
Taal en betekenis in het realistisch reken-wiskundeonderwijs

J.M.C. Nelissen¹
School Adviescentrum, Utrecht

1 Een vlotte prater: een vaardige rekenaar?

In onderzoek (Secada 1992) is gewezen op een opvallend verband tussen taalvaardigheid en het oplossen van wiskundige problemen. Tevens blijkt echter dat er ook nog veel onverklaarde variantie tussen taal en wiskunde voorkwam en moesten de onderzoekers concluderen dat de relatie tussen taal en wiskunde erg complex is.

De relatie tussen taal en rekenen-wiskunde krijgt de laatste tijd in publicaties en op conferenties steeds vaker aandacht en dat lijkt terecht. Maar wat valt over die relatie precies te zeggen behalve dat die complex is?

Is een kind dat goed rekt altijd ook een kind met een vlotte babbel? Volgens Secada is het verband tussen 'fluency' en wiskunde niet erg sterk. In de onderwijspraktijk is dat ook nooit echt opgevallen, vlotte pratere hoeven niet per se ook vlotte rekenaars te zijn. En iemand die de spelling perfect onder de knie heeft, zou die daarvan profiteren in de reken-wiskundeles? Ik weet niet of dit ooit is onderzocht maar ik zou die vraag niet op voorhand met een volmondig 'ja' durven beantwoorden. Hoewel, spelling is een kwestie van het juist kunnen toepassen van regels en als je dat hebt geleerd, geeft dat toch blijk van een zekere denkdiscipline die je bij rekenen ook weer goed kunt gebruiken. Wie mooie gedichten kan schrijven, is ook goed in rekenen? Een dichter speelt met beelden en metaforen, terwijl ook in de wiskunde ervaringen worden geordend door het construeren van betekenisvolle metaforen ('images'), zegt Sfard (1995).

Kan de reken-wiskundendidacticus profiteren van het werk van de taalwetenschapper op het gebied van etymologie of idioom? Wie weet, de speurtocht naar de oorsprong van woorden kan inspireren tot een speurtocht met de kinderen naar de ontstaanswijze van begrippen en procedures, bijvoorbeeld lengtematen of verschillende getalsystemen. Men zou kunnen spreken van de etymologie van wiskundige termen en werkwijzen. En wat het idioom betreft, is het interessant om met de kinderen het taaleigen van de wiskundige te onderzoeken en dat te vergelijken met het idioom van

niet wiskundigen. Waarom worden relaties en begrippen juist op deze bepaalde manier uitgedrukt, zou het ook anders kunnen? Het is interessant om in dit verband verschillende getalsystemen met elkaar te vergelijken. Ben je in de rekenles geholpen met kennis van de syntaxis en een goed gebruik van grammaticale regels? Dat is ook al niet erg zeker, want sinds Chomsky weten we dat kinderen al op drie- à vierjarige leeftijd in staat zijn grammaticaal goed gevormde zinnen te maken, terwijl ze een eenvoudige opgave als '2 + 1' niet kunnen uitvoeren. Ze zullen bijvoorbeeld niet vaak zeggen: 'Fietsje ik gevallen ben met mijn', al zondigen ze natuurlijk nog veel tegen de geldende regels. De syntaxis is, vergeleken met de semantiek en de pragmatiek, relatief vroeg voltooid in de taalontwikkeling (Garton, 1992).

Hoe is nu de relatie tussen taal, beschouwd als semantisch systeem, en de wiskunde? Misschien mag de vraag ook zo worden gesteld: is er een relatie tussen taal als representatiesysteem en het hanteren van wiskundige representaties?

Woorden en begrippen die worden gebruikt, representeren ervaringen die zich zowel in de buitenwereld als intern afspelen. Woorden, zo leren kinderen, zijn verwijzend en krijgen daardoor betekenis. Het woord 'boos' verwijst naar een bepaalde gemoedstoestand, 'pop' naar iets waarmee je kunt spelen, 'spelen' naar een leuke activiteit en 'Els' is een naam, bijvoorbeeld van een zus. Woorden kunnen iets representeren dat er is of (nog) niet is: 'Mijn jasje is nat' en 'Als het regent, word je nat'. Begrippen zijn verbonden met het denken: een poes is een dier en een hond ook. Er worden representaties (begrippen) gevormd, steeds gedifferentieerder en op steeds hoger, formeel niveau (Breeuwsma, 1993). Kortom, in de taal worden gedachten en betekenissen geleerd en gebruikt als representaties. De kinderen leren de taal dus als representatiesysteem, maar ook het mathematiseren wordt gekenmerkt door het gebruik van representaties.

De eerste wiskundige ervaringen worden opgedaan in het spel en uitgedrukt in taal. Een kind hoort aftelversjes en leert dat de getallen 'één', 'twee', 'drie' een volgorde representeren. In een later stadium leert het ook de erbij behorende symbolen. Ook andere wiskundige ervaringen worden opgedaan in nauwe relatie met de taal. Wat is veel, veraf, groter, zwaarder, morgen, te zwaar? Er worden foto's vergeleken met de werkelijkheid, huisjes getekend, verstoppertje gespeeld en steeds worden daarbij wiskundige ervaringen opgedaan die uitgedrukt worden in taal en begrippen. Deze begrippen representeren basale wiskundige ervaringen.

Taal en wiskunde zijn beide representatiesystemen en als zodanig van meet af aan met elkaar verweven. Een kind ontwikkelt het besef dat mensen iets in hun hoofd kunnen representeren. Als dat besef er niet is, kan

dat gevolgen hebben voor de verdere ontwikkeling op het gebied van taal en rekenen. Bij jonge kinderen is dat besef nog slechts ten dele aanwezig. Het volgende proefje (ontleend aan Perner, 1990) kan dat verduidelijken. Perner liet aan kinderen van ongeveer drie jaar een doos zien en op de bodem van de doos was een tekening zichtbaar. De vraag aan de kinderen was om de tekening op de bodem van de doos te laten zien. Er kwamen verschillende reacties. De kinderen tot drie à vier jaar lieten de tekening zien, maar hielden de doos zo dat ze altijd zelf de tekening ook nog konden zien. Deze kinderen konden de tekening in hun hoofd (nog) niet representeren. Zien is weten bij deze kinderen. De oudere kinderen konden de tekening wel in hun hoofd representeren en hielden de doos zo vast dat ze zelf de tekening niet meer konden zien, maar de volwassene wel. Deze kinderen beseffen dat je in je hoofd de werkelijkheid kunt voorstellen. Niet slechts zien is weten, ook representeren is weten.

Nu heeft zelfs de taal van de jongste kinderen al in zekere mate een verwijzend karakter, maar de representaties zijn meestal nog sterk situatiegebonden en worden door de situatie uitgelokt. Dorst voelen is de impuls voor: 'Melk' en behoefte doen of al gedaan hebben voor: 'Bah'. De met het lexicon en de semantiek verbonden representaties, dat zijn de cognitieve representaties zoals Perner die onderzocht (begrippen die verwijzen naar een kennisbestand), ontwikkelen zich vooral vanaf het derde à vierde jaar. Rond die leeftijd vindt er, althans op bepaalde inhoudelijke domeinen, een overgang plaats (een 'shift' zegt Keil, 1989) waarbij kinderen een begrip niet meer slechts opvatten op basis van karakteristieke (deels ook toevalige) kenmerken. Ze snappen van een begrip nu de definiërende kenmerken. Het woord 'oom' staat eerst voor een concrete figuur en/of een vriendelijke en goedgeefse man, maar na de 'shift' representeert het begrip 'oom': de broer van mijn vader of moeder, die in principe dus nog heel jong en zelfs onaardig kan zijn. Er is een representatie op hoger semantisch niveau gevormd. Zo is ook een getal eerst zo iets dat evenveel is als bijvoorbeeld twee, vier of vijf vingers. Maar vervolgens leert het kind dat hetzelfde woord ook nog de representatie is van: zoveelste, het nummer van een huis, het resultaat van een meetactiviteit en nog later zelfs iets dat 'onder de nul' zit (een negatief getal). Begrippen worden dus op steeds hoger niveau gebruikt, ze worden bewuster zei Vygotskij (1977) en dat wil zeggen dat het opereren met de begrippen - bijvoorbeeld met getallen - reflectiever wordt.

