Modellen, meten en meetkunde

- paradigma's van adaptief onderwijs -

R. de Jong
VOU, Universiteit Utrecht
I. Verkruijsse
Panama, Utrecht

1 inleiding

De veertiende Panama najaarsconferentie werd op 1, 2 en 3 november gehouden in het Leeuwenhorst Congres Centrum te Noordwijkerhout. De belangstelling was weer groot. M. Dolk heette de 230 deelnemers namens het organisatiecomité welkom. Een speciaal woord van welkom was er voor de heren Gaillard van de Nederlandse Vereniging van Wiskunde Leraren en De Bruijne van de SLO, alsmede voor de deelnemers uit België, Aruba, de Nederlandse Antillen, Duitsland, Zuid-Afrika, Polen en New York.
De conferentie had als titel: 'Modellen, meten en meetkunde - paradigma's van adaptief onderwijs'.
In het voorwoord van de conferentiegids verantwoordden M. Dolk, A. Treffers en W. Uittenbogaard het gekozen thema als volgt:

> 'Onder het thema 'modellen, meten en meetkunde - paradigma's van adaptief onderwijs' zijn dit jaar weer veel bijdragen op het gebied van rekenen-wiskunde bijeengebracht. In de lezingen, practica en werkgroepen zullen onderdelen van deze drie onderling te onderscheiden thema's besproken worden. Voor deze drie thema's is kenmerkend, dat meer dan bij andere onderwerpen uit het reken-wiskundecurriculum, de differentiatieproblematiek mogelijk makkelijker oplosbaar is. Zo is bij een meetkundig probleem steeds een instap op verschillende niveaus mogelijk en is er ook minder dwang tot formalisering van de oplossing.'

In zijn openingstoespraak ging Dolk uitvoerig in op het thema van de conferentie en gebruikte daarbij de nieuwe Waalbrug bij Zaltbommel als metafoor voor het thema. Bij het bouwen van bruggen komen modellen, meten en meetkunde ruimschoots aan hun trekken. Vervolgens ging hij in op het begrip adaptief onderwijs. Onder adaptief onderwijs worden verschillende zaken verstaan. Tegenwoordig lijkt het echter synoniem voor het geven van goed onderwijs. Wie goed onderwijs geeft, houdt immers rekening met alle leerlingen en probeert het onderwijs zo te ontwerpen dat zowel

langzame als snelle leerlingen door dit onderwijs worden geïnspireerd. Juist in realistisch reken-wiskundeonderwijs zijn vele mogelijkheden om 'adaptief' te werken. Progressieve schematisering is daarvan een voorbeeld. Veel leergangen in de realistische methoden zijn zo georganiseerd dat verschillende kinderen oplossingen op diverse niveaus kunnen produceren. Bij het beoordelen van methoden op de mogelijkheid van adaptief onderwijs moet men in eerste instantie kijken naar de vormgeving van leergangen en niet - zoals in het onderzoek van het GION gedaan is - alleen kijken naar de vormkenmerken van de methoden. Als een methode diagnostische toetsen bevat is dat nog geen voldoende voorwaarde voor goed adaptief onderwijs, aldus Dolk.
De reken-wiskundige onderwerpen die in de practica aan de orde komen, zullen getoetst worden aan het criterium dat het onderwijs door leerlingen op eigen niveau gevolgd kan worden. Bij de onderwerpen modellen, meten en meetkunde staat de vakdidactische organisatie centraal. Bij deze onderwerpen is het mogelijk om het onderwijs zo te organiseren dat de kinderen op verschillende niveaus bezig zijn. Verschillende kinderen volgen eenzelfde ontwikkeling maar steeds op een ander niveau. Vervolgens gaf Dolk een toelichting op de drie genoemde onderwerpen.

De formule van de conferentie had dit jaar enkele veranderingen ondergaan. De bijeenkomst van de zogenaamde categoriale groepen was verplaatst van de vrijdag naar de donderdagmiddag en de practica van de woensdag werden op de donderdag herhaald.
Op de woensdag leidde J.M. Kraemer (Cito) het onderwerp adaptief onderwijs in onder de titel: 'Onder water zie je meer. Een reflectie op adaptief ontwerpen.'
Na de practica over meten, meetkunde en modellen, hield E. de Moor (Freudenthal instituut) een lezing over 'Meetkunde op de basisschool, moet dat?'
De donderdag werd ingevuld met 's morgens practica en 's middags de lezing van Chr. Selter (Universiteit Dortmund) getiteld 'From 'Teaching' to learning Mathematics' en de bijeenkomsten van de categoriale groepen.
De spreker op de vrijdagmorgen was A. Goddijn (Freudenthal instituut). Zijn lezing had als titel: 'De witste der werelden, dat is uw Beloofde land (over meten en meetkunde in de literatuur)'.
Vervolgens was er nog gelegenheid om naar keuze enkele practica te volgen.
De traditionele afsluiting stond weer onder regie van W. Faes, W. Uittenbogaard en M. Dolk. De secretaris van de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken Wiskunde Onderwijs (NVORWO), H. Jansen, gaf een overzicht van de stand van zaken bij de vereniging.

De conferentie is georganiseerd door:
- Panama (Hogeschool van Utrecht).
- Freudenthal instituut te Utrecht.
- Centraal Instituut voor Toetsontwikkkeling (Cito) te Arnhem.
- Stichting voor de Leerplan Ontwikkeling (SLO) te Enschede.

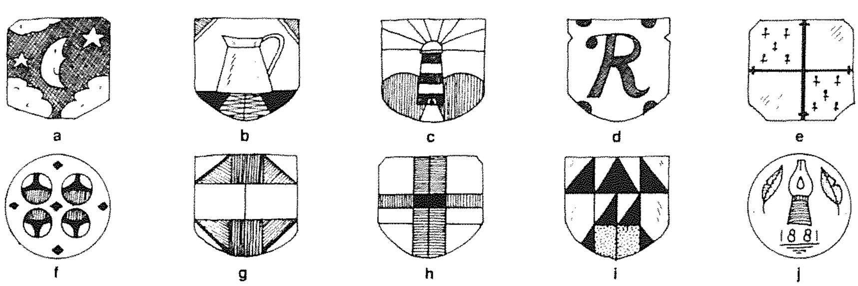
Het geheel stond onder auspiciën van de NVORWO.
Het organisatiecomité bestond uit: M. Dolk (Panama), A. Treffers (Freudenthal instituut) en W. Uittenbogaard (Panama).
In de verslaggeving zullen we in grote lijnen de volgorde van het programma aanhouden, te weten:
- Practica (2).
- Werkgroepen (3).
- Plenaire presentaties (4).
- Categoriale groepsbijeenkomsten (5).
- Terugblik (6).

2 practica

Er waren drie practica, die rechtstreeks verwezen naar het thema van de conferentie en die voor iedereen bestemd waren. Ze konden in twee sessies gevolgd worden. Een op woensdagmiddag en een op donderdagmorgen. De deelnemers konden hooguit twee practica volgen, waarbij er op de donderdagmorgen nog andere keuzen gemaakt konden worden.

