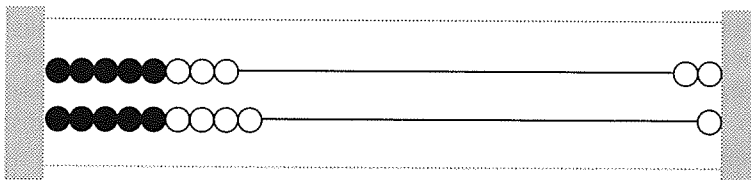

Het rekenrek: een hulpmiddel met gebruiksaanwijzing

H.A.A. van Eerde
Risbo, Erasmus Universiteit Rotterdam
E.D.H.M. te Woerd
Pedagogische praktijk 'Elise te Woerd', Bunnik

1 het Penta-onderzoek

Het rekenen tot twintig is de basis van de basisvaardigheden. En hoewel het centraal staat in het rekenen in groep 3 en 4 blijken veel kinderen de gestelde doelen niet te halen binnen de daarvoor beschikbare tijd, ongeacht de aard van het genoten onderwijs (Wijnstra, 1988). Binnen de mechanistische didactiek in het reken-wiskundeonderwijs staat bij het rekenen tot twintig het memoriseren door oefenen centraal, waarbij één oplossingsmethode per type opgave wordt geoefend. Binnen de realistische didactiek bepleit men aandacht voor meer oplossingsmethoden die door voortgaande verkorting tot automatisering moeten leiden. Ondanks deze aandacht voor verschillende oplossingsstrategieën vallen ook de resultaten bij realistische methoden tegen (Van den Heuvel-Panhuizen, 1990). Rekendidactici zoeken reeds lang de oplossing van de problematiek rond het leren van de basisautomatismen in het werken met adequate structureringen van hoeveelheden als relevante fase in het onderwijsleerproces. Structurering biedt kinderen een extra steunpunt voor het verkorten van basisoperaties. Het rekenrek (fig. 1) is een hulpmiddel voor het leren automatiseren. Er zijn drie structureringen samengebracht: de vijf-, de dubbel- en de tienstructuur.



figuur 1

De waarde van dit rekenrek is onderzocht in het Penta-onderzoek. De vraagstelling van dit onderzoek is: leidt aanvullend onderwijs gebaseerd op

de principes van de vijfstructuur en het vingerrekenen tot een grotere leerwinst (bij leerlingen die de basisautomatismen tot twintig niet beheersen) dan aanvullend onderwijs gebaseerd op de mechanistische principes, waarbij structurering van hoeveelheden tot tien ontbreekt?

Het onderzoek werd uitgevoerd op twaalf basisscholen, alle met een realistische rekenmethode. Uit de zwakste helft van de leerlingen uit groep 4 van deze scholen werden per klas drie leerlingen *a*-select aan ieder van de drie onderzoeksgroepen toegewezen. Van elke school deden dus negen zwakke leerlingen mee. Drie van deze leerlingen kregen aanvullend onderwijs met een programma met het rekenrek (groep R), drie leerlingen kregen aanvullend onderwijs met een mechanistisch programma (groep M) en drie leerlingen werden aan de controlegroep toegewezen (groep C). De leerlingen uit de M- en R-groep kregen in groepjes van drie, wekelijks twee extra rekenlesjes. De leerlingen uit de controlegroep volgden alleen het reguliere onderwijs. Voorafgaand aan de lesjes, tussentijds na zes lesjes, na afloop van twaalf lesjes en een maand na afloop van het programma zijn de leerlingen getoetst. Hierbij werden telkens twee klassikale toetsen gebruikt: een tempotoets met kale sommen ('Kwantiwijzer Voor Leerkrachten') en een contexttoets (Cito). Verder is bij de eerste drie meetmomenten bij de kinderen uit de onderzoeksgroepen een individuele rekentoets afgenomen ('Kwantiwijzer Voor Leerkrachten') waarmee het gebruik en de beheersing van oplossingsstrategieën vastgesteld kan worden. Om de invloed van de mogelijk storende variabele intelligentie onder controle te kunnen houden, is bij alle leerlingen een klassikale versie van een intelligentietoets afgenomen (SON-R).