In weer een later stadium maken de kinderen kennis met allerlei symbolen als representaties van begrippen en operaties. De kinderen ervaren dat rekenen-wiskunde wordt gekenmerkt door een geheel eigen idioom dat soms erg afwijkend is van hun dagelijkse taal en manier van denken. Essentieel

voor een goed taalgebruik is natuurlijk het lexicon, een voldoende woordenschat. Met name allochtone kinderen ondervinden die taallast bij het leren rekenen als hun woordenschat beperkt is. Overigens geldt hetzelfde voor autochtone kinderen. Maar zelfs volwassenen die een bepaalde vreemde taal niet (goed) machtig zijn, zullen er last van hebben als ze in die taal een (wiskundig) probleem moeten oplossen. Die ervaring is bij velen welbekend. In de volgende paragraaf gaan we hier nader op in.

2 Taal en woordenschat

Uit de dagelijkse praktijk en onderzoek (zie De Wit, 1996) is bekend dat zich in het reken-wiskundeonderwijs met name bij allochtone leerlingen veel problemen voordoen. Verschillende auteurs hebben aandacht aan deze problemen besteed en een verband gelegd tussen achterstanden op het gebied van het rekenen en het gebied van de (Nederlandse) taal (Verbeeck, 1996; Biemond, 1996; Van den Boer, 1996). De oorzaak van de problemen in de rekenles werden in het recente verleden nog vaak in de rekendidactiek zelf gezocht en gelegd. De realistische methoden zouden namelijk voor deze kinderen 'veel te verbaal' van karakter zijn. Men zocht de oplossing in 'non-verbale' methoden zodat de kinderen geen extra taallast zouden ondervinden. Men vergat daarbij dat de kinderen op die manier werd onthouden wat ze nu net het meest nodig hadden: stimulans op het gebied van de taal, ook tijdens de rekenles. Als men met 'non-verbale' methoden zou werken (bedoeld wordt natuurlijk dat men de kinderen liever schriftelijk laat werken, dat wil zeggen cijferen) hebben de kinderen natuurlijk dezelfde taalproblemen, alleen zijn ze dan niet manifest.

Natuurlijk betekent dit niet dat we de problemen die werden gesignaleerd niet serieus zouden moeten nemen, het tegendeel is waar. Gebrekkige kennis van de Nederlandse taal en een onvoldoende ontwikkelde woordenschat stelt de leerkracht ook in de rekenles voor lastige problemen. In het volgende protocolfragment zien we hoe een leerkracht op zo'n probleem reageert (Lk. is de leerkracht, K. is het kind).

Lk.: 'Hoeveel is 3 plus 9?'

K.: (gebruikt het rekenrek) 'Ik doe alles naar een kant.'

Lk.: 'Nee, doe alles maar weer terug en opnieuw.'

K.: (schuift alle kralen weer terug en zegt dan opeens) 'Oh ja juf....twee-tien.'

Lk.: 'Wat zeg je me daar nou?'

K.: 'Ik zeg twee-tien, het is samen twee-tien.'

Lk.: 'Zeg je dat zo?'

K.: 'Ja...eh....twaalf, ja twaalf.'

Lk.: 'Het was slimmer als je had gezegd: ik begin met de grote' (ze bedoelt de 9).

Het was wellicht ook slimmer geweest - en voor het kind leerzamer - als deze juf op de creatieve vondst van het kind ('twee-tien') serieus was ingegaan. Dan zou bij het kind reflectie zijn gestimuleerd op de eigen manier van rekenen en uit de waarderende woorden van de juf - waarvoor redenen genoeg zijn - had het kind veel plezier en zelfvertrouwen kunnen putten.

Niet alleen de mondelinge communicatie is lastig maar ook de schriftelijke, zoals een analyse van rekenmethoden (ook de realistische) ons kan leren. Verbeeck (1996) inventariseerde een aantal tekorten. Bijvoorbeeld cultureel bepaalde opdrachten ('spaarvarken'), cryptische opdrachten (te weinig informatie), onduidelijke opdrachten, opdrachten met te moeilijke woorden. Zulke opdrachten moet de leerkracht dus extra toelichten, dat geldt ook voor de Nederlandse kinderen. Interessant is ook de kritiek van Verbeeck op de tekeningen, meestal tekeningen op werkbladen. Soms is er geen enkel verband tussen tekst en tekening en hebben de auteurs dus niet kunnen tegenhouden dat de illustratoren regelmatig lolligheidjes bedenken. Als er wel een verband is tussen tekst en tekening, dan is die niet steeds eenduidig. Verbeeck geeft op basis van haar kritische analyse een aantal suggesties voor verbetering. Ze pleit ervoor kinderen vragen te laten stellen over een opdracht en vooral na te gaan of ze een context juist interpreteren. Aardig is haar suggestie om de kinderen zelf contexten te laten bedenken.

Uit observaties tijdens rekenlessen bleek onder meer dat allochtone cursisten over onvoldoende taalmiddelen beschikken om denkrelaties (bijvoorbeeld: als... dan) te verwoorden en daardoor blijven steken in zeer algemene en weinig precieze formuleringen (Duvigneau en Van den Hurk, 1995). Doorgaans verzuimden de docenten aandacht te besteden aan het gebruik van de juiste begrippen ('rekentaalwoorden'). Het is voor kinderen vaak onduidelijk wat met bepaalde woorden wordt bedoeld. De Britse onderzoekers Durkin en Shire (1991) spreken in dit verband over lexicale ambiguïteit. Zo kan het voor kinderen - die immers nog van niets weten - verwarrend zijn dat symbolen vaak door verschillende woorden worden aangegeven. Voor het symbool '=' bijvoorbeeld worden termen gebruikt als: geeft, resulteert in, is gelijk, betekent, maakt. Zie ook het volgende gespreksfragment.

Lk.: 'Weet je ook wat volume betekent?'

K.: 'Ja.'

Lk.: 'Leg eens uit wat het is.'

K.: 'Nou, dat is die knop op het TV toestel.'

In het dagelijkse leven hebben we niet zoveel last van ambiguïteit vanwege de vele situationele 'cues'. In de rekenles echter worden de kinderen vaak onvoorbereid geconfronteerd met woorden als: tafel, maal, hoek, groot-

heid, macht, verzameling, klein getal, operatie, match, delen en nog veel meer.

Durkin en Shire geven enkele waardevolle suggesties om het probleem van de lexicale ambiguïteit aan te pakken. Ten eerste, wees er altijd op bedacht dat woorden ambigu kunnen zijn. Ten tweede, werk secuur met contexten en leg het kind de context-specifieke betekenis uit van begrippen. Ten derde is het leerzaam om expliciet conflicten uit te lokken waar ambiguë termen aanleiding toe geven. Confronteer de kinderen daarom rechtstreeks met de ambiguïteit. Dat was in volgende voorbeelden goed mogelijk geweest.

Lk.: 'Nu wil ik een gemakkelijke manier weten om het getal 17 te splitsen.'

K.: '1 en 7.'

Lk.: 'Dat is geen 1, dat is een 10.'

Het kind komt er zo niet achter dat het woord splitsen diverse betekenissen heeft.

Lk.: 'Zou je gepast kunnen betalen?' (een pot verf kost f 13,45 en er is een aantal munten en papiergeld weergegeven).

K.: 'Ja...gepast.'

Lk.: 'Hoe kun je gepast betalen?'

K.: 'Met een pasje betalen.'

Het zou gepast zijn geweest als de leerkracht op de verschillende betekenissen van 'gepast' expliciet was ingegaan.

Duvigneau en Van den Hurk vonden in hun onderzoek ook dat de rekenopgaven vaak studievvaardigheden veronderstelden waar de cursisten niet mee vertrouwd waren. De leerkrachten waren zich hiervan niet voldoende bewust.

Vragen stellen (doorvragen, stellen van open vragen) en parafraseren van de antwoorden (Biemond, 1996) zijn adequate strategieën om problemen als gevolg van ambiguïteit aan te pakken en om het taalgebruik van de kinderen te verbeteren.