Onderstaande opgave komt uit 'Pluspunt'. Groep 5,
Blok 11.
Geef aan welke strategieën en oplossingen u van uw leerlingen verwacht.

Welke wapens kun je zo spiegelen, dat ze hetzelfde blijven?



figuur 1

meetkunde

'Meetkunde' is een betrekkelijk nieuw domein binnen het reken-wiskundeprogramma. Doordat meetkunde opgenomen is in de kerndoelen, heeft het een vaste plaats verworven in het programma. De meetkundige problemen worden echter in de klas niet altijd aan de orde gesteld. Bovendien zijn er voor meetkunde op de basisschool (nog) geen leergangen ontwikkeld. In het practicum werden de deelnemers geconfronteerd met een aantal meetkundige opgaven op eigen niveau met daaraan gekoppeld de vragen: 'Wat heeft u geleerd van deze opgave?' en 'Wat kunnen kinderen leren als ze deze opgave maken?' Ter illustratie ziet u een opgave uit het practicum (fig. 1). In het tweede deel van het practicum konden de deelnemers kennis maken met meetkundige puzzels.

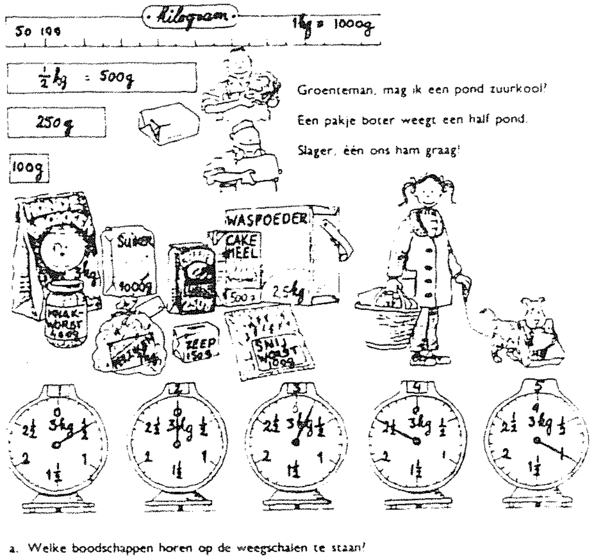
meten, metriek en rekenen met meetgetallen

In de bestaande methoden worden de onderwerpen 'Meten, metriek en rekenen met meetgetallen' nogal verschillend behandeld. Bovendien zijn de kerndoelen in dit opzicht onduidelijk. De bedoeling van het practicum was, om al werkend met elkaar, zich te oriënteren op de kernmaten van het metriek stelsel en te proberen tot een consensus te komen.
Hetzelfde gold voor rekenen met afgeronde getallen. Met de uitkomst van de gegevens uit het practicum zal in de Proeve-publikaties over kommagetallen en meten rekening worden gehouden.
Voorbeelden uit het practicum als representatie voor het gebodene treft u aan in figuur 2a, 2b, en 2c.

modellen

Het practicum 'modellen' werd gepresenteerd naar aanleiding van het Leidse onderzoeksproject 'Flexibilisering van rekenstrategieën op een verschillende kennisbasis'. Het afgelopen jaar is in een aantal groepen 4 van het basisonderwijs de (lege) getallenlijn geïntroduceerd voor het optellen en aftrekken tot honderd. In het practicum werd verslag gedaan van het onderzoek en door middel van leerlingenmateriaal en videobeelden werd een idee gegeven over de ontwikkeling van rekenstrategieën bij een aantal leerlingen. Aan de hand van dit materiaal werd aan de deelnemers gevraagd voorspellingen te doen omtrent het verwachte eindniveau van de leerlingen. In het tweede deel van het practicum stond de getallenlijn centraal in het kader van kommagetallen.
De volgende introductie-opgaven van het practicum geven ons inziens de problematiek kort en krachtig weer.

Welke maten dienen leerlingen om te kunnen zetten bij het maken van de volgende opgaven?
U kunt dit weergeven in de klassieke kaart van metrieke maten (fig.2b).



figuur 2a

km - hm - dam - m - dm - cm - mm

km^2 - hm^2 - dam^2 - m^2 - dm^2 - cm^2 - mm^2

ha - a - ca

km^3 - hm^3 - dam^3 - m^3 - dm^3 - cm^3 - mm^3

cc

kl - hl - dal - l- dl - cl - ml

kg - hg - dag - g - dg - cg - mg

ons

figuur 2b: klassieke kaart van metrieke maten

km - hm - (dam) - m - dm - cm - mm

km^2 - hm^2 - - m^2 - dm^2 - cm^2 - mm^2

ha **cc**

m^3 - dm^3 - cm^3 - (mm^3)

l - dl - cl - ml

kg - - - g

ons

figuur 2c: beredeneerd voorstel aanbieding metrieke relaties in het basisonderwijs

Opgave 1: Welk getal ligt exact tussen 0,9 en 0,11?
Noteer uw oplossingswijze.

Een van de kerndoelen luidt: 'Leerlingen kunnen decimale breuken op een getallenlijn plaatsen'.
Opgave 2: Zal een meerderheid van de leerlingen einde basisschool in staat zijn om 0,9 en 0,11 op een getallenlijn te plaatsen? Motiveer uw antwoord.

Het gaat hierbij om het kunnen plaatsen van kommagetallen op de getallenlijn (en het gebruik van de getallenlijn om het globaal schattend rekenen met kommagetallen te bevorderen).

3 werkgroepen

Op donderdag- en vrijdagmorgen was er gelegenheid om uit enkele van de vele (in totaal negentien) werkgroepen te kiezen. Er was een gevarieerd aanbod en alle groepen hadden voldoende belangstelling om door te kunnen gaan. Het blijft altijd moeilijk om een keuze te maken en aangezien we van elk van de bijeenkomsten geen uitvoerig verslag kunnen maken, volstaan we met een opsomming van de titels van de groepen. Het laat wel weer zien, dat er een grote verscheidenheid aan onderwerpen aan de orde kwam. Hieronder volgen de titels met de namen van de werkgroepleiders.

