

Rekenen in de basiseducatie

M. van Groenestijn

HMN/FEO, Utrecht

R. Luyten

Hogeschool Gelderland, Nijmegen

W. Matthijsse

Materialenbank VE, Utrecht

1 inleiding

Veel volwassenen in Nederland kunnen niet of slecht rekenen, maar gelukkig zijn er rekencursussen in de basiseducatie, waar zij hun rekenkennis kunnen bijspijkeren. In dit artikel geven we een beeld van dit rekenonderwijs aan volwassenen.

Rahma is een veertigjarige Marokkaanse vrouw, die zeventien jaar in Nederland woont en nog nooit naar school is geweest. Sinds anderhalf jaar volgt zij een cursus Nederlands en een cursus rekenen. Tijdens een interview vertelt ze dat zij rekenen heeft geleerd van haar zus als ze op de markt vruchten kochten. Voor dit geldrekenen heeft Rahma een aantal eigen strategieën ontwikkeld, zoals bijvoorbeeld bij de opgave 5×12 gulden.

Ze doet:

$2 \times 5 = 10$		
$2 \times 5 = 10$	= 20	
$2 \times 5 = 10$		
$2 \times 5 = 10$	= 20	samen 40
$2 \times 5 = 10$		
$2 \times 5 = 10$	= 20	samen 60

Na enige tijd geeft ze nog een voorbeeld.

Als ik f 1,80 en f 2,15 bij elkaar moet tellen? ... Nou 1 gulden 80 is twee gulden en nog twee gulden is vier gulden, dus ongeveer vier gulden.¹

De basiseducatie, waaraan ook Rahma deelneemt, verzorgt onderwijs voor laaggeschoolde volwassenen vanaf achttien jaar. Cursisten kunnen kiezen uit de vakken Nederlands, Nederlands als tweede taal, rekenen-wiskunde en Engels op ongeveer 175 instellingen, verspreid over het hele land.

Jaarlijks kent de basiseducatie zo'n 120.000 cursisten, die er langere of kortere tijd cursussen volgen. De cursisten in de basiseducatie bestaan

voor de helft uit autochtonen en voor de andere helft uit allochtonen. Met name de allochtone cursisten verdienen een eigen benadering omdat ze veel moeite hebben met het volgen van de lessen vanwege de taal, wat ook invloed heeft op het reken-wiskundeonderwijs. Zo zal er een sterke nadruk op de visuele ondersteuning moeten liggen, wil men bij deze groepen met reële contexten kunnen werken. In groepen met allochtone cursisten dient ook extra aandacht besteed te worden aan de ontwikkeling van de reken-wiskundetaal. Eveneens moet men daar rekening houden met grote sociale en culturele verschillen tussen docenten en cursisten en cursisten onderling.²

De autochtone cursisten in de basiseducatie hebben over het algemeen wel rekenonderwijs gevolgd maar hebben daar meestal geen goede herinneringen aan.

Dat is een belangrijk punt van verschil. Allochtone cursisten hebben vaak geen of heel weinig onderwijs gevolgd. Een probleem met de groep, die wel onderwijs heeft gevolgd, is dat ze soms andere notaties en rekenalgoritmen hebben geleerd, waardoor ze door de Nederlandse aanpak in verwarring gebracht worden.

Naast verschillen zijn er ook overeenkomsten tussen deze groepen aan te wijzen. Ze zijn allebei laaggeschoold, voelen zich onvoldoende gecijferd en willen daar een eind aan maken.

Kan het rekenonderwijs aan deze groepen hetzelfde zijn als het rekenonderwijs op de basisschool? Dat is de grote vraag en deze vraag willen wij beantwoorden door de verschillen te bespreken tussen volwassenen en kinderen, die van belang zijn voor het reken-wiskundeonderwijs. Vervolgens komt een aantal voorbeelden van reken-wiskundeonderwijs aan bod, die specifiek ontwikkeld zijn voor volwassenen. In de conclusie wordt op de vraag naar de verschillen tussen het reken-wiskundeonderwijs aan kinderen en volwassenen teruggekomen.

2 volwassenen zijn geen kinderen

Het belangrijkste verschil tussen kinderen en volwassenen in het kader van reken-wiskundeonderwijs is dat volwassenen meer en andere ervaringen hebben gehad in hun leven. Daardoor beschikken zij over meer levenskennis en -ervaring dat zich bijvoorbeeld uit in het feit dat zij allerlei eigen rekenstrategieën hebben ontwikkeld.

Het tweede verschilpunt is dat volwassenen een andere leerattitude hebben. Staan kinderen in het begin vrij onbevangen tegenover het onderwijs, volwassenen willen vaak opnieuw gaan leren vanuit een negatief standpunt: 'vroeger lukte het me niet, ik wil nu wel eens kijken of het wel gaat.'

