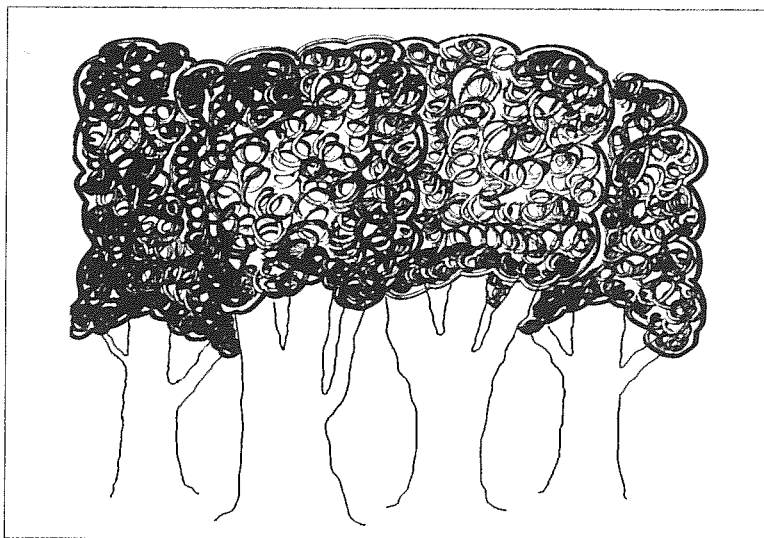

Bomen over rekenen boven 2000

M. van den Heuvel-Panhuizen
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

1 inleiding

De inhoud van het reken-wiskundeonderwijs in de bovenbouw van de basisschool is toe aan een nieuwe doordening. Zo is al lange tijd duidelijk dat het cijferen niet meer de plaats inneemt die het vroeger had. Onduidelijk is echter nog waar het met het cijferen naartoe moet en wat er op de lange termijn van moet overblijven. Voor het hoofdrekenen geldt dit weer in omgekeerde richting. Dat is juist belangrijker geworden, maar ook hier liggen nog vragen over wat deze accentverlegging inhoudt voor de toekomstige invulling van het vak. Betekent dit werkelijk dat we ons voortaan voornamelijk op het hoofdrekenen moeten gaan richten? En wat zal dit hoofdrekenen dan precies moeten omvatten? En hoe zit het met schattend rekenen? En wat doen we met het gebruik van de rekenmachine?

Dit zijn allemaal vragen waarvoor de Panama najaarsconferentie een uitgesproken plek vormt om over te bomen (fig. 1).



figuur 1: bomen over rekenen

een nieuwe nationale bezinning

Het is niet voor het eerst dat het reken-wiskundeonderwijs zich beraadt op de toekomst. En het is ook niet voor het eerst dat dit gebeurt op een Panama najaarsconferentie. Bijna vijftien jaar geleden was er op deze conferentie ook zo'n moment van nationale bezinning. Toen vormde het rapport '10 voor de basisvorming rekenen/wiskunde' (Treffers en De Moor, 1984) het startpunt voor een landelijke discussie om te komen tot een nationaal plan voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Dit heeft uiteindelijk tot de 'Proeve'-publicaties (Treffers e.a., 1989, 1990, 1994, 1996) geleid, die nu een belangrijke determinant vormen van de inrichting van ons reken-wiskundeonderwijs. Zo zijn de eerste 'Proeve'-publicaties weer bepalend geweest voor wat er in 1993 in de kerndoelen (Min OCW, 1993) terecht is gekomen.

TAL als aanleiding

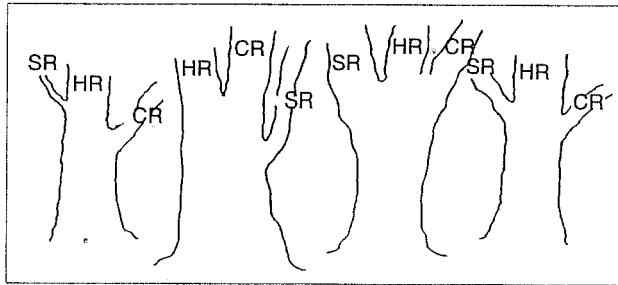
De afgelopen jaren heeft het denken over het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool niet stil gestaan. We zijn nu wederom op een punt aangeland dat er behoefte is aan een nieuwe nationale doordening van de inhoud van het vak. Deze keer vormt het project 'Tussendoelen Annex Leerlijnen' (TAL)¹ de aanleiding. Na de afronding van de beschrijving van de leerlijn 'hele getallen' voor de onderbouw van de basisschool (TAL-team, 1998a), is een start gemaakt met de continuering ervan voor de bovenbouw.

Met de uitlijning van het domein van de hele getallen in de hoogste vier groepen van de basisschool moeten over het cijferend rekenen (CR), het hoofdrekenen (HR), het schattend rekenen (SR) en het gebruik van de zakrekenmachine (Z) beslissingen worden genomen die het vak in de kern raken. De kernvraag waar we bij de uitlijning van het rekenen in de bovenbouw van de basisschool voor staan, betreft echter niet alleen de longitudinale sequentie.

Behalve om de vraag wat-volgt-op-wat en de vraag wanneer-komt-wat, gaat het hierbij met name om de manier waarop de verschillende rekenvormen zich in relatie tot elkaar verhouden. Moeten deze bijvoorbeeld gezien worden als afzonderlijke, maar min of meer gelijkwaardige takken, of is er duidelijk sprake van een structuur van hoofdtakken met zijtakken; en zo ja, welke rekenvorm(en) moet(en) dan gezien worden als een hoofdtak en welke als een zijtak (fig.2)?²

De keuzen die nu voor de leerlijn in de bovenbouw gemaakt moeten worden, zijn voor een belangrijk deel al terug te vinden in de 'Proeve'-publicaties, maar kunnen nu door TAL ook min of meer officieel hun beslag krijgen. Op welke manier dit zal gebeuren, is op dit moment nog onduidelijk.

maar de keuzen die hierbij gemaakt worden, zullen in ieder geval bepalend kunnen zijn voor het rekenen in het volgende millennium.



figuur 2: hoe verhouden zich de verschillende rekenvormen tot elkaar?

Deze lezing op de Panama najaarsconferentie 1998 moet gezien worden als een eerste terreinverkenning ten behoeve van de ontwikkeling van de leerlijn 'hele getallen' voor de bovenbouw van de basisschool. Hierbij zullen de drie rekenvormen en hun onderlinge samenhangen en het gebruik van de rekenmachine de revue passeren.

Een en ander is bedoeld als basis voor de raadpleging van deskundigen die op deze conferentie zal plaatsvinden. De terreinverkenning zal uitmonden in het Vragenboekje (TAL-team, 1998b) aan de hand waarvan aan de deelnemers van de conferentie gevraagd wordt hoe zij denken over het rekenen met hele getallen in de hoogste vier groepen van de basisschool.

