
De getallenlijn als basis voor een uitdagende onderwijspraktijk

A.S. Klein

Direktoraat Kulturele Edukatieve Zaken,
Willemstad, Curaçao

1 inleiding

In het onderzoeksproject 'Flexibilisering van rekenstrategieën op een verschillende kennisbasis' zijn twee leerlijnen vergeleken voor het optellen en aftrekken tot 100. Beide leerlijnen gebruiken de (lege) getallenlijn en zijn vervangend voor het materiaal van de methode 'Rekenen & Wiskunde' dat in groep 4 gebruikt wordt. Bovengenoemd onderzoeksproject is op 1 april 1998 afgesloten door middel van het verschijnen van mijn proefschrift en de daaraan gekoppelde promotie (Klein, 1998). Ook elders is reeds gerapporteerd over de resultaten van dit onderzoek (zie o.a. Klein & Beishuizen, 1996; Beishuizen, Klein, Bergmans, Leliveld & Hoogenberg, 1996). Ik wil hier dan ook volstaan met het geven van een beknopte samenvatting van de opzet en resultaten van het onderzoek. Daarna wil ik ingaan op de wijze waarop wij getracht hebben een uitdagende onderwijspraktijk te realiseren met behulp van de getallenlijn. Daarbij zal ik met name ingaan op het gebruik van 'labels' voor de namen van de verschillende oplossingsmanieren die de leerlingen tot hun beschikking hebben.

2 aanleiding en achtergrond van het onderzoek

De belangrijkste aanleiding voor het onderzoek vormde de eerst PPON-peiling uit 1987 waaruit bleek dat het met de vaardigheid en de flexibiliteit van het rekenen matig gesteld was (Wijnstra, 1988). Zo bleek halverwege groep 5 slechts 55 procent van de leerlingen in staat om een opgave als '64 - 28' correct op te lossen. Uit hetzelfde onderzoek bleek dat aan het einde van het basisonderwijs 75 procent van de leerlingen gebruikt maakt van omslachtige, algoritmische c.q. cijferende oplossingen. Ook de resultaten van het MORE-onderzoek (Gravemeijer, e.a. 1993) lieten zien dat de flexibiliteit in oplossingsstrategieën van leerlingen te wensen overlaat.

Daarnaast was er sprake van een toenemende ontevredenheid over het honderdveld (zie o.a. Buijs, 1988). Het feit dat binnen het honderdveld de getallenrij steeds bij 10 wordt afgebroken zorgt voor allerlei moeilijkheden bij het rekenen op het honderdveld. Ook het feit dat de grootte van de getallen toeneemt naarmate je je lager op het honderdveld bevindt en het gegeven dat het een groot verschil uitmaakt of je een hokje in horizontale of verticale richting beweegt komt veel leerlingen weinig logisch voor. Het gevaar van het werken met het honderdveld is dan dat de leerlingen slechts een trucje leren om de som uit te rekenen in plaats van dat ze inzicht krijgen in het getallengebied tot 100.

In een van de 'Proeve'-publicaties (Treffers & De Moor, 1990) en recentelijk ook de TAL-brochure (Bokhove e.a., 1998) wordt dan ook een pleidooi gehouden om in plaats van het honderdveld de getallenlijn te gebruiken als model voor het leren optellen en aftrekken tot honderd. Ook in Leiden was men al enige tijd bezig met onderzoek rond het rekenen tot 100. Met name het onderscheid tussen de (kardinale) 1010 of splitsmethode versus de (ordinale) G10 of rijgmethode stond daar in de belangstelling. Een overzicht van de belangrijkste procedures en de daarbij gebruikte afkortingen wordt in figuur 1 weergegeven.