Kinderen hebben nog een onderzoekende houding, die volwassenen vroeger vaak hebben afgeleerd op school. Immers daar wist de leraar het altijd beter en was er maar één manier om een probleem op te lossen, namelijk de manier van de leraar. Ook het stellen van vragen werd niet gewaardeerd en een antwoord moest in principe in één keer goed zijn.

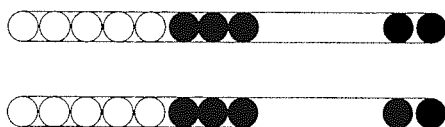
Verder hebben volwassenen een ander perspectief waarvoor ze willen leren. Een deel van de volwassenen leert om sociaal redzaam te worden, wat betekent dat zij de rekenproblemen in hun dagelijks leven willen leren op te lossen, zoals bijvoorbeeld hun kinderen kunnen helpen bij hun huiswerk. Een andere groep van de cursisten wil na de basiseducatie of aan het werk gaan of een beroepsopleiding gaan volgen. Met het oog hierop willen zij vaak in korte tijd zoveel mogelijk zeer specifieke reken-wiskundekennis op doen.

Ten slotte vertonen volwassenen vaak vreemde hiaten in hun rekenkennis. Zo hebben zij de rekenregels vroeger wel uit hun hoofd geleerd maar weten nu niet meer of bijvoorbeeld lengte maal breedte bij omtrek, oppervlakte of inhoud hoort. Binnen het rekenonderwijs zal met al deze verschillen rekening gehouden moeten worden. Over de wijze waarop dit kan gebeuren volgen een aantal voorbeelden.

3 onderwijsvoorbeelden

het werken met de guldenbak

Bij het optellen en vermenigvuldigen onder de twintig wordt de laatste jaren gebruik gemaakt van het rekenrek. Voor volwassenen leek het rekenrek qua vormgeving te kinderachtig. Daarom is gekozen de kralen te vervangen door echte guldens. Tenslotte rekenen volwassenen elke dag met geld. Het rekenrek werd zo een guldenbak waarin op dezelfde wijze als met de kralen nu met guldens geschoven kan worden. Naast een echte bak met guldens werden ook flitskaarten gemaakt voor het inprenten van getalbeelden (fig.1).



figuur 1

Een nadeel van de guldenbak is dat het hulpmiddel vanuit zichzelf onvoldoende 'dwingt' tot het loslaten van het tellen. Ervaringen tot nu toe met de guldenbak wijzen in die richting. Onzekere rekenaars hebben de nei-

ging regelmatig 'terug te vallen' op het één voor één tellen. Een mogelijke verbetering is daarom om in plaats van met twintig 'lossen', te werken met vijven (vijf guldens aan elkaar geplakt) en slechts een beperkt aantal losse guldens. Daardoor worden cursisten min of meer gedwongen getallen direct op te zetten in een combinatie van vijven en eenheden.

De guldenbak lijkt minder geschikt voor het automatiseren van het aftrekken gezien de vele verschillende wijzen waarop dat kan. Er is daarom geëxperimenteerd met een aantal cursisten om meer expliciet gebruik te maken van de relatie tussen optellen en aftrekken. Immers ook in de basiseducatie is gebleken dat cursisten veel beter optellen dan aftrekken en in toepassingsituaties aftreksommen vaak optellend oplossen. Bij dit experiment werd als volgt te werk gegaan:

- eerst werd gecheckt of cursisten alle optellingen tot twintig min of meer geautomatiseerd hadden. Zo nodig werd daar de guldenbak voor gebruikt;
- vervolgens werden opgaven voorgelegd die tot doel hadden het inzicht in de inverse bewerking te versterken. Voorbeeld (fig.2);

zijn deze sommen goed?

$12 - 9 = 3$	$17 - 9 = 8$	$11 - 8 = 3$	$12 - 8 = 4$
$13 - 8 = 4$	$15 - 8 = 2$	$13 - 9 = 4$	$11 - 6 = 5$
$14 - 6 = 7$	$14 - 9 = 5$	$12 - 5 = 6$	$22 - 8 = 4$
$15 - 9 = 6$	$13 - 7 = 5$	$11 - 7 = 4$	$21 - 9 = 5$

figuur 2

- als derde stap werden aftreksommen voorgelegd waarbij een boogje werd getekend om aan te geven dat het aftrekgetal en de uitkomst samen het startgetal geven.