2 hoofdrekenen

Over hoofdrekenen lijkt al geruime tijd grote eensgezindheid te bestaan. Het pleidooi dat in '10 voor de basisvorming rekenen/wiskunde' werd gehouden om meer aandacht te besteden aan eigenschapsrekenen, handig rekenen, gevarieerd rekenen, het heuristische element van hoofdrekenen en het werken aan gevoel voor getallen, werd door bijna drie kwart van de respondenten volledig onderschreven en een kwart was het daar grotendeels mee eens (Cadot en Vroegindewey, 1986). Hetgeen in de kerndoelen wordt gezegd over hoofdrekenen, zal dan ook kunnen rekenen op een hoge mate van acceptatie in het onderwijsveld:

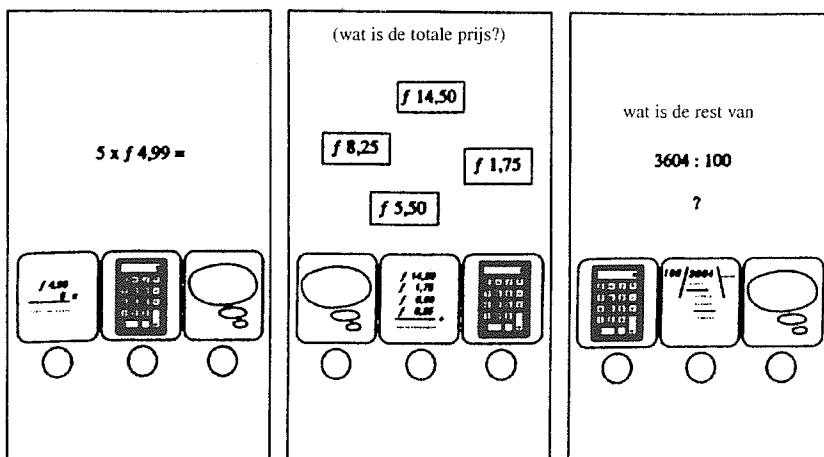
Kerndoel 3: De leerlingen moeten aan het eind van de basisschool eenvoudige hoofdrekenopgaven vlot kunnen uitrekenen waarbij ze de verschillende bewerkingen inzichtelijk kunnen toepassen.

Of dit doel voor een belangrijk deel wordt bereikt, is terug te vinden in de PPON-resultaten van 1992 (zie Bokhove, Van der Schoot en Eggen, 1996).

Naast het kunnen hoofdrekenen, moet deze rekenvorm voor de leerlingen ook een soort attitude worden. Bij opgaven die zich daarvoor lenen moet het een voor de hand liggend alternatief zijn. Het is echter de vraag of dit al het geval is.

hoofdrekenen als alternatief

Een in 1990 op achttien scholen uitgevoerd onderzoek³ (zie Van den Heuvel-Panhuizen, 1996) bij leerlingen van groep 7, liet zien dat bij opgaven die zich bij uitstek lenen voor hoofdrekenen (fig.3) vaak niet voor deze werkwijze wordt gekozen (fig.4).



figuur 3: opgaven waarbij gevraagd wordt naar de rekenwijze

gekozen werkwijze	5 x f 4,99		f 14,50 + f 8,25 + f 5,50 + f 1,75		de rest van 3604 : 100	
	1990 18 scholen groep 7	1996 14 scholen groep 8	1990 18 scholen groep 7	1996 14 scholen groep 8	1990 18 scholen groep 7	1996 14 scholen groep 8
uit het hoofd	25%	34%	14%	20%	24%	28%
op papier	26%	49%	42%	61%	33%	49%
met zrm	48%	17%	43%	19%	43%	24%
totaal	n = 376	n = 370	n = 376	n = 369	n = 376	n = 369

figuur 4: voorkeur voor een bepaalde werkwijze bij de opgave uit
figuur 3 in 1990 en 1996

De instructie die de leerlingen bij de opgaven hebben gekregen is: 'Je hoeft deze sommen niet uit te rekenen; je hoeft alleen maar aan te geven hoe jij deze sommen zou maken als je snel klaar wilt zijn.' Slechts een kwart van de leerlingen gaf aan de sommen uit het hoofd uit te rekenen. Bij de optelling was dit nog minder. Hier koos bijna de helft van de leerlingen voor de lange weg van onder elkaar schrijven en optellen, terwijl de getallen twee aan twee zo mooi op tien gulden uitkomen. Eenzelfde deel van de leerlingen koos voor het intoetsen van deze getallen op de rekenmachine.

Bij een herhaalde afname van deze opgaven in het MOOJ-onderzoek (Van den Heuvel-Panhuizen en Vermeer, 1999), zes jaar later en bij leerlingen van groep 8, lag het percentage leerlingen dat aangaf voorkeur te hebben voor een hoofdrekenende oplossing wel wat hoger, maar toch niet meer dan een derde van de leerlingen koos hiervoor. Vergeleken met de resultaten van het onderzoek in 1990 werd wel opvallend minder voor de rekenmachine gekozen. De voorkeur ging nu het meest uit naar een berekening op papier.

hoofdrekenen in de MOOJ-lessen

Afgaande op de reken-wiskundelessen die in het kader van het MOOJ-onderzoek in groep 8 zijn geobserveerd, waren deze bevindingen niet zo verwonderlijk. Bij deze observaties zijn signalen gevonden dat het onderwijs de leerlingen nog steeds in de richting van schriftelijk rekenwerk lijkt te sturen. In een van de lessen geeft de leerkracht de beurt aan Steve, een tamelijk goede leerling. Het gaat om een verhoudingsopgave (fig.5). Steve zegt hoe hij kapitaal C zou uitrekenen: ' 7×2500 '.

Kapitaal A	Kapitaal B	Kapitaal C	Verh.
f 2500,-			1 : 4 : 7

figuur 5: verhoudingsopgave uit MOOJ-observaties

Hij wil dit uit het hoofd gaan doen, maar de leerkracht stopt hem: 'Dit hoeft je niet uit je hoofd te doen. Zet het maar even onder elkaar. Dat is niet zo erg.' Het is te hopen dat in het Nederlandse onderwijs in het algemeen sprake is van een stimulerender klimaat voor hoofdrekenen en dat de opmerking van deze leerkracht maar een 'slip of the tongue' was.

een hoofdrekenvoorbeeld uit Engeland

Bij het volgende voorbeeld is dat in elk geval niet het geval. Hier lijkt sprake te zijn van een bewust beleid tegen hoofdrekenen. Het is een voorbeeld dat Beishuizen (in voorbereiding) beschrijft naar aanleiding van zijn verblijf in Engeland. Het komt uit een officieel document, het 'SCAA 1995 Re-

port' over de Key Stage 2 Test. In dit rapport, dat betrekking heeft op de toets voor elfjarigen en ouder, staat aangegeven hoe bepaalde antwoorden van leerlingen geïnterpreteerd moeten worden. In de betreffende opgave wordt gevraagd wat het kost om met 18 leerlingen een bezoek te brengen aan een kasteel (fig.6).

Total cost for 18 children to visit the castle at 95 p each?

Robert

18 children 95p each

$$18 \times £1 = £18 - 18 \text{ fives} = £18 - 90p$$

$$= £17.10 \pounds$$

figuur 6: toetsopgave uit Key Stage 2 en bijbehorend leerlingenwerk

Het bijbehorende leerlingenwerk is in het rapport van het volgende commentaar voorzien: 'Often inefficient and time-consuming methods.' Als op zo'n mooie oplossing van officiële wege nog zo'n reactie wordt gegeven, dan heeft het hoofdrekenen zoals wij dat voorstaan, in Engeland nog een lange weg te gaan. In feite laat Robert precies zien wat wij met hoofdrekenen bedoelen: het inzichtelijk rekenen met getallen (en niet met cijfers) door handig gebruik te maken van parate kennis en eigenschappen van getallen en bewerkingen, en waarbij op papier notities kunnen worden gemaakt.

hoofdrekenen internationaal vergeleken

Behalve dit Engelse voorbeeld zijn er nog andere aanwijzingen dat in Nederland in vergelijking met een aantal omringende landen het hoofdrekenen een belangrijkere plaats inneemt in het onderwijsprogramma. Zo liet een proefafname in het AMI-onderzoek⁴ zien (AMI Team, in voorbereiding) dat Duitse en Deense leerlingen bij een typische hoofdrekenopgave waarbij ronde, mooi bij elkaar passende getallen moesten worden opgeteld (zie fig.7), veel vaker kozen voor een cijferstrategie (fig.8).

