van die tien lessen worden nieuwe onderwerpen in interactieve lessen aan de orde gesteld. De achtste lessen hebben betrekking op meten en meetkunde, die sterk het karakter hebben van experimenteren en proberen (werkatelier karakter).

In de zes zelfstandig-werklessen wordt de stof verwerkt en bemeesterd.

In de derde week wordt begonnen met een toets. Met uitvallende leerlingen wordt een diagnostisch gesprek gevoerd dat wordt gevolgd door hulp. De andere leerlingen gaan respectievelijk bezig met herhalingsstof op aangepast niveau of met uitdagender extra stof.

De uitgangspunten van de methode stellen aan de lessen een aantal eisen. Aan de hand van een voorbeeld zullen we hier nader op in gaan (fig. 1).

Kijken we naar deze opdrachten uit leerlingenboek 4A dan zien we dat begonnen wordt met een open situatie die zich leent voor geleide discussie over waar de borden komen te staan. Individuele oplossingen geven een gedifferentieerd beeld en vormen het uitgangspunt voor onderhandelen over gevonden antwoorden. Daarbij dient het doel van de les, plaatsen van getallen op de getallenlijn, niet uit het oog verloren te worden.

De gekozen context van een weg sluit goed aan bij het lineaire karakter van de getallenlijn dat als model in de volgende opgaven gebruikt wordt. Re-

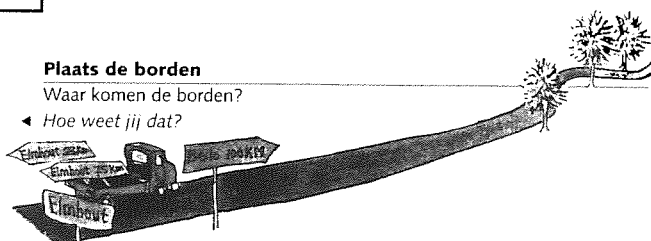
reflectieve vragen worden aangegeven met een driehoekje en vormen het signaal dat bespreking van/c.q. reflectie op de opgave nodig is. Bijvoorbeeld bij opgave 1 en 3:

- hoe weet jij dat?
- noem nog een paar voorwerpen met getallenlijnen.

Les 1

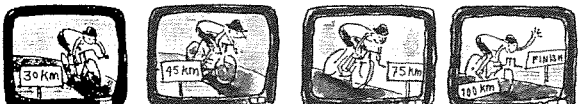
1

Plaats de borden
 Waar komen de borden?
 ◀ Hoe weet jij dat?



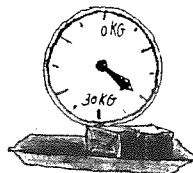
2

Waar staan de filmploegen?
 Teken de plaats van de ploegen op een weg.

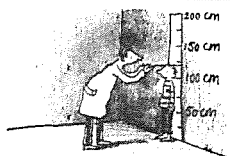


3

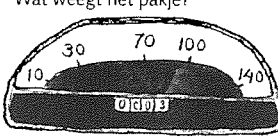
Zijn dit ook getallenlijnen?



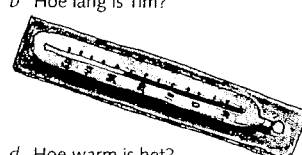
a Wat weegt het pakje?



b Hoe lang is Tim?



c Hoe hard rijdt de auto?



d Hoe warm is het?

Maak bij elke tekening een getallenlijn.

◀ Noem nog een paar voorwerpen met getallenlijnen.

figuur 1: uit 'Rekenrijk', leerlingeboek 4a, pag.72

Dit signaal werkt zowel naar leerlingen als leraar. Leerlingen kunnen zich voorbereiden op de vraag en voor leraar en leerlingen is het een teken dat er over gepraat gaat worden.

In de tweede opgave wordt het thema van de eerste opgave voortgezet (fig.2). In de derde opgave komen verschillende gedaanten van getallenlijnen aan bod.