3 Instelling, taal en het oplossen van levensechte problemen

In verschillende studies wordt gerapporteerd dat met name op OVB-scholen, dat zijn dus scholen met vaak een hoog percentage allochtone kinderen, veel problemen in het rekenonderwijs voorkomen. Deze problemen worden voor een belangrijk deel verklaard uit de taalachterstand waarmee de kinderen te kampen hebben (Van den Berg e.a., 1993; Joosten e.a., 1994). Zoals we in de vorige paragraaf zagen, konden verschillende onderzoekers preciseren dat het daarbij in het bijzonder gaat om een onvoldoen-

de ontwikkelde woordenschat, te weinig kennis van rekenbegrippen, te algemene formuleringen, het onnauwkeurig uitdrukken van denkrelaties en een te zwak ontwikkelde reflectieve instelling.

Maar ook te weinig zelfvertrouwen, te weinig durf en een met een mechanistische (wellicht ook cultuurbepaalde) denktraditie verbonden instelling ten opzichte van rekenen - rekenen is niet denken maar zeker weten, schatten is verkeerd want dat is onnauwkeurig - beïnvloeden het leren rekenen negatief.

In een experiment in de volwasseneneducatie viel het mij op dat de cursisten vaak een typische instelling ten opzichte van rekenen en leren vertonen (Nelissen 1996). Uit gesprekken met cursisten bleek dat zij rekenen opvatten als zeker weten, dat rekenen een kwestie is van schriftelijk cijferen en niet van hoofdrekenen (dat is immers oncontroleerbaar). Hoofdrekenen vinden ze geen echt rekenen net zo min als rekenen in een context, terwijl reflecteren wordt gezien als een uiting van onzekerheid want dan laat je zien dat je nog moet nadenken. Van den Boer (1996) wijst in dit verband erop dat memoriseren (en dus niet reflecteren of het zoeken naar de betekenis van een werkwijze) een leerstrategie is die bij allochtone leerlingen sterk is ontwikkeld.

Voor het feit dat kinderen (vaak onoverkomelijke) problemen ondervinden bij het oplossen van contextproblemen, wordt in recente onderzoeksverslagen interessante verklaringen gegeven. Het gaat in dit geval om het oplossen van zogenoemde 'word problems' (Greer, 1997) en dat zijn problemen die geheel aan de realiteit zijn ontleend, levensechte problemen dus. Een voorbeeld: een atleet loopt een mijl in vier minuten en zeven seconden. Hoe lang zal hij over drie mijlen doen?

In de vier onderzoeken die door Greer worden aangehaald varieert het percentage van de proefpersonen (tien tot veertien jaar) dat enigszins rekening wenst te houden met de (eisen van de) realiteit van 0 tot 6 procent. Het enige juiste antwoord is natuurlijk dat je niet precies kunt weten hoe lang een atleet over drie mijl doet, want je weet niet of hij altijd even hard loopt, of hij de gewoonte heeft rustig te beginnen enzovoort.

Verschaffel c.s. (1997) vonden bovendien dat eerste- en derdejaarsjaarsstudenten op de lerarenopleiding basisonderwijs voor 80 procent deze problemen zelf fout oplosten. Bovendien waren die studenten van mening dat zulke problemen niet in het reken-wiskundeonderwijs thuishoren: het is geen echt rekenen. Geen wonder dat de kinderen er weinig van terecht brengen als de leraren zelf al geen raad weten met deze 'word problems'. Maar er is nog meer over te zeggen. Zo verklaren Wyndhamn en Salji (1997) de moeilijkheden die de kinderen ondervinden, uit het feit dat zij zich richten op de syntaxis van de opgave in plaats van op de betekenis. Dat wil zeggen dat zij als het ware zoeken naar de (voor hen) nog 'verbor-

gen' algoritmen, de vertrouwde rekenregels. Ze speuren dus naar de verborgen rekenkundige operaties en ze denken dat dat van hen wordt verwacht. Het komt niet in hun hoofd op dat ze een levensecht of praktisch probleem moeten oplossen. Met andere woorden, de kinderen gaan uit van een andere 'rationaliteit' zeggen Wynhamn en Salji. We zien hier dat moeilijkheden die kinderen ondervinden met problemen die in taal worden gepresenteerd niet veroorzaakt worden door taalproblemen (zoals taalzwakte, gebrekkige woordenschat, dyslexie).

Er worden in de onderzoeksliteratuur trouwens ook nog andere verklaringen gegeven voor de geconstateerde problemen. Zo wordt er bijvoorbeeld op gewezen dat kinderen denken dat een probleem dat in de rekenles wordt gepresenteerd, altijd oplosbaar is (Reusser en Stebler, 1997). Die instelling van de kinderen wordt wellicht nog versterkt door het feit dat kinderen sterk de neiging hebben betekenis te geven aan een probleem en een mogelijke oplossing (Hatano, 1997). De kinderen moeten leren en ervaren (in bijvoorbeeld discussies over wat een probleem is, hoe je over een probleem kunt praten) welke 'sociomaths norms' gelden als basis voor de aanpak van een probleem; andere normen dus (Gravemeijer, 1997).

4 **Dagelijkse taal en denken vergeleken met de regels van het denken in de reken-wiskundeles**

Er is - als we de relatie tussen dagelijks taalgebruik en het taalgebruik en denken in de reken-wiskundeles bekijken - een probleem dat aandacht verdient, namelijk dat bepaalde denkpatronen die kenmerkend zijn voor het dagelijks leven en de dagelijkse taal problemen opleveren in de wiskunde en met dat probleem hebben natuurlijk niet alleen OVB-leerlingen te maken.

Ik geef enkele voorbeelden. Negatieve concepten of uitspraken zijn over het algemeen lastiger dan positieve. Een koffieautomaat voorzien van de instructie: 'Indien geen beker dan niet drukken', is vragen om problemen, zoals ik kon observeren. Conjunctieve (groen en rond) begrippen zijn gemakkelijker dan disjunctieve (groen of rond). Zepp (1989) beschrijft een experiment waarin aan proefpersonen kaarten werden getoond. De instructie luidde: 'Kaart A is groen of kaart B is zwart'. Dan wordt aan de proefpersonen een rode kaart A getoond en gevraagd om te reageren. De reactie van velen luidt dat dit niet kan. Echter lettend op het *of* moet het juiste antwoord zijn: 'Dus B is zwart'.

Als in een rekenopgave staat dat je het getal vier of vijf mag kiezen, dan mogen beide gekozen worden. In dagelijkse taal betekent de zin: 'Jan of

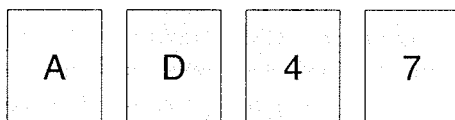
Piet komt', dat slechts een van beiden komt. Indien de een komt, blijft de ander weg. Dat is een fundamenteel verschil tussen dagelijkse taal en het denken in de wiskunde. Daarom is logisch-wiskundig leren denken moeilijk. De kinderen zijn immers al jaren lang gewend geraakt aan de betekenis van begrippen in de dagelijkse omgangstaal en het denken in die begrippen.

In de dagelijkse taal zijn er niet veel regels om ordening aan te brengen en als ze al bekend zijn, gaat men in Nederland uiterst vrijzinnig met die regels om. Freudenthal (1984) geeft een mooi voorbeeld van het verschil in dat opzicht tussen natuurlijke taal en wiskundetaal:

- bejaarde dames en kinderen;
- bejaarde dames en heren.
- Hardop gelezen merk je vermoedelijk verschil in betekenis door de pauzes, maar op schrift zou er moeten staan:
 - (bejaarde dames) en kinderen;
 - bejaarde (dames en heren).

Net als $(5 + 3) \times 7$ en $5 + (3 \times 7)$.

Het volgende proefje (ontleend aan de psychologen Girotti en Light, 1992) maakt duidelijk hoe groot de afstand is tussen het denken in het dagelijks leven en de wiskunde. De lezer ziet hieronder vier kaartjes liggen. Op elke kaart staat op de ene kant een letter en op de andere kant een cijfer. Op de kaartjes hieronder zien we een A en een D, respectievelijk een klinker en een medeklinker. Op de andere kaartjes een vier en een zeven, respectievelijk een even en een oneven getal (fig. 1).