De resultaten op de toetsen laten zien dat er geen significante verschillen in leerwinst zijn tussen de groep leerlingen die extra onderwijs kreeg met het rekenrek en de groep leerlingen die extra onderwijs kreeg met de mechanistische leergang. Dit betreft zowel de resultaten op de klassikale toetsen als op de individuele toets.

De resultaten laten wel enkele trends zien. Uit de resultaten op de klassikale toetsen (tempotoets en contexttoets) blijkt dat de leerlingen die extra onderwijs kregen iets meer leerwinst boekten dan de leerlingen uit de controlegroep, die het reguliere onderwijs volgden. De resultaten op de individuele toets laten zien dat de leerlingen uit de M-groep (mechanistisch programma) op de onderscheiden aspecten van het oplossingsgedrag iets meer leerwinst boeken dan de R-groep (rekenrekprogramma), en nog iets meer dan de C-groep (controlegroep).

Kortom er zijn wel enkele trends, maar de verschillen zijn te klein en kunnen daarom ook door toeval bepaald worden. Betekenen deze resultaten nu dat het werken met de vijfstructuur niet waardevol is voor het proces

van het leren automatiseren? Wij menen dat dit een voorbarige conclusie is. De betekenis van de gevonden resultaten moet in het licht worden gezien van de randvoorwaarden van het onderzoek die ernstige beperkingen hebben opgelegd aan de remedieële context die met het rekenrekprogramma beoogd werd.

2 beperkende randvoorwaarden

Allereerst iets over de achtergrond van het onderzoek.

Aanvankelijk lag het in de bedoeling van de onderzoekers om ontwikkelingsonderzoek te doen naar het rekenrek. De subsidiegever, SVO, verlangde echter een summatief evaluatie-onderzoek. Dit laatste was niet alleen ongewenst maar ook onmogelijk, omdat bij de start van het onderzoek geen complete remedieële leergang voor het rekenrek voorhanden was. Uiteindelijk is als compromis gekozen voor formatief evaluatie-onderzoek. Een probleem dat voortvloeit uit deze keuze was, dat er veel te weinig tijd overbleef voor de ontwikkeling en bijstelling van met name het rekenrekprogramma. Er moest immers ook nog vergeleken en geëvalueerd worden. Een tweede probleem was dat het aantal proefpersonen wel voldeed aan de norm voor vergelijkingsonderzoek, maar eigenlijk veel te groot was voor dit onderzoek, waarin ook ontwikkeld moest worden.

Tijdens de afname van de lesjes bleek dat de keuze voor formatief evaluatie-onderzoek ook consequenties had voor juist de zwakste leerlingen. Zowel de omvang van het leerstofgebied dat behandeld werd, als de hoeveelheid extra onderwijstijd, moesten voor beide groepen constant gehouden worden. De extra lessen werden aan groepjes van drie leerlingen gegeven. Door deze groepering en door de uniformiteit in leerstof en leertijd kreeg de uitvoering van de hulpprogramma's echter meer het karakter van het onderwijs in de klas, aan de hele groep, dan van remedieënd onderwijs voor zwakke leerlingen. Hierdoor en doordat er grote verschillen bestonden in snelheid waarmee leerlingen nieuwe leerstof oppikten, was voor sommige kinderen het tempo veel te hoog.

