



IJking referentiekader
rekenen versus
examenprogramma's
wiskunde havo/vwo

slo

nationaal
expertisecentrum
leerplan-
ontwikkeling



IJking referentiekader rekenen versus examenprogramma's wiskunde havo/vwo

(en eventueel andere vakken)

Iris van Gulik

Juni 2010

slo

nationaal
expertisecentrum
leerplan-
ontwikkeling

Verantwoording

© 2010 Stichting leerplanontwikkeling (SLO), Enschede

Alle rechten voorbehouden. Mits de bron wordt vermeld is het toegestaan om zonder voorafgaande toestemming van de uitgever deze uitgave geheel of gedeeltelijk te kopiëren dan wel op andere wijze te verveelvoudigen.

Auteurs: Iris van Gulik

Eindredactie: Ria van de Vorle

Informatie

SLO

Secretariaat O&A

Postbus 2041, 7500 CA Enschede

Telefoon (053) 4840 666

Internet: www.slo.nl

E-mail: O&A-MT@slo.nl

AN: 7.5240.305

Inhoud

1.	Inleiding	5
2.	Vraagstelling	9
3.	Samenvatting belangrijkste conclusies ijking	11
4.	Werkwijze	13
5.	Achtergrond opbouw referentiekader	15
6.	Achtergrond rekentoets	19
7.	Conclusies ijking per subdomein van het referentiekader	23
8.	Conclusies ijking kerndoelen onderbouw vo wiskunde	25
9.	Conclusies ijking per examenprogramma wiskunde	27
10.	Conclusies ijking aan de examenprogramma's van andere vakken	29
11.	Mogelijk vervolgonderzoek	31
	Bronnen	33
	Bijlage A	
	Mogelijke inhoudelijke koppeling referentiekader en kerndoelen	35
	Bijlage B	
	Specificaties rekenvaardigheden andere vakken	37
	Bijlage C	41
	Specificaties conceptsyllabus havo wiskunde A, invoering 2014	41
	Bijlage D	43
	Achtergrond verschillende subdomeinen referentiekader in het vo	43
	Bijlage E	47
	Voorbeeldpagina's referentieniveau 3F	47
	Geraadpleegde docenten en deskundigen	51

1. Inleiding

De overheid heeft het voornemen om de referentieniveaus, zoals beschreven door de *Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*, op korte termijn wettelijk te verankeren. De voorbereidingen daartoe zijn in volle gang.

Naast een bovensectorale wet worden de referentieniveaus in sectorale wetten verankerd. Voor het voortgezet onderwijs is dat de WVO (Wet op het Voortgezet Onderwijs).

De referentieniveaus worden per 1 augustus 2010 ingevoerd in po, vo en mbo. Voor vo komt er een rekentoets voor alle leerlingen als onderdeel van het eindexamen, naast het centraal examen en het schoolexamen. Over de manier waarop de rekentoets meetelt in de slaag/zakregeling en andere aspecten van de rekentoets wordt in een later stadium besloten. Ook wil de overheid dat vanaf schooljaar 2013-2014 de eerste examens Nederlands en de rekentoets op basis van het referentiekader worden afgenomen. Zowel de examens Nederlands als de rekentoets moeten geïjkt zijn op basis van de referentieniveaus. In de stukken die eerder naar de Tweede Kamer zijn gestuurd staat daarover: 'In het VO zullen de referentieniveaus dienen als ijkpunt voor de eindexamenprogramma's Nederlands en voor de rekentoets.'

Het voornemen van de overheid om in het eindexamen van het voortgezet onderwijs taal- en rekenvaardigheid van leerlingen te gaan toetsen komt niet uit de lucht vallen. Een van de aanbevelingen van de Expertgroep was:

zorg ervoor dat in het voortgezet onderwijs (vmbo, havo, vwo) de doorstroomrelevante onderdelen uit het taal- en rekenonderwijs op de diverse niveaus worden getoetst, hetzij als voorwaarde voor deelneming aan het centrale examen, hetzij als onderdeel van het centraal examen, dan wel van het schoolexamen.

Om meer duidelijkheid te scheppen over de daadwerkelijke verankering (en consequenties daarvan) van de referentieniveaus in examenprogramma's in het voortgezet onderwijs heeft SLO van het Ministerie van OCW de opdracht gekregen om daarvoor een analyse uit te voeren van kerndoelen wiskunde (en enkele andere vakken) voor havo/vwo en vmbo op basis van de referentieniveaus. Daaruit zijn conclusies getrokken en op basis daarvan is een advies aan het ministerie van OCW uitgebracht. Bij het advies gaat het erom hoe de inhoud van het referentiekader structureel verankerd kan worden in de examenprogramma's (en kerndoelen) wiskunde (en andere vakken). Voor Nederlands is hetzelfde gebeurd.

