

---

# De klas als onderzoeksgemeenschap

L. Streefland  
Freudenthal instituut, Universiteit Utrecht  
E. Elbers  
Vakgroep ASW, Universiteit Utrecht

## 1 inleiding

Het hier gerapporteerde onderzoek betreft de constructie van wiskundige kennis (heroverweging van het schaalbegrip) door leerlingen van groep 8 van een school in Bussum (Streefland & Elbers, 1995). Het globale doel van het uitgevoerde experiment was om de kinderen zoveel mogelijk bij de (re)constructie van hun kennis te betrekken. Ze werden daarom aangesproken als jonge onderzoekers.

Om te kunnen begrijpen hoe kinderen onder deze condities leren, werd er nauwgezet geobserveerd en maakten we video- en audio-opnamen van enkele lessen. In de analyse van zowel observaties als opnamen vestigden we de aandacht op de strategieën van de leerkracht(en) om de kinderen aan te moedigen als jonge onderzoekers mee te doen en ook op de bijdragen van de kinderen aan de discussies, zowel in de hele groep als in kleine deelgroepen.

In deze bijdrage richten we onze aandacht speciaal op de creatieve bijdragen van de kinderen aan de (re)constructie van het schaalbegrip. In het bijzonder is het interessant om na te gaan of en in hoeverre de kinderen vragen stelden en ideeën aandroegen, waarop hun leerkrachten (de senior onderzoekers) niet gerekend hadden.

Bovendien lijkt het interessant te letten op de inventiviteit van de kinderen waarmee zij hun vragen of die van de senioren beantwoordden. Een belangrijke kwestie daarbij is de rol die aannamen in de redeneringen en oplossingsprocessen van de kinderen speelden.

Een tweede aandachtspunt betreft de manier, waarop de kinderen hun rol als jonge onderzoekers opvatten. Meer dan eens namelijk, vertoonden ze hierover onzekerheid. De leerkrachten op hun beurt probeerden de kinderen verantwoordelijk te maken voor hun eigen leren.

## 2 de inhoudelijke context en de onderzoekscontext

Wat het programma betreft ging het onderzoek om realistisch reken-wiskundeonderwijs, waarin het leren verwiskundigen van een probleemsituatie een kernrol vervult (Freudenthal, 1991). Mathematiseren betekent dat de kinderen problemen uit hun werkelijkheid omzetten in wiskundige problemen en ook, dat zij de wiskunde die op deze manier uit het oplossen van realistische problemen voortkomt, leren toepassen in verwante of nieuwe situaties. Het betekent ook dat verwacht wordt dat zij op deze manier aanzienlijk zullen bijdragen aan de inhoud van het onderwijsleerproces door middel van hun constructies en producties.

Wat betekent dit voor de senioren? Koersen op de bijdragen die kinderen (kunnen) leveren, betekent het probleem oplossen hoe deze te exploiteren voor de voortgang in het leerproces van de gehele groep. Men moet daarop zelfs vooruit grijpen, want activiteiten die kinderen in staat stellen een aanzienlijke bijdrage te leveren aan het onderwijsleerproces, zijn kennelijk van speciale aard.

Kuhn (1970) beschouwde een gemeenschap van onderzoekers als de basis voor het voortbrengen van (nieuwe) kennis. Ook kinderen kunnen profiteren van het actief voortbrengen van kennis binnen een gemeenschap van medeonderzoekers (Seixas, 1993). Binnen deze context wordt leren opgevat als een sociale activiteit binnen een gemeenschap, die gekenmerkt wordt door discussies, onderhandelingen, het doen van voorstellen, het kritiseren en verwerpen van veronderstellingen, het doen van aannamen of juist het ondermijnen ervan, enzovoort. Dergelijke activiteiten komen voort uit de gelegenheden die worden geboden aan de lerenden om aan de 'discourse' bij te dragen.

In dit geval ging het om een schaalproject. De 'Fatima Jozef' school te Bussum krijgt een nieuw gebouw en in verband hiermee doet groep 8 een schaalproject, wat onder andere inhoudt:

- het maken van een kaart van het centrum van Bussum;
- het maken van een maquette daarvan;
- het maken van een schaalmodel van de nieuwe school op de schaal van Madurodam (1 op 25).