Van de Duitse leerlingen koos zelfs 15 procent voor een lange optelling. De Nederlandse leerlingen bleken veel minder te cijferen. Hun lege kladblaadjes doen sterk vermoeden dat de leerlingen gebruik maakten van de mooie getallen, waardoor ze deze opgave gemakkelijk uit het hoofd konden uitrekenen.

Toegegeven, het percentage leerlingen dat met het goede antwoord kwam, was in Nederland iets lager dan in Duitsland. Maar weegt bij opgaven zoals deze het toepassen van een hoofdrekenstrategie niet op tegen een iets ho-

gere score die verkregen is met een min of meer blind toegepaste cijferstrategie waarbij de getallen er niet toe doen?

Alles bij elkaar

werkblad

45 50 55

45 50 55

45 50 55

45 50 55

Wat is het totaal van deze getallen?

figuur 7: opgave uit de AMI Pilot Test

		Denemarken n = 90	Duitsland n = 104	Nederland n = 100
goede uitkomst		68%	80%	74%
aard leerlingen- werk op kladblaadje	standaard berekeningen	58%	59%	29%
	informele berekeningen/notaties	17%	11%	4%
	ander leerlingenwerk	6%	13%	14%
	geen leerlingenwerk	19%	17%	53%
aard strategie	dezelfde getallen opgeteld en totalen opgeteld	42%	22%	31%
	dezelfde getallen vermenigvuldigd en totalen opgeteld	23%	32%	2%
	5%	5%	15%	3%
	lange optelling	11%	12%	10%
	andere strategie	19%	19%	54%
geen strategie zichtbaar				

figuur 8: de resultaten van de in figuur 7 afgebeelde opgaven uit de AMI Pilot test

Worden de resultaten van het AMI-onderzoek in ogenschouw genomen, dan lijkt het erop dat de trend van 'meer hoofdrekenen en minder cijferen' (zie ook Huitema, 1991) wel degelijk in de klassenpraktijk is doorgedrongen.

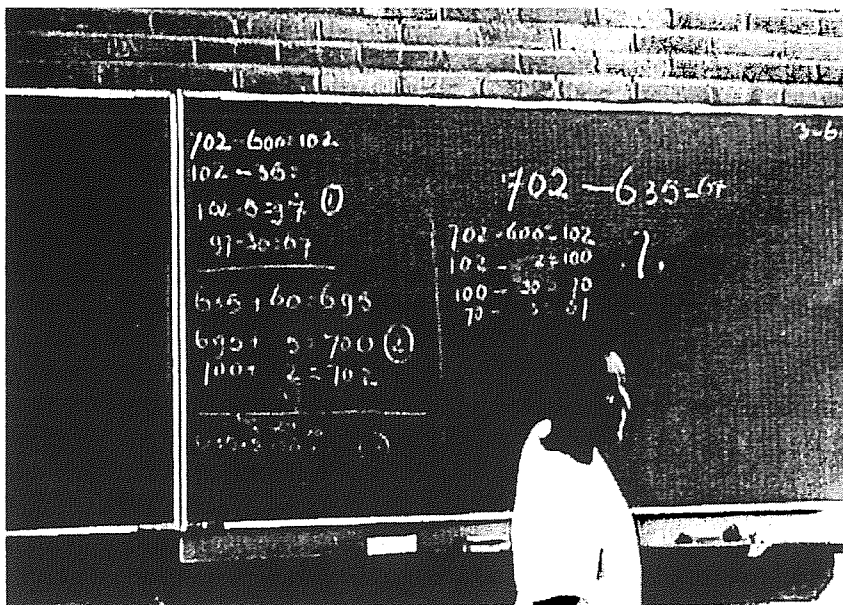
de hoofdrekenlespraktijk op de Santenkraam

Een memorabel voorbeeld zijn in dit verband de door Buijs (1997) beschreven lessen in groep 6 op de Santenkraam. De leerkracht van deze klas laat de kinderen bijvoorbeeld discussiëren over een rijtje sommen op het bord (fig.9) met als centrale vraag: 'Welke som vind je het gemakkelijkst?' Bij de bespreking van de volgorde in moeilijkheidsgraad komen vanzelf allerlei handige hoofdrekenstrategieën naar voren.

$100 - 48 =$ $72 - 39 =$ $83 - 50 =$ $102 - 93 =$
--

figuur 9: een rijtje met hoofdrekenopgaven op het bord

In een andere les van deze leerkracht worden de verschillende strategieën besproken om de opgave $702 - 635$ hoofdrekenend op te lossen. Op de video-opname die van deze les is gemaakt, is te zien dat een leerling begint met het verwoorden van de oplossing. Meteen als de leerling van wal steekt, zegt de leerkracht: 'Zal ik het opschrijven.' Vervolgens schrijft de leerkracht met de uitleg van de leerling mee op het bord. Zo wordt dit gedaan bij alle oplossingen die de leerlingen aandragen (fig.10).



figuur 10: de klassikale bespreking van $702 - 635$

Verder is opvallend dat de leerkracht de leerlingen ruim de tijd geeft om te na te denken. Daarnaast moedigt ze hen aan om ook als ze de uitkomst nog niet hebben gevonden alvast iets te zeggen over hoe ze het hebben aangepakt.

Tijdens het opschrijven van de strategieën, legt de leerkracht verbanden tussen de verschillende oplossingen en als de leerlingen hun werkwijze niet zo goed kunnen verwoorden, helpt ze hen: 'Je gaat dus aanvullen.' Ook steekt ze haar enthousiasme voor de hoofdreken-aanpakken niet onder stoelen of banken: 'Het mooie van hoofdrekenen is' Aan het eind van de bespreking vat de leerkracht bovendien nog eens alle strategieën samen.

3 schattend rekenen

Samen met het hoofdrekenen kan het schattend rekenen gezien worden als de grondslag voor gecijferdheid. Gerelateerd aan dit grote belang ziet het kerndoel dat handelt over het schattend rekenen er maar mager uit.

Kerndoel 4: De leerlingen moeten aan het eind van de basisschool uitkomsten globaal kunnen bepalen.

- A. In een prijzenpot zit f7225,80. Dit bedrag moet met z'n achten verdeeld worden. Hoeveel krijgt ieder ongeveer?

B. Hoeveel dagen ben je ongeveer oud?

 - A 400
 - B 4 000
 - C 40 000
 - D 400 000

Kies het antwoord dat het dichtst in de buurt ligt.

C. Op de A10 staat een file van 5 kilometer. Hoeveel auto's zijn dat ongeveer?

figuur 11: verschillende opgaven voor schattend rekenen

Schattend rekenen kent verschillende verschijningsvormen (fig. 11). Het kan zowel het ongeveer-rekenen met afgeronde getallen (zie opgave A) omvatten, als het ongeveer-rekenen met benaderingen van precieze getallen (zie opgave B). In het eerste geval zijn de precieze getallen wel gegeven, maar hoeft er niet precies gerekend te worden. In het tweede geval zijn de precieze getallen wel bekend, maar niet gegeven. De leerlingen moeten zelf met een benadering komen. Naast allerlei vormen van ongeveer-rekenen is er ook nog het schattend rekenen waarbij niet alle benodigde getalsma-

tige gegevens beschikbaar zijn en de leerlingen uit hun maatkennis uit het leven van alledag moeten putten (zie opgave C).

een korte geschiedenis van schattend rekenen

Vergeleken met het hoofdrekenen en het cijferen kent het schattend rekenen nog geen lange onderwijsgeschiedenis (zie Goffree (red.), 1995). Wat er in het verleden aan schattend rekenen in de methoden zat, is zeer summier. Zo werden bijvoorbeeld in de jaren dertig de leerlingen in de methode 'Fundamenteel Rekenen' van Diels en Nauta opgedragen om sommen als $4500,15 : 9,5$ eerst te schatten* en daarna precies uit te rekenen. Het schatten lijkt hier echter doel op zich te zijn. Pas later werd het schattend rekenen bewust didactisch gebruikt. Zo stond in de handleiding van de methode 'Functioneel rekenen' van Reijnders en Snijders, die uitkwam rond 1960, dat de leerlingen bij sommen als $3,8 \times 7,6$ eerst moeten aangeven tussen welke twee hele getallen de uitkomst ligt. Door dit vooraf inklemmen kunnen de leerlingen na het cijferen gemakkelijk de komma plaatsen. Ditzelfde is ook terug te vinden bij de tien jaar later verschenen methode 'Nieuw rekenen' van Bruinsma en anderen. In de rond diezelfde tijd op de markt gekomen methode 'Getal in beeld' van Nieland en anderen kwam voor het eerst het ongeveer-rekenen aan de orde (fig. 12).