Uit de lesobservaties blijkt verder dat over de hele linie veel te weinig kon worden ingegaan op wat kinderen deden of vertelden, er was zeker geen optimale interactie mogelijk. Vooral bij het rekenrekprogramma werd dit door de trainers als een belemmering ervaren. Zoals eerder vermeld vond er een vergelijking plaats tussen een mechanistisch en een realistisch (rekenrek)programma. Aanvankelijk was het ook de bedoeling om scholen met een realistische methode en scholen met een mechanistische methode onderling te vergelijken. Er was echter een te gering aantal scholen te vin-

den met een mechanistische methode dat aan het onderzoek mee wilde werken. Daarom is het onderzoek beperkt tot scholen die een realistische methode gebruiken. De situatie deed zich nu voor dat groepjes kinderen die in de klas les kregen met een realistische methode in de onderzoekssituatie les kregen met een mechanistisch programma. Uit de observaties blijkt echter dat het onderwijs op de meeste scholen meer mechanistisch dan realistisch getint is ondanks het gebruik van een realistische methode.

Het rekenrekprogramma is geënt op de realistische didactiek, in zoverre dat er aandacht is voor meer oplossingsmethoden en dat er ruimte is voor onderlinge interactie. Zoals al eerder gezegd bleek tijdens het onderzoek dat op de meeste scholen het mechanistisch programma meer overeenkomst met het onderwijs in de klas vertoonde dan het rekenrekprogramma ondanks het gebruik van een realistische reken-wiskundemethode (Gravemeijer e.a., 1993.) Op de meeste scholen, althans op dat moment in het onderwijsleerproces, krijgt één bepaalde oplossingsmethode de meeste aandacht (die van het splitsen bij tien). Ook bleek dat voor de meeste leerlingen, tegen de verwachting in, interactief onderwijs iets geheel nieuws was.

De totale onderwijstijd voor beide programma's was slechts zes uur. Voor het rekenrekprogramma was dit te weinig. Bij het rekenrekprogramma wordt veel tijd besteed aan het leren van de getalbeelden en in relatie daarmee aan nieuwe oplossingsmethoden die met het rekenrek kunnen worden uitgevoerd. Met name het leren verwerven van nieuwe oplossingsstrategieën en het wennen aan de nieuwe meersporige werkwijze kostte veel meer tijd dan werd verondersteld. (Vaak vond pas bij de achtste of negende les een doorbraak plaats.)

Hierdoor was er binnen dit onderzoek te weinig tijd beschikbaar voor het inslijpen van nieuwe vaardigheden. Deze nieuwe handelwijzen leiden weliswaar op den duur tot een verkorting, maar ze zijn in het begin voor kinderen, die deze verkorte werkwijzen nog niet beheersen, nog erg onwennig. In situaties waarin kinderen gecontroleerd worden, zoals in toetsituaties, vallen ze juist snel terug op conservatieve oplossingswijzen, waar ze op kunnen vertrouwen.

De gekozen toetsen doen onvoldoende recht aan de inhoud van het rekenrekprogramma. De onderzoekers hebben de indruk, gesteund door allerlei observaties, dat de leerlingen in de R-groep meer van het rekenrekprogramma hebben geleerd dan met de gekozen toetsen vastgesteld kon worden. Bijvoorbeeld op het gebied van het structureren van hoeveelheden en getallen, en het beschikken over verschillende oplossingsmethoden. In paragraaf 3 laten we hier wat van zien.

Uit de toetsresultaten blijkt desondanks dat de leerlingen die extra onderwijs kregen met het rekenrek evenveel leerwinst boeken als de leerlingen die extra onderwijs kregen met het mechanistische programma, dus evenveel profijt trekken uit het aanvullend onderwijs. Toch is het vermoeden gerechtvaardigd dat de rekenrekgroep meer van het programma geleerd heeft dan met de gebruikte toetsen gemeten kon worden.

Voor een uitvoerige beschrijving van de achtergrond, de opzet, de uitvoering en de resultaten van dit onderzoek en een overzicht van de inhoud van het rekenrekprogramma verwijzen we naar: Van den Berg en Van Eerde, 1992b, en Van den Berg en Van Eerde, 1993.

3 leerlingportretten

Om iets te belichten van de leerprocessen van leerlingen die het rekenrekprogramma volgden, zijn leerlingportretten gemaakt. De leerlingportretten zijn gedistilleerd uit de uitgebreide observaties die gemaakt zijn tijdens de lesjes.