Twee van de lessen die we observeerden waren gericht op het schaalbegrip en het toepassen daarvan voor het schatten en/of berekenen van afstanden en voor het bepalen van de hoogte van gebouwen. In één van de lessen schatten de kinderen de hoogte van de Westertoren in Amsterdam, waar bij ze onder andere een foto van het schaalmodel in Madurodam mochten gebruiken. De kinderen bediscussieerden na een inleidende verkenning in kleine groepen, ook de mogelijkheid de hoogte van gebouwen te bepalen

door gebruik te maken van schaduwen. Er waren twee leerkrachten aanwezig; een niet-participerende onderzoeker observeerde de interactieprocessen zowel in de hele groep als in de kleine sub-groepen en nam deze ook op (zowel beeld als geluid, ook binnen de sub-groepen). De deelnemend groep 8 bestond uit twaalf jongens en negen meisjes, in leeftijd variërend van elf tot dertien jaar. Van de opnamen werden transcripten gemaakt (honderdvijftig pagina's; drie lessen in het voorjaar van 1994). Deze werden vervolgens geanalyseerd (Derks, 1995; Elbers, Derks & Streefland, 1995).

Het onderzoek waarvan hier verslag wordt gedaan, wordt ook wel ontwikkelingsonderzoek genoemd (Gravemeijer, 1994). In dergelijk onderzoek worden prototypen van leergangen ontwikkeld tegelijk met theorie aangaande het onderwijzen en leren van het betrokken onderwerp (zie voor de breuken bijvoorbeeld Streefland, 1991).

Na de ontwikkeling van het nieuwe prototype kan dit worden ingevoerd in de scholen en kan, bij wijze van spreken, het modelexperiment dat eraan ten grondslag ligt door gewone leerkrachten worden herhaald, of beter gereconstrueerd, onder gebruikmaking van de resultaten die het ontwikkelingsonderzoek heeft opgeleverd.

### 3 schaal herzien: een impressie van het experiment

#### vooraf

Het maken van een maquette van het deel van de stad waar de nieuwe school werd gebouwd kwam voort uit de volgende activiteiten:

- het tekenen van de (individuele) weg van (de nieuwe) school naar huis (de neerslag van de 'mental' map op A4 formaat);
- het samenstellen van deelplattegronden van de stad uit individuele tekeningen van kinderen die bij elkaar in de buurt wonen (op A2 formaat);
- het meten van afstand en tijd voor het afleggen van de weg van school naar huis (Streefland & Gertsen, 1995);
- het ijken van de schaal van de deelplattegronden op grond van voorgaande meetresultaten;
- het samenstellen van een plattegrond van de omgeving van de nieuwe school en het bouwen van een maquette daarvoor;
- het bouwen van twee schaalmodellen van de school (onder andere op 'Madurodam'schaal).

Enkele weken nadat de kinderen de afstand van school naar huis en ook de tijd om die - op hun individuele manier - af te leggen, gemeten hadden,

herinnerde een van beide leerkrachten de kinderen aan deze activiteit en ook aan het achterhalen van de hoogte van de Westertoren in Madurodam aan de hand van een foto. De verschillende methoden werden in de kleine groep nogmaals overdacht. Ook werd getracht een antwoord te vinden op de vraag: 'Hoe zou jij de hoogte van de school, de watertoren of de kerk meten?' De leerkrachten deden het voorkomen dat zich in het geval van een zonnige dag nog een nieuwe manier kon voordoen. Daarna gingen de kinderen in kleine groepen aan het werk.

### **wat er zich in de kleine groepen afspeelde**

(Opmerking: zie ook de volgende paragraaf.)

In groep 5 ontspint zich het volgende gesprek:

- Roberto: Schatten.  
Richard: Wat moeten we doen?  
Roberto: Schatten ... de watertoren.  
Remco: Ehm ... schatten. Ja, schatten.  
Roberto: Schatten.  
Remco: Wat heb je?  
Bart: Dan moet je naar de zon kijken!  
Roberto: Ik weet niet waar ... Ja, de schaduw.  
Bart: Ja, de schaduw, maar da's ... de schaduw is soms zo lang en soms zo kort, dan moet je ... om twaalf uur of als'ie in het oosten staat.  
  
Peter: Nee, helemaal niet!  
Bart: ... Anders staat'ie boven je.  
?: Ja, daarom is'ie.  
Richard: Hoe dan?  
Peter: Ja, schrijf dat zelf maar op (gelach).  
Bart: En dan die schaduw nog ... als'ie zo staat dan komt'ie goed. Dus dan moet-ie in het noord-oosten of in het noord-westen staan.