Optellen met tientalpassering: $45 + 39$		Aftrekken met tientalpassering: $65 - 49$, $61 - 59$	
G10	$45 + 30 = 75$; $75 + 9 = 84$	G10:	$65 - 40 = 25$; $25 - 9 = 16$
G10V	$45 + 40 = 85$; $85 - 1 = 84$	G10V	$65 - 50 = 15$; $15 + 1 = 16$
10t:	$40 + 30 = 70$; $70 + 5 = 75$; $75 + 9 = 84$	10t	$60 - 40 = 20$; $20 + 5 = 25$; $25 - 9 = 16$
1010:	$40 + 30 = 70$; $5 + 9 = 14$; $70 + 14 = 84$	1010	$60 - 40 = 20$; $5 - 9 = 4$; (‘richtingsfout’); $20 + 4 = 24$
A10	$45 + 5 = 50$; $50 + 34 = 84$	A10	$65 - 5 = 60$; $60 - 40 = 20$; $20 - 4 = 16$
		$\cap$	$61 - 59 = 2$ (want $59 + 2 = 61$) ¹

¹ Hiermee wordt het ‘relatieboogje’ bedoeld (Treffers en Veltman, 1994)

figuur 1: hoofdrekenprocedures voor het optellen en aftrekken tot 100 (Van Mulken, 1992)

Vanuit deze interesse is eerdergenoemd onderzoeksproject gestart waarvan zowel de universiteiten van Utrecht als van Leiden meededen. In dit project stond de ‘de ontwikkeling van procedurele en flexibele rekenstrategieën en curriculum vernieuwing in het domein rekenen tot 100’ centraal. Hiertoe werden twee didactische leerlijnen voor het optellen en aftrekken tot 100 met elkaar vergeleken: een realistische (Proeve)leerlijn en een meer voorgestructureerde (Stadia)leerlijn. Beide leerlijnen maken gebruik van de (lege) getallenlijn maar verschillen qua inhoud en opbouw.

Proeve-leerlijn

De Proeve-leerlijn is gebaseerd op de realistische vakdidactiek zoals onder andere uitgewerkt in de 'Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool' (Treffers & De Moor, 1990). Evenals binnen de realistische vakdidactiek streeft men er in de Proeve-leerlijn naar om leerlingen te stimuleren tot het zelf ontdekken van oplossingen en aan te sluiten bij spontane en informele strategieën. Er is veel ruimte voor interactieve klasgesprekken waarin een beroep wordt gedaan op inzicht en flexibiliteit. In deze gesprekken worden oplossingsstrategieën besproken en vergeleken. Het kralensnoer en later de getallenlijn worden hierbij als model gebruikt.

Er is ook ruimte voor procedurele oefening, maar deze manier van oefenen verloopt overwegend mondeling middels korte intensieve activiteiten waarin veel leerlingen individueel een beurt krijgen (vgl. Van den Heuvel-Panhuizen, Van Galen & Treffers, 1996). Ten slotte is er veel aandacht voor contextopgaven die als introductie gebruikt worden voor verschillende somtypen en oplossingsmanieren.

Stadia-leerlijn

De Stadia-leerlijn is onder andere gebaseerd op ideeën uit Leids onderzoek naar cognitieve strategieën bij rekenen (zie o.a. Beishuizen, 1993). De nadruk wordt gelegd op het geleidelijk en inzichtelijk aanleren van een aantal opeenvolgende rekenprocedures. Met name zwakkere rekenaars zouden door een vroegtijdige introductie van verschillende strategieën in verwarring kunnen raken (Ruijsenaars, 1994).

Als voorwaarde voor flexibilisering van rekenstrategieën wordt de aanwezigheid van een procedurele kennisbasis gesteld (Glaser & Bassok, 1989). In de praktijk betekent dit dat in de Stadia-leerlijn gedurende de eerste helft van het schooljaar alleen de G10-procedure centraal staat. Pas gedurende de tweede helft van het schooljaar worden andere oplossingsmanieren geïntroduceerd. Ook in de Stadia-leerlijn wordt gebruik gemaakt van de getallenlijn voorafgegaan door de zogenaamde stavenlijn.

Vergeleken met de Proeve-leerlijn is er binnen de Stadia-leerlijn met name gedurende de eerste helft van het schooljaar weinig aandacht voor interactieve klasgesprekken. Het oefenen van de verschillende rekenprocedures vindt voornamelijk schriftelijk plaats. Ook is er minder aandacht voor contextopgaven dan in de Proeve-leerlijn. Bovendien worden de contextopgaven met name gebruikt als toepassing van de procedure die middels het maken van 'kale' sommen geoefend is.