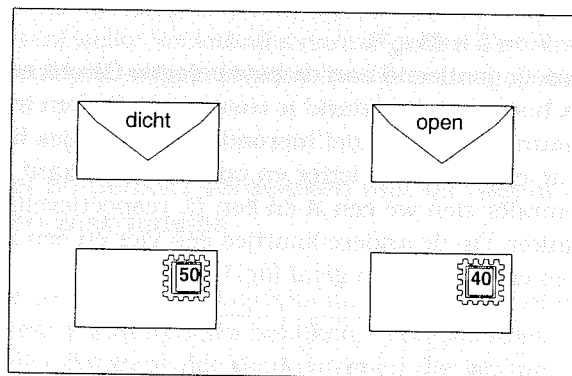


figuur 1

Er geldt nu een regel en die luidt: 'Indien een klinker dan even'. De vraag is nu welke kaartjes (of kaartje) moet worden omgedraaid om te kunnen controleren of men zich aan de regel heeft gehouden. Uit het onderzoek van Girotti en Light bleek dat erg weinig mensen (slechts 10 procent) het juiste antwoord gaven. Uit eigen observaties bleek het volgende. De meeste mensen meenden dat de A in elk geval moest worden omgedraaid want daar kon de zeven (oneven) achter zitten. Niet zo veel mensen wilden de D omdraaien, dat is immers een medeklinker. De vier gaf de meeste problemen omdat veel mensen dachten dat er altijd een klinker en een even getal op één kaartje moet voorkomen. De denkfout die werd gemaakt is dat men de stelling omkeerde: 'Indien klinker dan even' werd: 'Indien even dan klin-

ker'. In het dagelijks leven wordt zulk een omkering namelijk niet als problematisch ervaren. Stel een leerkracht geeft een groep die te rumoerig wordt het volgende standje: 'Als jullie niet rustig zijn, dan gaan we straks niet spelen'. Stel nu dat de leerkracht de inmiddels rustig werkende groep plotseling meedeelt dat het spelen niet doorgaat, dan zou de groep waarschijnlijk verontwaardigd protesteren. Pedagogisch heeft deze leerkracht wel wat uit te leggen maar strikt genomen is er niets aan de hand: er is niet gezegd dat niet spelen betekent dat er niet rustig is gewerkt. De situatie lokt uiteraard de omkering van de stelling wél uit. Overigens moet natuurlijk ook het kaartje met de zeven worden omgedraaid, maar dat doen veel mensen wel goed.

Girotti en Light sloten hun onderzoek af met een herhaling van het experiment maar nu in een zinvolle context. Een open en een gesloten enveloppe en een enveloppe met een postzegel van vijftig en een van veertig lire (fig.2).



figuur 2

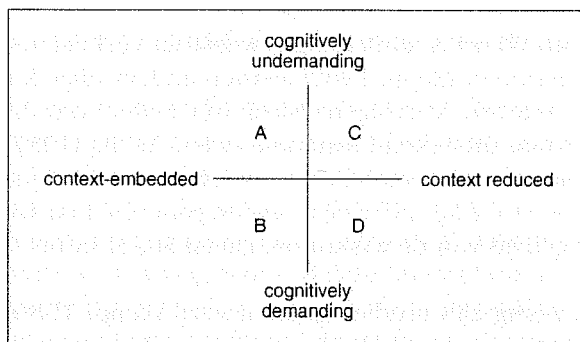
De regel luidde: 'Indien gesloten dan vijftig'. Welke van de vier enveloppen moet je omdraaien om te controleren of men zich aan de regel heeft gehouden? Slechts 10 procent maakte fouten bij het beantwoorden van deze vraag. De meeste mensen zullen de opdracht zo hebben opgevat dat ze moesten controleren of er genoeg porto was betaald. En zo werd de omkeringsfout voorkomen.

Er zijn nog andere linguïstische variabelen (Zepp, 1989) die het wiskundig-logisch denken bemoeilijken. Dat zijn bijvoorbeeld ontkenningen (negatie) in de premissen. Zoals: 'a is niet x' of 'niet iedere'. Voorts kunnen betekenissen van begrippen in de dagelijkse taal en de wiskunde verschillen. 'Sommige' betekent in de dagelijkse taal 'niet alle'. Maar als ik zeg: 'Sommige getallen onder de tien zijn even', dan bedoel ik alle even getallen.

Zulke betekenisverschillen kunnen negatieve invloed uitoefenen op het oplossen van reken-wiskundige problemen. Wanneer kinderen voor het oplossen van een probleem een tekst moeten lezen en begrijpen, doen zich met andere woorden vaak linguïstische complicaties voor, vooral wat betreft de vocabulaire en de syntaxis (De Corte en Verschaffel, 1990). Woorden als 'totaal', 'meer', 'samen' zijn bijvoorbeeld signalen ('ook wel 'verbal cues' genoemd) om direct te gaan optellen. Linguïstische kenmerken van een probleem blijken dus van invloed op het vormen van probleemrepresentaties. Opgemerkt moet worden dat alle kinderen daar last van hebben, maar waarschijnlijk is het zo dat OVB-leerlingen er meer bevatelijk voor zijn omdat zij minder vertrouwd zijn (dan de leerlingen uit sociaal-economisch meer bevoordeelde groepen) met de schooltaal die immers formeler van aard is dan de dagelijkse spreektaal.

Er wordt in de linguïstiek een interessant onderscheid gemaakt in twee basale taalvaardigheden namelijk 'basic interpersonal communicative skills' (BICS) en 'cognitive academic language proficiency' (CALP) (Cummins, 1986). Men kan zich voorstellen dat OVB-leerlingen meer vertrouwd zijn met BICS dan met CALP, terwijl juist CALP, een academisch-cognitief taalgebruik, op school wordt gevraagd. Cummins introduceert nu nog twee dimensies die het taalgebruik kenmerken, namelijk context-gebonden en niet contextgebonden (ontleend aan Zepp, pag. 110; fig.3).

Nu kan het zijn, meent hij, dat kinderen slecht presteren op het gebied van wiskunde (maar ook andere vakken) omdat in die gevallen niet contextgebonden taal wordt vereist. We mogen ervan uitgaan dat deze analyse van Cummins gebaseerd is op het traditioneel-formele en niet het realistische (en dus contextrijke) wiskundeonderwijs. De oorzaak van de problemen wordt dan echter ten onrechte (alleen), kritiseert Cummins, in de cognitie gezocht. Indien hij gelijk heeft, is daarmee het belang van contexten - maar ook van een goede doordenking van contexten - nog eens onderstreept.



figuur 3

Er kunnen zich hier echter complicaties voordoen. Zoals al werd opgemerkt, blijken (althans veel volwassenen) allochtone cursisten juist een hekel te hebben aan het rekenen in contexten omdat de structuur van de contexten als zodanig weer extra problemen oplevert (Nelissen, 1996). Daarbij komt dat contexten soms weer gedragingen oproepen die niet zijn bedoeld.

5 Tweetaligheid en het leren rekenen

Bepaalde talen lijken invloed te hebben op het leren van bijvoorbeeld kleuren en vormen (Zepp, 1989). Interessanter is wellicht, zoals uit onderzoek bleek, dat de wijze waarop in enkele Aziatische talen getallen worden gerepresenteerd het onderwijs in het rekenen vergemakkelijkt (Miura, 1994). In de onderzoeksliteratuur is nu een hypothese bekend die in algemene zin uitspraken doet over de invloed van de taal op de cognitieve ontwikkeling en het wiskundig denken, de zogenoemde Whorf-hypothese (Gardner, 1987; Zepp, 1989). De hypothese van Whorf (geen wiskundige, geen taalkundige, maar een technisch ingenieur geoccupeerd met brandpreventie) luidt dat ons denken en onze kennisverwerving wordt bepaald door de taal, dat wil zeggen het linguïstisch systeem in ons hoofd. De taal zou alle indrukken ordenen en daardoor zouden zich mentale structuren ontwikkelen als een functie van de geleerde taal. Uit studie van het leven en denken van de Hopi-indianen concludeerde Whorf dat de Hopi-taal leidt tot Hopi-wiskunde. Engels-wiskunde is voor deze mensen nauwelijks nog te leren, omdat het denken door de Hopi-taal specifieke (andere) structuren opgelegd heeft gekregen. Zo observeerde Whorf dat voor bijvoorbeeld ruimte en tijd de Hopi-taal geen uitdrukkingen kent. De Hopi kan wel tien mensen maar niet tien dagen zeggen. Dagen komen voor de Hopi na elkaar voor, tien is nu ordinaal en dus zegt men 'na de tiende dag'.