1 Kijkmeetkunde W12-16 (A. Goddijn).
2 Bolmeetkunde op de basisschool - hoe? (J.van den Brink).
3 Voorkennis, vervolgopgaven, adaptief onderwijs (J. Klep).
4 Het project Bolleboos: Reken-wiskundeonderwijs voor begaafde leerlingen (F. Goffree, M. Laphor, J. Nelissen & P.Span).
5 Onder een andere hoek bekeken (E. Feijs).
6 Meten, meetkunde en de computer (M. Doorman & F. van Galen).
7 Van Zonnelijn en Goudbord naar lege getallenlijn (K. Buys & F. Moerlands).
8 Vergelijkend onderzoek naar de lege getallenlijn tot honderd in twee experimentele leerlijnen: realistisch versus voorgestructureerd (M. Beishuizen, C. Bergmans, T. Klein, K. Leliveld & E. Hoogenberg).
9 De 'bekwaamheidseisen over rekenen en wiskunde': gemaakt, geknipt, gefixed, gemeten (Puikgroep).
10 De cursus 'Rekenspecialist' (A. Dekker, H. Kapel, Y. Leenders, M. van den Heuvel- Panhuizen, & F. van Galen).
11 Jurriaen en Stefan op het verkeerde been? (G.J. Bossenbroek & J. den Hertog).
12 Meten en meetkunde op de Pabo (O. Hutten & W. Faes).
13 Panama in the big apple (New York) (W. Uittenbogaard).
14 4-Kubers in Africa (R. van Niekerk).
15 Meetkunde en PIMBO (E. de Moor, J. Janssen & J.M. Kraemer).
16 Doing Mathematics while practicing skills (Chr. Selter).
17 South African geometry from a different angle (S. Jaffer, L. Rossouw & J. Niehaus).
18 Een orgelfront nader bekeken (J. den Hertog).
19 TIMMS (A. Knuver & M. van den Heuvel-Panhuizen).

4 plenaire presentaties

In dit congres hadden alle inhoudelijke presentaties de vorm van lezingen. In deze paragraaf rapporteren we daarover, waarbij we de volgorde van het programma aanhouden:
J.M. Kraemer (CITO): *Onder water zie je meer. Een reflectie op adaptief ontwerpen.*
E. de Moor (Freudenthal instituut): *Meetkunde op de basisschool, moet dat?*
Chr. Selter (Universiteit Dortmund): *From 'Teaching' to learning Mathematics.*
A. Goddijn (Freudenthal instituut): *De witste der werelden, dat is uw Beloofde Land* (over *meten en meetkunde in de literatuur*).

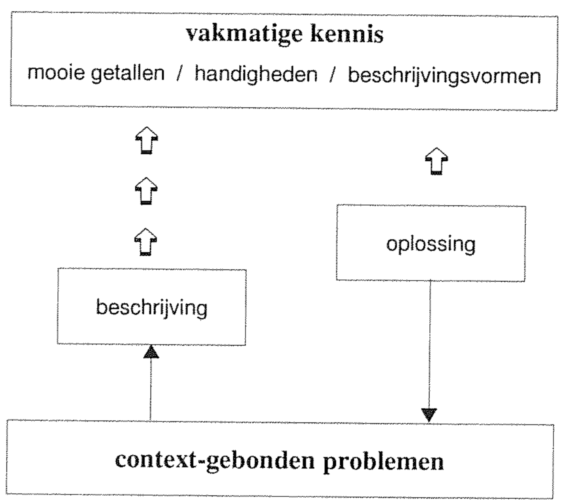
een reflectie op adaptief ontwerpen (Kraemer)

De lezing heeft onder meer als functie een toelichting te geven op de titel en ondertitel van het congres:
Modellen, meten en meetkunde.
- paradigma's van adaptief onderwijs -
Vandaar dat we er wat uitvoeriger bij stilstaan.

figuur 3

Adaptief onderwijs is onderwijs dat binnen een gegeven context afgestemd is op de verschillen tussen leerlingen, opdat de kans wordt vergroot dat onderwijsdoelen worden bereikt. De spreker geeft in zijn voordracht concrete suggesties om dit onderwijs zowel rekeninhoudelijk als organisatorisch in te richten. Het rekeninhoudelijke uitgangspunt is de 'gecijferdheid', zoals beschreven door Mcintosh, Reys en Reys (1992). Globaal geformuleerd is het doel, dat alle kinderen op elk niveau van de basisschool een zodanig begrip van getallen en operaties hebben, dat ze op basis daarvan rekenstrategieën kunnen ontwikkelen die in de betreffende getallenwereld breed inzetbaar zijn.
Kraemer illustreert dit uitgangspunt aan de hand van de ijsbeeropdracht, die onlangs aan leerlingen van groep 6 zijn voorgelegd (fig.3).

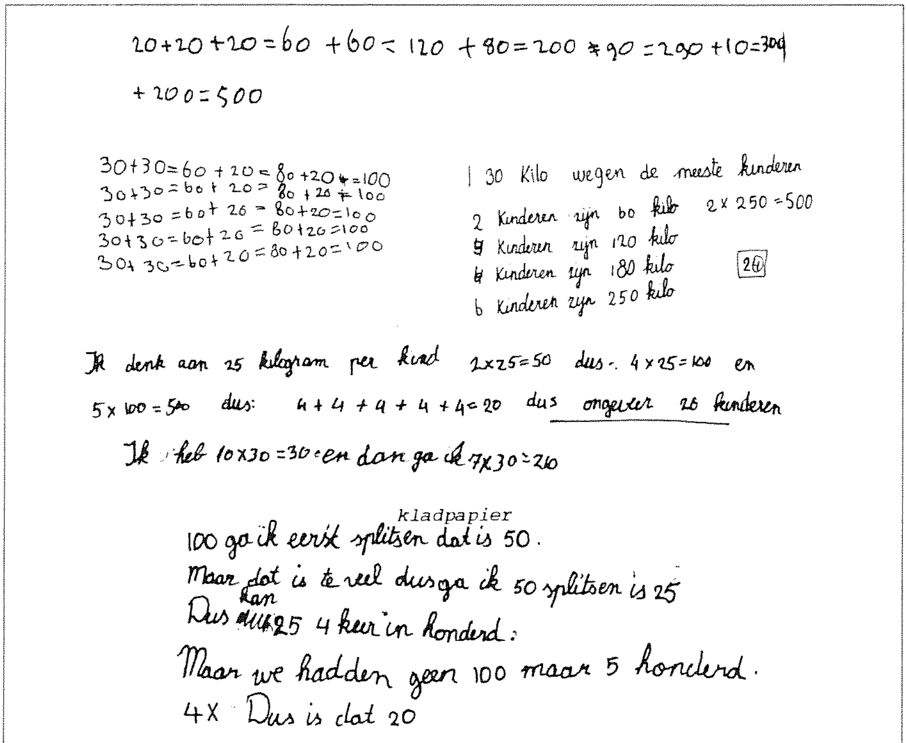
Dergelijke toepassingen veronderstellen redeneringen en operaties met getallen binnen het complexe geheel van horizontaal en vertikaal mathematiseren (zie fig.4, ontleend aan Gravemeijer).



figuur 4

Kinderen moeten zich in eerste instantie een voorstelling maken van het probleem en weten wat een geschikt antwoord zou kunnen zijn (beschrijven in de zin van horizontaal mathematiseren). In het verlengde daarvan moeten ze uitmaken hoe ze tot een uitkomst kunnen komen, afwegen welke strategieën en operaties geschikt zijn om handig tot deze uitkomst te komen en deze operaties correct uitvoeren (oplossen in de zin van vertikaal mathematiseren).
Tot slot moeten ze de gevonden uitkomst terugplaatsen in de context om de geloofwaardigheid te controleren.