4 Zet de getallen op de goede plaats

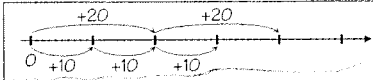
Neem de getallenlijn over in je schrift.
Zet op de goede plaats: 25, 33, 50, 67, 75.



◀ Met welk getal begin je?

5 Op de getallenlijn

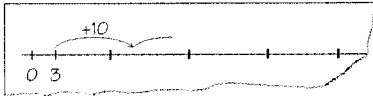
Werkboek pagina 18, opgave 1.
Maak sprongen van 20 en van 10.
Zet de getallen erbij.



◀ Hoe ver kun je springen?
◀ Wat hebben de sprongen met elkaar te maken?

6 Maak sprongen van 10

Werkboek pagina 18, opgave 2.



7 Reken uit

de helft	het dubbele	10 minder 10 meer	20 minder 20 meer
..... 80	20	 70	 70
..... 60	50	 55	 55
..... 90	35	 35	 35
..... 120	80	 95	 95

figuur 2: uit 'Rekenrijk', leerlingenboek 4a, pag.73

Opgave 4 geeft wat oefenstof, waarbij de reflectieve vraag: 'Met welk getal begin je?' een discussie uitlokt over de manier waarop kinderen de opdracht kunnen uitvoeren. Opgave 5 en 6 bereiden voor op het rekenen op de getallenlijn met een rijgprocedure. ($23 + 45$ vereist dat vanaf 23 sprongen van 10 gemaakt kunnen worden). Op de gegeven voorbeeldpagina's is ook goed te zien dat opgaven doorgaans beginnen met een opdracht als titel. Titels moeten wat ons betreft duidelijk aangeven wat de leerling moet doen.

3 hoofdrekenen in 'Rekenrijk'

Hoofdrekenen is de basis voor al het rekenen. Cijferen komt pas in groep 6 en 7 aan de orde als het hoofdrekenen tot 1000 goed verankerd is. In groep 3 worden de getallen tot 100 verkend, wordt extensief gewerkt aan optellen en aftrekken tot 20 en intensief met die operaties tot tien. In groep vier en vijf komen tal van strategieën aan bod voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

Bij optellen en aftrekken staat het rijgen centraal. Het is de vangnet-strategie waarmee in de meeste gevallen vertrouwd gewerkt kan worden.

We illustreren dit met een overzicht van de strategieën voor aftrekken die afzonderlijk aandacht krijgen:

- rijgen eerst op de getallenlijn, later ook zonder
 $45 - 18 \rightarrow 45 - 35 - 30 - 27$ of varianten;
- analogie
 $45 - 8$ ineens 37 door gebruik te maken van de kennis $15 - 8 = 7$. Deze strategie heeft alleen een goede kans bij leerlingen die de optel/aftrek-tafel paraat hebben;
- splitsen
 $45 - 33 \rightarrow (40 - 30) + (5 - 3)$
 Deze strategie is nuttig wanneer het tienvoud niet overschreden wordt, maar kan vervelende problemen opleveren bij opgaven als $43 - 25$. In de interactie moet daarom goed boven tafel komen wanneer deze manier wel handig is en wanneer niet;
- rekenen met een rond getal
 $45 - 18 \rightarrow 47 - 20$
 Bij deze strategie worden beide getallen groter gemaakt. Een context met leeftijdsverschillen kan die manier uitlokken. Twee jaar later en de aftreksom wordt $47 - 20$;
- rekenen langs een rond getal
 $103 - 97$ waarbij het verschil overbrugd wordt en 100 als tussenstap dienst doet. Daarbij kan zowel vanuit 103 als 97 (aanvullen) gewerkt worden.

Naast die standaardmethoden komen kinderen met allerlei varianten en combinaties die we onder de term variamethoden samenvatten.