De hypothese van Whorf is aanleiding geweest tot veel discussie en onderzoek. In een experiment (Zepp, 1989) leerden anderstalige kinderen in het Engels logische relaties. Vervolgens bleek (uit testen) dat deze relaties in de eigen moedertaal uitstekend functioneerden. Willig (1987) concludeert uit een meta-analyse van verschillende onderzoeken dat Spaans sprekende studenten die tweetalig onderwijs hadden genoten daardoor beter presteerden op het gebied van de wiskunde, getest zowel in het Spaans als in het Engels.

Sinds de jaren zestig zijn studies gepubliceerd (Zepp, 1989) waaruit telkens de voordelen van tweetaligheid voor de cognitieve ontwikkeling bleek. Tweetaligheid stimuleerde onder meer de flexibiliteit in denken en het di-

vergent denken en dat zijn karakteristieken van het mathematiseren. De verklaring zou zijn dat tweetaligen erin getraind zijn vanuit diverse opties de werkelijkheid te interpreteren. Bilinguïsten vergelijken de twee talen en dat gebeurt natuurlijk op een hoger en meer formeel niveau.

Toch worden rekenproblemen van allochtone kinderen juist voor een belangrijk deel verklaard uit de tweetaligheid en de achterstand in de Nederlandse taal. Hoe kan dat?

Hier spelen drie kwesties een rol. Ten eerste hebben we het over kinderen uit de meest kwetsbare bevolkingsgroepen (sociaal, economisch en cultureel). Ten tweede betreft het kinderen die niet in strikte zin tweetalig zijn opgevoed. Meestal zijn de kinderen in de moedertaal opgevoed en pas daarna leerden ze Nederlands. Ten derde moet de eerste taal volwaardig ontwikkeld zijn, willen kinderen vervolgens met succes een tweede taal leren (Cummins, 1983). Is dat niet zo dan zullen de kinderen geen van de twee talen volwaardig leren met alle nadelige gevolgen vandien. Dit laatste is het geval op OVB-scholen. Dawe (1983) vond in onderzoek eveneens bevestiging voor de hypothese van Cummins. Dawe onderzocht de samenhang tussen wiskundige inzichten enerzijds en linguïstische competentie in de eerste en de tweede taal anderzijds. De wiskundige test werd gegeven in het Engels, de tweede taal. De samenhang tussen de test en de vaardigheden in de eerste taal is groter dan de samenhang met de tweede taal, terwijl de test in de tweede taal werd afgenomen. De conclusie die Dawe uit het onderzoek trekt, luidt dat structuren verworven in de eerste taal denkprocessen in de tweede taal gunstig beïnvloeden.

De achterstand van OVB-leerlingen op het gebied van rekenen-wiskunde wordt, zo zagen we, veelal verklaard uit een taalachterstand. In eerste instantie wordt dan de tweede taal (het Nederlands) bedoeld, maar vaak is ook sprake van een onvoldoende ontwikkelde eigen taal. Hoe het ook zij, leerlingen uit OVB-scholen - zo is de hypothese - vertonen een achterstand in taalgebruik (hun taal wordt wel getypeerd als 'restricted code') en dat beïnvloedt het rekenen negatief. Deze hypothese vraagt om enige nuanceering.

Het is om te beginnen moeilijk aan te tonen dat alleen de taal die tegenvallende prestaties veroorzaakt. Uit onderzoek blijkt dat de achterstand van allochtone leerlingen (uitgedrukt in examencijfers) op het vak wiskunde groter is dan op het vak Nederlands (De Wit, 1996). De Wit noemt daarom de taalachterstand geen 'sluitende verklaring' voor de achterblijvende wiskunde-prestaties. De vraag is ook of deze taal wel van mindere kwaliteit is. In de jaren zeventig is er al voor gepleit de term taaldifferentiatie te gebruiken in plaats van taalachterstand. In situaties die vreemd zijn, gebruiken deze kinderen liever de hun vertrouwde 'restricted code', die overigens

even complex is als de 'elaborated code' van kinderen uit hogere milieus. Nergens blijkt uit dat de OVB-leerlingen de 'elaborated code' niet zouden kunnen leren. Bovendien meent Zepp dat de verschillen tussen die 'codes' helemaal niet zo groot zijn als men let op de structuur van de conversatie. Die is op school zelfs vaak beperkter, maar ongetwijfeld is er verschil tussen de taal van de OVB-leerlingen en de taal van de wiskunde, meent Zepp. Uiteindelijk is de taal van de wiskunde gedecontextualiseerd (dat wil zeggen de wiskunde zelf is de context), terwijl de taal van de kinderen in zeer hoge mate gecontextualiseerd is. Er wordt gesproken over zaken die de toehoorder weet of in principe kan weten, er wordt niet vaak vanuit verschillende gezichtspunten gesproken zoals dat in de wiskunde gebruikelijk is. In de dagelijkse gesprekken kunnen mensen ook steeds afgaan op de vele situationele 'cues' en op basis daarvan weten ze waarover wordt gesproken. Er werd al gezegd dat dit een uitgangspunt van het realistisch reken-wiskundeonderwijs onderstreept, namelijk uitgaan van rijke contexten.

Ten slotte vraagt nog een belangrijke kwestie de aandacht, namelijk of de achterstand in taal en de achterstand in (onder meer) rekenen-wiskunde niet door één en dezelfde dieper liggende problematiek wordt veroorzaakt. Men kan dan denken aan druk vanuit de 'peergroep' (de eigen groep en het niet mogen opvallen), identificatie met leerlingen met andere belangen en wensen dan leren rekenen, niet gemotiveerd zijn voor rekenen (niet willen leren, maar geld willen verdienen) en vele sociale problemen waardoor kinderen afhaken.

6 Context, betekenis en wiskunde

Het is voor kinderen soms moeilijk te begrijpen wat volwassenen met al hun vragen bedoelen. Pimm (1991) geeft het volgende sprekende voorbeeld van een gesprekje tussen vader en zoon (4;6).

- Vader: 'Wat is drie en één meer? Hoeveel is drie en één meer?'
Zoon: 'Drie en wat? Wat één?'
Vader: 'Hoeveel is drie en één meer?'
Zoon: 'Eén meer wat?'
Vader: 'Nou gewoon één meer, weet je.'
Zoon: 'Weet ik niet.'

Zie ook het volgende protocolfragment.

- Lk.: 'Gemiddeld leggen drie kippen per dag zeven eieren. Wat betekent dat: gemiddeld?'
K.: 'Dat is dat ding waar kippen hun eieren op leggen.'

Waardoor zouden kinderen in hun ontwikkeling het meest worden gestuurd, door de taal of door het denken? Anders gesteld luidt de vraag of er in de ontwikkeling van kinderen eerst sprake is van denken en ontstaat op basis daarvan de taal? Of is het juist omgekeerd en is er eerst de taal en volgt daarop het denken? Piagetianen menen dat het denken voorop loopt en dat de taalontwikkeling daarop steunt. Vygotskianen bestrijden dat idee. Zij zeggen dat kinderen weliswaar logische begrippen gebruiken, maar die vaak van volwassenen imiteren. De kinderen zeggen bijvoorbeeld: 'Een steen zinkt omdat ik hem in het water gooide'.