In de leerlingportretten wordt kort de beginsituatie van een kind beschreven. Vervolgens worden opvallende punten uit het leerproces belicht. Vanzelf komen daarbij zaken aan de orde die invloed hebben op dat leerproces, zoals factoren in het kind, denk aan sociaal-emotionele belemmeringen, en eerdergenoemde factoren die met het onderzoek te maken hebben. Tot slot wordt een verwachting uitgesproken over wat het betreffende kind op de eindtoets zal presteren.

Hierna volgt een portret van zes kinderen uit twee R-groepen, afkomstig van twee verschillende scholen.

groep 1: Aspasia, Harro en Nicole

Aspasia

Aspasia heeft slechts zes lessen meegedaan, omdat ze daarna verhuisde. Daarom is haar portret heel summier.

Bij de aanvang van het lesprogramma maakte ze bij sommen onder de tien nog veel gebruik van door- en terugtellen. Soms leidde ze ook af: $2 + 3 = 2 + 2 + 1$; en $8 - 5 = 3$ want $7 - 5 = 2$. Het rekenrek sloeg bij haar goed aan. Ze kwam al snel tot voorstellen en kon goed verwoorden. In controlesituaties greep ze vaak terug op oude manieren. Ook al pikte ze nieuwe strategieën snel op, na zes lesjes is niet te verwachten dat ze die zal blijven toepassen.

Harro

Harro had bij de start alle optelsommen onder de tien geautomatiseerd. Een aantal aftreksommen onder de tien waren nog niet geautomatiseerd;

soms telde hij één voor één terug, soms in groepjes ($9 - 3 = 9 - 2 - 1$). Een aantal optelsommen over het tiental heen waren geautomatiseerd, onder andere de dubbelen; de meeste aftreksommen werden teruggeteld in het hoofd.

Hij kon goed overweg met het rekenrek, maar had zeer veel moeite met de overgang naar voorstellen. Dit zal de reden zijn geweest dat hij aanvankelijk stevig vasthield aan oude (tel)manieren in controlesituaties. In elk geval maakte hij niet spontaan gebruik van nieuwe manieren, ook niet als hij ze wel doorhad.

In de zevende les had hij tijd nodig om weer te wennen aan de handelingen met het rekenrek. Door de tussentijdse pauze was hij het even kwijt. Bij navraag bleek dat hij ook niet meer aan het rekenrek heeft gedacht.

In de negende les lijkt het alsof er iets is doorgebroken. Terwijl hij daarvoor heel onzeker was en bijna stap voor stap begeleid moest worden, gaat hij nu ineens onderdelen zelfstandig maken. Bovendien blijkt hij zich ook nog goed te herinneren wat we de vorige keer gedaan hebben, terwijl hij zich daarvoor zelden wat herinnerde. Vanaf dat moment laat hij een variëteit aan oplossingsmanieren zien en geeft hij er ook blijk van dingen onthouden te hebben en te kunnen gebruiken uit eerdere lesjes. Daarnaast gebruikt hij ook vaak de manier die in de klas vooral werd gehanteerd, zoals splitsen bij tien.

Een greep uit het scala van Harro's spontane oplossingsmanieren:

$9 + 4 \rightarrow$ vult aan tot 10

$7 + 8 \rightarrow 8 + 8 - 1$

$8 + 6 \rightarrow$ 5 rooie en 5 witte en 3 witte en 1 witte

$12 - 5 \rightarrow$ met het rekenrek ($10 - 5 = 5$; 2 erbij is 7)

$14 - 7 \rightarrow$ wist ik, want $7 + 7 = 14$

$15 - 6 \rightarrow 15 - 5 - 1$

Heel af en toe telt hij nog wel eens terug, met name in controlesituaties. Of hij de nieuwe manieren ook in de toetssituatie zal toepassen of toch weer terugrijpt op conservatieve (tel)methoden is de vraag. In ieder geval heeft hij in de laatste lesjes laten zien, dat hij heel goed in staat is tot flexibel rekenen.