Bijvoorbeeld:

$50 - 25$ (de helft er af)

$75 - 25$ (drie kwartjes en één kwartje er af)

$53 - 27$ schatten: tussen 20 en 30. $13 - 7 = 6$ dus 26

Kinderen (en volwassenen) ontwikkelen voorkeuren. Een manier als rekenen langs een rond getal wordt door sommigen in zeer veel gevallen toege-

past en niet alleen bij getallen die dicht bij elkaar liggen. $127 - 89$ kan dan gezien worden als $27 + 11$ of $11 + 27$.

Soms wordt wel gesteld dat het verstandig is bij zwakke leerlingen een beperking tot een standaardmethode na te streven. Wij kiezen daar bewust niet voor. Zo'n beperking zou namelijk leiden tot een grote inperking van opgaven die nog hoofdrekend kunnen worden opgelost. Denkt bijvoorbeeld aan de PPON opgave 2003 – 1995. Stelt u zich eens voor dat die opgave al rijgend wordt opgelost: $2003 - 1000 - 900 - 90 - 5$. Dat is bijkans ondoenlijk. Toch bleken veel kinderen dat te proberen.

Op soortgelijke wijze komen strategieën voor optellen, vermenigvuldigen en delen aan de orde.

4 schatten, cijferen en rekenmachine

Voor het schatten is geen aparte leerlijn. Schatten komt door de hele methode voor, ondermeer bij:

- meten en meetkunde;
- het plaatsen van getallen op de getallenlijn;
- opgaven waarbij het exacte antwoord niet nodig is (genoeg geld om te betalen? enzovoort);
- rekenen met afgeronde getallen ondermeer als onderdeel van het gebruik van de rekenmachine en als didactisch middel (bijvoorbeeld inklemprocedures bij delen).

cijferen

Cijferen begint in groep 6 en loopt door in groep 7 (delen en cijferend rekenen met kommagetallen).

$\begin{array}{r} 3764 \\ + 1248 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 725 \\ 8 \times \\ \hline \end{array}$
376 en 124 zien als 500	de kennis van $8 \times 25 = 200$ gebruiken

figuur 3

De aanpak is volgens het progressief schematiseren. Binnen het cijferen is aandacht voor het werken met cijfergroepen (fig.3). Die aandacht voor cijfergroepen binnen de verschillende cijferprocedures blijft ook binnen het cijferen voor een uitdaging zorgen.

rekenmachine

De rekenmachine vindt een plaats als:

- hulpmiddel bij het rekenen;
- onderwerp van onderzoek;
- didactisch hulpmiddel voor het ontdekken van relaties en regels.

5 verwevenheid van leerlijnen

Zorgen voor vervlechting van leerlijnen is in de eerste plaats afhankelijk van de leraar. In de interactie met de klas worden afwegingen voor keuzen gemaakt, worden zaken met elkaar in verband gebracht. Discussie over oplossingsprocedures zijn daarbij cruciaal. De leraar geeft leiding aan dit proces. Daartoe is het nodig dat de leraar een helder inzicht heeft in de leerlijnen. Het accent moet liggen op veelbelovende oplossingen, veelbelovend ook voor de verdere ontwikkeling. Verband moet worden gelegd tussen oplossingsprocedures en de getallen.

De opgave 2003– 1995 lukt uit tot rekenen langs een rond getal; 478 – 199 vraagt om rekenen met een rond getal. Die afwegingen moeten bediscussieerd worden. Opleiding en nascholing zijn van groot belang om de leraar om deze taak voor te bereiden.