Deze aarzelende start voerde tot een interessant gedachtenexperiment over de gang van de zon op een dag. In termen van Mercer (1995) ging dit gepaard met 'cumulative talk', dat naarmate de discussie vorderde steeds prototypischer werd. Deze wijze van verbale interactie zou men voortborduren op elkaars ideeën kunnen noemen. Er zitten herhalingen en bevestigingen van uitspraken in en ook uitwerkingen van ideeën. Dit wat de linguïstische kant ervan betreft. In psychologisch opzicht heerst er een sfeer van solidariteit. De jongens vertrouwen op elkaar in die situatie. Het steeds zuiverder worden van het voortborduren blijkt uit de volgende protocol-episode:

- Roberto: Zo.  
Richard: Nee, kijk ... dan moet'ie zeg maar *hier* staan ... een beetje schuin d'r boven.

- Remco: Ja.  
 Richard: En dan komt 'ie - zeg maar - hier want kijk dan zie je dit.  
 Roberto: En dan komt 'ie zo d'r overheen.  
 Richard: En dan komt de ... precies zo.  
 Remco: En dan krijg je zo de schaduw.  
 Roberto: En dan?  
 Remco: Zo een zonnetje.

De opeenvolging van en-dan-uitspraken onthult niet alleen de intensiteit van de deelname van deze jongens aan de gevolgde gedachtengang, maar ook de reeds genoemde solidariteit waarmee ieder bijdraagt. Voortborduren dus. Achteraf zal blijken dat de kwaliteit en de diepgang van de discussie in deze groep van beslissende invloed zal zijn op het verloop van de interactie in de hele groep. Daarin zal Peters tekening van het gedachtenexperiment nog een belangrijke rol spelen. Peter, die samen met Remco, Richard, Roberto en Bart één groep vormde, hield zich na het begin grotendeels afzijdig om zijn eigen idee te kunnen uitwerken (dat overigens pas vorm kreeg na zijn deelname aan het inleidende gesprek in de groep). Deze tekening werd later door de leerkrachten op het bord overgenomen (zie figuur 1, pag.17).

### hoe groep 5 de klasse-interactie beïnvloedde

Nadat de verschillende methoden die de kinderen eerder gevonden hadden om de hoogte van een toren te bepalen - zoals meten met een voorwerp van bekende afmeting als natuurlijke maat - besproken waren, werd de kwestie van het toepassen van de zonnenschaduw in de hele groep aan de orde gesteld.

- Micha: De schaduw.  
 Lk 1: En dan Remco eh Bart.  
 Micha: De schaduw ... de schaduw gebruiken.  
 Lk 1: De *schaduw* gebruiken ... maar hoe doe je dat dan?  
 Micha: Ehm als de zon schijnt!  
 Ll: Wachten tot de zon schijnt.  
 Lk 1: Ja?  
 Micha: En dan meet je de schaduw op.  
 Lk 1: Ja.  
 Micha: En dan reken je uit hoe lang ... de toren ongeveer is.  
 Patrick: Ongeveer keer twee.

Vervolgens mengden verschillende leerlingen en leerkracht 1 zich in de discussie over schaduw en torenhoogte, en vooral over het niet volledig zijn van de door Micha voorgestelde oplossing, wat trouwens nogal wat voedsel aan botsende meningen gaf! Dit duurde overigens niet lang, omdat zich een gezamenlijke gedachtengang begon te ontwikkelen, omdat de leerkracht erin slaagde de hele groep het gedachtenexperiment over zon-

nebaan en schaduwverloop te laten herhalen. In termen van Mercer (1995) vond er een omslag plaats van 'disputational talk', dat wil zeggen welles-nietes interactie, naar 'exploratory talk, ofwel het onderzoekende gesprek. Linguïstisch gezien komt de eerste gespreksvorm neer op het doen van beweringen en tegenbeweringen, zonder dat er van enige argumentatie sprake is. Psychologisch gezien is er sprake van competitie, van in het defensief gaan en van individueel beslissen.

Bij 'exploratory talk' worden over en weer verzoeken om verduidelijking geuit en worden beweringen met argumenten onderbouwd. Het onderzoekende gesprek richt zich op het bereiken van consensus en op het op constructieve doch kritische wijze bijdragen aan de discussie. Deze omslag in de aard van de discussie is belangrijk.

Nog belangrijker was echter het gemeenschappelijke karakter van het onderzoekende gesprek, waaraan veel meer kinderen deelnamen dan die van de genoemde groep, met name ook kinderen uit groepen die de schaduwkwestie niet of nauwelijks beroerd hadden naar hun groepsprotocollen uitwezen. De opgaande zon werd in gedachten verbonden met de bewegende schaduw, die steeds maar korter wordt, totdat ... en daarna ... Leerkracht 1 wijst opnieuw op de onvolledigheid van Micha's redenering.

