

Rekenproblemen oplossen

‘Kijk eens wat we samen kunnen’

Jaarlijks, op een woensdag in april, organiseert het Freudenthal Instituut de Grote Rekendag. Op deze dag worden alle leerlingen in de basisschool uitgedaagd om aan de slag te gaan met reken-wiskundige activiteiten. Ze doen dat niet alleen. Het oplossen van de gestelde problemen vraagt om samenwerking en uitwisseling van argumenten.

Het thema van de in april van dit jaar gehouden Grote Rekendag was: ‘Waar voor je geld’. Op deze dag houden kinderen van verschillende basisscholen in Nederland zich bezig met diverse activiteiten op het gebied van reken-wiskunde (Keijzer, Van Tricht & Van Schaik, 2009).

Leerlingen van groep 7 en 8 ontwierpen een eigen geldsysteem, met zelfgekozen waarden, vormen, afmetingen en echtheidskenmerken van munten en biljetten. In groep 5 en 6 bepaalden de leerlingen de waarde van verschillende producten wat niet altijd even gemakkelijk is. Bij de waarde van een spelcomputer kunnen de leerlingen zich wel iets voorstellen, maar geldt dat ook voor een woonboerderij in Drenthe? Of een circus van Playmobil?

In de onderbouw gingen leerlingen aan de slag met het opnieuw waarderen van spullen waar ze eigenlijk niets meer mee doen. Daarna kochten ze de meegenomen spullen van elkaar met dukaten die zij eerder op de dag gemaakt hadden.

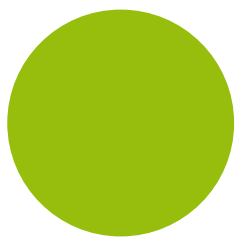
Grote Rekendag op bs Het Palet-Zuid
Woensdag 8 april, basisschool Het Palet-Zuid te Amstelveen. Bij binnenkomst kijken

de leerlingen verrast, wanneer ze een kluis midden in de hal zien staan. Sommige leerlingen realiseren zich dat het vandaag ‘Grote Rekendag’ is; ze proberen de kluis te openen. Ze proberen verschillende codes uit. Al snel blijkt dat ze door het oplossen van sommen aan de code kunnen komen. Iedere groep krijgt een lastige som, die ze vervolgens gezamenlijk vol enthousiasme oplossen. Zo blijkt al snel dat de leerlingen een som samen beter kunnen oplossen, want samen weet je meer dan alleen.

Tijdens de Grote Rekendag gaat het om activiteiten waarbij leerlingen gezamenlijk rekenwiskundige problemen moeten oplossen. Dat ze samen veel verder komen dan wanneer ze de opdracht alleen hadden uitgevoerd, blijkt onder andere uit discussies die ontstaan over de waarde van een woonboerderij in Drenthe.

Oplossen in happen

Het team van Het Palet koos bewust voor niet al te makkelijke sommen om de code van de kluis te kraken; voor moeilijke sommen heb je elkaar nodig, dachten de leerkrachten. Groep 6 gaat aan de slag met de som ‘ $7.506 : 18 = \dots$ ’



Al snel raken de leerlingen met elkaar in gesprek over de som. Ze beslissen om de som door middel van een aantal 'happen' op te lossen. Ze kijken welke happen er in ieder geval mogelijk zijn. Juf Liesbeth vraagt of ze bijvoorbeeld een hap van 10 kunnen nemen. Casper* benadrukt dat een hap van 10 gemakkelijk kan worden genomen, aangezien het hier gaat om het aftrekken van 180. Van hieruit wordt er dan ook gekeken of er toevallig ook een hap van 100 kan worden genomen, of een hap van 1.000. Alle leerlingen zijn het erover eens dat dit laatste niet kan. Marijn concludeert dat het antwoord dus tussen de 100 en de 1.000 moet liggen. Samen bekijken de leerlingen of een hap van 200 mogelijk is. Dit blijkt mogelijk te zijn. Ineens zegt Dieko dat er een hap van 400 kan worden genomen want 18 keer 4 is 72, dus 18 keer 400 is 7.200. Een hap van 500 is niet mogelijk want, zegt Dominique, dan blijft er 306 over. Al snel valt de hele klas bij. Ze nemen nog een hap van 10, gevolgd door een hap van 5 en een hap van 2.

$$\begin{array}{r}
 7506 : 18 = \\
 \underline{7200} \quad - 400 \\
 306 \\
 \underline{180} \quad - 10 \quad 2 \times 18 = 36 \\
 126 \\
 \underline{90} \quad - 5 \quad 3 \times 18 = 54 \\
 36 \quad 4 \times 18 = 72 \\
 \underline{36} \quad 5 \times 18 = 90 \\
 2 \quad + \\
 417
 \end{array}$$

Ik zie dat de leerlingen deze som binnen vijf minuten oplossen, zonder al te veel hulp van de leerkracht. Al snel gaan de leerlingen op zoek naar verkorting van het herhaald aftrekken. Ze kiezen er namelijk niet voor om eerst alvast bijvoorbeeld 100 keer 18 eraf te trekken. Ze kijken naar wat verder mogelijk is. In groep 5 en 6 is het gebruikelijk dat leerlingen bij deelsommen gebruik maken van herhaald aftrekken. Pas in groep 7 en 8 wordt er echter van de leerlingen verwacht dat ze een deelsom verkort oplossen door middel van 'happen' van veelvouden van 100 (SLO, 2006).