Hoeveel ongeveer?

5×173

173 is ongeveer 170. *



$5 \times 170 = 850$





$5 \times 173 \approx 5 \times 170 = 850$

$9 \times 119 \approx 9 \times 120 =$

$7 \times 147 \approx 7 \times \dots$

$4 \times 161 \approx 4 \times 160 =$

$6 \times 152 \approx 6 \times \dots$

$5 \times 169 \approx 5 \times \dots =$

$3 \times 187 \approx 3 \times \dots$

figuur 12: ongeveer-rekenen in de methode 'Getal in beeld'

Vervolgens breekt de tijd van het Wiskobas-project aan (1968–1981). Goffree en anderen (1995) melden daarover dat Wiskobas in de beginperiode niet zoveel veranderingen in het schattend rekenen heeft aangebracht. Die kwamen pas na 1980. Voor die tijd bleef het schattend rekenen uitsluitend tot kale sommen beperkt. Daarna werd het schattend rekenen uitgebreid naar contextopgaven waarbij de leerlingen zelf inschattingen van meetgetallen moeten aandragen. Voorbeelden hiervan zijn te vinden in het NOT-

programma 'Pluspunt' en de methoden 'De wereld in getallen', 'Operator rekenen' en 'Rekenen & wiskunde'. Het overgrote deel van de schatopgaven in de tegenwoordige methoden wordt echter gevormd door opgaven waarbij in plaats van met de gegeven precieze getallen gerekend moet worden met ronde of anderszins mooi gemaakte getallen. Met andere woorden, het betreft vaak opgaven van het type zoals opgave A in figuur 12.

schatopgaven in de PPON

Dit soort schatopgaven is ook terug te vinden in de PPON-toetsen voor de peiling aan het einde van de basisonderwijs in 1992 (zie Bokhove, Van der Schoot en Eggen, 1996) (fig. 13).

A Suzan rekent uit op haar rekenmachine: $97 : 8 = 12125$ Bij het opschrijven van het antwoord vergeet ze de komma. Het goede antwoord is: _____	85%
B In de prijzenpot zit f 6327,75. Er zijn 8 winnaars die dit met elkaar moeten delen. Hoeveel geld moet ieder dan ongeveer krijgen? Rond af op honderd gulden. f _____	47%
C Yvonne rekent uit op haar rekenmachine: $715,347 + 589,2 + 4,553 = 13091$ Bij het opschrijven van het antwoord is ze de komma vergeten. Waar moet de komma staan? 1 3 0 9 1	44%
D $0,497 \times 48$ is ongeveer _____	29%

figuur 13: schatopgaven uit de eindpeiling PPON 1992 (groep 8) en de bijbehorende *p*-waarden

Vergeleken met de scores op de schatopgaven van de eerste PPON in 1987 zijn de resultaten bij de tweede PPON in 1992 omhoog gegaan. Volgens Bokhove, Van der Schoot en Eggen (1996) was er sprake van een klein, maar wel significant effect van het jaar van afname.

opvattingen over schattend rekenen

Toch waren de meningen in 1984 nog erg verdeeld over de vraag of schattend rekenen wel een volwaardige vorm van rekenen is (zie Cadot en Vroegindewij, 1986). De voorstanders van schattend rekenen gaven er een hoge prioriteit aan, omdat het de sociale redzaamheid verhoogt en het

de leerlingen kritisch leert kijken naar oplossingsmethoden. De tegenstanders daarentegen meenden dat als schattend rekenen doel op zich wordt, dat het dan belemmerend kan werken op de cijfervaardigheid.

Ook bij de gegevens die eind 1996 zijn verzameld voor het MOOJ-onderzoek is naar voren gekomen dat leerkrachten tegenover het schattend rekenen nog een tamelijk terughoudend standpunt innemen. Vergeleken met andere vernieuwende aspecten van de realistische reken-wiskundedi-dactiek, zoals het door leerlingen zelf laten vinden van oplossingen en het bespreken van verschillende oplossingsmanieren, wordt over het schat-tend rekenen en ongeveer-rekenen toch anders gedacht. Uit de antwoor-den op de bij veertien scholen afgenomen leerkrachtvragenlijst kwam naar voren dat dit laatste in vergelijking met het precies en nauwkeurig rekenen in het ideale onderwijs van de leerkrachten een minder grote plaats in-neemt (Van den Heuvel-Panhuizen en Vermeer, 1999).

schattend rekenen in de MOOJ-lessen

De in het kader van het MOOJ-onderzoek geobserveerde lessen lieten bo- vendien voorbeelden zien van een tekortschietende didactiek van het schattend rekenen. Zo werd de aanpak van Roos bij het schatten van het aantal dagen dat je oud bent (zie de aan McIntosh, Reys en Reys ontleende opgave B in figuur 11) ten onrechte door haar leerkracht afgewezen.

Als Roos de beurt krijgt om haar oplossing uit te leggen, begint ze als volgt: 'Ik heb het niet tot vandaag.' Dan vervolgt ze met: 'Ik heb 11×360 gedaan, dat heb ik geschat, is 4400.' De leerkracht schrijft op het bord ' 11×360 '. Op het woord 'schatten' legt de leerkracht de koppeling naar de vier ant- woorden waaruit gekozen moest worden. Hij vraagt iets in de trant van: 'Welke van de vier getallen heb je geschat?' Roos zegt dat ze 11×360 ge- daan heeft. 'Plus drie', vult de leerkracht aan. (De drie slaat op drie schrik- keljaren!) Roos zegt: 'Ja ..., nee, ik had het gewoon geschat.' Dan reageert de leerkracht met: 'Ze weet zelf niet wat ze gedaan heeft. Ze komt er zelf niet uit.' En vervolgens geeft hij een andere leerling de beurt. Het is duide- lijk dat voor deze leerkracht het schatten eigenlijk niet telt. Geen wonder dat de leerlingen er moeite mee hebben.

wel een schatvraag, niet een schatstrategie

Als de leerlingen steeds de boodschap krijgen dat het per slot van rekening om het precieze antwoord gaat dan zullen ze moeilijk tot schatten te bren- gen zijn. Het gevolg hiervan is dat bij opgaven waar expliciet een schat- vraag wordt gesteld, toch precies worden berekend.

De antwoorden van de leerlingen op de vraag of een tientje genoeg is om vier broden van f1,98 te kopen (fig14), zijn daar een voorbeeld van. Deze

opgave is in het begin van de jaren negentig aan leerlingen voorgelegd in het kader van onderzoek⁵ behorend bij het Speerpunt Rekenen.

Lieke wil 4 broden kopen van f1,98.
Ze heeft een tientje.
Is dat genoeg?