De interactie, die letterlijk indrukwekkend was, bracht Bart echter niet van zijn idee af, dat hij kennelijk al in zijn hoofd had tijdens de discussie vooraf met zijn medegroepsleden.

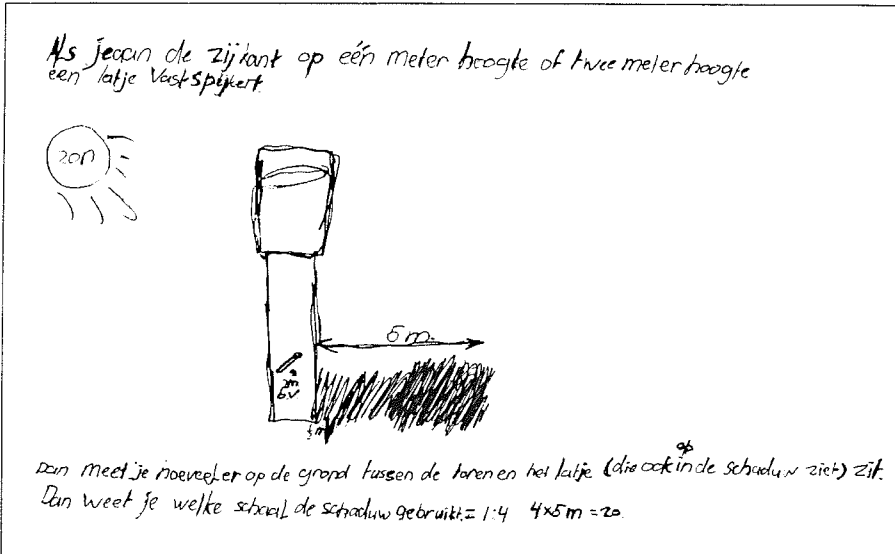
- Bart: Nou, eh, als je de klok neemt ... dan is eh negen het westen, dan is drie het oosten.
- Lk 1: Ja.
- Bart: Maar dan moet je ongeveer tussen het noordoosten en het eh ... nou moet je noordoost hebben en het noordwesten ... denk ik ... dat is onge ... en als je daar staat dan is het ongeveer goed.

Leerkracht 1 vraagt Bart om nadere uitleg, maar het is op dat moment ook al duidelijk dat bijna niemand begrijpt wat Bart in feite bedoelde met zijn sluitstuk voor de gedeeltelijke oplossing van Micha. Dit blijkt uit het feit dat de interventie van leerkracht 2 met: 'Dan zijn ze even lang', geen enkel effect heeft. Bart zal echter nog een gelegenheid krijgen, naar nog zal blijken. Leerkracht 1 leidt de discussie en vraagt vervolgens Peter uit te leggen hoe Micha's methode volledig gemaakt kan worden (Peter nam al eerder constructief deel aan de discussie.)

Peters schets (fig.1) komt kortweg op het volgende neer:

Spijker een latje aan de toren op een hoogte van bijvoorbeeld twee meter en meet dan de afstand van de voet van de toren tot de schaduw van het latje, dan kan ik de schaal die de schaduw gebruikt uitrekenen. Omdat de schaduw van de hele toren ook gemeten kan worden (op dat tijdstip), kan

de hoogte van de toren nu berekend worden met behulp van de schaal van de schaduw.



figuur 1

Terwijl Peter op de geschetste manier zijn groepsoplossing langs gaat, moedigt leerkracht 1 hem zo nu en dan aan. Richard echter maakt, na de suggestie van de leerkracht, van de gelegenheid gebruik een verhelderende opmerking te maken dat wanneer de schaduw van bijvoorbeeld de lat op een afstand van zes meter van de voet van de toren valt, de schaal waarover Peter het heeft 1 op 3 is (object tot schaduw).

Richard: Op die tijd van de dag. Dus moet je denk ik drie keer zo klein ... de schaduw.

Opmerking: in feite is Peters woordgebruik 'de schaal die de schaduw gebruikt' niet helemaal adequaat, want het gaat om de lineaire afbeelding parallel-projectie, die, in het geval van het voorbeeld van de leerkracht, vergrotend werkt met een factor drie.

De leerkracht herhaalt de knappe oplossing van Peters groep nogmaals. Desondanks rijzen er twijfels, overigens van andere aard.