Annemarie Timmer

Door het overleg dat ontstaat voor het oplossen van de som vindt dit hier echter in deze groep 6 al plaats.

De leerkrachten vertelden later dat ze totaal niet hadden verwacht dat alle klassen binnen vijf minuten hun som zouden oplossen. Het ging immers om sommen die ingewikkelder zijn dan de stof die in het rekenboek van dat leerjaar aan bod komt. Samen zijn de leerlingen er dus toch uitgekomen.

Waarde beredeneren

Dat leerlingen meer kunnen wanneer ze *samen* rekenen, blijkt ook tijdens andere opdrachten. Leerlingen in groep 5 en 6 gaan prijzen van verschillende producten 'raden'. Per groep hadden de leerlingen een vel met afbeeldingen van deze producten. De groep bepaalt gezamenlijk wat de waarde ervan is. In tegenstelling tot de klassikale som, helpt de juf dit keer *niet* mee.

Los de som op
en je hebt de code
van de kluis



Wat kost dit
Circus van Playmobil?

In een groepje vindt er een discussie plaats. Het gaat om de waardebeoordeling van het Playmobil circus. Nathalie zet de waarde op 30 euro. Casper denkt echter dat dit product zeker 40 euro kost. Marijn schat 50 euro, en Patrick denkt dat het circus in de winkel zelfs 60 euro kost. Nathalie kan dit maar moeilijk geloven. '50 euro? Nee toch? Toch niet zo duur?' Marijn geeft aan dat het circus waarschijnlijk echt duurder is dan 50 euro. Met als reden dat 'Playmobil hartstikke duur is'. De discussie over de waarde start zo bij een van de leerlingen die ervaring heeft met het aanschaffen van een circus van Playmobil. Dat maakt het mogelijk om genoemde bedragen te onderbouwen en groepsgenoten te overtuigen. Daarbij reageren leerlingen op elkaars argumenten. Er is bij de prijsbepaling van het circus gebruik gemaakt van vergelijkende producten, waarvan de leerlingen het bedrag wel weten. Marijn geeft namelijk aan dat speelgoed van het merk Playmobil over het algemeen erg duur is.

Zoeken naar de waarde

Bij het circus konden de leerlingen nog terugvallen op ervaringskennis. De waardebeoordeling komt hierdoor gemakkelijk tot stand. Bij de woonboerderij in Drenthe is dit niet het geval. Het zoeken naar de waarde leidt dan ook tot flinke discussies.

Silias schat de waarde op 10.000 euro. Tom denkt eerder aan 5 miljoen. Annegje vergelijkt deze waarde met een product waarvan

eerder de waarde was bepaald, namelijk een vuurtoren. Deze is geschat op 5.000 euro. Zij merkt op dat de door Silias en Tom genoemde bedragen beide hoger zijn dan de (geschatte) waarde van de vuurtoren. De leerlingen zijn het er over eens dat 5 miljoen wat aan de hoge kant is. Ze besluiten te gaan voor 3 miljoen euro. Annegje, die argumenteert vanuit de vuurtoren, geeft aan dat 10.000 euro een 'sterkere' schatting is. Desondanks willen de leerlingen toch 3 miljoen euro noteren op hun antwoordenblad. Er ontstaat een discussie over hoe dit bedrag er uitziet. Alle mogelijke manieren komen ter sprake. Ze komen erachter dat 3 miljoen eigenlijk wel heel veel geld is; de leerlingen weten het bedrag namelijk niet op te schrijven. Hierdoor komt ook de waarde van de woonboerderij weer ter discussie. De waarde van de vuurtoren wordt gebruikt als referentiekader. Tom merkt op dat de waarde van de boerderij beter te vergelijken is met de waarde van een huis. Een boerderij is waarschijnlijk duurder dan een huis. Het is voor hen echter onduidelijk wat een huis waard is. Annegje zegt dat een huis wel 3.000 euro waard is. Tom is het hier niet mee eens. Hij denkt dat een huis meer kost. Maar wat een huis eigenlijk kost, weet geen van de leerlingen goed te verwoorden. De waarde van de woonboerderij wordt uiteindelijk geschat op 1 miljoen.