A *ja*

$$\begin{array}{r} 3 \\ 1,98 \\ 4 \times \\ \hline 7,92 \end{array}$$

B *ja*

$$\begin{array}{r} 1,98 \\ 1,98 \\ 1,98 \\ 1,98 \\ \hline 7,92 \end{array}$$

C *nee,*

$$\begin{array}{r} 4 \times 1 = 4,00 \text{ endan } 4 \times 9 = 360 \\ \text{endan } 4 \times 8 = 320 \\ \hline 4,00 \\ 320 \\ 360 \\ \hline 7,92 \end{array}$$

D *ja*

omdat 1,98 bijna 2,- is en $4 \times 2,- = 8,-$
 $8,- \text{ min } (4 \times 20) = 8,- \text{ min } (8) 0,08 = 7,92$

E *ja*

WANT 1,98 is bijna
 2 gulden en
 $4 \times 2 \text{ gulden is } 8$

figuur 14: brodenprobleem met leerlingenwerk

Destijds koos meer dan de helft van de leerlingen van groep 6, 7 en 8 een cijferende oplossing gericht op precies rekenen (leerling A, B en C) en minder dan een derde hanteerde een globale, schattende manier van rekenen (leerling D en E) (Treffers, Streefland en De Moor, 1996).

Als de hiervoor beschreven MOOJ-observatie representatief is voor de onderwijspraktijk van het schattend rekenen dan zal het leerlingenwerk van nu er waarschijnlijk niet veel anders uitzien. Om hier verandering in te brengen is niet alleen nodig dat er echt ruimte wordt gemaakt om te schatten en dat schattend rekenen een volwaardig doel wordt, maar ook dat de leerlingen de kans krijgen om te leren schatten. Net als de andere rekenvormen is schattend rekenen een vaardigheid die geleerd moet worden. Buijs (1998) voorbeelden van hoe dit onder andere kan.

didactische functie van schatten rekenen

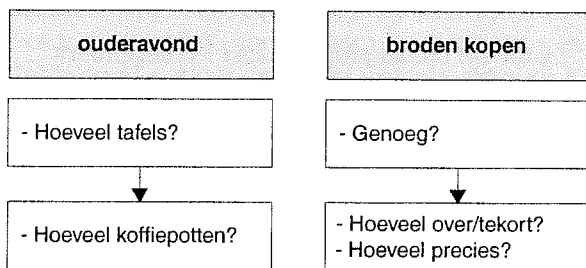
Naast een doel op zich, heeft het schattend rekenen ook een belangrijke didactische functie. Zo kunnen problemen toegankelijk gemaakt worden door het vooraf laten maken van schattingen. Het ontlast de leerlingen van het precies rekenen. Verder kan het achteraf schattend controleren van een gevonden uitkomst reflectie uitlokken - het kan bijvoorbeeld leiden tot het verder doordenken van de ontdekking dat de komma bij $19 \times 4,95 = 940,5$ wel fout moet staan.

Het meest expliciet is de didactische rol van het schatten als door het voor-

af schatten handige strategieën in beeld komen. Het werk van leerling D bij het brodenprobleem is daar een voorbeeld van (zie fig.14). Om dit didactisch mechanisme tot stand te brengen, moet in ieder geval aan twee essentiële voorwaarden voldaan zijn:

- er moeten mogelijkheden zijn voor interactie (de verschillende oplossingsmanieren moeten in de klas besproken worden);
- er moet sprake zijn van een onderwijsscenario met een *cluster van problemen*, dat door een uitgekende opbouw bepaalde leerkanen in zich heeft.

Deze clusters van problemen vormen als het ware mini-trajectjes waardoor een bepaald leerproces wordt uitgelokt. Uit een ander domein is daar de les over de ouderavond (zie Van Galen en anderen, 1991) een voorbeeld van. Het is gericht op het ontwikkelen van verkortingen in de strategie van het opvermenigvuldigen om later uit te komen bij een nog meer verkort deelalgoritme. Op dezelfde manier kunnen de leerlingen ook bij het brodenprobleem door een bepaalde opbouw in de vraagstelling via het schattend rekenen tot handig hoofdrekenen worden gebracht (fig.15).



figuur 15: het didactisch inzetten van clusters van problemen

het lange-termijn traject van het schattend rekenen

Met deze mini-trajectjes van schattend rekenen naar handig hoofdrekenen komt weer de vraag in beeld van het traject op de lange termijn. Is het zo, dat in het algemeen gesteld kan worden dat het precies rekenen voortkomt uit het schattend rekenen? En betekent dit dan dat - in domeinen gedacht - de leerlijn loopt van schattend rekenen, naar hoofdrekenen en tenslotte uitkomt bij het cijferen? Of kan er beter binnen domeinen gedacht worden en moet er bij elke leergang in de eerste fase ruimte zijn voor een kwalitatieve, schattende benadering?

Bij beide benaderingen blijft de vraag staan wanneer er met schattend rekenen begonnen moet worden. Pas in groep 8 ermee beginnen is te laat. Starten in groep 1 lijkt op het eerste gezicht te vroeg, maar dit is misschien toch te veel ingegeven door de cultuur van precies rekenen die altijd het

rekenonderwijs heeft beheerst. Waarom zou in allerlei telactiviteiten ook niet iets van schatten kunnen worden ingebouwd? In de TAL-brochure 'Onderbouw Hele getallen' (TAL-team, 1998) worden hiervoor ideeën aangereikt. Evenzo zou er ook al bij het rekenen tot 20 schattend gerekend kunnen worden (fig. 16).

	$9 + 8$
	$7 + 7$
> Welke som komt boven de 15?	$5 + 9$
	$9 + 3$
	$6 + 6$
	$8 + 8$

figuur 16: schatopgaven voor het rekenen tot 20

4 cijferend rekenen

Bij het cijferend rekenen speelt eveneens de vraag hoe vroeg ermee begonnen moet worden. Het is bovendien een vraag die samenhangt met de vrij dominantie positie van het cijferen in het rekenonderwijs.

opvattingen over cijferend rekenen

In '10 voor de basisvorming rekenen/wiskunde' wordt hiermee duidelijk gebroken. 'Minder tijd aan cijferen besteden en de einddoelen aanpassen', luidde de stelling bij de raadpleging in 1984. Bijna 60 procent van de respondenten was het hiermee volledig eens en bijna 40 procent was het er grotendeels mee eens (Cadot en Vroegindewey, 1986). Uit de uitgevoerde analyse van de commentaren bleek dat er desondanks toch ook bedenkingen bestonden tegen de voorgestelde nieuwe aanpak en rol van het cijferen. Zo zou het progressief schematiseren volgens sommige respondenten geen garantie bieden voor een voldoende cijfervaardigheid van de leerlingen en zou de nieuwe didactiek dan ook niet tot dogma verheven mogen worden. Ook stelde men vraagtekens bij de meersporigheid, omdat dit volgens de respondenten tot verwarring zou kunnen leiden. Verder vroeg men zich af of het werkelijk in minder tijd kon. Progressief schematiseren is gebaseerd op inzicht en dat kost nu eenmaal veel tijd, aldus respondenten.

Dit laatste raakt de kern van de discussie die altijd weer rond het cijferen oplaait, namelijk of er sprake moet zijn van inzicht of van instrumenteel leren. Beide standpunten zijn in de loop der tijd benadrukt en ze wisselden elkaar ook af. Enerzijds werd gevonden dat inzicht vooraf moest gaan aan het leren van de algoritmen (Brownell, 1956), anderzijds was ook duidelijk

dat begrip niet garant kon staan voor een goede beheersing ervan (Baroody en Ginsburg, 1986). Curcio en Schwarz (1998) vinden dat onderwijsactiviteiten ontwikkeld moeten worden die zowel bijdragen tot begrip als tot een goede vaardigheid. Eenvoudig is dit niet. Ze benadrukken dat er geen algoritmen bestaan om algoritmen te onderwijzen.

een cijfervoorbeeld uit de Verenigde Staten

De opvattingen van Curcio en Schwarz (1998) over het onderwijzen van algoritmen wordt duidelijk als ze over Jackie's aanpak vertellen. Jackie is een leerling uit grade 3 (groep 5). Ze heeft zelf een manier bedacht om 43-27 cijferend af te trekken (fig.17).