De analyses zijn zowel besproken met leraren vmbo en havo/vwo als met deskundigen. Dit heeft naast voorliggend advies geresulteerd in de volgende rapporten:

- Ijking referentiekader rekenen versus examenprogramma's wiskunde vmbo (en eventueel andere vakken).
- Referentiekader taal en examenprogramma's Nederlands vmbo, havo en vwo.

Systematiek van de referentieniveaus

De systematiek waarin de referentieniveaus voor taal en rekenen zijn beschreven is wezenlijk anders. Dit verschil speelt op de achtergrond ook bij de ijking een rol.

De referentieniveaus bevatten basiskennis en -vaardigheden. Voor taal zijn er vier niveaus beschreven. Elk fundamenteel niveau omvat het voorgaande niveau. En bij het behalen van een fundamenteel niveau kan het volgende niveau gezien worden als een streefniveau.

Voor rekenen/wiskunde zijn er twee van elkaar te onderscheiden kwaliteiten beschreven.

De fundamentele kwaliteiten zijn gericht op een meer toepassinggerichte benadering van rekenen. De streefkwaliteiten bereiden al voor op de meer abstracte wiskunde. Bij rekenen is er, in tegenstelling tot taal, geen invulling gegeven aan het vierde niveau omdat men daar geheel in het domein van de wiskunde komt.

Examenprogramma's versus referentiekader

De referentieniveaus zowel van rekenen als van Nederlands zijn veel gedetailleerder beschreven dan de huidige examenprogramma's. Als de referentieniveaus onderdeel worden van de examenprogramma's voor Nederlands en de grondslag vormen voor de rekentoets dan ligt het gevaar op de loer dat vakken worden 'dichtgetimmerd'.

Examenprogramma's beschrijven wat leerlingen moeten kennen en kunnen van een vak aan het einde van een onderwijssector. De referentieniveaus beschrijven voor taal en rekenen basiskennis en basisvaardigheden die leerlingen van het primair onderwijs tot de instroom in het hoger onderwijs geacht worden te beheersen. En vastgelegd in een bovensectorale wet biedt dit referentiekader de mogelijkheid om sectoraal vastgelegde doelen daaraan te spiegelen. Het referentiekader fungeert daarmee als een sectoroverstijgend instrument, aan de hand waarvan sectorgebonden examenprogramma's en toetswijzers gewijzigd dan wel ontwikkeld kunnen worden. Het referentiekader als zodanig is niet geschikt als toetskader of examenprogramma; het is daartoe niet ontwikkeld.

Andere vakken

Voor zowel Nederlands als rekenen/wiskunde geldt dat andere vakken een belangrijke rol spelen. De vraag is of dit van belang is voor de examenprogramma's en rekentoets of dat de andere vakken vooral van belang zijn als het gaat om onderhoud van bij Nederlands en wiskunde geleerde kennis en vaardigheden. In het laatste geval is vooral taal- en rekenbeleid op schoolniveau van belang.

Kerdoelen onderbouw vo

Vanwege de globale formulering van de kerndoelen en de gedetailleerde beschrijving van de referentieniveaus was het lastig om een ijking van de kerndoelen uit te voeren.

Punt van aandacht bij de kerndoelen is daarbij dat dit aanbodsdoelen zijn (geformuleerd als "de leerling leert") terwijl het in het referentiekader gaat om resultaatverplichtingen (geformuleerd als "de leerling kan").

Rekenen/wiskunde

Uit de analyses voor wiskunde valt op dat er in het vmbo grote overeenkomst is tussen de examenprogramma's en de referentieniveaus zoals ze worden toegewezen aan deze sector. Terwijl er bij havo/vwo juist grote verschillen zijn waar te nemen tussen de examenprogramma's en de toegewezen referentieniveaus. Dat is op zich niet vreemd. Om dat te begrijpen is het nodig terug te gaan naar het advies van de Expertgroep die voor rekenen twee in van elkaar te onderscheiden kwaliteiten beschreven. De fundamentele kwaliteiten richten zich op functioneel rekenen, ze zijn meer toepassinggericht en leggen een goede basis voor rekenen in de beroepspraktijk. De Expertgroep koppelde aan vmbo bb en kb het niveau 2F en niveau 3F aan mbo. De streefkwaliteiten bereiden voor op de meer abstracte wiskunde en zijn noodzakelijk voor leerlingen die met een meer theoretische basis doorstromen naar het vervolgonderwijs. De

Expertgroep koppelde niveau 2S aan vmbo gl en tl en klas 3 havo en vwo, het niveau 3S werd gekoppeld aan 5 havo wiskunde A. Voor leerlingen met wiskunde B havo of een afgeronde vwo-opleiding is een apart vierde referentieniveau geformuleerd. Zowel de fundamentele kwaliteiten als de streefkwaliteiten bevatten basiskennis en -vaardigheden.