De oplossingen in figuur 5 maken zichtbaar welke kennis, inzichten en vaardigheden zesdegroepers inzetten met betrekking tot de basisoperaties bij deze opdracht en welke (meet)getallen en getallenrelaties ze daarbij als ankers gebruiken.



20+20+20=60 +60= 120 +80=200 +90 =290 +10=300

+200=500

30+30=60 +20=80 +20=100
30+30=60+20=80+20=100
30+30=60+20=80+20=100
30+30=60+20=80+20=100
30+30=60+20=80+20=100

1 30 Kilo wegen de meeste kinderen
2 Kinderen zijn 60 kilo 2x250=500
4 Kinderen zijn 120 kilo
6 Kinderen zijn 180 kilo 20
6 Kinderen zijn 250 kilo

Ik denk aan 25 kilogram per kind 2x25=50 dus. 4x25=100 en
5x100=500 dus: 4+4+4+4+4=20 dus ongeveer 20 kinderen

Ik heb 10x30=300 en dan ga ik 7x30=210

kladpapier
100 ga ik eerst splitsen dat is 50.
Maar dat is te veel dus ga ik 50 splitsen is 25
Dus ~~kan~~ 25 kan 4 keer in honderd.
Maar we hadden geen 100 maar 5 honderd.
4X Dus is dat 20

figuur 5

Al met al illustreren de oplossingen hoe de verschillen in inzicht in getallen en operaties tot grote verschillen in niveaus van gecijferdheid leiden.
Deze grote variaties in de mate van gecijferdheid kunnen de indruk wekken dat interactief onderwijs niet de juiste vorm is om de doelstellingen van adaptief onderwijs te bereiken. Volgens Kraemer kunnen methodeschrijvers wel degelijk realistische leergangen ontwerpen die aan de verwachtingen voldoen. Ze kunnen in eerste instantie zorgen dat op elk niveau van de basisschool, kinderen in verschillende en elkaar aanvullende contexten, ruim de gelegenheid krijgen de verschillende aspecten van getallen en operaties in de grote groep te verkennen en op eigen niveau te verdiepen. Daarbij moet de nadruk gelegd worden op de ontwikkeling van een gemeenschappelijk referentiekader waarin mooie getallen gekoppeld zijn aan handigheden waartoe de eigenschappen van deze getallen aanlei-

ding geven en symbolische notatievormen die de discussie in de grote groep over getallen en operaties zinvol en effectief maken.
Dit gemeenschappelijk referentiekader zou de basis moeten leggen voor de geleidelijke ontwikkeling van verkorte rekenstrategieën, uitgaande van de meer informele en de meer vakmatige oplossingen van de leerlingen. Methode-schrijvers zouden, wat dit betreft, kunnen inspelen op voorkomende verschillen tussen schoolpopulaties en binnen een 'gemiddelde' groep. Op basis van de huidige ontwikkelingen is het bijvoorbeeld mogelijk onderwijsleeractiviteiten op te nemen die specifiek gericht zijn op de ondersteuning van rekenzwakke leerlingen bij de overgang van zeer primitieve rekenaanpakken naar tussenvormen die voor de hele groep zinvol en leerzaam zijn. Een dergelijke differentiatie aan de zijlijn van het programma heeft als voordeel dat groepen kinderen, binnen een daarvoor gereserveerde tijd, de gemeenschappelijke stof op eigen niveau kunnen verwerken en verdiepen. Het stelt met name zwakke rekenaars in staat zinvol deel te nemen aan de interacties binnen de grote groep, de inbreng van de betere rekenaars te begrijpen en daarvan te leren.
Kraemer concludeert, dat door meer nadruk te leggen op de basale elementen van de gecijferdheid, voorkomen kan worden dat extreme verschillen tussen leerlingen ontstaan die interacties in de grote groep ineffectief maken.

meètkunde op de basisschool, moet dat? (E. de Moor)

De vraag uit de titel van de voordracht wordt meteen met een volmondig 'ja' beantwoord. De argumentatie wordt daarna met vele voorbeelden gegeven.
De Moor start met: Leid je de stof af uit de wetenschappelijke meetkunde? Of begin je met het verkennen van de ruimte? Het eerste leidt tot een structuralistische aanpak. Het tweede tot een realistische benadering. Bij de realistische aanpak zijn weer twee mogelijkheden: men gaat de meer empirische kant op (veel plakken, knippen, experimenteren, enzovoort) of men maakt het *begrijpen van de ruimte* tot de kern.
Onder dit 'begrijpen van de ruimte' - de keuze die in Nederland gemaakt is - verstaat De Moor: het denken, redeneren en trachten een verklaring te geven van de verschijnselen van de ruimte. Men werpt wel tegen, dat dit een hoge mate van taalvaardigheid vraagt van de leerlingen. Dat is zo, maar het gaat erom met welk formuleringsniveau je in het onderwijs tevreden kunt zijn. Freudenthal ging accoord met uitspraken als 'dat zie je zo'. In veel gevallen is de evidentie zo duidelijk, dat men inderdaad kan afgaan op het aanschouwelijk bewijs. Neem bijvoorbeeld het volgende: een mier zit op een feesthoedje (kegel) en wil de kortste weg van A naar B kiezen.

Wie zal iets in kunnen brengen tegen het uitvouwen van het hoedje en het gebruik van de liniaal om de kortste weg te tekenen? Aan deze activiteit kun je - op een hoger niveau - nog veel interessante vragen koppelen.
In een historische uiteenzetting besteedt De Moor aandacht aan het prototype van een leerlijn meetkunde, zoals deze ontwikkeld is in de Wiskobasperiode (1971-1981). Zijns inziens is deze uniek en wel, omdat men de leerstof niet afleidde uit de wetenschap. Men brak met de traditie en sloot aan bij de realiteit en de fenomenen die zich daarin voordoen. Gebroken werd met de dwingende eis van de verbale verklaringen. Concrete materialen werden alleen gebruikt voor zover ze een bijdrage konden leveren aan het begrijpen van de onderzochte fenomenen. Op aanschouwelijk niveau werden noties gewekt van begrippen en relaties tussen begrippen die later verder geformaliseerd konden worden.
De nadruk lag op het denken. Voorbeelden van leerstofpakketjes zijn: 'Bussen en blokken', 'Gulliver', 'Zon zien', 'Met de groeten van de reus', 'Waterland', 'Vierkubers', 'Ship Ahoy', 'Kavelland', 'Papieren tovenaarsfeest', 'Tijd afstand snelheid op aarde', 'Een mooie rode bus' ...
Tijdens de belangrijke NVORWO-conferentie van 1984, '10 voor de Basisvorming', was 70 procent van de aanwezigen het eens met de volgende omschrijving van de meetkunde:

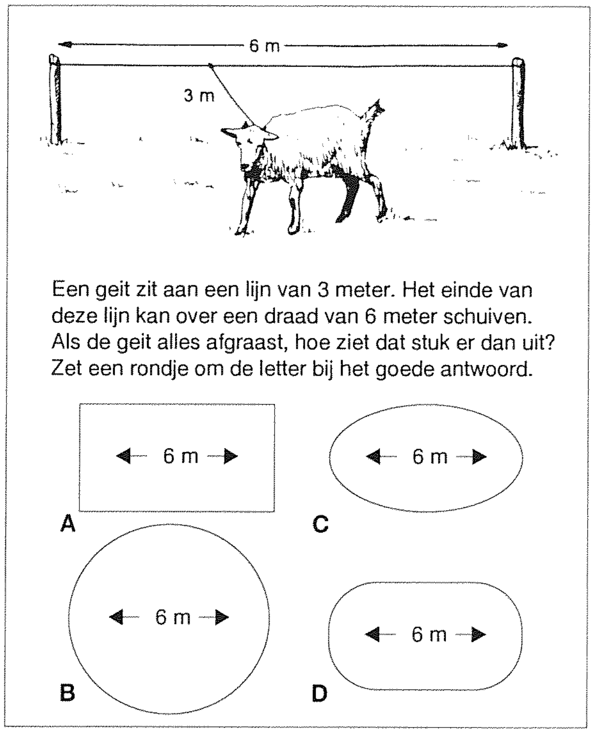
> 'Meetkunde is een rijke bron voor wiskundige activiteiten. Het gebied bevat zoveel aspecten dat er zeer verschillend tegenaan gekeken kan worden. Voorkeur verdient een niet formele, niet structuralistische aanpak. Positief gesteld: contextrijk, realiteitsgebonden, ruimteverkennend meetkundeonderwijs dat aansluit bij de geëigende leerstofgebieden van rekenen en meten, dient een volwaardige plaats in het reken-wiskundeonderwijs te krijgen.'

De Moor schetst hoe het verder is gegaan: de formulering van kerndoelen, de teksten in de 'Proeve ...'. Het sluit allemaal aan op en geeft een nadere specificatie van de omschrijving uit 1984. Hij presenteert ook voor het eerst de buitengewoon interessante resultaten van het zogenaamde PIMBO-onderzoek (Project Innovatie Meetkunde in het Basisonderwijs - een samenwerkingsproject van Freudenthal instituut en Cito).

In februari jongstleden is aan circa dertienhonderd leerlingen van groep 8 een proeftoets meetkunde voorgelegd. Een van de opvallendste bevindingen is, dat de opbrengsten per school zo verschillen. De spreker schrijft dit toe aan verschillen tussen de scholen in gerichte aandacht voor meetkunde. Gericht onderwijs in de meetkunde draagt bij aan:
- het verwerven van meetkundige noties;
- het verwerven van oplossingsmethoden;
- het ontwikkelen van schema's;
- het verwerven van vaardigheden bij het tekenen en construeren;

- het verwerven van structuren;
- maar vooral: het ontwikkelen van een attitude die nodig is om de *ruimte te organiseren en te ordenen teneinde deze te begrijpen.*

Een voorbeeld van een opgave uit het PIMBO-onderzoek vindt u in figuur 6. Over dit onderzoek zal in het juninummer van het 'Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs' nader gepubliceerd worden.



figuur 6

De Moor sluit zijn betoog af met enkele aanbevelingen om een hechtere basis voor de meetkunde te bewerkstelligen. Zo geeft hij methodenschrijvers de volgende tips:
- zorg ervoor dat er niet alleen sprake is van papieren meetkundeonderwijs;
- geef beschrijvingen van eenvoudige thema's of projecten als: 'Met de groeten van de reus', 'Het papieren tovenaarsfeest', 'Waterland', 'De Vierkuber' en 'Ship Ahoy';
- ga na of er voor de bovenbouw aparte boekjes kunnen komen.

from 'Teaching' to learning Mathematics
(Chr. Selter)

De spreker begint met een anecdote uit 'De kleine prins' van De Saint Exupéry dat als moraal heeft: het is voor kleine mensen vaak heel vermoeiend om dingen uit te leggen aan grote mensen. Selter gebruikt deze anecdote om de opbouw van zijn voordracht duidelijk te maken. Hij wil achtereenvolgens vier punten aan de orde stellen:

1 Met voorbeelden aantonen, dat de perspectieven van kinderen - in principe - geen tekorten vertonen, vergeleken met die van de volwassenen.
2 Vanuit de attitude om op een meer optimistische wijze te interpreteren wat er omgaat in de kinderen, kun je komen tot een benadering van 'onderwijzen' die voortbouwt op de wiskunde van de kinderen.
3 Door middel van een beschrijving van een onderwijsexperiment duidelijk maken wat het betekent om meer initiatief te geven aan de leerlingen.
4 Afronding, door enkele gedachten te ontwikkelen over de betekenis van het voorgaande voor de lerarenopleiding.

De voorbeelden zijn verrassend. We volstaan met de weergave van de essentie uit het eerste voorbeeld 'de truuk van Sven':

> Seven-year old Sven wanted to figure out the sum of
> 9, 12, 10, 11, 8, 10, 9, 8, 12, 11, 10 and 12.
> He put the following on a piece of paper and gave it to his teacher:
> 119-121-121-122-120-120-119-117-119-120-120-122
> She replied: 'What's that nonsens all about?'
> Sven began to feel insecure about his way of working out the sum and sat down again without answering.

De onderwijzeres kan niet kwalijk genomen worden dat ze de truuk niet door heeft. Ze had wel meer begripvol kunnen reageren. Ze had Sven kunnen vragen om zijn aanpak uit te leggen. Dan had hij haar waarschijnlijk verteld dat de 12 op te tellen getallen allemaal rond de 10 liggen. Hij vermenigvuldigde derhalve 10 met 12, wat hem een eerste schatting van 120 opleverde. Omdat het eerste getal een 9 was en niet een 10, trok hij 1 af van de 120 en schreef 119 op als eerste. Het tweede getal dat hij moest optellen was 12 (2 meer dan 10) en hij vertaalde dit als 2 bij de 119, wat opleverde: 121. Hij ging op deze wijze door tot hij aan het eind bij het correcte antwoord 122 kwam.
Het is een voorbeeld dat ons denken over onderwijsleersituaties alert houdt. Selters hypothese is, dat de manieren waarop kinderen wiskunde doen heel vaak te intelligent zijn voor ons als onderwijzers en ouders. We moeten steeds in de gaten houden dat hun ideeën rondom een probleem van een heel andere orde zijn.