Handwritten arithmetic problems showing the relationship between the subtrahend and the result:

$$12 - 3 = 9$$

$$11 - 9 = 2$$

$$15 - 8 = 7$$

$$16 - 9 = 7$$

$$12 - 7 = 5$$

$$13 - 6 = 7$$

$$23 - 19 = 4$$

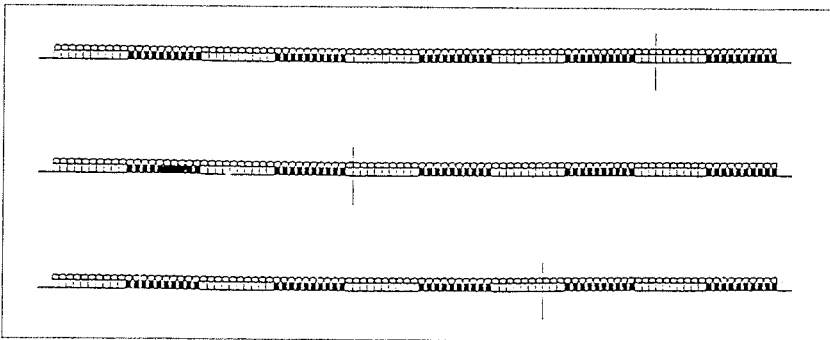
9 | 111

figuur 3

- daarna werden aftreksommen gegeven waarbij cursisten zelf het boogje zetten en de aftrekking ook verbaliseerden: '13 - 9 = 4 want 9 en 4 is samen 13'. Voorbeeld (fig.3);
- het bleek al snel dat het van de getallen afhing op welke wijze werd afgetrokken. Daarom werd tot slot samen met cursisten onderzocht bij welke sommen zij optellend tewerk gingen en bij welke sommen dit aftrekkend gebeurde. Ook bij het aftrekken tot twintig kwam de tweezijdigheid van het aftrekken naar voren: Een opgave als 13 - 9 werd door alle cursisten optellend ('van het begin') afgetrokken, terwijl 13 - 5 een echte aftreksom werd ('van het eind').

de gordijnrail

Net als bij het optellen en aftrekken beneden de twintig vonden we ook het hulpmiddel bij het basisonderwijs voor het optellen en aftrekken onder de honderd, de kralenketting, te kinderachtig. Bovendien vonden we de structuur van de kralenketting niet overzichtelijk genoeg. We hebben daarom gezocht naar een concreet alledaags voorbeeld waarin sprake is van schuiven langs een lijn van grote aantallen en kwamen toen op de gordijnrail. De rail, die we hebben aangeschaft, met honderd runners, had als bijkomend voordeel dat je hem gemakkelijk op tafel neer kon zetten en er vlot mee kon schuiven. Ook bleken de runners precies 1 cm breed te zijn, zodat hij ook nog als meetlat dienst kon doen. Naast een echte rail waar cursisten op kunnen schuiven is de rail getekend als tussenstap op weg naar de halfgevulde en uiteindelijk de lege getallenlijn (fig.4).



figuur 4

Uitgangspunt van de 'getallenlijndidactiek' is dat de cursist zelf kan kiezen of hij bij het hoogste getal begint en dan via aftrekken het verschil uitrekt dan wel bij het laagste getal begint en via optellen de goede uitkomst bepaalt. Op een videoband met cursisten, die met de gordijnrail werken, is goed te zien dat bij het maken van aftreksommen met de rail cursisten na

enkele sommen vanaf het eind opgelost te hebben, op een gegeven moment spontaan vanaf het begin gaan werken en dat ook blijven doen. Hieronder is een voorbeeld te zien van een cursist die een klassieke aftrekfout maakt, vervolgens een aantal lessen met de rail werkt, en daarna dezelfde som weer een keer maakt (fig.5).

In mijn portemonnee heb ik gulden.

Ik koop de tas. De tas kost gulden.

Hoeveel gulden hou ik over?

gulden.

$$\begin{array}{r} 43 \\ - 27 \\ \hline 24 \end{array}$$

The diagram also features a number line from 0 to 43. A point is marked at 27, and an arrow points from 27 to 43, labeled with '3'. Another point is marked at 20, and an arrow points from 20 to 43, labeled with '10'. A third point is marked at 16, and an arrow points from 16 to 43, labeled with '3'. The number 16 is circled, and there is a scribble over the number 3 next to it.

figuur 5

Dit spontane aftrekken van het begin is in een vervolgonderzoek overigens bij verschillende cursisten geconstateerd. Het lijkt erop dat de rail de strategie van het tweezijdig aftrekken goed laat zien. De gordijnrail kan zo goed ingezet worden als opstap naar het rekenen met de lege getallenlijn.

rekenen met geld

Een belangrijke rekenactiviteit voor volwassenen is het rekenen met geld. Veel cursisten in de basiseducatie hebben behoefte aan onderwijs op dit gebied. Om dat goed te kunnen organiseren moeten we eerst nagaan hoe volwassenen in hun dagelijks leven met geld omgaan en welke handelingen bij geldrekenen van belang zijn. In het onderzoek 'Moet het uit het hoofd of mag ik rekenen?'³, zijn allochtone cursisten enkele situaties met betrekking tot het rekenen met geld voorgelegd om dit te onderzoeken.