De overheid heeft besloten de fundamentele niveaus (2F en 3F) als basis te nemen voor de verplichte rekentoets voor vmbo én voor havo/vwo. Uit de analyse wordt duidelijk dat het niveau van de examenprogramma's voor havo en vwo het niveau 3F van het referentiekader ruim tot zeer ruim overstijgt. Dat is gezien het voorstel van de Expertgroep wat betreft koppeling van de referentieniveaus aan sectoren en het uiteindelijke besluit daarover van de overheid niet vreemd. De gevonden verschillen tussen vmbo en havo/vwo zijn vanuit het voorgaande ook te verklaren, maar maken het noodzakelijk dat voor de verschillende sectoren andere oplossingen van verankering van de referentieniveaus in de examenprogramma's worden gekozen.

Overigens kunnen de streefniveaus (2S en 3S) wel een rol vervullen in het onderwijs.

Onderdelen van deze streefniveaus kunnen desgewenst, worden opgenomen in de (wiskunde)examenprogramma's voor het havo en vwo, maar dat wordt niet wettelijk verplicht.

2. Vraagstelling

In artikel 3 van het *Besluit referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen*¹ (concept 18-01-2010) worden voor de verschillende onderwijssoorten binnen het voortgezet onderwijs de volgende referentieniveaus rekenen vastgesteld:

- Het voorbereidend wetenschappelijk onderwijs: het referentieniveau 3F.
- Het hoger algemeen voortgezet onderwijs: het referentieniveau 3F.
- Het middelbaar algemeen voortgezet onderwijs: referentieniveau 2F.
- Het voorbereidend beroepsonderwijs: het referentieniveau 2F.
- Het praktijkonderwijs: het referentieniveau 1F.

De vraag die in deze rapportage wordt beantwoord is:

'In hoeverre dekken de examenprogramma's voor de verschillende wiskundevarianten (en eventueel ook andere vakken) in havo en vwo het referentieniveau 3F (en 3S)?'

Hierbij gaat het primair om de examenprogramma's wiskunde. Daarnaast zal ook specifiek naar de examenprogramma's van andere vakken gekeken worden om te bezien of mogelijk daarin rekenen zoals vastgelegd in het referentiekader is opgenomen.

In deze rapportage wordt de inhoud van de referentieniveaus in het voortgezet onderwijs havo/vwo geanalyseerd. De uitkomst daarvan kan door de overheid worden gebruikt voor de verankering van het referentiekader in de examenprogramma's (en kerndoelen).

¹ <http://www.rijksoverheid.nl/onderwerpen/taal-en-rekenen>

3. Samenvatting belangrijkste conclusies ijking

Hieronder worden de belangrijkste conclusies naar aanleiding van de ijking van niveau 3F van het referentiekader aan de examenprogramma's wiskunde (en andere vakken en kerndoelen²) van havo en vwo opgesomd.

1. In de verschillende wiskunde-examenprogramma's en syllabi voor havo en vwo komen de subdomeinen *Getallen*, *Verhoudingen* en *Meten & Meetkunde* uit het referentiekader slechts op enkele plekken in enkele programma's expliciet aan de orde.
2. Alleen het subdomein *Verbanden* wordt bijna geheel gedekt door de examenprogramma's wiskunde. Hierbij moet worden opgemerkt dat het niveau van de examenprogramma's het niveau 3F van het referentiekader ruim tot zeer ruim overstijgt door het verschil in karakter tussen het referentiekader en het examenprogramma.
3. Het deel van het referentiekader dat niet expliciet aan de orde komt in de examenprogramma's kan voor een deel gezien worden als noodzakelijke voorkennis voor de examenprogramma's wiskunde. Dit geldt met name voor de categorieën A (*Notatie, taal en betekenis*) en B (*Met elkaar in verband brengen*) van de subdomeinen *Getallen* en *Verhoudingen*. De inhoud van de examenprogramma's dwingen tot activeren en onderhoud van deze noodzakelijke voorkennis.
4. Het is lastig om de gedetailleerde onderdelen van het referentiekader te ijken aan de globale kerndoelen van de onderbouw van het voortgezet onderwijs. Er is een koppeling denkbaar tussen de kerndoelen rekenen en wiskunde van de onderbouw en het referentiekader. In de kerndoelen van de overige vakken in de onderbouw zijn geen delen van het referentiekader rekenen/wiskunde te herkennen. Het is waarschijnlijk dat het uitgevoerde curriculum meer aanknopingspunten biedt, bijvoorbeeld voor de vakken aardrijkskunde, economie, biologie, natuurkunde en scheikunde.
5. Een deel van de reken- en wiskundige vaardigheden uit de vakken economie, biologie, natuurkunde en scheikunde komt ook voor in het referentiekader. Enkele delen uit het referentiekader, die hoewel niet expliciet aan bod komen in de examenprogramma's voor wiskunde maar wel als noodzakelijke voorkennis worden verondersteld voor wiskunde, komen expliciet (weliswaar globaler) aan bod in de examenprogramma's voor economie, biologie, natuurkunde en scheikunde. Het grootste deel van de onderwerpen uit het referentiekader die ontbreken in de wiskunde-examenprogramma's en ook geen noodzakelijke voorkennis zijn ontbreken ook in de examenprogramma's van economie, biologie, natuurkunde en scheikunde.
Voor een goede analyse van het gebruik van rekenen/wiskunde in andere vakken is naast een inventarisatie van het beoogde, geschreven curriculum onderzoek naar het uitgevoerde curriculum van belang.
6. De keuze om referentieniveau 3F vast te stellen voor de rekentoets voor havo en vwo wringt met de door de Expertgroep voorgestelde keuze, waarin 3S wordt voorgeschreven voor eind havo en vwo, ongeacht het profiel van de leerlingen. Referentieniveau 3F is gericht op functioneel gebruiken terwijl de examenprogramma's wiskunde voor havo en vwo zich richten op verdieping (formaliseren, generaliseren en abstraheren).
7. Voor subdomeinen *Meten & Meetkunde* wordt hierdoor een deel van het referentieniveau 3F niet gedekt door de examenprogramma's wiskunde B (en A en C).