3 onderzoeksvragen

De Proeve- en de Stadia-leerlijn zijn vormgegeven vanuit verschillende theoretische en didactische standpunten. Vanuit deze uitgangspunten zijn A. Treffers (Proeve-leerlijn) en M. Beishuizen (Stadia-leerlijn) een wedstrijd aangegaan omtrent de effecten van beide leerlijnen op de rekenprestaties van de leerlingen die met deze leerlijnen gewerkt hebben. Er zijn verwachtingen geformuleerd ten aanzien van de ontwikkeling van de procedurele en strategische kennis, prestaties van de goede en zwakke rekenaars en de ontwikkeling van motivationele processen.

Ik beperk me in deze bijdrage tot de verwachtingen die zijn geformuleerd ten aanzien van de procedurele kennis van de Proeve- en de Stadia-leerlingen en de verwachtingen ten aanzien van de flexibiliteit van oplossingsmanieren van de rekenzwakke Proeve- en Stadia-leerlingen. Voor een meer uitgebreide rapportage verwijs ik naar mijn proefschrift (Klein, 1998).

verschillen in procedurele kennis tussen Proeve- en Stadia-leerlijnen

Ten aanzien van de procedurele kennis verwachtte Treffers dat er halverwege het schooljaar geen verschillen zouden zijn tussen de Proeve- en Stadia-leerlingen. Beishuizen daarentegen verwachtte dat op dit tijdstip de Stadia-leerlingen het beter zouden doen dan de Proeve-leerlingen. Aan het einde van het schooljaar verwachtte Treffers dat de Proeve-leerlingen een betere procedurele kennis van het optellen en aftrekken tot 100 zouden bezitten dan de Stadia-leerlingen, met name ten aanzien van de moeilijkste somtypen. Beishuizen verwachtte echter, evenals halverwege het schooljaar, dat aan het einde van het schooljaar de Stadia-leerlingen het beter zouden blijven doen dan de Proeve-leerlingen.

verschillen in flexibiliteit van oplossingsmanieren van zwakke rekenaars

Ten aanzien van de flexibiliteit in het gebruik van verschillende oplossingsmanieren verwachtte Treffers dat de rekenzwakke Proeve-leerlingen flexibeler zouden zijn dan de rekenzwakke Stadia-leerlingen. De Stadia-leerlingen zouden vooral vasthouden aan de G10-procedure terwijl de Proeve-leerlingen ook veelvuldig gebruik maken van andere oplossingsmanieren. Beishuizen verwachtte ook dat de rekenzwakke Proeve-leerlingen flexibeler zouden zijn in het gebruik van oplossingsmanieren dan de rekenzwakke Stadia-leerlingen, maar dat dit ook gepaard zou gaan met meer fouten bij de rekenzwakke Proeve-leerlingen.

4 onderzoeksoepzet

De Proeve- en de Stadia-leerlijn zijn in groep 4 van een klein aantal basisscholen ontwikkeld, uitgetoetst en bijgesteld. Als uitgangspunt diende de methode 'Rekenen & Wiskunde'. De leergang van het optellen en aftrekken tot 100 is voor beide leerlijnen in zijn geheel herschreven.

Andere onderdelen als 'tafels' en 'meten en meetkunde' zijn zoveel mogelijk gehandhaafd. De ontwikkeling van de Proeve-leerlijn heeft plaatsgevonden in nauw overleg met Treffers.

Na deze ontwikkelingsfase hebben gedurende het schooljaar 1994-'95 tien klassen (groep 4) van negen basisscholen met de Stadia- of de Proeve-leerlijn gewerkt ($N = 275$). Deze scholen hadden allemaal enige jaren ervaring met de methode 'Rekenen & Wiskunde'. Bovendien waren ze gematched op grond van de resultaten die behaald waren op het Cito LeerlingVolgSysteem Rekenen-Wiskunde, die voorafgaand aan het onderzoek eind groep 3 bij de leerlingen was afgenomen. Zowel de leerlingen als de leerkrachten werkten met onze experimentele werkbladen en handleidingen, in plaats van hun 'gewone' rekenboekjes.

De selectie van goede en zwakke rekenaars heeft plaatsgevonden op grond van de scores op de Cito-toets die eind groep 3 is afgenomen. Per leerlijn hebben we 25 goede en 25 zwakke rekenaars geselecteerd, die we gedurende het schooljaar ook individueel hebben gevolgd. Als zwakke rekenaars hebben we overwegend voor *D*-leerlingen gekozen, als goede rekenaars hebben we voornamelijk *B*-leerlingen gekozen.