Een van de onderzochte situaties betrof het kopen van vijf broodjes van veertig cent bij de bakker. Enkele cursisten konden dit alleen maar uitrekenen met echt geld in hun handen. Een cursist legde zelfs het bedrag per broodje neer. Veel cursisten maakten handig gebruik van de strategie van

het verdubbelen maar bij een andere groep lukte dit niet. Deze groep bleef steken in het resultaatief tellen. Daarnaast was het opvallend dat cursisten met meer schoolervaring de neiging hadden om te gaan cijferen en niet of nauwelijks in staat waren om het te betalen bedrag uit het hoofd uit te rekenen.

In een tweede situatie kreeg een aantal cursisten een foto voorgelegd van een hoeveelheid geprijsde boodschappen met daarbij de vraag: Je hebt 25 gulden bij je, is dat genoeg voor deze boodschappen of niet?

Bij dit onderdeel was opvallend dat zowel analfabete cursisten als de cursisten met enige schoolervaring de neiging hadden om het of heel precies uit te rekenen of niet uit te rekenen onder het motto: 'dat doet de kassa wel'. In het onderzoek werd dan ook vastgesteld dat volwassenen in de basiseducatie het ongeveer rekenen niet als echt rekenen zien. Ze komen naar school om te leren rekenen en dat moet dan ook zo precies mogelijk. Ze zijn niet gewend om te schatten en hebben daar ook de grootste moeite mee. Meer nog dan bij kinderen verdient dit veel aandacht binnen het onderwijs.

De derde context, die de cursisten voorgelegd kregen, betrof een groentewinkel waarin appels (zes voor f 5,99 en negen voor f 6,30) werden aangeboden en twee soorten sinaasappels (twaalf voor f 6,59 en negen voor f 4,50). De vraag daarbij was: Welke appels en sinaasappels zijn het voordeligst?

Uit dit onderdeel werd de conclusie getrokken dat de cursisten alleen van verhoudingen gebruikmaken als zij die verhouding zien zoals bij de appels. Daar gebeurde dit vaak met de opmerking: De dure appels kosten een gulden per stuk en de andere appels zijn voordeliger, die kosten minder dan een gulden. Zijn de relatieve verschillen moeilijker te zien, dan hebben de cursisten de neiging precies te gaan rekenen waarbij ze vaak struikelen over het delen.

4 conclusie

Uit de voorbeelden blijkt dat het reken-wiskundeonderwijs voor volwassenen veel overeenkomst heeft met het realistische reken-wiskundeonderwijs zoals dit voor het basisonderwijs is ontwikkeld. De nadruk zal op andere contexten liggen, waarbij met name het geldrekenen een belangrijke plaats in moet nemen. Wel vraagt dit geldrekenen om een zorgvuldige didactische uitwerking waarnaar de komende jaren nog veel onderzoek gedaan moet worden.

Ook bij het modelmatig werken moet steeds gekeken worden naar hulp-

middelen, waarmee op een volwassen wijze gewerkt kan worden en waarmee binnen een korte tijd op een meer abstract niveau gerekend kan worden.

noten

- 1 Dit fragment is ontleend aan interviews, die studenten van de post HBO opleiding docent basiseducatie van de Hogeschool Gelderland afnamen met cursisten uit rekgroepen in de basiseducatie.
- 2 In: *Over Rekenen* gaat H. ter Heege dieper in op de culturele invloeden in het rekenonderwijs aan allochtone cursisten in de basiseducatie. SLO, Enschede, 1993.
- 3 De volledige resultaten van dit onderzoek zijn vastgelegd in de doctoraalscriptie van M. van Groenestijn-van Schalkwijk (1993).

literatuur

- Heege, H. ter (1993). Culturele invloeden in het rekenonderwijs aan allochtone cursisten in de basiseducatie. *Over rekenen* (5), september 1993, 15-23.
- Groenestijn, M. van (1993). *Moet ik uit het hoofd of mag ik rekenen? Verslag van een onderzoek naar rekenvaardigheden bij twintig Marokkaanse cursisten in de basiseducatie* (doctoraalscriptie).