Het tweede gedeelte van de presentatie heeft als titel: 'Building on Children's Mathematics'. Dit vraagt om een andere rol van de leraar: niet de 'dispenser' van kennis maar de 'facilitator'. De taak van de leraar is, leerlingen uit te dagen door goede wiskundige problemen te introduceren en door een klimaat in de klas te scheppen waarin het leren aangemoedigd wordt. Vier principes zijn hierbij van belang:

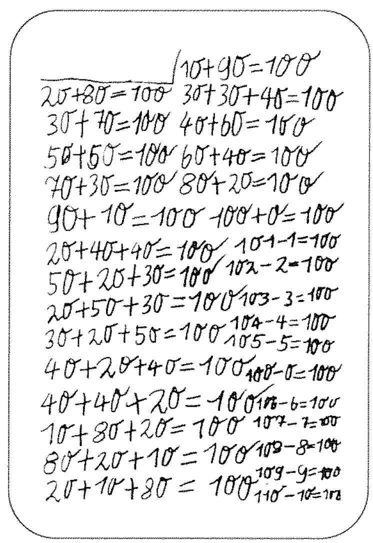
- kinderen moeten aangemoedigd worden actief te zijn en verantwoordelijk voor hun eigen leren;
- wiskundeonderwijs moet voortbouwen op de informele kennis van kinderen, op hun denkwijzen en aanpakken;
- kinderen moeten in de gelegenheid worden gesteld om hun eigen denkwijzen te delen met anderen, er gezamenlijk op te reflecteren;
- leren bestaat niet uit het absorberen van losse weetjes, het gaat steeds om de constructie van kennis tot een gestructureerd geheel.

In het derde gedeelte worden bovenstaande principes toegelicht aan een onderwijsexperiment in een derde klas (groep 5), waar - binnen de context van een bioscoop - optellen en aftrekken onder de duizend aan bod komt.

Make 1001 (Grade 1)

Pupils were asked at the end of grade 1 to find problems with the result *100* by using a string of beads (see opposite).

a) In how far did Larissa work systematically? Give reasons for your judgement.
b) Find all decompositions of 100 into three numbers divisible by ten. Note that, for example, the decomposition 50 + 20 + 20 shall be another than 50 + 30 + 20. Try to classify them!
c) Find all decompositions of 100 into numbers divisible by five (for example 5 + 10 + 85 or 50 + 25 + 25). Describe your way of working in a few sentences!
d) Larissa asks you, whether she has found all possible decompositions. Put down three good and three bad answers.



figuur 7

Bij zijn beschouwing over de consequenties voor de lerarenopleiding, stelt Selter dat dezelfde principes de leidraad moeten vormen: actief leren, individueel leren, coöperatief leren, verbindingen en contexten. Zoals gezocht moet worden naar contexten die zinvol zijn voor kinderen, moeten

we ook op zoek gaan naar contexten die zinvol zijn voor leraren-in-opleiding. Documenten van onderwijsleersituaties zijn zinvolle startpunten voor wiskunde-didactische reflectie. Selter geeft voorbeelden uit zijn eigen cursus aan de universiteit van Dortmund.
De cursus duurt zestien weken en omvat een wekelijks college van twee uur voor vierhonderd studenten en wekelijkse werkgroepen (25 studenten) van twee uur. In figuur 7 staat een voorbeeld van een opdracht die thuis moet worden voorbereid en vervolgens in de werkgroep wordt besproken.
De spreker rondt zijn voordracht af, met nog eens de nadruk te leggen op de omslag van het *onderwijzen* van de wiskunde naar het *leren* van de wiskunde.

over meten en meetkunde in de literatuur (A. Goddijn)

Het is niet goed mogelijk een adequaat verslag te geven van de presentatie van Goddijn. Prachtige voorbeelden uit de wereldliteratuur, maar ook afbeeldingen, kaarten, meetkundige figuren en een video met een operafragment, passeren de revue. We volstaan hier met de weergave van het stukje dat betrekking heeft op Marco Polo.

> De stad Kinsai (fragmenten)
>
> Als eerste dan, er wordt gezegd dat de stad Kinsai een omtrek van 100 mijl heeft, omdat de straten en waterlopen ervan wijd en talrijk zijn.
>
> Er zijn markten die groot en uitgestrekt zijn omdat er zoveel mensen op af komen.
>
> Volgens zeggen zijn er 12.000 bruggen, de meeste van steen, maar sommige zijn van hout.
> Elk van deze 12.000 bruggen wordt bewaakt door 10 man, 5 overdag en 5 's nachts.
>
> Er zijn 10 hoofdmarktpleinen, om maar niet te spreken van de talloze plaatselijke markten. Deze zijn vierkant, een halve mijl iedere kant uit. Langs deze loopt een grote hoofdweg van 40 passen breed, die van het ene eind van de stad naar het andere loopt. En om de 4 mijl is daar een van die pleinen, die zoals gezegd een omtrek van 2 mijl hebben.
>
> De hoeveelheid peper die in de stad dagelijks wordt gegeten is 43 karladingen van elk 223 pond.
>
> De stad is georganiseerd in 12 gildes, één voor elk ambacht, om maar niet te spreken van de kleinere gilden. Elk van deze twaalf gildes heeft zo'n 12.000 werkplaatsen, en in iedere werkplaats werken minstens 10 mannen, in sommige echter wel 40.
>
> Hoe pittig aten de bewoners van Kinsai?

5 categoriale groepsbijeenkomsten

Dit jaar confereerden op de donderdagmiddag de categoriale groepen afzonderlijk: leraren basisonderwijs, schoolbegeleiders, Pabo-docenten, ontwikkelaars en onderzoekers. In elke bijeenkomst werden zowel huishoudelijke kwesties (organisatie en beleid) als inhoudelijke thema's aan de orde gesteld.[1]

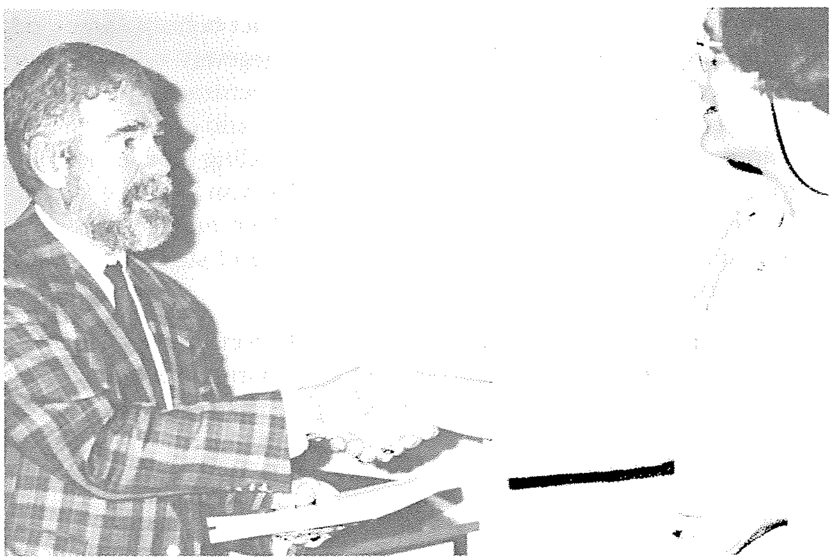
Pabo-docenten

In het huishoudelijk gedeelte van de bijeenkomst kwamen aan bod:

- Mededelingen omtrent:
  Studentendag op 25 januari 1996.
  Aantal student-leden van de NVORWO: momenteel 1300. Na het afstuderen bleven 400 studenten lid.
  Symposium over vakdidactiek op de opleiding op 1 februari 1996.
- Oproep tot ontwerpactiviteiten naar aanleiding van een uitgereikte poster.