Referentiebedragen

De leerlingen maken bij deze opdracht gebruik van referentiebedragen. Zij gebruiken bijvoorbeeld ook de prijs van eerder geschatte objecten. Eerst maken zij gebruik van de waarde van de vuurtoren en dan van die van een huis. De leerlingen kiezen waarschijnlijk hiervoor, omdat ze niet kunnen terugvallen op ervaringskennis. Kinderen kopen immers geen huizen en al zeker geen woonboerderij. Ze waren dus aangewezen op een andere oplossingsstrategie. Het open karakter van de situatie zorgt ervoor dat zij inzien dat een grove schatting volstaat; er ontstaat een idee van de prijs en daarmee ook een bevestiging van het eigen leren. Ze weten ineens toch wat meer van een woonboerderij. Door producten te vergelijken waarvan ze de waarde al wel (denken te) kennen, komen zij gestructureerd tot een schatting.

Hoewel de gevonden waarde van de vuren en het huis niet echt realistisch is, is de werkwijze wel zinvol. Al samenwerkend ontwikkelen de leerlingen een aanpak voor de oplossing van dit probleem, namelijk het gebruik van referentiebedragen of -producten om de waarde van een product te bepalen. Bovendien ontstaan er discussies over ieders referentiebedragen. Tijdens deze discussies worden de argumenten en referentiebedragen verbeterd. Al met al worden de leerlingen zich tevens bewust van de betekenis van grote bedragen (zoals een miljoen).



Woonboerderij
in Drenthe

Samen komen we verder

De leerlingen proberen gezamenlijk de waarde van verschillende producten te bepalen. Ze leggen aan elkaar uit wat ze denken en komen zo samen verder. Iedereen heeft namelijk in eerste instantie wel een idee over de waarde van ieder product. Om groepsgenoten te overtuigen moeten de leerlingen hun individuele, wellicht intuïtieve, ideeën voorzien van geloofwaardige argumenten. Deze moeten ze helder verwoorden voor hun groepsgenoten. Hoe dit gaat, zien we bijvoorbeeld bij Silias. Hij dacht aanvankelijk dat de Drentse woonboerderij 10.000 euro waard was. In zijn groep denken ze hier duidelijk anders over. Doordat de opdracht in groepsverband is uitgevoerd, wordt Silias ook met de ideeën van zijn groepsgenoten geconfronteerd. Door deze nieuwe informatie leert Silias.

Tijdens de activiteiten van de Grote Rekendag lossen de leerlingen veel rekenproblemen samen op. De getoonde voorbeelden laten zien hoe leerlingen rekenen als ze daarbij

in een groepje samenwerken en argumenten uitwisselen. Alle leerlingen krijgen op die manier de kans hun vaardigheid te tonen. Dit zagen we bijvoorbeeld bij de lastige startsom die binnen vijf minuten verkort werd opgelost en de beargumenteerde schattingen die worden gedaan voor de verschillende producten. Leerlingen moeten nadenken over oplossingen en oplossingsstrategieën van anderen. Dat zet ze aan het denken en dat is precies het doel van de Grote Rekendag.

* De namen van de leerlingen die genoemd worden in dit artikel, zijn fictief.

MEER
WETEN?

De Grote Rekendag

De Grote Rekendag wil basisschoolleerkrachten en leerlingen eenmaal per jaar laten ervaren hoe rijk en uitdagend reken-wiskundeonderwijs kan zijn. Dit is een belangrijke reden om mee te doen, want als je plezier hebt in rekenen, gaat het beter en leer je het beter. Ook kan de dag een startpunt vormen om met het hele team aan het reken-wiskundeonderwijs in de school te gaan werken. De dag biedt zo mogelijkheden om het rekenonderwijs te verbeteren.

Ieder jaar bepaalt een breed samengestelde programmacommissie het thema. Ze kijken daarbij naar suggesties van deelnemende scholen, eigen observaties in de praktijk en aanknopingspunten om wiskundige activiteiten te ontwikkelen. In 2009 deden ruim 900 scholen mee aan de dag met het thema 'Waar voor je geld'. Het thema kwam voor in suggesties van scholen die een jaar eerder deelnamen. Ontwikkelaars in de programmacommissie vonden 'geld' een uitdagend thema, omdat dit onderwerp vaak beperkt blijft tot het rekenen met geld. Tijdens de dag moest geld in al z'n facetten naar voren komen.

De achtste Grote Rekendag met het thema 'Meten te lijf - meten aan en met het lijf' vindt plaats op woensdag 21 april 2010. Scholen kunnen zich voor deze dag inschrijven via www.rekenweb.nl (klik op Grote Rekendag). Op deze site is ook voldoende materiaal beschikbaar voor scholen die na de Grote Rekendag verder willen met de uitgewerkte thematiek.

LITERA
TUUR!

- Keijzer, R., Van Tricht, R. & Van Schaik, M. (red.) (2009), *Waar voor je geld*. Utrecht: Freudenthal Institute for science and mathematics education
- SLO (2006), *TUIE Kerndoelen en leerlijnen 2006, Kerndoelen Rekenen/Wiskunde*. <http://tule.slo.nl/RekenenWiskunde/F-KDRekenenWiskunde.html> (2 december 2008)

Martine van Schaik, Ronald Keijzer & Rob van Tricht

De auteurs zijn werkzaam aan het Freudenthal Institute for science and mathematics education, en ontwikkelaars van de Grote Rekendag