
Problemen leren oplossen met wiskundige middelen

- reken-wiskundeonderwijs aan volwassenen -

H. ter Heege
SLO/BVE, Enschede

In het dagelijks leven komen regelmatig situaties voor waarin volwassenen leren. Deze zijn te beschouwen als leeromgevingen, die in mindere of meerdere mate als 'rijk' kunnen worden bestempeld. De reken-wiskundeles kan worden gezien als een belangrijke leeromgeving, maar is wellicht niet de belangrijkste.

Wat betekent de toevoeging 'rijk' in dit verband? We geven hier een ideaal-typering van een 'rijke' reken-wiskundeles in de volwasseneneducatie met twaalf karakteristieken. Deze typering kan zeker nog worden uitgebreid:


- 1 Er gebeurt veel in de les.
- 2 Het zijn voor cursisten interessante zaken.
- 3 Er komen in de les problemen aan de orde, die de aandacht van cursisten gevangen houden.
- 4 De cursisten tonen dat zij gemotiveerd zijn.
- 5 Er wordt door de cursisten (en door de leerkracht) geleerd.
- 6 De cursistengroep is op leren gericht.
- 7 De cursisten kunnen hun leerervaringen uit het verleden inbrengen in het onderwijsproces.
- 8 Zij kunnen ook hun leerervaringen van dat moment zelf inbrengen.
- 9 De cursisten gaan tevens in op leerervaringen van anderen.
- 10 Er is sprake van vertrouwen tussen de cursisten onderling en tussen de cursisten en hun leerkracht.
- 11 De cursisten hebben de intentie elkaar bij het leren rekenen te helpen.
- 12 De leerkracht heeft als voornaamste taak het proces in de rijke leer-situatie te organiseren.

Een en ander betekent dat een rijke leersituatie (1) probleemgericht is, (2) zowel individuele leerprocessen als leerprocessen van de groep bevat en (3) communicatief is. Als bronnen voor dit constructief te noemen rekenwiskundeonderwijs aan volwassenen moeten in de eerste plaats het volle leven en in de tweede plaats de realistische onderwijsdidactiek worden beschouwd.

Hoe verhoudt zich deze ideaaltypering nu met het thema van de Panama conferentie: 'Naar een balans in de reken-wiskundeles: interactie, oefenen, uitleggen'? Wat houdt bijvoorbeeld interactief reken-wiskundeonderwijs aan volwassenen in? We geven daar een voorbeeld van, dat is bedoeld als activiteit voor volwassenen in een rekencursus.

Transavia airlines

Wij geven u vleugels.



Amsterdam - London Gatwick

HV 601	1	2	3	4	5	6	■	07.45	07.50
HV 603	1	2	3	4	5	6	7	12.00	12.05
HV 605	1	2	3	4	5	6	7	16.15	16.15
HV 607	■	■	■	4	5	■	■	18.00	18.00
HV 609	1	2	3	4	5	■	7	19.45	19.45
HV 611	■	■	■	■	■	■	7	20.30	20.30

London Gatwick - Amsterdam

HV 600	1	■	■	■	5	■	■	07.05	09.10
HV 602	1	2	3	4	5	6	■	08.25	10.30
HV 604	1	2	3	4	5	6	7	12.50	14.50
HV 606	1	2	3	4	5	6	7	17.00	19.00
HV 608	■	■	■	■	5	■	■	18.45	20.45
HV 610	1	2	3	4	5	■	■	20.30	22.30
HV 612	■	■	■	■	■	■	7	21.15	23.15

Alle genoemde tijden zijn lokale tijden.

Vertrekdagen: 1 maandag 2 dinsdag 3 woensdag
 4 donderdag 5 vrijdag 6 zaterdag 7 zondag

figuur 1

We laten de vragen die aan de hand van het werkblad 'Transavia Airlines' (fig. 1) te stellen zijn, op dit moment maar even voor wat ze zijn en bekijken eerst wat de cursisten aan de hand van het werkblad kunnen leren. Aan de hand van dit werkblad wordt voor een aantal van hen een herkenbare problematiek gecreëerd die met wiskundige middelen opgelost kan worden. Daarbij moet worden gerekend met digitaal genoteerde tijden en gaat het erom tabellen te lezen en te begrijpen. Verder moeten cursisten codes waarin informatie wordt verpakt, interpreteren.

We geven nu twee uitwerkingen van het verloop van een les, althans van een klein gedeelte daarvan. Hierbij gaan we in op de kwestie van de interactie in de reken-wiskundeles.

Het eerste voorbeeld gaat in op de interactieve introductie, ofwel op de verkenning van de probleemsituatie. Met *d* wordt de leerkracht bedoeld en met *c* geven we de cursisten aan die tijdens de les een duit in het zakje doen. De voorbeelden zijn enigszins gestroomlijnd weergegeven, omdat de reële werkelijkheid zoals velen van ons weten veelal rijker en meestal ook veel chaotischer is.