Vygotskij meent dus dat er eerst de taal is en dat die zich in de omgang met volwassenen ontwikkelt. De taalkundige Halliday (1978) neemt weer een ander standpunt in. Hij meent dat noch het denken, noch de taal voorop lopen. Waar het kind het eerst mee in aanraking komt en wat het kind het eerst snapt dat zijn betekenissen, zegt Halliday (maar ook Vygotsky erkent het belang van betekenissen). Begrippen en cognitieve operaties - denk bijvoorbeeld aan het tellen, aan eerlijk delen, iets op volgorde leggen - zijn niet verbonden met een individu, maar met de gemeenschap waarin een kind opgroeit. Halliday spreekt in dit verband van 'social semiotic' en daarmee is bedoeld dat een kind de betekenis van woorden en begrippen in eerste instantie leert in interactie met zijn sociale omgeving. In die omgeving speelt zich immers het leven af, er wordt gegeten, men gaat op stap, er wordt gefeest, gepraat, enzovoort. Dat zijn eigenlijk ook de processen die Cobb c.s. (1993) op het oog hebben, zij het in een latere fase. Ze pleiten ervoor de kinderen te laten praten over de regels volgens welke je te werk gaat tijdens het rekenen. Hoe kun je iets uitdrukken, wat doe je met fouten?

Het eerste dat een kind dus leert zijn betekenissen. Het leert die door zijn sociale omgeving. Op basis van die betekenissen ontstaat, wat Walkerdine (1982) noemt, context 'in the mind', zeg maar een mentale context. Nelson (1996) spreekt in dit verband over 'modellen' die het kind vormt van situaties die het kind vaker meemaakt en die voor het kind betekenis krijgen (denk aan aankleden, boodschappen doen, de trap oplopen, tellen enzovoort). Een mentale context (zie Walkerdine) kan opgevat worden als het geheel van onderling samenhangende betekenissen die het denken sturen en de communicatie inhoud geven. Het denken is altijd aan situaties gebonden ('situated cognition'). Dat betekent niet zozeer dat mensen in verschillende contexten denken, maar dat ze anders in verschillende 'practices' handelen. Daarin doen zich steeds andere 'relations of signification' voor zegt Walkerdine (1997). Walkerdine pleit ervoor om de relatie tussen 'signs' (taaltkens zeg maar) niet puur linguïstisch op te vatten, dat vindt ze te beperkt. Het denken en de taal, zeker van jonge kinderen, wordt veel

beter begrepen op basis van een psycho-semiotische analyse. Een linguïstische benadering (syntaxis, relatie tussen tekens) is te formeel, het gaat veel meer om de contextuele en sociale processen: om gewoonten, tradities, gedrag en gebaren. Taaluitingen kunnen we niet voldoende begrijpen als we 'binnen de taal' blijven (vergelijk 'langue' als formeel systeem en 'parole' als communicatief instrument).

In het voetspoor van Walkerdine zien Cobb, Gravemeijer c.s. (1997) het proces van mathematiseren verlopen als 'chains of signification' (Walkerdine zelf verwijst weer naar Lacan die spreekt over 'semiotic chain'). Daarmee is, kort gezegd, het volgende bedoeld. Kinderen zoeken betekenissen en willen die in tekens (representaties) uitdrukken. Die tekens hebben de functie van 'signifier', bijvoorbeeld: met vijf vingers bedoeld een kind dat het vijf jaar oud is. Met 'chains of signification' wordt het verloop van een mathematiseringsproces aangegeven waarbij de 'signifier' op telkens hoger niveau functioneert. Bijvoorbeeld: om te beginnen zijn er drie kinderen. Die hebben alle drie een naam. De kinderen vormen de 'signified' en de namen zijn de 'signifier'. Vervolgens worden de namen voorgesteld door drie vingers. De namen worden nu 'signified' en de vingers worden de nieuwe 'signifier'. In een volgend stadium wordt het getal drie uitgesproken: dit is de nieuwe 'signifier'. En zo ontstaan kettingen van 'signification'. Er blijft in principe steeds een verbinding met dat wat oorspronkelijk werd gerepresenteerd, namelijk de drie concrete kinderen. Er blijft een relatie met de oorspronkelijke betekenis. Eenzelfde idee vindt men in Freudenthals visie dat er op steeds hoger niveau een nieuwe 'common sense' ontstaat.

Of een kind in staat is een probleem op te lossen, meent Walkerdine, zal er sterk van afhangen welke betekenissen dat probleem - en de context waarin het wordt gebracht - bij het kind oproept. Zij meent dat een kind veel eerder spontaan afgaat op betekenissen dan dat het zou letten op de 'logica' van een probleem. Neem het probleem dat Piaget aan de kinderen voorlegde.

'Zijn er meer zwarte koeien of meer koeien?' Een plaatje toont allemaal koeien, de meeste zijn zwart. 'Meer zwarte', antwoordden de kinderen.

Donaldson veranderde de vraag in:

'Zijn er meer zwarte koeien of meer slapende koeien?' Een plaatje toont allemaal slapende koeien en de meeste zijn zwart. 'Meer koeien die slapen', zeiden de kinderen nu.

Donaldson verklaarde dit door erop te wijzen dat de kinderen nu logisch de hele verzameling overzien. Walkerdine bestrijdt die verklaring. De kinderen gaan af op de betekenis van allemaal koeien die liggen. Wiskunde-problemen, zei Freudenthal (1984), ontstaan in situaties die allereerst in

de moedertaal zijn geformuleerd. Die situaties zijn betekenisvol, je moet er echter de essentialia uithalen, een vertaling in wiskundige termen zoeken en uiteindelijk de uitkomst weer terugvertalen naar de situatie waar je mee bezig was. Freudenthal heeft hier kernachtig uitgedrukt wat Walkerdine bedoelt met: 'From context to text'. Met andere woorden: van taal en betekenis naar formalisering, oftewel van 'discourse' naar logica. Geschoolde volwassenen begrijpen soms niet goed dat voor kinderen termen, begrippen en materialen nog volstrekt arbitrair zijn. Voor hen, zegt Pimm (1991) is 'the conventional meaning so firmly "in" the symbol'. Voor kinderen gelden dan nog andere betekenissen, zoals ook constructivisten benadrukken.

Het loont vaak de moeite alert te zijn op waar kinderen zelf mee komen. Kinderen bedenken soms prachtige, voor hen betekenisvolle, metaforen om greep te krijgen op hun wiskundige realiteit.

Een voorbeeld.

Een vader praat met zijn zoon (elf jaar) over negatieve getallen. Dat is moeilijk, hij kan zich toch niet goed voorstellen hoe je nu min drie fietsen kunt hebben, Na enkele dagen komt de zoon op het probleem terug.

Z.: 'Ik denk dat ik het weet van die getallen.'

V.: 'Hoe zit het dan denk je?'

Z.: 'Er is het Grote Niks.'

V.: 'Ja, en wat is dat?'

Z.: 'Daarin zitten die getallen.'

V.: 'Hoe dan?'

Z.: 'Dat weet ik ook niet precies, maar ik heb wel een plek gevonden waar je ze kunt vinden, die plek heet het Grote Niks.'

7 Wiskunde in de taal

In het voorgaande werd aandacht besteed aan problemen die kinderen in het reken-wiskundeonderwijs kunnen hebben. Er werd gewezen op de gevolgen van een onvoldoende ontwikkelde woordenschat, ambigue gebruik van termen, onvoldoende kennis van begrippen in het rekenen, cryptische opdrachten, de tegenstelling tussen dagelijks taalgebruik (en het daarmee verbonden denken) en denkpatronen in het reken-wiskundeonderwijs, de tegenstelling tussen alledaags en 'academisch' en formeel taalgebruik, taalachterstand en rekenproblemen bij allochtone kinderen, enzovoort. De nadruk lag in dit artikel tot nu toe dus op de zorgelijke kant van de relatie tussen taal en wiskunde. Er zijn echter ook minder zorgelijke kanten.

Om te beginnen blijken kinderen in onderlinge interactie (en onder bege-

leiding van bekwame leraren) zelf betekenissen ('signs') te kunnen construeren (Cobb, Gravemeijer c.s., 1997). Deze komen tot stand na (soms diepgaande) discussies en geven vervolgens aanleiding tot, en zijn de basis voor, taalgebruik dat typerend is voor het mathematiseren en de begripsvorming. De processen die hier plaatsvinden - men realiseert zich wel dat het gaat om cognitieve processen op hoog niveau - werd door Walkerdine (1982) getypeerd als 'from context to text'. Volgens Brown (1997) gaat het in wezen steeds om het interpreteren van wat, in de hermeneutiek, in ruime zin 'tekst' wordt genoemd. De kritische hermeneutiek ziet 'interpretatie' van tekst als het scheppen van iets nieuws. Wiskunde en mathematiseren, en dus ook alle interactie in de klas, is voortdurend onderwerp van hermeneutisch begrijpen. Steeds moet er interpretatie van tekens plaatsvinden zegt Brown, die zich net als Walkerdine beroept op het werk van de Saussure. Overigens neemt Brown een nogal radicale positie in met zijn stelling dat wiskunde leren in wezen een hermeneutisch proces is, een proces van interpreteren dus.