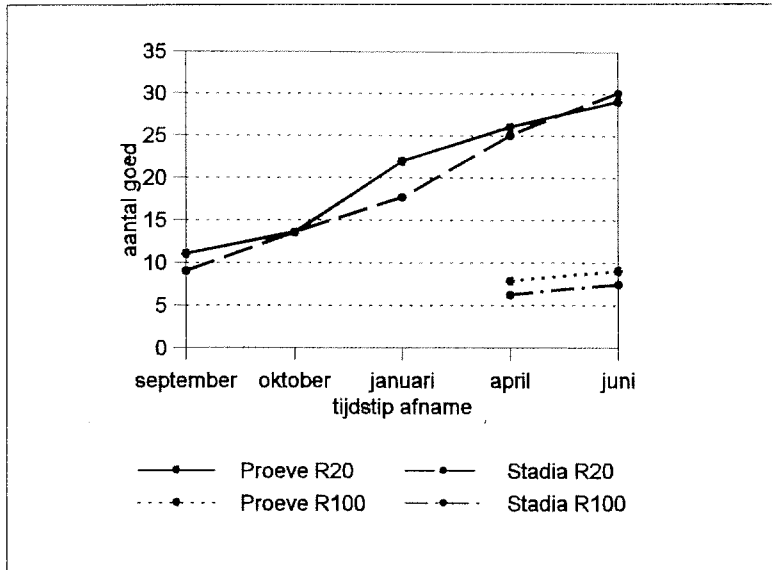
gebruikte toetsen en resultaten

Gedurende het schooljaar zijn op vijf verschillende momenten toetsen afgenomen om zowel cognitieve als motivationele processen te meten. Ik beperk mij hier tot twee cognitieve toetsen: een rekentempotoets en de zogenaamde stapjessommentoets.

procedurele kennis

De procedurele kennis van het optellen en aftrekken tot honderd is onder andere gemeten met behulp van een rekentempotoets. Er waren verschillende tempotoetsen voor verschillende somtypen en de leerlingen kregen per toetsblad drie minuten de tijd om zoveel mogelijk sommen te maken. In figuur 2 ziet u de resultaten van de Proeve- en de Stadia-leerlingen voor een eenvoudig ($12 - 8 = \dots$) en een moeilijk somtype ($82 - 58 = \dots$). Het laatste somtype kon alleen in de maanden april en juni getoetst worden omdat de leerlingen deze sommen daarvoor nog niet aangeboden hadden gekregen. Wanneer we naar het eenvoudigste somtype kijken dan zien we dat er in januari een verschil is tussen beide groepen leerlingen in aantal goed ge-

maakte sommen. Na statistische toetsing blijken deze verschillen significant te zijn in het voordeel van de Proeve-leerlingen ($F(1,260) = 7.1$, $p < .01$). Aan het einde van het schooljaar (juni) zijn deze verschillen verdwenen. Ten aanzien van het moeilijkste somtype zien we zowel in april als in juni een verschil in aantal goed gemaakte sommen in het voordeel van de Proeve-leerlingen. Het gevonden verschil in juni blijkt na toetsing ook significant te zijn ($F(1, 255) = 5.1$, $p < .05$).



figuur 2: aantal goedgemaakte sommen door Proeve- en Stadia-leerlingen op tempotoetsen aftrekken met tientalpassering tot 20 (R20: 12 – 8) van september tot juni en aftrekken met tientalpassering tot 100

Wanneer we deze resultaten vergelijken met de eerdergenoemde uitspraken van Treffers en Beishuizen dan zien we dat Beishuizen geen gelijk heeft gekregen. Voor Treffers zijn de resultaten voor het moeilijkste somtype aan het einde het schooljaar overeenkomstig zijn verwachting. Halverwege het schooljaar zijn de resultaten voor het somtype 12 – 8 = ... zelfs beter dan verwacht: de Proeve-leerlingen doen het daar beter dan de Stadia-leerlingen.