$\begin{array}{r} 43 \\ -27 \\ \hline 16 \end{array}$	$\begin{array}{r} 343 \\ -27 \\ \hline 16 \end{array}$	$\begin{array}{r} 43 \\ -27 \\ \hline 16 \end{array}$
Jackie's manier	andere cijferprocedures voor aftrekken	

figuur 17: verschillende manieren van cijferend aftrekken

De keuze om een sommetje als dit cijferend op te lossen is typerend voor het Amerikaanse onderwijs. Als zodanig is het geen goed voorbeeld voor de Nederlandse situatie. Interessant is hoe de leerkracht ermee omging. Om te beginnen vroeg ze aan Jackie om haar aanpak aan de klas uit te leggen. Maar daarna deed de leerkracht nog iets. Ze ging relaties leggen tussen de manier van Jackie en andere cijferprocedures voor het aftrekken.

Curcio en Schwarz hebben in hun artikel heel bewust het werk van Jackie opgenomen. Zij zijn namelijk grote voorstanders van reken-wiskundeonderwijs dat gebaseerd is op vondsten van leerlingen. Opmerkelijk is echter dat Curcio en Schwarz, ondanks het feit dat ze er vast van overtuigd zijn dat leerlingen zelf veel kunnen uitvinden, toch nog steeds worstelen met de vraag wanneer en hoe overgegaan moet worden tot het leren van het formele algoritme.

cijferen, handhaven of niet?

Anderen, zoals Dehaene (1997) nemen over het cijferen een veel radicaler standpunt in. Als we volgens Dehaene kijken naar de rekenvaardigheid van mensen, dan is het duidelijk dat onze hersenen niet gemaakt zijn om te cijferen. Daarom kunnen we het maar beter uit het onderwijsprogram-

ma halen. Een gelukkige bijkomstigheid is, dat dit nu ook kan. We hebben immers de rekenmachine, aldus Dehaene.

Behalve het bestaan van rekenmachines als argument voor het afschaffen van het cijferen, is een doorslaggevend motief hiervoor dat noch in het dagelijks leven, noch bij het uitoefenen van beroepen het cijferen nodig is. Van de andere kant zijn er verschillende redenen om het cijferen wel in het curriculum te handhaven: in geval van nood moet men immers op papier en potlood kunnen terugvallen, het heeft een traditie in maatschappij en onderwijs, reflectie op cijferprocedures kan bijdragen tot inzicht in het getallensysteem en - niet te vergeten - het algoritmiseren is een voorbeeld van een essentiële wiskundige activiteit.

De roep om het cijferen af te schaffen heeft het in Nederland tot nu niet gehaald. In 1993 is er voor gekozen om het cijferen in de kerndoelen op te nemen.

Kerndoel 8: De leerlingen moeten aan het eind van de basisschool de bewerkingen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen volgens de standaard-cijferprocedures of varianten daarvan kunnen uitvoeren en deze in eenvoudige situaties kunnen toepassen.

Wat wel in deze doelformulering duidelijk wordt, is dat de meest verkorte standaard-algoritmen niet meer door alle leerlingen bereikt hoeven te worden.

het leertraject naar cijferen

Over de weg die gevolgd moet worden om uit te komen bij het in het kern-doel geformuleerde gedifferentieerde eindniveau van cijferen, bestaan al uitgesproken opvattingen: het cijferen wordt ontwikkeld vanuit het gestileerd hoofdrekenen (zie Treffers, 1994). Dit houdt in dat de leerlingen in het begin, bij het verticaal rekenen, met getalwaarden (van links naar rechts) werken en dat ze later pas (mogelijk) de overstap maken naar het (van rechts naar links) rekenen met cijferwaarden. In figuur 18 is voor de vier bewerkingen deze weg met een aantal tussenstappen weergegeven. De stippellijn tussen stap c en d bij het aftrekken geeft aan dat het standaard-algoritme voor aftrekken niet direct uit het gestileerd hoofdrekenen kan worden afgeleid. Bij het delen is stap d weggelaten, omdat dit meest verkorte standaard-algoritme al is komen te vervallen.

Ofschoon dit schema wel de gedachte opbouw laat zien, doet het nog geen uitspraken over wanneer er met cijferen (in de meeste verkorte vorm) begonnen moet worden. In het Vragenboekje (TAL-team, 1998b) wordt het voorstel gedaan om dit tot medio groep 6 uit te stellen. Daarmee wordt daarvoor alle ruimte gegeven aan het hoofdrekenen. Dit betekent echter

geenszins dat er alleen maar uit het hoofd mag worden gerekend. In tegen-deel, hoofdrekenen impliceert dat er ook gebruik kan worden gemaakt van tussenberekeningen op papier en van visuele ondersteuning, zoals de lege getallenlijn.

	a	b	c	d
+	$\begin{array}{r} 257 \\ 585 + \\ \hline 700 + 130 + 12 = 842 \end{array}$	$\begin{array}{r} 257 \\ 585 + \\ \hline 700 \\ 130 \\ 12 \\ \hline 842 \end{array}$	$\begin{array}{r} 257 \\ 585 + \\ \hline 12 \\ 130 \\ 700 \\ \hline 842 \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 \\ 257 \\ 585 + \\ \hline 842 \end{array}$
-	$\begin{array}{r} 937 \\ 685 - \\ \hline 300 - 50 + 2 = 252 \end{array}$	$\begin{array}{r} 937 \\ 685 - \\ \hline 300 \\ -50 \\ + 2 \\ \hline 252 \end{array}$	$\begin{array}{r} -5 \\ 937 \\ 685 - \\ \hline 302 \\ -50 \\ \hline 252 \end{array}$	$\begin{array}{r} 813 \\ 937 \\ 685 - \\ \hline 252 \end{array}$
×	$\begin{array}{r} 87 \\ 9 \times \\ \hline 63 \\ 720 \\ \hline 783 \end{array}$	$\begin{array}{r} 87 \\ 9 \times \\ \hline 783 \end{array}$	$\begin{array}{r} 87 \\ 60 \times \\ \hline 5220 \end{array}$	$\begin{array}{r} 87 \\ 69 \times \\ \hline 783 \\ 5220 \\ \hline 6003 \end{array}$
÷	$\begin{array}{r} 32 / 7352 \setminus \\ \underline{3200} \quad 100 \times \\ 4152 \\ \underline{3200} \quad 100 \times \\ 952 \\ \underline{320} \quad 10 \times \\ 632 \\ \underline{320} \quad 10 \times \\ 312 \\ \underline{160} \quad 5 \times \\ 152 \\ \underline{128} \quad 4 \times \\ 24 \quad 229 \end{array}$	$\begin{array}{r} 32 / 7352 \setminus \\ \underline{6400} \\ 952 \\ \underline{640} \\ 312 \\ \underline{288} \\ 24 \end{array}$	$\begin{array}{r} 32 / 7352 \setminus \\ \underline{6400} \quad 200 \times \\ 952 \quad 20 \times \\ \underline{640} \quad 9 \times \\ 312 \\ \underline{288} \\ 24 \quad 229 \end{array}$	$\begin{array}{r} 200 \\ 20 \\ 9 \\ 229 \end{array}$

figuur 18: de weg van gestileerd hoofdrekenen naar cijferen

5 het gebruik van de rekenmachine

Een belangrijk vraag waar we vandaag de dag nog steeds voor staan is het gebruik van de rekenmachine. Het gaat dan vooral om het wanneer en het hoe van het gebruik. Dat de rekenmachine onderdeel uitmaakt van ons reken-wiskundecurriculum is al in de kerndoelen vastgelegd:

Kerndoel 6: De leerlingen moeten aan het eind van de basisschool de rekenmachine met inzicht kunnen gebruiken.