De tweede minder zorgelijke kant is dat de natuurlijke taal veel aanknopingspunten bevat voor het reken-wiskundeonderwijs, net zo goed als dat er in het dagelijks leven veel wiskunde is te vinden. We spreken nu over wiskunde in de taal waarbij in het onderwijs kan worden aangesloten zoals Freudenthal en ook Halliday (1978) hebben benadrukt. Halliday spreekt in dit verband over 'register'. Met het begrip 'register' bedoelt Halliday een geheel van begrippen en betekenissen gerelateerd aan een specifieke functie van de taal, inclusief de structuren die de begrippen uitdrukken. We kennen een wiskundig, een historisch, een geografisch, een literair, een kunsthistorisch register, enzovoort.

Bij het wiskundig register kunnen we denken aan begrippen als twee, vierkant, meten, vol, leeg, enzovoort. Naarmate een register (of diverse registers) beter is (zijn) ontwikkeld, is er sprake van een grotere eruditie. De kinderen nemen (met dat register) uiteraard hun taal mee in de rekenles en - zeggen Halliday en Freudenthal - die eigen taal kan ten volle worden benut om ten eerste in de vorm van contexten de leerstof zinvol te maken, ten tweede om een startpunt voor het onderwijs te creëren voor de begripsvorming.

Zoals Walkerdine liet zien, moeten we dan wel de taal van de kinderen vanuit het standpunt van de kinderen interpreteren. Halliday geeft enkele praktische suggesties om de afstand tussen spreektaal en vaktaal (de taal van de wiskunde) in het onderwijs te overbruggen, zoals:

- op verschillende manieren hetzelfde uitdrukken;
- met opzet aarzelen en de kinderen uitlokken om de gedachtengang af te maken;

- voorspellen wat iemand gaat zeggen;
- de kinderen zelf laten formuleren.

8 Taal in de wiskunde

Door kinderen met elkaar over bijvoorbeeld de aanpak van een rekenprobleem te laten praten worden de gedachten van de kinderen voor elkaar en vooral ook voor de leraar toegankelijk. Maar ook krijgt elk individueel kind meer greep op zijn eigen taal en denken, het wordt namelijk gedwongen - bijvoorbeeld als het zich niet helder uitdrukt - scherper te formuleren en dat vereist denkwerk. Het zijn de 'mental images' die heel veel voorkomen zegt Pimm (1987), die op deze manier in woorden zichtbaar worden. Het gaat om 'negotiation of meaning and sharing points of view', zoals ook Cobb (1993) en Bruner (1996) steeds onderstrepen.

Taal is dus niet voortdurend iets problematisch. 'Pupils mathematical talk', zoals Pimm zegt - merk op dat hij met opzet van 'talk' spreekt en niet van 'discussion' of 'speech'- maakt reflectie op het eigen denken mogelijk (De Munck, 1996). In de dialoog worden de kinderen gestimuleerd om elkaars ideeën en aanpakken van commentaar te voorzien. Daardoor leren de kinderen anticiperen op de kritiek van anderen en daar al van te voren rekening mee te houden, door zich die kritiek eigen te maken. Taal en dialoog leiden tot reflectie op het eigen wiskundig denken. Kortom, reflectie is geïnternaliseerde dialoog. Maar er is nog iets. In dialogisch, of interactief, reken-wiskundeonderwijs leren de kinderen zich ook beter uitdrukken. Ze leren luisteren naar wat anderen zeggen, ze horen hoe die formuleren, wanneer een scherpere formulering wenselijk is, enzovoort. De taal, die typerend is voor het redeneren op meer formeel niveau, wordt aldus gestimuleerd. Dat is vooral de taal die kenmerkend is voor bijvoorbeeld het redeneren en bewijzen.

Interactief reken-wiskundeonderwijs stimuleert de taalontwikkeling, dat is hier de stelling. Bedoeld wordt dan met name het taalgebruik dat correspondeert met hogere mentale processen zoals argumenteren, reflecteren, voorstellen, probleemoplossen, schematiseren, blikwisseling, enzovoort. Niet alleen op school bedient men zich van deze taal, ook in het dagelijks leven en in de beroepsuitoefening kan men ervan profiteren. Taalkundigen lijken over deze stelling soms wat sceptisch, al keert het tij. Zo pleitte Hajer (1996) recentelijk voor interactief onderwijs waardoor niet alleen de vakinhouden beter geleerd worden, maar ook de taalverwerving wordt gestimuleerd. Zij constateerde in haar onderzoek - vooral in het na-

tuurkundevak - de neiging de leerlingen slechts in geringe mate tot spreken aan te zetten, waardoor deze niet tot productieve beheersing van de nieuwe vakconcepten komen, maar ook niet tot de ermee corresponderende cognitieve activiteiten en begrippen, kan men eraan toevoegen.

Het is in dit verband interessant aandacht te besteden aan een experiment van de Engelse psychologen Adey en Shayer (1994) waarin zij juist op het gebied van de 'Science' de cognitieve ontwikkeling van kinderen (elf en twaalf jaar) trachtten te stimuleren. Zij gebruikten daarvoor een speciaal ontwikkeld programma CASE genaamd en dat staat voor 'Cognitive Acceleration through Science Education'². Centraal stond de vraag hoe het denken kan worden gestimuleerd. Om die reden werden de kinderen bijvoorbeeld regelmatig voor een interessant cognitief conflict geplaatst, werd mogelijkheid voor discussie en vragen om hulp gegeven en werd reflectie op het probleemoplossen gestimuleerd. De problemen waren uitdagend en niet gemakkelijk. Om een idee te geven moesten de kinderen onderstaand probleem oplossen:

Twee identieke bekers zijn gevuld met knikkers, in de ene beker zitten kleine knikkers in de andere grote. In welke beker kan nu het meeste water worden gegoten?

De resultaten van het experiment waren opmerkelijk. Op het gebied van de 'Science' boekte de Science-groep hogere winst dan de controlegroep. Maar veel interessanter is dat de eerste groep bovendien grote winst boekte op het gebied van de Engelse taal. Hier is sprake van, wat men noemt, 'far-transfer'. De kinderen toonden meer begrip, creativiteit en verbeelding bij het schrijven van verhalen volgens de voorgeschreven regels. Ze kregen bijvoorbeeld een tape te horen met stemmen. De vraag was te beoordelen wat de visie van één van de stemmen zou zijn op een bepaald probleem. Een andere opdracht was een kwestie vanuit een historische en een technische optiek te beschrijven.

De onderzoekers verklaren het succes van hun project uit het interactieve onderwijs ('approaching mathematics as a language'). Doordat de kinderen hun redeneerpatronen in de science-context verbeterden, werd ook hogere ordeprocessen gestimuleerd die nodig zijn voor de transfer die werd gerealiseerd.

9 Besluit

In dit artikel worden enkele aspecten die de relatie tussen taal en rekenen-wiskunde kenmerken belicht. Er lijkt tussen beide vakken soms sprake te

zijn van een ingewikkelde haat-liefde verhouding. Met name de instroom van vele allochtone kinderen was (en is) voor onderzoekers aanleiding die verhouding nader te analyseren. We zagen dat die analyses met name de problematische kant van de verhouding belichtten maar dat leverde wel praktische suggesties op voor verzoening tussen beide partners. Soms is de kwestie betrekkelijk eenvoudig en moet de leerkracht gewoon alerter zijn op het eigen taalgebruik, aandachtiger luisteren naar de taal van de kinderen, zich realiseren dat begrippen onbekend zijn of diverse betekenissen kunnen hebben en beter oog krijgen voor wat kinderen bedoelen. Maar we zagen ook dat de verschillen tussen taal en rekenen-wiskunde een diepere oorsprong kunnen hebben. De spreektaal staat een ambiguïteit toe die in de wiskunde problemen oplevert. In de wiskunde worden andere en strengere eisen gesteld aan de redeneertaal en aan die taal van de wiskunde zijn de kinderen niet gewend. Het artikel wordt echter met enkele optimistische geluiden besloten.