Micha: Maar je mag d'r niet op timmeren.  
 Lk 1: Mooi ... klopt'ie?  
 Micha: Ja, hij klopt wel.  
 Lk 1: Oké, Micha zegt je mag d'r niet op timmeren.  
 Micha: 't Is een monument.

Dan oppert Saskia dat zij gebruik zal maken van haar eigen lengte en schaduw. Dit lost het probleem nog niet helemaal op, hoewel het een mooi antwoord is op Micha's bezwaar, want je hebt jezelf steeds bij je. Bart, die al eerder met zijn idee kwam, ziet zijn kans schoon dit nu in Peters oplossing in te passen.

- Bart: Dan moet je wachten tot dat latje ook twee meter hoog is ... eh aan de schaduw ... van de kerktoren.  
Lk 1: Jij zou zeggen ik moet net zolang wachten tot dat latje hier staat.  
Bart: Ja, omdat op die tijd kan je de ...  
Saskia: Ja, dan kun je lang wachten ...  
Bart: De hele-de gehele toren meten.

Zijn oplossing - gebruikmaken van de mogelijkheid dat de hoogte van het object en de lengte van de schaduw gelijk zijn - wordt, ondanks Saskia's interventie, ook gewaardeerd. Dat duurt echter maar even, want dan blaast Micha de tot dusver ontwikkelde theorie op.

- Micha: Maar al-de toren van Pisa die staat schuin ... dus de schaduw is veel korter ... als die toren ook schuin staat ... dan weet je het ook niet.

Twee typen reacties zijn het gevolg van deze tijdbom onder de theorie. De- genen die bijdroegen aan de gezamenlijke oplossingen tot dusver beginnen deze te verdedigen, terwijl enkelen van hen inspelen op de nieuwe uitdaging, namelijk hoe de hoogte van een scheve toren te meten met behulp van schaduwen. Zij proberen daarbij aanpassingen van de gevonden oplossingen te overwegen (bijvoorbeeld naar aanleiding van Saskia's suggestie zelf ook scheef gaan staan).

## 4 verdere analyse en reflectie

### **creatieve bijdragen van de kinderen aan de constructie van schaalbegrip**

In feite werd het schaalbegrip in het experiment heroverwogen, omdat de kinderen dit bij het vak aardrijkskunde natuurlijk ook al hadden gehad, zij het alleen van kaart op schaal naar werkelijkheid. In het geschetste experiment volgden zij voor het eerst de complete weg van werkelijkheid naar schaalmodel en terug. We plaatsen er wat kanttekeningen bij, uitgaande van de gegeven protocollen.

Ten eerste bleek dat alleen de groep van Peter zich heel diepgaand met de schaduwkwestie bezig hield, terwijl twee andere groepen het idee slechts heel even, oppervlakkig beroerden. De overige groepen negeerden het. De leerkracht wist dit niet of had althans een onvoldoende indruk van wat



er tijdens het groepswerk precies gebeurde. Desondanks leek hij de juiste beslissing te nemen de hele groep eerst op de gemeenschappelijke noemer van gedeelde kennis te zetten door in gedachten zonnebaan en schaduwverloop met de groep te reconstrueren, voordat het eigenlijke probleem van de hoogte van de toren werd aangepakt. Peters groep sprak van de schaal die de schaduw gebruikt. Dit betekent dat deze groep de externe verhouding van object en schaduw benutte in plaats van de interne verhouding van twee beschikbare schaduwen (of objecthoogten). Richard pikt dit idee van externe verhouding als schaalfactor op en illustreert het op grond van de schaduwlengte van zes meter die de leerkracht gaf. De toepassing van schaalterminologie in dit speciale geval wijst op transfer van het echte maken van schaalmodellen naar de context van zonnestrallen-viseerlijnen en parallel-projectie. De leerkrachten gebruikten de schaalterminologie niet op deze manier.

Het is duidelijk dat Bart een globaal idee had van zonnebaan en schaduwverloop en dat hij er een speciaal geval uitlichtte, namelijk dat, waarbij schaduwlengte en objecthoogte gelijk zouden zijn. Uit de manier waarop Bart zich uitdrukte blijkt, dat hij er zich van bewust is, dat dit zich twee keer op een dag voordoet. Richard geeft er op zijn beurt blijk van dat hij zich bewust is van het unieke van de situatie, die de rest van Peters groep benutte (op die tijd van de dag) en dat je die niet zomaar mag generaliseren. Dit laat zien dat de gebruikte schaalfactor echt bij dat bijzondere moment van meten hoort en niet voor een afwijkend moment of een andere dag zou mogen worden toegepast. Op deze manier laat Richard trouwens ook zien, dat hij al aardig op weg is globaal overzicht over de object-schaduw kwestie te krijgen. Hij komt echter van onderop, terwijl Bart toonde het globale overzicht vanaf het begin al te hebben.