² Wat betreft kerndoelen richt deze ijking zich op vmbo en havo/vwo.

Ook voor overige domeinen geldt dat de functionele voorbeelden van niveau 3F niet passen bij het formele karakter van alle wiskunde-examenprogramma's.

Voor het subdomein *Meten & Meetkunde* moet daarnaast worden opgemerkt dat de uitwerking van de Expertgroep voor niveau 3F gericht is op het mbo. Vanwege de differentiële doelen is er voor subdomein *Meten & Meetkunde* geen gemeenschappelijk niveau te geven.

8. Afhankelijk van de keuzes door het Ministerie van OCW is verder onderzoek wenselijk of noodzakelijk (zie hoofdstuk 11).

4. Werkwijze

Het referentiekader bestaat uit verschillende stromen met onderliggende niveaus die per stroom cumulatief zijn. Dat wil zeggen dat referentieniveau 3F, ook de niveaus 1F en 2F omvat. Voor 3S geldt dat dit ook de niveaus 1F(!), 1S en 2S omvat. De eerste stap die is gezet voor de ijking is het maken van een overzicht van de op elkaar voortbouwende niveaus.

Het referentiekader is vervolgens vergeleken met de verschillende examenprogramma's voor wiskunde. Er is daarbij niet alleen gekeken naar de globale eindtermen van het examenprogramma, maar ook naar de specificaties in de syllabus.

De volgende ijkingen zijn gedaan³:

1. Referentiekader 3F versus wiskunde A havo 2007.
2. Referentiekader 3F versus wiskunde A vwo 2007.
3. Referentiekader 3F versus wiskunde B havo 2007.
4. Referentiekader 3F versus wiskunde B vwo 2007.
5. Referentiekader 3F versus wiskunde C vwo 2007.
6. Referentiekader 3F versus kerndoelen onderbouw.
7. Referentiekader 3F versus economie, biologie, natuurkunde, scheikunde 2007.
8. Referentiekader 3S versus wiskunde B havo 2007.

Omdat in het *Besluit referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen*⁴ (concept 18-01-2010) voor havo en vwo alleen niveau 3F wordt vastgesteld zijn de wiskunde-examenprogramma's in eerste instantie aan dit niveau gekoppeld. Als voorbeeld is ook een (deel van een) ijking aan niveau 3S gedaan. In een later stadium kunnen indien gewenst de overige ijkingen en bijbehorende conclusies voor niveau 3S volgen.

Voor de ijking zijn tabellen opgesteld waarin het referentiekader is uitgezet tegen subdomeinen uit de examenprogramma's. Per subdomein van het referentiekader worden de meest overlappende domeinen van het examenprogramma opgenomen.

Bij de vergelijking is in eerste instantie gekeken of de inhoud van het referentiekader expliciet terug te vinden is in de genoemde examenprogramma's en de bijbehorende syllabus. Er is gekeken naar het beoogde, geschreven curriculum. Als dat het geval is, is dat met een of meerdere kruisjes⁵ aangegeven.

Daarnaast is bekeken welke inhoud van het referentiekader kan worden gezien als noodzakelijke voorkennis voor de verschillende examenprogramma's.

³ Eventueel kan in later stadium, als de syllabi voor deze vernieuwde programma's gereed zijn (verwachting maart/april 2010), ook een vergelijking voor de andere vernieuwde wiskunde programma's worden gemaakt. Wiskunde D is buiten beschouwing gelaten, aangezien wiskunde D een keuzevak is.

⁴ <http://www.rijksoverheid.nl/onderwerpen/taal-en-rekenen>

⁵ Binnen één onderwerp valt er in sommige gevallen te twisten over de plaats van het kruisje of het aantal kruisjes. Voor het beantwoorden van de hoofdvraag is dat echter niet van belang. Het is alleen van belang of het terecht is dat er in de rij minstens één kruisje staat.