Nicole

In het observatieverslag van de eerste les wordt vermeld: 'zeer faalangstig; kijkt veel naar hoe de andere twee het doen en lijkt zelf niet te durven denken. Sta ik wat langer bij haar stil, dan blijkt ze best het een en ander te kunnen.'

Bij Nicole werd al snel duidelijk dat ze veel meer aandacht nodig had dan haar in deze onderzoekssituatie geboden kon worden. Ze kwam zeer faalangstig en ongeconcentreerd over; had veel extra stimulans nodig. Er was

ook moeilijk zicht te krijgen op haar beginsituatie. Ze reageerde zeer wisselvallig. Enkele optelsommen onder de tien leken geautomatiseerd, zoals de dubbelen. Bij het aftrekken werd altijd teruggeteld.

Ook op haar leerproces was moeilijk zicht te krijgen. In de loop van het programma bleek dat ze toch wel nieuwe manieren had opgepikt. In de negende les toen er (door afwezigheid van Harro) de eerste twintig minuten alleen met haar gewerkt werd, bleek ze veel meer te kunnen dan verwacht. Zo ging het flitsen uitstekend. Op het moment dat Harro binnenkwam, presteerde ze niet meer.

Haar slechte prestaties lijken veroorzaakt te worden door haar angst om te falen in de ogen van andere kinderen (die ook altijd veel commentaar op haar hadden). Dat leidde ertoe dat ze niet durfde te vertrouwen op eigen manieren en dan maar wat deed.

Hoewel ze op bepaalde gebieden en in bepaalde situaties beter ging presteren (onder andere bij het flitsen en als ze alleen was), lijkt er van een systematische vooruitgang geen sprake. Nicole is typisch een leerling die individueel begeleid moet worden om haar over haar faalangst heen te helpen en haar tot eigen initiatief aan te zetten. In deze onderzoekssetting kon daar niet aan tegemoet gekomen worden.

groep 2: Aidan, Evelien en Mirjam

Dit groepje was al bekend met het rekenrek, omdat daar in de klas ook mee werd gewerkt. Ze gaven echter in de eerste les te kennen, dat ze liever zonder rekenrek rekenden. Omdat dit groepje al vertrouwd was met het rekenrek en met termen als bijvoorbeeld dubbelsommen, doorliepen ze, vooral in het begin, het programma sneller dan andere groepjes.

Aidan

Bij aanvang was moeilijk vast te stellen wat hij beheerste, omdat zijn zwakke concentratie het zicht daarop vertroebelde. Hij leek de meeste optel- en aftreksommen onder de tien geautomatiseerd te hebben. Bij overschrijding van het tiental telde hij nog veel. In de loop van de eerste zes lessen, ontpopte hij zich als een handige rekenaar. Aanvankelijk had hij moeite met het toepassen van de inverse relatie, maar in de zesde les kreeg hij die ook onder de knie. Daarna maakte hij er vaak spontaan gebruik van.

In het vervolg van het programma werd hij steeds vaardiger in het werken met het rekenrek, het voorstellen van getalbeelden en het gebruiken van handige rekenmanieren. Hij kreeg ook steeds meer plezier in het zelf bedenken van sommen. Zijn prestaties zijn, naar verwachting, sterk verbeterd.

Eveline

Eveline had bij aanvang de meeste optel- en aftreksommen onder de tien geautomatiseerd, maar maakte af en toe ook nog gebruik van door- of terugtellen, waardoor ze fouten maakte als $5 + 2 = 6$, $7 + 2 = 10$, $10 - 4 = 7$. Bij sommen over het tiental heen telde ze vrijwel altijd door of terug.

Ook al was ze vanuit de klas bekend met een aantal handige rekenmanieren, uit zichzelf paste ze deze strategieën niet toe. Ze was vrij star in haar manier van rekenen (of geautomatiseerd of tellen) en had moeite met het oppikken van nieuwe manieren. Ze wilde aanvankelijk ook niet met de structuur van het rekenrek werken. Verder had ze zeer veel moeite met de inverse relatie. Na de zevende les veranderde dit.