Zodra Micha tornt aan de aannamen in het experiment - door met de scheve toren van Pisa op de proppen te komen - blijkt dat de kinderen verantwoordelijkheid nemen voor wat zij tot dusver ontwikkeld hebben. Een deel van de groep gaat in het defensief en verdedigt het gedane werk, terwijl een ander deel op zoek gaat naar argumenten en aanpassingen om hun theorie over objecten en schaduwen ook toe te passen onder de nieuwe door Micha genoemde condities. Aan voorgaande bijdragen van de kinderen aan de ontwikkeling van hún schaalbegrip, kunnen er nog enkele worden toegevoegd, namelijk:

- het tekenen van de weg van huis naar school op A4-formaat;
- het afbeelden op schaal en toepassen op alle details van een te verkleinen object;
- het zich afvragen of alles in Madurodam wel op dezelfde schaal is afgebeeld.

Al met al leverden de kinderen dus een aanzienlijke bijdrage aan het verschijnsel afbeelden op schaal en de toepassing ervan.

### **de identiteit van de kinderen als jonge onderzoekers**

Van de beschreven voorbeelden gaat de suggestie uit dat de kinderen als jonge onderzoekers een vaste koers aanhielden. Dit was echter lang niet altijd het geval. We observeerden verschillende situaties waarin de kinderen hun rol ter discussie stelden en zich afvroegen wat ze moesten doen. Tijdens de lessen ging de discussie niet alleen over de wiskundige inhoud, maar ook over de basisregels van het met elkaar communiceren: 'Hoe moeten we met deze problemen omgaan?' 'Wie is verantwoordelijk voor wat?' 'Hoe moeten we samenwerken?' Door deze nieuwe manier van wiskunde doen, moesten de leerkrachten en de kinderen hun rollen daarbinnen als het ware herdefiniëren; tegelijkertijd konden zij niet meer terugvallen op de gebruikelijke klasseconventies in deze.

Door aan het begin van de les te stellen: 'Jullie zijn onderzoekers!', nodigden de leerkrachten hen uit tot het herdefiniëren van hun rollen binnen het klasgebeuren. Vertrouwde en automatische processen van interpretatie en communicatie zouden niet langer voldoen: dergelijke conventies en praktijken dienden te worden veranderd. De kinderen zouden nieuwe vormen van communicatie moeten creëren en nieuwe verantwoordelijkheden op zich moeten nemen. Vanzelfsprekend duurt zo'n proces langer dan één dag. Bovendien ademde hun overige onderwijs met dezelfde leerkracht lang niet altijd deze sfeer van onderzoekend bezig zijn. We zien het zó dat de discussies van de kinderen plaatsvinden in een soort overgangsbied, een zone, waarin hun nieuwe identiteit zich geleidelijk vormt, onderhandelingen plaatsvinden, uiting gegeven wordt aan onzekerheden en nieuwe vormen van communicatie worden ontwikkeld. Globaal tekenden zich hierbij twee gebieden af:

#### **1 Het definiëren van verantwoordelijkheden.**

Het volgende fragment is een goede illustratie van de onzekerheid, ja zelfs terughoudendheid die sommige kinderen hadden bij het aanvaarden van hun nieuwe identiteit als onderzoekers. Een voorbeeld: Marieke stelt een vraag. De kinderen tonen zich verrast wanneer de leerkracht haar uitnodigt de kwestie zelf te beantwoorden. Ze doen daarbij een beroep op de traditionele regels voor leerkracht-leerling interactie. Ze beargumenteren dat, omdat de leerkracht het antwoord toch al weet, hij het ook wel kan geven. Zelfs wanneer we een licht spottende toon voor deze discussie als ondertoon aannemen, dan nog toont deze duidelijk dat zij zich bewust zijn van de ongebruikelijke eisen, waaraan ze moeten voldoen.