Ook dit is in de tabellen aangegeven. De achtergrond hiervan is dat het referentiekader basiskennis en -vaardigheden bevat die voorwaardelijk zijn voor de examenprogramma's. Daarnaast dwingt de inhoud van de examenprogramma's tot activeren en onderhoud van deze noodzakelijke voorkennis. Als dat niet het geval lijkt, wordt het niet aangemerkt als noodzakelijke voorkennis en wordt het betreffende onderwerp als niet door het examenprogramma gedekt beschouwd.

De ijkings zijn als afzonderlijke bijlage beschikbaar bij dit document. In bijlage E is een voorbeeld van enkele pagina's te vinden. Zie verder de website

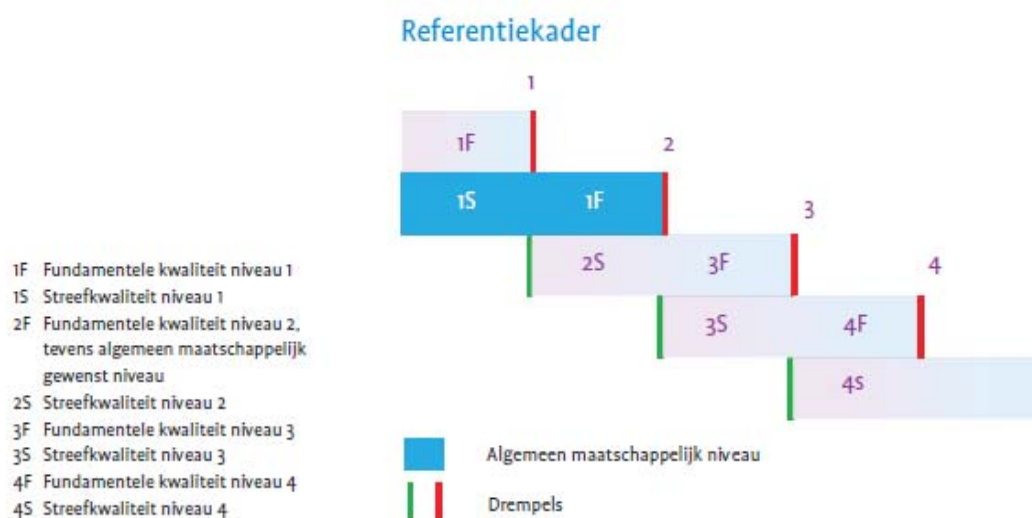
<http://www.taalenrekenen.nl/referentiekader/ijking>.

Om de hoofdvraag te beantwoorden is het belangrijk om te kijken of in elke rij van het referentiekader minstens één kruisje staat. Als dat het geval is wordt deze term uit het referentiekader gedekt door het examenprogramma. Dat is met een kruisje aangegeven in de derde kolom van de betreffende tabel. Een 'v' geeft aan dat het om noodzakelijke voorkennis voor het examenprogramma gaat (zoals hierboven toegelicht).

5. Achtergrond opbouw referentiekader

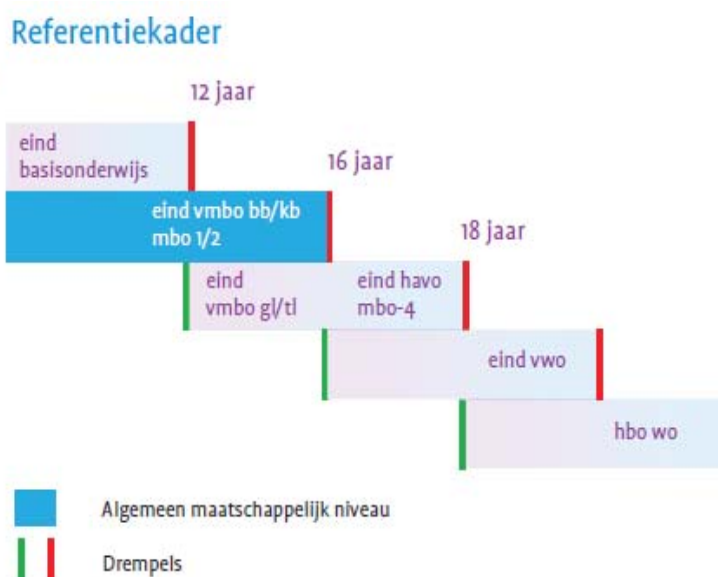
Het referentiekader voor rekenen/wiskunde bevat een geordende reeks leerstofcomponenten die leerjaren/studiejaren/opleidingen overstijgen.

Het referentiekader wordt in het rapport *Over de drempels met taal en rekenen*⁶ van de commissie Meijerink als volgt schematisch weergegeven:



Voor rekenen/wiskunde zijn niveau 4F en 4S niet ingevuld.