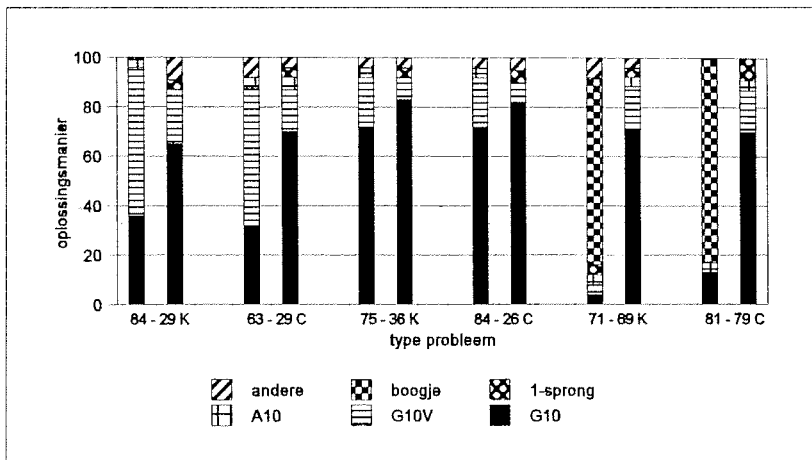
flexibiliteit in gebruikte oplossingsmanieren door zwakke rekenaars

De flexibiliteit in gebruikte oplossingsmanieren is onder andere gemeten met de stapjessommentoets die aan het einde van het schooljaar werd afgenomen. Deze toets bestond uit 21 opgaven waarbij de leerlingen gevraagd werd hun gebruikte oplossingsmanier op een kladblaadje weer te geven. Dit kladblaadje stond naast de opgave afgedrukt. De toets bestond

uit optel- en aftreksommen die zowel in kale als in contextvorm werden aangeboden. In figuur 3 worden de door de zwakke rekenaars gebruikte oplossingsmanieren weergegeven om aftreksommen uit te rekenen die zowel in kale (K) als in contextvorm (C) werden aangeboden.

Ten aanzien van het percentage goed gemaakte sommen bleek dat de rekenzwakke Proeve-leerlingen zowel meer kale als contextopgaven goed maakten dan de Stadia-leerlingen. Voor de Proeve-leerlingen waren de percentages goed gemaakte aftreksommen respectievelijk 88 procent en 86 procent terwijl de Stadia-leerlingen respectievelijk 78 procent en 72 procent van de aftreksommen goed maakten.

We zien dat de rekenzwakke Proeve-leerlingen hun beschikbare oplossingsmanieren veel flexibeler en efficiënter gebruiken dan de rekenzwakke Stadia-leerlingen. De Stadia-leerlingen gebruiken overwegend de G10-procedure (en maken daarbij meer fouten) terwijl de Proeve-leerlingen naast G10 ook andere oplossingsmanieren gebruiken (onder andere de 'boogjes'-manier bij 71 – 69 en 81 – 79).



figuur 3: oplossingsmanieren van zwakke rekenaars van de Proeve- (linkerbalk) en Stadialeerlijn (rechterbalk) voor aftreksommen in kale (K) en context (C) vorm aan het einde van het schooljaar

Wanneer we deze uitkomsten vergelijken met de voorspellingen van Treffers en Beishuizen, dan zien we dat Treffers wederom gelijk heeft gekregen. De rekenzwakke Proeve-leerlingen zijn flexibeler in het gebruik van verschillende oplossingsmanieren dan de Stadia-leerlingen. Bovendien maken de Proeve-leerlingen daarbij minder fouten dan de Stadia-leerlingen.

5 het creëren van een uitdagende onderwijspraktijk

Het moge duidelijk zijn dat de Proeve-leerlijn, voor zowel de zwakke als de goede rekenaars, de beste resultaten heeft geboekt. Dit geldt zowel voor het flexibel gebruik van verschillende oplossingsmanieren als voor het aantal goed gemaakte sommen. Dat dit ook voor de zwakke rekenaars is gelukt mag opmerkelijk worden genoemd (zie o.a. Ruijsenaars, 1994). Waaraan is dit succes van de Proeve-leerlijn nu eigenlijk toe te schrijven?