Ten eerste blijken kinderen, in interactie, zelf betekenissen te kunnen construeren die voor het mathematiseren ook op langere termijn perspectief bieden.

Ten tweede kunnen we aansluiten bij de reken-wiskundebegrippen die al in de taal zitten en vooral ook kan de leerkracht meer uitgaan van de bedoelingen van het kind en proberen na te gaan welke betekenis begrippen en vooral ook contexten voor kinderen hebben.

Ten derde werden de rollen omgedraaid: het is niet alleen zo dat de taal iets voor de wiskunde betekent, de wiskunde kan ook iets voor de taal betekenen. Er werd aandacht besteed aan een Brits experiment waaruit bleek dat interactief Science-onderwijs de prestaties op het gebied van de taal sterk verbeterde. Het ging daarbij niet om een willekeurig praatprogramma, maar om een experiment waarin de discussie volgens uitgekien-de criteria was opgezet (Mercer, 1995). Van deze niveauverhoging op het gebied van de taal kan in het reken-wiskundeonderwijs weer ten volle worden geprofiteerd.

De verbetering van de relatie tussen taal en rekenen-wiskunde is niet altijd even gemakkelijk maar er kan wel al morgen in de klas mee worden begonnen.

noten

- 1 J. Nelissen is werkzaam bij het School Adviescentrum te Utrecht, bij SARDES (op projectbasis) en gedetacheerd bij het Freudenthal instituut.
- 2 Onder 'science' wordt verstaan vakken op het gebied van de natuurkunde, scheikunde en mechanica. Het programma is volgens specifieke kenmerken samengesteld.

literatuur

- Adey, P. & M. Shayer (1994). *Really Raising Standards*. London: Routledge.
- Berg, W. van den, H.A.A. van Eerde & A.S. Klein (1993). *Proef op de Som*. Rotterdam: RISBO.
- Biamond, H. (1996) Rekenen met taal. *Jeugd in School en Wereld*, 81(3), 28-31.
- Boer, C. van den (1996). Kunnen allochtonen niet redeneren? *Nieuwe Wiskrant*, 16(1), 15-18.
- Breeuwsma, G. (1993). *Alles over ontwikkeling*. Amsterdam: Boom.
- Brown, T. (1997). *Mathematics Education and Language. Interpreting Hermeneutics and Post-Structuralism*. Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers.
- Bruner, J. (1996). *The Culture of Education*. Cambridge: Harvard University Press.
- Cobb, P., T. Wood & E. Yackel (1993). Discourse, Mathematical Thinking, and Classroom Practice. In: E. Forman, N. Minick & C. Addison Stone (eds.). *Contexts for Learning*. Oxford University Press.
- Cobb, P., K. Gravemeijer, E. Yackel, K. McClain & J. Whitenack (1997). Mathematizing and Symbolizing: the Emergence of Chains of Signification in One First-Grade Classroom. In: D. Kirshner & J.A. Whitson (eds.). *Situated Cognition*. London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 151-235.
- Cummins, J. & M. Swain (1986). *Bilingualism in Education*. New York: Longman.
- Dawe, L. (1983). Biligualism and mathematical reasoning in English as a second language. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 325-353.
- Durkin, K. & B. Shire (1991). Lexical ambiguity in mathematical contexts. In: K. Durkin & B. Shire (eds.). *Language in Mathematical Education*. Philadelphia: Open University Press, 71-85.
- Duvigneau, E. & M. van den Hurk (1995). Rekenen op taal. *Willem Bartjens*, 15(2), 4-11.
- Freudenthal, H. (1984). *Appels en peren/wiskunde en psychologie*. Apeldoorn: Van Walraven.
- Gardner, H. (1987). *The Mind's New Science*. New York: Basic Books Inc. Publishers.
- Garton, A.F. (1992). *Social interaction and the Development of Language and Cognition*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Girotti, V. & P. Light (1992). The pragmatic bases of children's reasoning. In: P. Light & G. Butterworth (eds.). *Context and Cognition. Ways of learning and Knowing*. New York: Harvester Wheatsheaf.
- Gravemeijer, K. (1997). Commentary solving word problems: a case of modelling? *Learning and Instruction*, 7(4), 389-397.
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: the case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293-307.
- Hajer, M. (1996). *Leren in een Tweede Taal*. Groningen: Wolters Noordhoff (dissertatie).
- Halliday, M.A.K. (1978). *Language and Social Semiotic. The Social Interpretation of Language and Meaning*. London: Arnold.
- Hatano, G. (1997). Commentary cost and benefit of modeling activity. *Learning and Instruction*, 7(4), 383-387.
- Joosten, F.A., A. Clijnsen, H. van Halm & M. Hoogenkamp (1994). *Nieuw Rotterdams Peil: Rekenen op de FAO-scholen*. Rotterdam.
- Keil, F.C. (1989). *Concepts, Kinds and Cognitive Development*. Cambridge: MITT Press.

- Mercer, N. (1995). *The guided construction of knowledge*. Clevedon: Multilingual Matters LTD.
- Miura, I.T. (1994). Comparisons of Children's Cognitive Representations of Number: China, France, Korea, Sweden and The United States. *International Journal of Behavioral Development*, 3, 401-411.
- Munck, E. de (1996). *Taalgebruik in het reken/wiskundeonderwijs*. Amsterdam: V.U. (paper).
- Nelissen, J.M.C. (1996). Rekenen is meer dan alleen getallen. Ongecijferdheid als maatschappelijk probleem. *Vernieuwing*, 56(2), 19-23.
- Nelson, K. (1996). *Language in cognitive development*. Cambridge University.
- Perner, J. (1991). *Understanding the Representational Mind*. Cambridge: A Bradford Book, The MITT Press.
- Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically*. New York: Routledge.
- Pimm, D. (1991). Communicating mathematically. In: K.Durkin & B.Shire (eds). *Language in Mathematical Education*. Philadelphia: Open University Press, 17-24.
- Reusser, K. & R. Stebler (1997). Every word problem has a solution. The social rationality of mathematical modelling in schools. *Learning and Instruction*, 7(4), 309-327.
- Secada, W.G. (1992). Race, Ethnicity, Social Class, Language, and Achievement in Mathematics. In: Douglas A. Grouws (ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. A project of the National Council of teachers of Mathematics. New York: Mac Millan Publishing Company, 623-660.
- Sfard, A. (1995). Reification as the birth of metaphor. *Tijdschrift voor Didactiek der β -Wetenschappen*. 13(1), 5-27.
- Verbeeck, K. (1996). Taal leren in de rekenles. *Jeugd in school en wereld*, 14(1), 14-18.
- Verschaffel, L. & E. de Corte (1990). De techniek van de computersimulatie in het onderzoek naar het oplossen van vraagstukken over optellen en aftrekken. *Pedagogisch Tijdschrift*, 5, 259-269.
- Verschaffel, L., E. de Corte & I. Borghart (1997). Pre-service teacher's conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Teaching and Instruction*, 7(4), 339-359.
- Vygotskij, L.S. (1977). *Denken und Sprechen*. Berlin: Fischer Taschenbuch Verlag.
- Walkerdine, V. (1982). From context to text: a psychometric approach to abstract thought. In: M. Beveridge (ed.). *Children thinking through language*. London: Arnold.
- Walkerdine, V. (1997). Redefining the Subject in Situated Cognition Theory. In: D. Kirshner & J.A. Whitson (eds.). *Situated Cognition*. London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 57-71.
- Willig, A.C. (1985). A meta-analysis of selected studies on the effectiveness of bilingual education. *Review of Educational Research*, 55, 269-317.
- Wit, W. de (1996). Meer aandacht nodig voor allochtone leerlingen. *Nieuwe Wiskrant*, 16(2), 18-23.
- Wyndhamn, J. & R. Salji (1997). Word problems and mathematical reasoning. A study of children's mastery of reference and meaning in textual realities. *Learning and Instruction*, 7(4), 361-382.
- Zepp, R. (1989). *Language and Mathematics Education*. Hong Kong: API Press.