Gekoppeld aan het onderwijsstelsel wordt in het rapport *Over de drempels met taal en rekenen* het referentiekader als volgt weergegeven:



⁶ http://www.taalenrekenen.nl/referentiekader/rel_doc/

Fundamentele kwaliteit versus streefkwaliteit

In *Een nadere beschouwing*⁷ omschrijft de commissie Meijerink de invulling van het referentiekader voor rekenen/wiskunde:

'Bij Rekenen kenmerkt de inhoud van de F-stroom (fundamentele niveaus 1F-2F-3F) zich door het rekenen in alledaagse en beroepssituaties (zogenaamd functioneel rekenen). Kenmerkend is het functioneel gebruiken van de kennis in vaardigheden in voor leerlingen direct voorstelbare situaties. Deze inhouden leggen een goede basis voor het toepassen van rekenen in de beroepspraktijk. De inhoud van de S-stroom (streefniveaus 1S-2S-3S) bevat geleidelijk meer algemene regels, minder gebonden aan specifieke contexten en sluit steeds meer aan bij de algemeen vormende wiskunde. De S-stroom is noodzakelijk voor leerlingen die met een meer theoretische basis (vmbo-tl, havo, vwo) een vervolgopleiding instromen (bijvoorbeeld de havoleerling sluit af op het niveau 3S). Zowel de F- als de S-stroom zijn cumulatief van aard.'

In het deelrapport *Over de drempels met rekenen*⁸ wordt verder ingegaan op de inhoud van het referentiekader rekenen/wiskunde en het verschil tussen de fundamentele kwaliteit en de streefkwaliteit:

'Een kenmerk van rekenen & wiskunde is de cumulatieve structuur van het vakgebied waarin begrippen en rekenprocedures op elkaar voortbouwen. Een voorwaarde voor het kunnen verwerven van nieuwe kennis en vaardigheden is de beheersing van de begrippen en methoden waarop wordt voortgebouwd. Het voortbouwen op bestaande kennis kan gaan in de richting van het *functioneel gebruiken* in allerlei situaties uit het dagelijks leven, uit andere vakgebieden en uit praktijk- of beroepssituaties. Dat voortbouwen kan ook een verder *verdiepen* zijn van de bestaande kennis in de richting van formaliseren, abstraheren en generaliseren, aansluitend bij de wiskundevakken in het voortgezet onderwijs.

Daarom zijn in het voortgezet onderwijs voor het rekenen twee *sporen* te onderscheiden met verschillende accenten, namelijk het F-spoor (fundamentele kwaliteit) van *functioneel gebruiken* en het S-spoor (streefkwaliteit) van formaliseren, generaliseren en abstraheren, samengevat met de term *verdiepen*.

Het F-spoor loopt vanaf het basisniveau op 12-jarige leeftijd (1F, fundamentele kwaliteit) naar het burgerschapsniveau op 16-jarige leeftijd (2F, fundamentele kwaliteit), met een mogelijke verbreding of toespitsing naar de leeftijd van omstreeks 18 jaar (3F, fundamentele kwaliteit). Niveau 2F beschouwen we als het niveau dat alle Nederlanders zouden moeten beheersen om op het gebied van rekenen maatschappelijk goed te kunnen functioneren.

Het S-spoor loopt vanaf het streefniveau op 12-jarige leeftijd (1S, streefkwaliteit) naar het streefniveau op 16-jarige leeftijd 2S, met een mogelijke doorloop naar 3S, omstreeks 18 jaar. Dit andere spoor wordt in de bovenbouw van het basisonderwijs door het grootste deel van de leerlingenpopulatie gevolgd en verzorgt mede de aansluiting bij de wiskundevakken in vmbo-tl, havo-vwo en mbo en bij het gebruik van rekenen en wiskunde in andere vakken. We spreken dan over niveaus 1S (streefkwaliteit), 2S (streefkwaliteit) en 3S (streefkwaliteit), die op elkaar aansluiten en die de basisniveaus overlappen. Bij 3S gaat het om het (nieuw voorgestelde) rekendomein van het vak wiskunde A in de havo-bovenbouw of om enkele technische richtingen in het mbo.

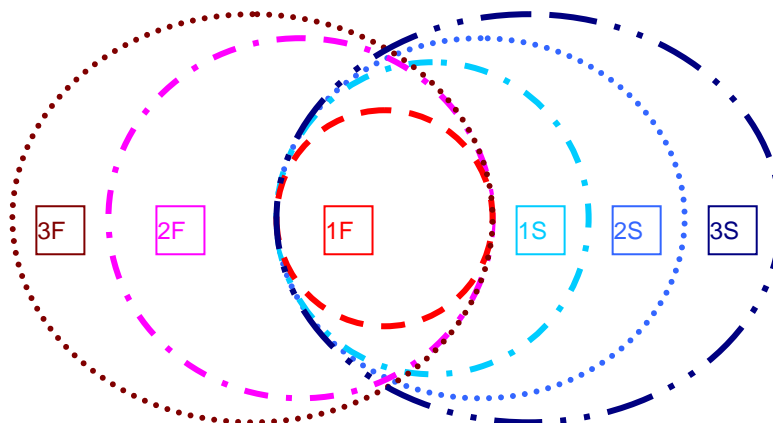
Bij de overgangen tussen schooltypen stappen leerlingen deels over van het ene spoor naar het andere spoor, bijvoorbeeld van 2S (vmbo-tl) naar 3F (mbo-4), maar ook van 2S (vmbo-tl) naar 3S (4 havo)' (bron: *Over de drempels met rekenen*, pagina 5).