In de achtste les meldt ze spontaan dat het werken met het rekenrek in de klas nu ook heel goed gaat en dat ze er sneller mee kan werken dan de andere kinderen. Vanaf dat moment maakt ze veelvuldig gebruik van de vijfstructuur; ze geeft er zelfs de voorkeur aan boven het rekenen met dubbeln, ook al ligt dat meer voor de hand. Er is blijkbaar iets doorgebroken. Dat ze aan het rekenrek denkt, is in haar werkboekjes te zien aan de streepjes die ze midden door de getallen zet. $\oplus + \ominus = 14$.

Bij het zetten van het streepje wordt (vermoedelijk) in gedachten de verdeling in witte en rode kralen voorgesteld. (Bij het getal vijf blijft het streepje achterwege.) Eveline is vanaf deze doorbraak steeds flexibeler gaan rekenen. Ook het zelf bedenken van sommetjes, waar ze in het begin niet toe te zetten was, gaat nu steeds beter. Op zeldzame momenten (bijvoorbeeld in een controlesituatie) grijpt ze nog wel eens terug op de oude door- of terugtelmanier. Naar verwachting is ze erg vooruit gegaan en is dat ook te zien in de toetsresultaten.

Mirjam

Mirjam maakte bij optel- en aftreksommen onder en boven de tien veelvuldig gebruik van door- en terugtellen, ondanks dat ze vanuit de klas al vertrouwd was met het rekenrek en met het gebruik van handige rekenmanieren. Ze was heel faalangstig en durfde uit zichzelf geen nieuwe manier toe te passen. Tellen was voor haar blijkbaar de meest veilige methode, hoewel ze daarbij veel fouten maakte. Ze had veel extra aandacht nodig bij de introductie van nieuwe stof. Die aandacht was er vanwege de tijdsdruk vaak onvoldoende. Als ze de bedoeling eenmaal doorhad, kwam de toepassing ook wel na enige aansporing.

Vaak bleek in een volgende les dat ze ook wel wat onthouden had. In controlesituaties viel ze toch vaak terug op de haar vertrouwde telmethode. Naar verwachting laat ze bij de eindtoets geen vooruitgang zien. Mirjam is ook een kind dat erg gebaat zou zijn bij individuele begeleiding waarin ze veel bevestigd wordt. De belangrijkste drempel voor haar is haar faalangst.

literatuur

- Berg, W. van den, H.A.A. van Eerde & S. Lit (1992). *Kwantiwijzer Voor Leerkrachten*. Tilburg: Zwijsen.
- Berg, W. van den & H.A.A. van Eerde (1992a). *Geef me de vijf. Een onderzoek naar de waarde van de vijfstructuur voor het leren automatiseren van de optel- en aftrektafels tot twintig*. Rotterdam: RISBO, EUR.
- Berg, W. van den & H.A.A. van Eerde (1992b). *Geef me de vijf. Bijlagen. Rekenrekprogramma; hulpprogramma gebaseerd op vijfstructuur*. Rotterdam: RISBO, EUR.
- Berg, W. van den & H.A.A. van Eerde (1993). De veerkracht van het rekenrek. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 12(1), 4-15.
- Gravemeijer, K. e.a. (1993). *Methoden in het reken-wiskundeonderwijs, een rijke context voor vergelijkend onderzoek*. Utrecht: Freudenthal instituut.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den (1990). *Number facts en de rekenmethode*. Nijmegen: ORD (paper).
- Treffers, A. (1990-'91). Rekenen tot twintig met het rekenrek. Beknopte schets van een onderwijsprogramma. *Willem Bartjens*, 10, 35-45.
- Treffers, A., E. de Moor & E. Feijs (1987a). Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool (1). *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 6(1), 7-28.
- Wijnstra, J.H. (1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool. Uitkomsten van de eerste rekenpeiling medio en einde basisonderwijs*. Arnhem: Cito.