Het inhoudelijk gedeelte van de bijeenkomst was gewijd aan de nieuwe publikatie: 'Proeve van een nationaal programma reken-wiskunde & didactiek op de pabo'. Deze keer werd aan de Pabo-docenten geen dringende oproep gedaan om reacties of bijdragen te leveren ten behoeve van de 'Proeve', zoals dat in voorgaande jaren wel het geval was. Integendeel! De vele aanwezigen kregen de loftrompet toegezwaaid door de woordvoerders van de PUIK-groep voor hun bijdragen aan de totstandkoming van de Proeve. Sinds 1991 heeft de PUIK-groep op verzoek van de NVORWO gewerkt aan standaards voor de opleiding. In voorgaande jaren werden achtereenvolgens de resultaten van de werkzaamheden van de groep gepresenteerd in de uitgaven 'Verhalen van de Lerarenopleiding' (SLO/NVORWO, 1992), 'Uitlijnen' (SLO/NVORWO, 1993) en 'Standaards voor Rekenen-Wiskunde & Didactiek' (SLO,1994).
Het eindrapport van de 'Proeve' werd door de directeur van de SLO, P.A. de Bruijne, uitgereikt aan de voorzitter van de NVORWO, J.M. Kraemer.
Er waren niet alleen veel waarderende woorden voor de collega's die een inbreng hebben gehad. De Bruijne had ook lof voor de werkwijze van de PUIK-groep en benadrukte de bijzondere situatie van het vak in het geheel in het Nederlandse onderwijs. Dankzij de jarenlange inzet van Freudenthal en zijn medewerkers zijn er ontwikkelingen in dit vakgebied op gang gekomen, die breed gedragen worden in het werkveld. De kwaliteit van het onderwijs wordt bepaald door de kwaliteit van de leraar. Hij sprak de hoop en het vertrouwen uit dat dit werk daartoe een bijdrage zal kunnen leveren.

Ook minister Ritzen heeft via een brief positief gereageerd op de inhoud van het boek, aldus De Bruijne.
J.M.Kraemer, voorzitter van de NVORWO, nam het boek in ontvangst en sprak niet alleen zijn waardering uit voor het prachtig verzorgde boek, maar eveneens over de wijze waarop in ons land diverse instituties samenwerken (fig.8). Hij sprak de hoop uit dat het boek zijn weg zal weten te vinden naar de opleidingen.



figuur 8

Rond de uitreiking van het boek was een klein symposium georganiseerd waarin drie essentiële onderdelen van de Proeve aan de orde werden gesteld.
Voor meer informatie over deze publikatie verwijzen wij u naar de rubriek 'Nieuwe publikaties' in het 'Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs', jaargang 14, nummer 2. Een inhoudelijke bespreking van het boek verschijnt in het juninummer van genoemd tijdschrift.

Aan het einde van het Proeve-gedeelte van de bijeenkomst werd iets verteld en getoond over een specifieke leeromgeving op de Universiteit van Michigan (USA) naar aanleiding van een wiskundeproject van M. Lampert en D. Ball. Met name de gedurende een cursusjaar vastgelegde documentatie van alle reken-wiskundegegevens van een klas, heeft veel indruk gemaakt. Studenten kunnen daardoor longitudinale ontwikkelingen van zowel de leraar als de leerlingen volgen. Een viertal videofragmenten werd getoond, te weten: interview over breuken, over contexten, gebruik van multimedia, tellen van het aantal vlakken van een bal.

leraren basisonderwijs

Leraren uit het primair onderwijs waren uitgenodigd om onder leiding van J. Winnubst en G. Spaans met elkaar van gedachten te wisselen over het thema van de conferentie, onder het motto: 'En nu terug naar school. Wat doen we ermee?'

Tijdens het eerste deel van de bijeenkomst werd met behulp van de reken-wiskundemethode 'Rekenen & Wiskunde' aangegeven hoe per leerjaar meetkunde een plek heeft in de methode en wat centraal staat. Het blijkt dat in deze methode veel aspecten van meetkunde aan de orde komen: positie/stand van (geometrische) figuren, plaatsbepaling (bijvoorbeeld: waar stond de fotograaf toen hij de foto nam), bepalen van richting (onder andere plattegrond, coördinaten) en bouwen (onder andere bouwen met blokken, bouwplaten). Ongeveer eenmaal per maand staat meetkunde op het programma.

Daarna vond discussie plaats over de vraag of meetkunde in de scholen waar de deelnemers werken erbij hoort of erbij hangt. Eenieder vond dat meetkunde er echt bij hoort (al denken collega's hier niet allemaal hetzelfde over). Meetkunde levert volgens de deelnemers een positieve bijdrage aan de houding van leerlingen ten opzichte van rekenen-wiskunde. Daarnaast kunnen kinderen prima samenwerken aan meetkunde-opdrachten op eigen niveau en is meetkunde ook een uitdaging voor rekenzwakke leerlingen. De behoefte was er wel om duidelijke trajecten aan te geven voor de groepen 1 tot en met 8 (denk daarbij onder andere aan het onderwerp 'bouwen' door de groepen heen). Na de discussie werden er voorbeelden gegeven, op welke wijze je kunt inspelen op het begrijpen van 'je eigen ruimte'. Opdrachten uit de methode zou je mogelijk kunnen vervangen om meetkunde realistischer te maken. Bijvoorbeeld: cirkels op het raam en vervolgens de schaduw volgen, een potje met een stokje dat als schaduwmeter kan functioneren of kinderen zelf een foto laten maken van de school om deze vervolgens na te bouwen (omtrek en oppervlakte koppel je hier dan logisch aan vast).

Tot slot werd de koppeling gemaakt met wereldoriëntatie. Meetkundeopdrachten zouden hierin een prima plek kunnen hebben. Wat dit betekent voor wereldoriëntatie en voor meetkunde (en de plek hiervan in de reken-wiskundemethode) en wat de reken-wiskunde-deskundigen hiervan vinden, daarover zouden de deelnemers in de nabije toekomst best eens iets meer willen horen!