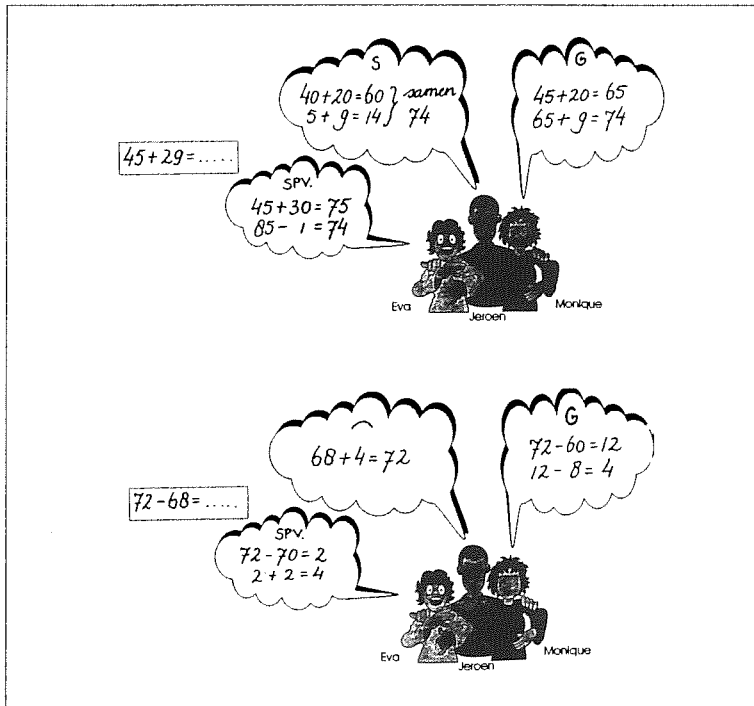
Hierop hebben tijdens de werkgroep twee leerkrachten van de Marnix-school getracht een antwoord te geven. Allereerst noemen zij de voordelen van het werken met de getallenlijn. Wanneer leerlingen een opgave met behulp van de getallenlijn uitrekenen, zien ze altijd waar ze zijn gebleven. Met name de rekenaars die snel zijn afgeleid, hoeven niet telkens opnieuw met de som te beginnen, maar kunnen verdergaan waar ze gebleven zijn. Voor de leerkrachten is het ook makkelijker te achterhalen waar een leerling de fout is ingegaan: de oplossingsmanier staat immers op de getallenlijn afgebeeld. Ook geven de leerkrachten aan dat de leerlingen de getallenlijn veel logischer vinden dan het honderdveld. De leerlingen krijgen met behulp van de getallenlijn bovendien een beter zicht op de getallenrij tot 100: ze zien waar de verschillende getallen 'wonen'. Een laatste voordeel dat de twee leerkrachten noemen is het gemak waarmee je een getallenlijn even kan tekenen op bijvoorbeeld een kladblaadje. Dit kan heel onopgemerkt gebeuren, waardoor sommige zwakkere rekenaars eerder gebruik maken van de getallenlijn, dan bijvoorbeeld van staafjes of een honderdveld. Ook gaan de beide leerkrachten in op het gebruik van verschillende oplossingsmanieren door zowel zwakke als goede rekenaars.

Aanvankelijk stonden zij heel argwanend tegenover de introductie van verschillende oplossingsmanieren, met name voor de zwakke rekenaars. Toch hebben ze ervaren dat ook deze groep leerlingen met succes meerdere oplossingsmanieren gebruiken. Het geeft deze leerlingen ook een stuk zelfvertrouwen: komen ze er op de ene manier niet uit, dan gebruiken ze gewoon een andere manier.

Dat het zover heeft kunnen komen komt deels doordat gedurende het schooljaar eenzelfde model wordt gebruikt namelijk de getallenlijn. Wanneer de sommen wat moeilijker worden kunnen ze altijd op dit model terugvallen. Anderzijds is het ook zo dat het mondelinge, interactieve oefenen en het praten over verschillende oplossingsmanieren ertoe heeft bijgedragen dat leerlingen met verschillende oplossingsmanieren durven te komen. Hieraan is met name in de Proeve-leerlijn van meet af aan veel aandacht besteed.