Ook de methode kan een bijdrage leveren aan het vergroten van de kans dat die verwevenheid een verworvenheid wordt. We geven hiervan enkele voorbeelden:

- binnen bijvoorbeeld het hoofdrekenend aftrekken wordt in de opgaven niet aangestuurd op één aanpak;
- vaak wordt gevraagd: 'Welke kun je uitrekenen met een rond getal?' of 'Welke kun je uitrekenen met splitsen?'
- bovendien komen opdrachten voor als: 'Zet een streep bij de opgaven die je hebt uitgerekend langs een rond getal';
- binnen het cijferen wordt niet alleen klakkeloos met losse cijfers gewerkt maar ook met handige cijfergroepen;
- bij cijfersommen staat vaak een symbool met *HR* hetgeen in onze methode betekend: 'Reken eerst de sommen uit waarbij je niet cijfert maar hoofdrekent';
- evenzo worden opgaven gegeven waarbij gekozen wordt uit hoofdrekenen of cijferen, of schatten of uitrekenen, rekenmachine of hoofdrekenen.

6 een voorbeeld

In figuur 4 ziet u een voorbeeld van een opgave uit een les cijferend optellen en aftrekken van kommagetallen.

Zoek steeds drie getallen bij elkaar en tel op.
 Bedenk twee optellingen waarbij je kunt hoofdrekenen.
 Bedenk ook twee optellingen waarbij je gaat cijferen.

23,76	5,208	3,497
12,5	0,877	7,25
345,6	6,25	6,24

figuur 4: kommagetallen op het schoolbord

Bij deze opdracht zien we bijvoorbeeld de volgende hoofdrekenoplossingen van kinderen:

- $12,500 + 7,250 + 6,250 = 26$, want deze som kan worden uitgerekend als $1,000 + 12 + 7 + 6 = 26$;
- $12,50 + 7,25 + 6,25 = 26$, want $0,25 + 0,25 = 0,50$; dan $0,50$ er bij is $1,00$; totaal 26 ;
- $\begin{array}{l} 7,25 \\ 6,25 \\ 6,24 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 7,25 \\ 6,25 \\ 6,24 \end{array}} \right\} \text{ samen } 19,74$
- $23,76 + 6,24 + 5,632$ of $0,877$, want bij 30 kun je makkelijk $5,632$ of $0,877$ optellen;
- $23,500 + 2,750 + 16,500 = 42,750$, want de onderstreepte delen zijn samen 1 ;
- $7,25 + 6,25 + 12,5 = 26$.

7 afsluiting

Kijken we terug op het ontwikkelproces dan zijn we tevreden over de wijze waarop leerlijnen op elkaar betrokken worden. In de methode worden de afzonderlijk onderdelen en strategieën eerst apart aangeboden, maar al snel wordt de leerling uitgenodigd te kiezen tussen verschillende hoofdrekenstrategieën, tussen hoofdrekenen of cijferen, schatten of precies uitrekenen, cijferen of rekenmachine.

Een punt van zorg blijft de interactie. In verband met combinatieklassen en zorg voor zwakke leerlingen willen veel leraren graag dat een methode in hoge mate voorziet in de mogelijkheid tot zelfstandig werken. Gezien het belang van die interactie willen we aan die behoefte niet veel verder tegemoet komen. Overigens blijken leraren toch vaak moeite te hebben met een terughoudende rol. Dat merken we op uit de reacties op de zelfstandig-werklessen.

Ook zelfstandig werken moet geleerd worden. In de komende tijd wordt de euro verwerkt in de methode en in die herziening worden tevens aanpassingen uitgevoerd naar aanleiding van zorgvuldig verzamelde reacties uit de scholen. Van deze gelegenheid maken we meteen gebruik om de rol van het cijferen te herzien zoals we in de eerste paragraaf al beschreven.

Opvallend in de reacties uit de praktijk is dat leraren vaak moeite hebben met contextopgaven waarbij de precieze vraag niet in het boekje staat. Het betreft korte contextbeschrijvingen waarbij de leerling zelf moet nagaan wat er te rekenen valt. In de methode worden dat soort opgaven voorzien van de titel: 'Van plaatje naar rekentaal' of 'Van verhaal naar rekentaal'.

Die observatie leidt ons er toe wat meer aandacht te geven aan de wijze waarop met deze opgaven omgegaan moet worden. Uiteraard resulteert dit weer in aanwijzingen in het leerlingenboekje zelf.