schoolbegeleiders

Na de succesvolle NVORWO-studiedag voor rekenbegeleiders waren er op de Panama najaarsconferentie alweer een tweetal interessante lezingen. De rekenbegeleiders bezochten dan ook in grote getale dit onderdeel van het programma.
Als eerste spreker kwam K. Groenewegen aan het woord. Hij is intern begeleider op een grote basisschool in Rotterdam. Op deze school is consequent gekozen voor hulp aan kinderen met rekenproblemen. De hulp moet snel, intensief en adequaat uitgevoerd worden. Na een wat algemene uiteenzetting konden de aanwezigen kennisnemen van een uitgekiend systeem van signalering van problemen, de bespreking in een team van betrokken leerkrachten en een hulpsysteem.
Het systeem is zeer fijnmazig. Kinderen worden in een vroeg stadium gesignaleerd. De eerste opvang bestaat uit enkele korte, maar intensieve lessen door de interne begeleider, buiten de klas. De ervaring leert dat veel kinderen na deze hulp weer een poos met de eigen groep mee kunnen. Blijkt die eerste hulp echter niet voldoende, dan is een verlengde hulpperiode mogelijk. Het blijkt dat na dit stadium vrijwel alle kinderen weer mee kunnen met hun groep. Voor zover dat nog niet het geval is, is er een derde hulpperiode beschikbaar. Al deze hulpmomenten maken gebruik van dezelfde didactiek als de in de klas gebruikte methode.
Een enkele leerling heeft zulke ernstige problemen dat bovenbeschreven aanpak niet voldoende is. Voor de kinderen is speciale diagnostiek en een aangepast programma, bijvoorbeeld met behulp van 'Remelka' noodzakelijk. Een kritische toehoorder vroeg zich af of de kinderen tijdens de speciale hulp niet veel misten. Op de school van Groenewegen wordt de hulp tijdens bijvoorbeeld teken- of handvaardigheidslessen gegeven. Een consequentie van de keuze voor het zo intensief mogelijk bestrijden van potentiële achterstanden.
De tweede spreker was N. Eigenhuis, schoolbegeleider in Den Haag. Hij begon met de frustratie die hij altijd voelde na de Panama-conferentie:

> 'Zoveel moois en opwindends gehoord en zo weinig mogelijkheden om dit enthousiasme over te brengen op en te delen met betrokken leerkrachten.'

Het verzoek van een groepje geïnteresseerde leerkrachten greep hij aan om een 'Rekennetwerk' te starten. Een van de eerste activiteiten was het opzetten van een gebruikersgroep bij een rekenmethode en daar een drukbezochte middag over te beleggen. Een initiatief dat navolging verdient.

onderzoekers en ontwikkelaars

Voor de bijeenkomst van deze categorie stonden twee lezingen geprogrammeerd, te weten:

- J. Perrenet (Rijks Universiteit Maastricht): Complex Instruction - ervaring in Nederland met een Amerikaans model;
- H. Vermeer (Rijks Universiteit Leiden): Houding van leerlingen ten opzichte van rekenen-wiskunde - de affectieve component.

Helaas bleken op het laatste moment beide sprekers geveld door ziekte. Het bestuur van de 'Werkgroep onderzoek' moest derhalve besluiten om de bijeenkomst af te gelasten. De leden van de werkgroep werd gevraagd zich te melden voor de andere categoriale vergaderingen.
Ook om een andere reden was het jammer dat de bijeenkomst niet kon doorgaan. De voorzitter en secretaris van de werkgroep (respectievelijk R.A. de Jong en M. Wijers) hadden graag van gedachten gewisseld over een mogelijke verbreding van het onderzoeksprogramma van de NVORWO. Nu SVO in 1996 wordt opgeheven, ontstaat er een nieuwe situatie voor de zogenaamde veldaanvragers. De NVORWO dient in te spelen op de komende veranderingen. Maar hoe dan? De Jong en Wijers hebben voorstellen die zij in discussie hadden willen geven. Besloten is om dit op een ander moment alsnog te doen.

6 terugblik

De terugblikken die we de afgelopen jaren schreven, waren veelal een subjectieve melange van opmerkingen uit de wandelgangen, waarderende kanttekeningen en kritisch commentaar. We hebben er nooit bij stilgestaan om de toonzetting, vanuit een strategisch belang of vanwege vriendschappelijke betrekkingen, aan te passen. Eigenlijk waren we altijd behoorlijk positief over het geheel, zij het dat we soms grote vraagtekens hadden bij onderdelen. Hoe zijn onze bevindingen dit jaar: bij de conferentie over 'Modellen, meten en meetkunde?'

1 De keuze van het thema stond voor wat betreft de as 'adaptief onderwijs' dichtbij de actuele problematiek van de basisschool. De differentiatie in de klas blijft een moeilijk te hanteren zaak. Als de ontwikkelingen in het kader van WSNS doorgaan (en dat doen ze) wordt van de basisschool steeds meer verantwoording gevraagd - ook wat betreft de vakdidactische aspecten. Het begrip 'adaptief onderwijs' moet borg staan voor een adequate benadering van kinderen, ook van leerlingen die problemen geven in de basisschool.
2 De andere as 'meetkunde en meten' bleek voor deze conferentie een buitengewoon interessante en aansprekende thematiek. We hoorden van deelnemers dat ze het zo prettig vonden zich weer bezig te houden

met een betrekkelijk nieuw onderwerp, dat gelukkig nog niet helemaal 'uitontwikkeld' is.

3 De metafoor uit de inleiding, de Waalbrug, werd gebruikt om aan te tonen dat er bij het bouwen van een brug modellen, meten en meetkunde aan te pas komen. De titel en ondertitel van de conferentie en de metafoor suggereerden een programma als een samenhangend bouwwerk. Deze samenhang hebben we niet aangetroffen. Overigens is dit een vorm van meta-kritiek, want het had geen invloed op de kwaliteit van de afzonderlijke bijeenkomsten.

4 De practica van de woensdagmiddag - en gedeeltelijk de donderdagmorgen - hadden een duidelijke functie. De meeste bezoekers hebben even tijd nodig om zich los te maken van de beslommeringen van alledag voordat ze zich kunnen onderdompelen in het conferentie'gedoe'. De practica bleken daartoe geëigende instrumenten. Het samenwerken aan het oplossen van zorgvuldig geselecteerde wiskundedidactische vragen inspireerde de deelnemers tot een grote inzet bij het vervolg.

5 In het verleden hebben we nog wel eens gemopperd over de kwaliteit van de plenaire presentaties. Dit jaar is daarvan geen sprake. Ze waren buitengewoon goed verzorgd en hebben de deelnemers in hoge mate gemotiveerd en aan het denken gezet: over adaptief onderwijs, over meetkunde, over het leren van kinderen, over wiskunde in de literatuur.

6 Het programmaboekje van de conferentie verdient dit jaar een afzonderlijke vermelding. Het bevatte veel nuttige informatie over de lezingen, practica, en werkgroepsbijeenkomsten. Wat ons betreft: voor herhaling vatbaar!

7 De organisatie van de conferentie was, zoals altijd, piekfijn in orde! We behoeven daarbij niet lang stil te staan. Wel vinden we het juist om de centrale personen in de organisatie te complimenteren: B. Heijman, M. Dolk en C. van den Boer. Terzijde: de laatste twee pagina's van het programmaboekje geven 65(!) namen aan van medewerkers. Uniek!

8 Elk congres heeft een eigen klimaat. Onze bijeenkomsten kenmerken zich onder meer door het feit dat er altijd veel gelachen wordt. Zoals bijvoorbeeld bij de afsluiting. Dit jaar wederom verzorgd door W.Faes, M. Dolk en W. Uittenbogaard.

noot

1 Bij het samenstellen van het verslag van de categoriale bijeenkomsten is gebruik gemaakt van de verslagen van A.C. Vuurmans en J. Winnubst.