introductie van labels

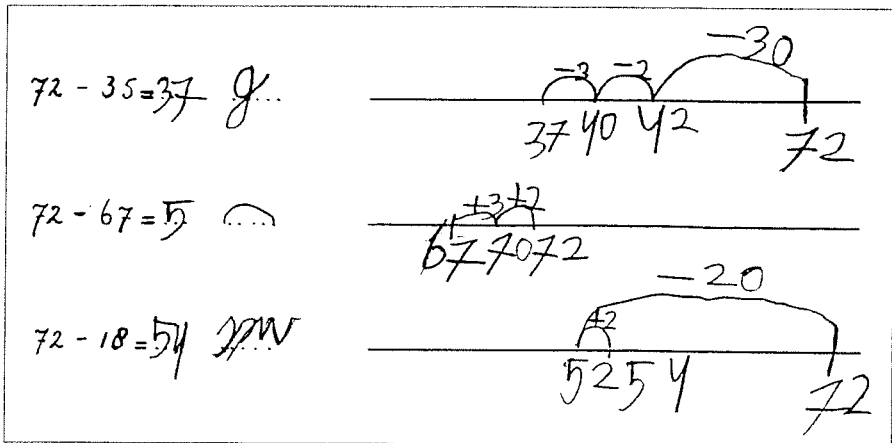
Om het praten over de verschillende oplossingsmanieren te vergemakkelijken zijn er afkortingen of 'labels' geïntroduceerd. Een tweede doel van deze labels was om de leerlingen eerst te laten nadenken over welke oplossingsmanier het handigst is voordat de som daadwerkelijk uitgerekend gaat worden. In figuur 4 ziet u hoe deze labels op een werkblad zijn aangeboden.



figuur 4

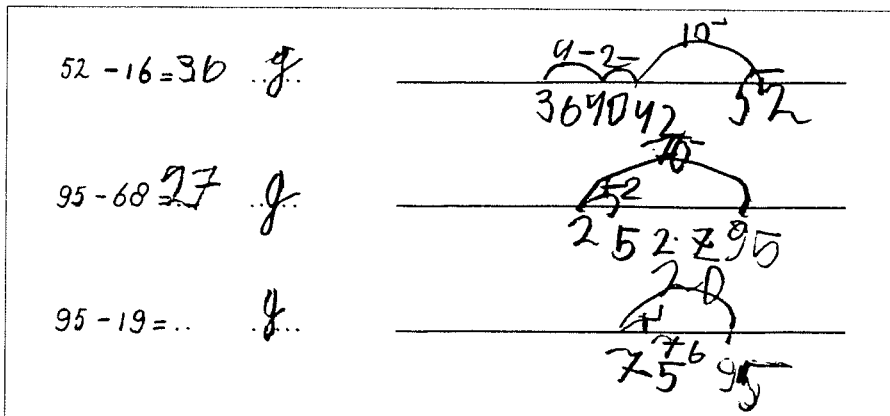
Voorafgaand aan deze schriftelijke aanbieding hebben er uiteraard klassikale gesprekken plaatsgevonden waarin de afkortingen voor de Spring Verder manier (SPV = G10V), Splitsmethode (S = 1010 of 10t), Gewone manier (G = G10) en A10 zijn besproken.

De leerlingen hebben verschillende oefeningen gekregen waarin ze eerst het label van de te gebruiken oplossingsmanier moesten opschrijven en daarna de som moesten uitrekenen. Tijdens de werkgroep op de afgelopen Panama najaarsconferentie 1998 hebben we naar werkbladen van leerlingen gekeken om een idee te krijgen hoe de labels door de leerlingen zijn gebruikt. In figuur 5 ziet u een voorbeeld van een leerling die verschillende aftreksommen uitrekent en deze voorziet van het bijbehorende label.



figuur 5

In figuur 6 zien we ten slotte Sander, een zwakke leerling die ook de door hem gebruikte oplossingsmanieren van een label voorziet.



figuur 6

Bij de eerste som zien we dat het label en de gebruikte oplossingsmanier met elkaar in overeenstemming zijn. De sprong over het tiental heen is nog niet geautomatiseerd, waardoor Sander twee sprongen nodig heeft om het tiental te passeren. De tweede en de derde som worden ook goed opgelost, alleen gebruikt hij hierbij niet de Gewone (G) manier maar de Spring Verder of G10V manier. Het label en de gebruikte oplossingsmanier zijn dus strikt genomen niet met elkaar in overeenstemming. Aan de andere kant kun je ook redeneren dat deze leerling dergelijke sommen (waarbij een getal eindigend op een 8 of 9 moet worden afgetrokken) altijd op de G10V