Toch is het niet zo, dat het gebruik van de rekenmachine op de scholen al gemeengoed was toen dit kerndoel werd vastgesteld. In 1992 gebruikte bijna 60 procent van de groepen 8 de rekenmachine, bijna 40 procent van de groepen 7 en in de groepen 6 lag het percentage op 15 procent (zie Bokhove, Van der Schoot en Eggen, 1996). Een eerder onderzoek van Edelenbos en Harskamp (1988) toonde aan dat in schooljaar 1987-'88 op ongeveer een derde van de basisscholen de rekenmachine wordt gebruikt bij het reken-wiskundeonderwijs.

opvattingen over het gebruik van de rekenmachine

Het beeld dat bij '10 voor de basisvorming rekenen/wiskunde' over de rekenmachine naar voren kwam, was hiermee vergeleken toch positiever. Van de respondenten was 65% het volledig eens en meer dan 30 procent het grotendeels eens met de stelling dat de rekenmachine een nuttig en zelfs onmisbaar hulpmiddel is bij het toekomstig reken-wiskundeonderwijs (Cadot en Vroegindewey, 1986). Hier werd nog aan toegevoegd dat het gebruik van de rekenmachine niet ten koste mocht gaan van elementaire basisvaardigheden en men er in het onderwijs niet al te vroeg mee moet starten. Ondanks deze toevoegingen lokte de stelling toch bezorgde reacties uit. De respondenten stelde duidelijke voorwaarden aan het gebruik: pas introduceren als de basisvaardigheden worden beheerst. Ook was men bang dat het zou leiden tot slordigheid en gebrek aan inzicht in de rekenprocedures, aldus de bevindingen van Cadot en Vroegindewey.

Het belang van het gebruik van de rekenmachine werd al twintig jaar geleden in toonaangevende rapporten als 'Mathematics Counts' (in 1982 verschenen in Engeland) en 'An Agenda for Action' (in 1980 verschenen in de Verenigde Staten) uit de doeken gedaan. In de 'Proeve...' (Treffers en De Moor, 1990) worden de in deze rapporten genoemde argumenten nog eens samengevat. Genoemd worden de maatschappelijke relevantie, de bijdrage die de rekenmachine kan leveren aan het terugdringen van het schriftelijk rekenen, de versterking van het inzicht in de getallen en operaties, de grotere aandacht voor toepassingen, de mogelijkheden tot probleem-oplossen, de hulp die de rekenmachine kan bieden aan zwakke rekenaars, de

motiverende werking die er vanuit kan gaan en de bijdrage die de rekenmachine kan leveren aan het ontwikkelen van een wiskundige attitude.

functies van het rekenmachine

Kijken we naar de manier waarop de rekenmachine in het reken-wiskundeonderwijs kan worden gebruikt dan kunnen verschillende functies onderscheiden worden:

- rekenhulpfunctie;
- didactische functie;
- onderzoeksfunctie.

Van de eerste functie is sprake als de rekenmachine wordt gebruikt om tijdrovende rekenprocedures te bekorten (zoals bijvoorbeeld mogelijk is bij opgave A in figuur 19). Van didactisch gebruik van de rekenmachine is sprake als deze ingezet wordt om reflectie uit te lokken (zoals bijvoorbeeld mogelijk is bij opgave B in figuur 19). Op deze manier is de rekenmachine een hulpmiddel tot een beter inzicht in de getallen en een verdiept inzicht in de operaties.

A	NOTA	
	tent	495,--
	bagagepunt	47,50
	grondzeil	19,95
	windscherm	36,70
	rubber hamer	12,75
	Totaal	
B	Bereken met de rekenmachine de rest van $734:19$	
C	$5 \times 8 - 5 \times 8 =$	

figuur 19: rekenmachine-opgaven

In aanvulling op deze eerste twee functies kan ook nog de onderzoeksfunctie genoemd worden. Dan gaat het er vooral om zicht te krijgen op de werking van de rekenmachine (het zelf uitrekenen van opgave C in figuur 19 en het laten uitrekenen van deze opgave op de rekenmachine kan tot een verrassend verschil in uitkomst leiden).

moment van invoering

Het belangrijkste discussiepunt bij de inpassing van de rekenmachine is steeds geweest - en is nog steeds - het moment van invoering. Onduidelijk is in welk leerjaar met de introductie van de rekenmachine begonnen moet worden. In de 'Proeve...' (Treffers en De Moor, 1990) worden de volgende

voorwaarden aangegeven. Voordat de rekenmachine wordt geïntroduceerd moeten de leerlingen:

- het getallengebied tot honderd goed beheersen;
- begripsmatig met machten van tien kunnen werken ($\times 10, \times 100, \dots, :10, : 100, \dots$);
- al in het laatste stadium zijn van het leren van de cijferalgoritmen.⁶

De bovenstaande voorwaarden geven duidelijk aan dat de leerlingen op school pas met de rekenmachine mogen werken als ze goed kunnen rekenen. De 'Proeve...' (Treffers en De Moor, 1990) spreekt zich uit voor een introductie die op z'n vroegst plaatsvindt in groep 6. Gezien bovenstaande voorwaarden valt hier heel wat voor te zeggen. Maar hoe zit het dan met de didactische functie? Kan de rekenmachine ook geen bijdrage leveren aan het leren beheersen van de basisvaardigheden? En gelden de hier-voorgenoemde voorwaarden ook voor zwakke rekenaars?

In Engeland is recent door de verbanning van de rekenmachine uit de klas - als een reactie op eerder beleid waarbij de introductie al in de kleutergroepen plaatsvond - een heuse rel ontstaan. MacKernan (1998) noemt het een monsterlijk idee als zwakke leerlingen geen rekenmachine meer zouden mogen gebruiken. De maatregel is voor hem hetzelfde als wanneer leerlingen met rekenproblemen van school verbannen zouden moeten worden en blinde leerlingen geen braille meer zouden mogen gebruiken. Wat volgens hem werkelijk zou helpen om leerlingen gecijferd te maken, is het cijferen te verbieden totdat de leerling in staat zijn berekeningen te maken zonder te cijferen.

Deze laatste opvatting heeft wel enige verwantschap met de eerder geschetste leerweg van het cijferen via het gestileerd hoofdrekenen (zie figuur 18). Van een verbanning van het cijferen is daarbij echter geen sprake. Zo ook is de inpassing van de rekenmachine niet bedoeld om het cijferen te laten vervallen. Waar het uiteindelijk om gaat, aldus de 'Proeve...' (Treffers en De Moor, 1990), is dat de leerlingen op den duur een zodanige houding ontwikkelen dat ze zelf kunnen beslissen of ze voor een bepaalde berekening:

- uit het hoofd rekenen;
- op papier rekenen;
- een rekenmachine gebruiken;
- een mengvorm toepassen.

Dan is er in feite pas sprake van gecijferdheid dat als algemeen en verbindend doel boven de meer specifieke kerndoelen staat (zie ook TAL-team, 1998).

6 gecijferdheid als overkoepelend doel

Het idee van gecijferdheid als overkoepelend doel van het reken-wiskundeonderwijs vormt de afsluiting van deze terreinverkenning ten behoeve van de ontwikkeling van de leerlijn 'hele getallen' voor de bovenbouw voor de basisschool. Het is ook het onderwerp waarmee het Vragenboekje (TAL-team, 1998b) wordt afgerond.