- Lk 1: Ik zal Marieke niet helpen, want zij kan de vraag zelf beantwoorden.
- Marieke: Oh?
- Ll 2: U moet dat doen, meneer.
- (...)
- Ll 2: Meneer ik dacht dat u het antwoord zou geven en niet dat zij zelf haar vraag beantwoordt.
- (...)
- Ll 3: U hoeft het niet te onderzoeken. Wij stellen de vragen en u geeft de antwoorden.
- Ll 2: Ja.
- Marieke: Precies. Wij stellen de vragen.
- Lk 1: Oh, ik dacht dat onderzoekers de vragen stellen en ook het antwoord geven. Heb ik een fout gemaakt?
- Lln: Nee
- Lk 2: Het is allebei mogelijk.
- Marieke: Ja, maar, meneer Streefland, u hoeft het niet te vragen.
- Lk 1: Pardon?
- Marieke: U hoeft het niet te vragen, want u weet het antwoord al.

(Merk op, dat de laatste opmerking in feite ook de traditionele manier van onderwijzen ter discussie stelt!)

Het volgende fragment is een voorbeeld dat laat zien dat de kinderen met succes hun nieuwe verantwoordelijkheden aanvaardden. Deze kinderen identificeren zich zó sterk met hun nieuwe rollen, dat zij zelfs niet meer naar de suggesties van de leerkracht willen luisteren. Ze zitten zo in hun rol van onderzoeker, dat zij de interventie van de leerkracht negeren. Deze is (tijdelijk) irrelevant voor hen. De twee meisjes uit het fragment werken aan een probleem. Dit gebeurt op een dusdanige manier, dat de ene leerkracht luidop het antwoord tegen de andere leerkracht zegt. Demonstratief negeren de kinderen dit en gaan op hun eigen manier verder.

- Anita: Nu verklein je negentig meter totdat je drie-meter-zestig hebt.
- Saskia: Laten we dat doen. We maken drie punt zestig. Nu ...
- Anita: Wat doe je?... (Leerkracht 1, die achterin het lokaal staat, vertelt op luide toon het goede antwoord aan leerkracht 2, die voorin het lokaal staat).
- Saskia: Nu delen door negentig ...
- Anita: We luisteren niet naar dat antwoord. We zoeken het zelf uit ...
- Ja, dat is twaalf. Nee, dat is niet goed. Kijk.
- Saskia: Nee, ik zie het ...
- Anita: Negentig.

- 2 De zichtbare pogingen van de kinderen om adequate vormen van communicatie te ontwikkelen, die pasten bij hun lidmaatschap van een onderzoeksgemeenschap.

Werken als leden van een onderzoeksgemeenschap vraagt om nieuwe

vormen van overleg en samenwerking. In feite vraagt het om een patroon van communicatie dat Mercer (1995) 'exploratory talk' noemt. De kinderen moeten naar elkaar luisteren, coöperatief en behulpzaam zijn en bovendien de uitkomst van hun werk niet claimen als iets persoonlijks, maar als de vrucht van gezamenlijke inspanning. Ze moeten vooral bereid zijn tot onderhandelen en hieraan ook uiting geven indien nodig. Onze observaties bevatten verschillende momenten van 'disputational' en 'exploratory talk'. In een bepaalde situatie zijn de kinderen het er niet over eens wat er op papier gezet moet worden. Het protocol laat hier een sequentie van 'disputational talk' zien. Een van de leerlingen maakt hieraan een eind door op te merken: 'Ik dacht dat we zouden samenwerken?' Door hieraan uiting te geven laat deze leerling zien dat z(h)ij zich bewust is van de regels voor samenwerking in een onderzoeksgemeenschap. De opmerking is geen commentaar op de gang van zaken zonder meer, maar houdt ook een uitnodiging aan de andere leerlingen in om op een meer constructieve manier met elkaar samen te werken. Het geschil werd ermee beslecht.

Er zijn nog meer fragmenten waarin de kinderen discussiëren over hoe ze zouden moeten samenwerken. Deze discussies leidden niet altijd even gemakkelijk tot overeenstemming en dus niet tot samenwerking. Er waren echter ook verschillende gelegenheden waarbij het aanmoedigen over en weer en het stellen van vragen als: 'Wat denk jij ervan?', wel tot de gewenste samenwerking leidden. Een ander voorbeeld betreft het verzoek van een leerling om niet zo snel te gaan: 'Ik begrijp het niet! Wacht eens! Ik denk na!'

Kortom, de kinderen moesten zichzelf herdefiniëren, vergeleken met wat ze gewend waren. Het samenwerken in een onderzoeksgemeenschap brengt nieuwe vormen van interactie tussen de leerlingen teweeg en ook tussen de leerlingen en hun leerkracht(en). Het leidt ook tot een ander zelfbegrip, dat wil zeggen tot nieuwe identiteiten voor zowel leerkracht(en) als leerlingen.