⁷ http://www.taalenrekenen.nl/referentiekader/rel_doc/

⁸ http://www.taalenrekenen.nl/referentiekader/rel_doc/

In de operationalisering van het referentiekader wordt aangegeven dat niveau 1S de inhouden van niveau 1F omvat. Eveneens omvat niveau 2F de inhouden van 1F en niveau 3F de inhouden van 2F. Voor de streefkwaliiteit geldt dat niveau 2S de inhouden van niveau 1S omvat (1S zelf omvat 1F) en niveau 3S de inhouden van niveau 2S.

Bovenstaande inhoudelijke beschrijving van de referentieniveaus kan als volgt schematisch worden weergegeven:



Bovenstaand plaatje laat zien dat bij de niveaus 2F/3F en 2S/3S andere inhouden horen.

Leerlingenpopulaties niveau 1F en 1S

'Leerlingen voor wie 1F het optimum is, zullen veelal instromen in vmbo bb en kb, nu 35% van de totale reguliere leerlingenpopulatie in groep 8.

De streefkwaliiteit 1S is bedoeld voor leerlingen in groep 8 met rekenpotentie voor vmbo theoretisch en havo-vwo, terwijl de geselecteerde voorbeeldopgaven op dit moment door 50% van de leerlingen niet goed worden gemaakt. Omdat op dit moment een 65% van de leerlingenpopulatie doorstroomt naar vmbo-t of havo-vwo, is hier de ambitie om nog eens 15% van de leerlingenpopulatie op het niveau van het referentieniveau 1S te laten presteren. Zoals al in *Aanbeveling 7* is geformuleerd en in hoofdstuk 2 is toegelicht ligt de beschreven streefkwaliiteit voor een deel van de leerlingen (naar schatting 20%) structureel beneden hun potentiële mogelijkheden. Voor hen dient in de bovenbouw van het basisonderwijs een afzonderlijk onderwijsaanbod te worden gerealiseerd, zonder dat vast te leggen in een bepaald niveau' (bron: *Over de drempels met rekenen*, pagina 24).

Leerlingenpopulaties niveau 2F en 3F

'Niveau 2F is het algemeen maatschappelijk niveau en is gedefinieerd op het niveau van het rekendomein van het examenprogramma wiskunde voor vmbo bb en kb. In het mbo moet dit niveau 2F worden onderhouden om het burgerschapsniveau te handhaven of het wordt verbreed naar referentieniveau 3F in het gebruik bij andere vakken, bij praktijksituaties of in de verwerving van beroepscompetenties.

(...)

Op de leeftijd van omstreeks 18 jaar (17 jaar 5 havo, 20 jaar 4 mbo) wordt het beeld verder gedifferentieerd. Voor deze leeftijd is een derde referentieniveau geformuleerd, weer met twee kwaliteiten, een basiskwaliiteit 3F en een streefkwaliiteit 3S.

De volgende groepen leerlingen zijn te onderscheiden:

- Leerlingen die na afronding van vmbo of mbo niveau 2 aan het werk zijn. Voor hen geldt het referentieniveau 2F als maatschappelijk gewenste basis.
- Leerlingen met een middenkaderopleiding (mbo 4) in een sector of beroep waarin ze weinig doen met rekenen & wiskunde. Voor hen geldt dat ze minimaal referentieniveau 2F moeten onderhouden.
- Leerlingen met een middenkaderopleiding (mbo 4) die in hun sector, beroep of vervolgopleiding in het hbo niet voldoende hebben aan referentieniveau 2F en dat moeten uitbouwen naar 3F. Dit is een gevorderde kwaliteit voor verbreding en toespitsing van 2F' (bron: *Over de drempels met rekenen*, pagina 24/25).

Leerlingenpopulaties niveau 2S en 3S

- 'Leerlingen met een middenkaderopleiding (mbo 4) of in 5 havo die een meer geavanceerde competentie in rekenen en wiskunde nodig hebben. Denk daarbij bijvoorbeeld aan middenkaderopleidingen in de techniek en pabo. Voor deze leerlingen is de streefkwaliteit 3S geformuleerd. Deze kwaliteit komt ongeveer overeen met het rekendomein in het vak wiskunde A in het examenprogramma havo, maar kan in technische mbo-richtingen meer toegespitst zijn.
- Leerlingen met wiskunde B havo of een afgeronde vwo-opleiding halen zonder meer de kwaliteit 3S. Voor hen is geen apart vierde referentieniveau geformuleerd' (bron: *Over de drempels met rekenen*, pagina 25).

6. Achtergrond rekentoets

De overheid heeft het voornemen om in het voortgezet onderwijs voor alle leerlingen een rekentoets verplicht te gaan stellen met ingang van 2014. De referentieniveaus dienen daarbij als ijkpunt.