De keuze voor gecijferdheid als overkoepelend doel houdt in dat het onderwijs niet zozeer gericht is op het aanleren van specifieke rekenvormen, maar veel meer op het bij leerlingen ontwikkelen van een gezond rekenverstand waarbij de leerlingen, gewapend met een dosis maatkennis en kennis van getalrelaties, allerlei toepassingsproblemen vlot en met inzicht kunnen oplossen. In plaats van het geïsoleerd kunnen toepassen van de verschillende rekenvormen moeten de leerlingen — zoals hiervoor ook al is aangegeven — leren een adequate keuze te maken voor een bepaalde rekenvorm. Zolang nog minder dan een derde van de leerlingen in groep 8 ervoor kiest om de rest van 3604:100 uit het hoofd uit te rekenen (zie figuur 4), vraagt de realisatie van dit doel nog de nodige aandacht.

Een tweede aspect van gecijferdheid staat misschien nog meer in de kinderschoenen - zo het al wordt onderschreven als doel van rekenonderwijs op de basisschool. Het betreft hier het verticale aspect van gecijferdheid. Dit heeft meer betrekking op de wiskundige elementen van het rekenen, zoals de samenhang tussen de operaties en een verdiept inzicht in het getallensysteem. Hoeveel draagvlak hiervoor bij deskundigen op het gebied van het reken-wiskundeonderwijs te vinden is, zullen de reacties op het Vragenboekje (TAL-team, 1998) uitwijzen. Wij kijken hier naar uit en zullen u laten delen in de resultaten.

noten

- 1 Het doel van het TAL-project is het beschrijven van leerlijnen voor het vak rekenen-wiskunde op de basisschool. In deze leerlijnbeschrijvingen zijn voor de verschillende leerjaren tussendoelen opgenomen. De tussendoelen vormen een verdere uitwerking en aanvulling van de kerndoelen voor rekenen-wiskunde. De leerlijnbeschrijvingen worden uitgegeven in brochurevorm en gaan vergezeld van een cd-rom met videofragmenten van leerlinggedrag en onderwijsactiviteiten. Het project is in 1997 geïnitieerd door het ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen en wordt uitgevoerd door het Freudenthal Instituut samen met de SLO en de CED. Aan het TAL-project werken mee: J. Bokhove, J. van den Brink, K. Buijs, A. Buter, E. de Goeij, F. Goffree, H. Hermesen en anderen (ict-ondersteuning), W. Hofman (secretariële ondersteuning), M. van den Heuvel-Panhuizen (coördinator), E. de Moor, J. Nelissen, A. Noteboom, A. Trefers, W. Uittenbogaard, I. Veenman, A. Veltman, J. Verwaal.
- 2 Naar een idee van K. Buijs.
- 3 Het betrof hier een onderzoek dat is uitgevoerd in afwachting van subsidietoelagen.

- kenning voor een vervolg op het MORE-onderzoek (Gravemeijer en anderen, 1993). Doordat deze subsidie niet is verkregen, heeft dit vervolgonderzoek geen doorgang gevonden.
- 4 AMI staat voor 'Applying Mathematics International'. In het AMI-project wordt internationaal vergelijkend onderzoek gedaan naar de reken-wiskundeprestaties van leerlingen in groep 6 (grade 4) op het gebied van het toepassen van rekenen-wiskunde. De coördinatie van het project is in handen van het Freudenthal Instituut en OCTO. Naast Nederland doen Denemarken, Engeland en Duitsland mee aan het onderzoek.
 - 5 Dit onderzoek is destijds uitgevoerd door A. Noteboom.
 - 6 Treffers en De Moor (1990) noemen hierbij ook nog het maken van een schatting. Dit is echter uit deze opsomming weggelaten, omdat zowel voor het precies rekenen als voor het schattend rekenen geldt dat de leerlingen een adequate keuze in werkwijze moeten kunnen maken.

literatuur

- AMI Team (in voorbereiding). *Applying mathematics in primary school. The AMI Pilot Study*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Baroody, A.J. en H.P. Ginsburg (1986). The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In J. Hiebert (ed.). *The case of mathematics*. Hillsdale, N.J.:Lawrence Erlbaum Association, 75-112.
- Beishuizen, M. (in voorbereiding). *Ontwikkelingen in Engeland zeer on-Engels*.
- Bokhove, J., F. van der Schoot & T. Eggen (1996). *Balans van het rekenonderwijs aan het einde van de basisschool 2*. Arnhem: Cito.
- Brownell, W. (1956). Meaning and skill — Maintaining the balance. *Arithmetic Teacher*, 3 (October 1956), 129-136.
- Buijs, K. (1998). Schattend rekenen moet je leren. *Willem Bartjens*, 17(5), 16-22.
- Buijs, K. (1997). Hoofdrekenen, je krijgt er nooit genoeg van. *Willem Bartjens*, 17(1), 32-38.
- Cadot, J. & D. Vroegindewij (1986). *10 voor de basisvorming rekenen/wiskunde onderzocht*. Utrecht: OW&OC, Universiteit Utrecht.
- Curcio, F.R. & S.L. Schwarz (1998). There Are no Algorithms for Teaching Algorithms. *Teaching Children Mathematics*, 5(1), 26-30.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense. How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.
- Edelenbos, P. & E.G. Harskamp (1989). *Zakrekenmachines in de basisschool. Deelrapport*. Groningen: RION.
- Galen, F. van, M. Dolk, E. Feijs, V. Jonker, N. Ruesink, W. Uittenbogaard (1991). *Interactieve video in de nascholing rekenen-wiskunde*. Utrecht: CD-β Press, Universiteit Utrecht.
- Goffree, F. (red.) (1995). *Handboek voor de rekencoördinator*. Enschede: SLO e.a.
- Gravemeijer, K., M. van den Heuvel-Panhuizen, G. Donselaar, N. Ruesink, L. Streefland, W. Vermeulen, E. te Woerd, D. van der Ploeg (1993). *Methoden in het reken-wiskundeonderwijs, een rijke context voor vergelijkend onderzoek*. Utrecht: CD-β Press, Universiteit Utrecht.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den (1996). *Assessment and realistic mathematics education*. Utrecht: CD-β Press, Universiteit Utrecht.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den & H. Vermeer (1999). *Verschillen tussen meisjes en*

- jongens bij het vak rekenen-wiskunde op de basisschool*. Utrecht: CD-β Press, Universiteit Utrecht.
- Huitema, S. (1991). Meer hoofdrekenen minder cijferen. *Willem Bartjens*, 11(1), 4-7.
- MacKernan, J. (1998). Ban algorithms. *Mathematics Teaching*, 164(5).
- Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen (1993). Kerndoelen basisonderwijs. *Uitleg*, 9(18b), 3-19.
- TAL-team (1998a). *Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele Getallen. Onderbouw Basisschool*. Utrecht: Freudenthal Instituut i.s.m. SLO en CED.
- TAL-team (1998b). *Vragenboekje. Hele getallen. Bovenbouw Basisschool*. Utrecht: Freudenthal Instituut i.s.m. SLO en CED.
- Treffers, A., E. de Moor & E. Feijs (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 1. Overzicht einddoelen*. Tilburg: Zwijssen.
- Treffers, A. & E. de Moor (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 2. Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijssen.
- Treffers, A. (1994). Kerndoel cijferen - voorstel tot een nadere uitwerking. In: C. van den Boer & M. Dolk (red.). *Rekenen in de bovenbouw van de basisschool*. Utrecht: Panama/HvU en Fi/Universiteit Utrecht, 11-17.
- Treffers, A., L. Streefland & E. de Moor (1994). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 3A. Breuken*. Tilburg: Zwijssen.
- Treffers, A., L. Streefland & E. de Moor (1996). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 3B. Kommagetallen*. Tilburg: Zwijssen.