manier uitrekent, waardoor voor hem deze oplossingsmanier bij deze sommen de gewone manier is geworden. Navraag bij de leerling kan hierover uitsluitsel geven. Overigens hebben we in het onderzoek gemerkt dat veel zwakke leerlingen gebruik maakten van deze G10V of Spring Verder manier, ook bij opgaven waar dat niet direct voor de hand ligt. Een reden hiervoor zou kunnen zijn dat het gebruik van deze oplossingsmanier het probleem van het splitsen bij passering van het tiental voorkomt. Dit is goed te zien in figuur 6. Bij de opgave $52 - 16$ moet de leerling de 6 splitsen in 2 en 4. De leerling moet daarvoor het splitsen beheersen en ook nog weten bij welk getal je na de splitsing uitkomt. Bij de tweede en derde som wordt deze moeilijkheid omzeild, waardoor de 'Spring Verder manier' (G10V) een aantrekkelijk alternatief wordt voor zwakkere rekenaars. Toch komen ook deze leerlingen zo aan het goede antwoord. Bovendien gebruiken ze een oplossingsmanier waar zij zelf voor gekozen hebben. De beide leerkrachten geven dan ook aan dat de zwakkere rekenaars aan het einde van het schooljaar meer zelfvertrouwen en plezier in rekenen hebben gekregen. Hierdoor durven zij ook buiten het rekenen eerder problemen te lijf te gaan wat hun zelfstandigheid vergroot.

literatuur

- Beishuizen, M. (1993). Mental strategies and materials or models for addition and subtraction up to 100 in Dutch second grades. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 294-323.
- Beishuizen, M., A.S. Klein, C. Bergmans, K. Leliveld & E. Hoogenberg (1996). Hoe leerlingen zich ontwikkelen op de lege getallenlijn: twee portretten. In: C. van den Boer & M. Dolk (red.). *Modellen, meten en meetkunde. Paradigma's van adaptief onderwijs*. Utrecht: Freudenthal Instituut, 117-130.
- Bergmans, C. & K. Leliveld (1997). Rekenen op de lege getallenlijn in groep 4. *Willem Bartjens*, 16(5), 36-38.
- Bokhove, J., J. van den Brink, A. Buter, K. Buijs, E. de Goeij, F. Goffree, H. Hermesen, M. van den Heuvel-Panhuizen, M. Moonen, A. Noteboom, J. Nelissen, A. Treffers & A. Veltman, (1998) *Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen onderbouw basisschool*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Buijs, K. (1988). Schaduwzijden van het honderdveld. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 6(4), 3-10.
- Glaser, R. & M. Basso (1989). Learning theory and the study of instruction. *Annual Review of Psychology*, 40, 631-666.
- Gravemeijer, K., M. van den Heuvel-Panhuizen, G. van Donselaar, N. Ruesink, L. Streffland, W. Vermeulen, E. te Woerd & D. van der Ploeg (1993). *Methoden in het reken-wiskundeonderwijs, een rijke context voor vergelijkend onderzoek*. Utrecht: CD-β Press, Universiteit Utrecht.
- Hofstee, W.K.B. (1982). Evaluatie: Een methodologische analyse. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch*, 7, 193-202.
- Klein, A.S. (1998). *Flexibilization of mental arithmetic strategies on a different knowledge base*. CD-β Press, Universiteit Utrecht (dissertatie).

- Klein, A.S. & M. Beishuizen (1996). De (lege) getallenlijn voor het rekenen tot 100. In: C. van den Boer, & M. Dolk (red.) *Modellen, meten en meetkunde. Paradigma's van adaptief onderwijs*. Utrecht: Freudenthal Instituut, 101-116.
- Ruijsenaars, A.J.J.M. (1994). Speciaal rekenen - Hoe irrealistisch is een orthopedagogische-didactische benadering? In: M. Dolk, H. van Luit & E. Te Woerd (eds.). *Speciaal Rekenen*. Utrecht: Freudenthal Instituut, 29-41.
- Treffers, A. & E. de Moor (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskunde onderwijs op de basisschool. Deel 2: Basisvaardigheden en Cijferen*. Tilburg: Zwijsen.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den, F. van Galen & A. Treffers (1996). *Oefenen. Een module behorende bij de cursus rekencoördinator*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Wijnstra, J.M. (red.) (1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool: Uitkomsten van de eerste rekenpeiling medio en einde basisonderwijs*. Arnhem: Cito.