- d* Waar gaat dit over?
- c1* Over Amsterdam en over Londen.
- c2* 'Airlines' betekent 'vliegtuig'. Er staat ook 'Amsterdam' bij.
- d* 'Schiphol' is de luchthaven van Amsterdam. Zo is een van de luchthavens van Londen 'Gatwick'. Er zijn er meer in Londen.
- c3* Het gaat erom hoe je naar Londen kunt vliegen met het vliegtuig en weer terug naar Amsterdam.
- d* Zie je staan: Alle genoemde tijden zijn lokale tijden. Wat betekent dat eigenlijk?
- c1* Goede tijden, slechte tijden.
- c4* Nee, uren en minuten. Die staan er ook in, kijk maar naar 20.30, onderaan.
- c1* Van vorige keer. 12.00 uur was 'twaalf uur'.
- d* Weet je nog dat we hebben gepraat over die punt?
- c1* Ja, er staan uren en minuten. Maar wat is dan 07.45?
- c5* Dat is ook 7.45, zonder nul.
- c2* Ik kan om 20.30 uur vertrekken en dan kom ik om 20.30 uur aan. Hoe kan dat nou?

We maken bij het bovenstaande de volgende opmerkingen:

- 1 De situatie wordt 'een beetje verkend', maar lang niet alle gegevens van het werkblad zijn de cursisten nu helder. De leerkracht kiest er voor om de introductie af te breken en nu de kern aan de orde te stellen. Zijn keuze is mede gebaseerd op de inbreng van de groep, met name op de inbreng van cursist *c2*.
- 2 Aan de discussie deden vijf cursisten mee. Dit wil echter niet zeggen dat de andere zeven cursisten van de groep niets van de introductie

hebben geleerd. Ook zwijgende cursisten kunnen veel leren. Ze zijn fysiek wellicht passief, maar dat zegt niets over hun mentale activiteit.

- 3 Kenmerkend voor een dergelijke introductie is de ordening van de chaos die zich aanvankelijk lijkt voor te doen. In die ordening worden nutte en onnutte zaken naar voren gebracht. Beide zijn van waarde.

Het tweede voorbeeld betreft het probleem, waarvoor wiskundige middelen met een oplossing kan worden bereikt.

- d Mijn vriend heeft me uit Londen opgebeld met de vraag of ik hem van Schiphol kan komen afhalen. Hij komt morgen (woensdag) aan. Hij zal proberen een vliegtuig te nemen dat voor half negen vertrekt. Hoe laat moet ik op Schiphol zijn om hem af te halen?
- c4 Je moet dan onderaan kijken.
- d Leg eens uit.
- c4 Daar staat van Londen Gatwick naar Amsterdam. Er gaat een vliegtuig om 8.25 uur. Dat is de tweede.
- c2 Ja, je kunt er ook een van 7.05 uur nemen.
- c6 Ja, en ook om 12.50 uur of om 17.00 uur.
- c7 Dan ben je laat in Amsterdam.
- d Waarom dan? Leg eens uit.
- c7 Als je om 12.50 uur vertrekt, kom je om 14.50 uur aan.
- c1 Ik zie geen 12.50 uur staan. Wel 12.00 uur.
- c8 Je moet in het tweede stukje kijken. Jij kijkt naar vertrekken in Amsterdam (wijst het c1, z'n buurman, aan).
- d (tegen c9): Zie jij wat c8 bedoelt?
- c9 Nee.
- d (tegen c8): Leg 't eens uit!
- c8 Nou, bovenaan staat de heenreis naar Londen. Onderaan de terugreis naar Amsterdam. Dan zie je 12.50 uur staan. Dan vertrekt het vliegtuig naar Amsterdam. Dan kom je om 14.50 uur aan.
- c7 Ik begrijp het niet: je vliegt er twee uur over, maar als je terug wil naar Londen, ben je er zonder dat het tijd kost.

We trekken weer enige conclusies:

- 1 Sommige cursisten leveren een grotere bijdrage aan het oplossingsproces dan anderen. Dat heeft onder meer met het functioneren van eerder verworven (reken)kennis in het oplossingsproces te maken.
- 2 Uit het leerproces dat de groep doormaakt, ontstaan nieuwe vragen. Zoals de vraag, waarom een vlucht naar Londen volgens de dienstregeling geen tijd kost, maar de vlucht naar Amsterdam terug liefst twee uur.

Degenen die de twee voorbeelden goed hebben doorgenomen, zal het zijn opgevallen dat de rol van de leerkracht wat anders is dan in onderwijs dat door velen als gewenst wordt beschouwd. De leerkracht uit de bovenstaande protocollen legt zelf niet veel uit, hij probeert de cursisten gedachten te ontlokken, zowel ten aanzien van een mogelijke vraagstelling als ten aan-

zien van 'uitleg'. Hij zegt bijvoorbeeld op een gegeven moment tegen cursist c8 'Leg 't eens uit!' Had hij dat niet beter zelf kunnen doen? Was zijn uitleg niet veel duidelijker geweest? Het antwoord moet zijn dat het zeer de vraag is wiens uitleg het meeste betekent voor de cursisten: de uitleg van de leerkracht, die de oplossing reeds geheel doorziet, of de uitleg van de medecursist die zelf ook het leerproces doormaakt. De leerkracht organiseert zo'n proces vanuit zijn kennis van de oplossing. Kenmerkend daarin is de doelgerichtheid en de effectiviteit, dus is zijn uitleg zonder poespas. Cursisten daarentegen zoeken nog naar een geschikte organisatie van de oplossing en hebben daarbij tussenstapjes en omwegen nodig. Die verzinnen ze zelf. Het leerproces bevat dus het zoeken naar een geschikte organisatie van het probleem.

Dit geeft aanleiding tot de volgende stellingname:

Cursisten leren veelal het beste van het onderling uitwisselen van hun oplossingen, met behoud van inzicht. Het beste daarbij is als ze aan de hand worden meegenomen en het zoekproces naar een organisatie van het probleem van een medecursist kunnen meemaken.