De leerkrachten probeerden de leerlingen verantwoordelijk te maken voor hun eigen leren. Hoofdstuk 4 wees uit dat het experiment in dit opzicht tamelijk succesvol was.

## 5 besluit

Er zou ook nog het nodige gezegd kunnen worden over de koers die de senioren varen tussen sturing van het onderwijsleer- ofwel onderzoeksproces en de vrijheid die de leerlingen kregen. Hierop moeten we in ander ver-

band nog maar eens terugkomen. Wat we in het onderhavige experiment deden, was kijken naar het creatief onderwijzen en leren van wiskunde. Hoewel het hoofddaccent op de interactie lag, konden wij niet om de inhoud zèlf heen en om de manier waarop zowel de leerlingen als de leerkrachten daarmee interacteerden. In veel recente publicaties wordt hieraan voorbij gegaan en richt zich de aandacht op de algemene trekken van het klassegebeuren. Wij delen in deze dus de mening van Pimm (1996), die eveneens bepleit dat de inhoud voortdurend in de aandacht dient te zijn. Wittmann (1995) beschouwt de miskennis van de inhoud zelfs als een van de kernproblemen van de ontwikkeling van het huidige wiskundeonderwijs (internationaal gezien dan en afgaande op wat er gepubliceerd wordt).

In dit onderzoek kwam de inhoud tot zijn recht en bleek dat de kinderen hieraan in belangrijke mate bijdroegen, maar ook dat allerlei aannamen zowel van de leerkrachten als van de kinderen een essentiële rol in het groepsproces vervulden, totdat consensus over bepaalde kwesties werd bereikt. Bovendien bleek dat ontwikkelingsonderzoek, waarin men de constructieruimte voor de leerlingen manipuleert, nieuwe mogelijkheden opent om nog meer van de leerprocessen aan het licht te brengen van zowel leerlingen als leerkracht(en) dan tot nu toe het geval geweest is met dergelijk onderzoek.

Het participeren in een onderzoeksgemeenschap blijkt een geschikte context om de constructieruimte van de ontwikkelingsonderzoeker te vergroten. Met betrekking tot de rollen die gespeeld moesten worden kan worden gesteld, dat deze geleerd moesten worden en dat dit leren gepaard ging met het afrekenen met een fundamentele onzekerheid die de ene keer sterker de overhand had dan de andere keer. Overigens was wel duidelijk dat er meer overeenkomst dan verschil was in de rollen van de senioren en de junioren.

Ten slotte stellen we nog vast dat, om het klassegebeuren echt te kunnen begrijpen en overzien, het heel erg nodig is om zowel van de processen in de kleine groepen als van het interactieproces van de totale groep goede nota te nemen. Alleen dān kan (voor een deel) verklaard worden, waarom het proces verloopt zoals het geobserveerd en geregistreerd werd.

## **literatuur**

- Derks, A. (1995). *Bouwen aan kennis. Interaktionele middelen in experimenteel realistisch reken-wiskundeonderwijs*. Utrecht University (master's thesis).
- Elbers, E., A. Derks & L. Streefland (1995). *Learning in a Community of Inquiry: Teacher's strategies and Children's Participation in the Construction of Mathematical Knowledge*. Paper presented at the 6th European conference for research on learning and instruction. Nijmegen.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Dor-

- drecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: Freudenthal instituut.
- Kuhn, T. (1970). *New Ideas for Teacher Education*. Casell/London/New York.
- Mercer, N. (1995). *The guided construction of knowledge. Talk among teachers and learners*. Clevedon/Philadelphia/Adelaide: Multilingual Matters Ltd.
- Pimm, D. (1996). Diverse Communications, Communication in Mathematics K-12 and Beyond. *NCTW Yearbook*, Reston, Virginia, 11-20.
- Seixas, P. (1993). The community of inquiry as basis for knowledge and learning: the case of history. *American Educational Research Journal*, 30, 305-324.
- Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education. A paradigm of developmental research*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Streefland, L. & R. Gertsen (1995). 610 Renstappen in 1 minuut 58 seconden en 91 honderdsten. *Willem Bartjens*, 14(3), 18-20.
- Streefland, L. & E. Elbers (1995). Interactief realistisch reken-wiskundeonderwijs werkt. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 14(1), 12-21.
- Wittmann, E.Ch. (1995). Mathematics Education as a 'Design Science'. *Educational Studies in Mathematics*, 29(4), 355-374.