In het *Voorstel van wet tot vaststelling van regels over referentieniveaus voor de taal- en rekenvaardigheden van leerlingen*⁹ wordt het volgende opgemerkt over de rekentoets: "De eindexamens omvatten een rekentoets. Bij de vaststelling van de opgaven van de rekentoets worden de referentieniveaus rekenen in acht genomen die voor de desbetreffende schoolsoorten of voor, dan wel binnen, leerwegen zijn vastgesteld op grond van artikel 2, tweede lid, aanhef en onderdeel c, van de Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen. Bij of krachtens algemene maatregel van bestuur worden nadere voorschriften omtrent deze toets vastgesteld."

Daarnaast wordt gemeld dat:

"In de derde plaats voorziet dit wetsvoorstel in wijziging van de Wet op het voortgezet onderwijs en de Wet educatie en beroepsonderwijs waarbij een rekentoets verplicht wordt gesteld als onderdeel van de examens vo en voortgezet algemeen volwassenenonderwijs (VAVO) en waarbij de mogelijkheid wordt gecreëerd om diagnostische toetsen Nederlandse taal en rekenen verplicht te stellen in het vo en mbo."

De bedoeling van deze rekentoets is:

- Het borgen van een basisoniveau rekenvaardigheden voor alle leerlingen.
- Vervolgopleidingen informeren over de mate waarin een leerling de rekendoelen uit het referentiekader beheerst.
- Een uniform instrument te bieden voor meting van beheersing van rekenvaardigheden, aan de hand waarvan onder meer verhoging van het algemene rekenniveau over de jaren gemonitord kan worden.

In dit kader moet worden opgemerkt dat de door de overheid voorgestelde koppeling van de referentieniveaus aan de verschillende onderwijssoorten afwijkt van de door de Expertgroep voorgestelde koppeling.

Het *Besluit referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen*¹⁰ (concept 18-01-2010) vermeldt: "In de WVO wordt verder opgenomen dat bij de vaststelling van de opgaven van de rekentoets, het desbetreffende referentieniveau rekenen in acht moet worden genomen. De makers van de rekentoets zijn derhalve verplicht aan de opgaven zodanig invulling te geven dat deze inzicht geven of de leerling dit referentieniveau beheerst. Omdat de beheersing van basisvaardigheden voorop staat -vaardigheden die elke leerling zou moeten beheersen, ongeacht de gekozen richting of profiel- zullen de fundamentele referentieniveaus uit het referentiekader (2F en 3F) de basis vormen voor de rekentoets. Dit besluit beperkt zich tot vaststelling van die referentieniveaus, die een wettelijke functie (zullen) vervullen.

⁹ <http://www.rijksoverheid.nl/taal-en-rekenen>

¹⁰ <http://www.rijksoverheid.nl/taal-en-rekenen>

Dit is de reden dat in dit besluit alleen de niveaus 2F en 3F -die het ijkpunt vormen voor de rekentoets- formeel worden vastgesteld. (...)

Het voorgaande neemt niet weg, dat ook de streefniveaus (2S en 3S) een rol kunnen vervullen in het onderwijs. Zo kunnen onderdelen van deze streefniveaus, waar mogelijk en wenselijk, worden opgenomen in de (wiskunde)examens voor het havo en vwo. Dit wordt echter niet in wetgeving vastgelegd."

De Expertgroep heeft echter referentieniveau 2S en 3S als basisvaardigheden voor alle havo en vwo leerlingen geformuleerd (zie hoofdstuk 5), ongeacht de gekozen wiskundevariant en ook voor C&M-leerlingen die geen wiskunde in hun profiel hebben.

Met de keuze voor 3F lijkt het Ministerie van OCW zich hoofdzakelijk te hebben gericht op leerlingen zonder wiskunde in hun profiel en op basisvaardigheden die van belang zijn voor algemene maatschappelijke ontwikkeling en in mindere mate op doorstroomrelevantie voor havo/vwo (dat grotendeels door de examenprogramma's wiskunde wordt geborgd).

Hieronder worden enkele aandachtspunten voor de rekentoets genoemd.

Niveau moet wettelijk "gehaald" worden

Dat er een rekentoets komt is vastgesteld, maar er is nog geen uitspraak gedaan over vragen als:

- Moet het niveau van het referentiekader wettelijk gehaald worden door *alle* leerlingen?
- Wanneer is het niveau van het referentiekader "gehaald"? Hoeveel procent van de opgaven moet een leerling goed hebben om te kunnen zeggen dat een leerling het niveau gehaald heeft?
- Hoe vaak mag een leerling herkansen?

De antwoorden op deze vragen liggen buiten het bereik van deze ijking.

Diagnostische toetsen Cito

Op dit moment zijn de diagnostische toetsen van Cito nog de enige uitwerking van het referentiekader en derhalve worden deze als norm daarvan gezien. De huidige Cito-toetsen voor niveau 2F bevatten echter enkele opgaven op niveau 1S en 2S. Op grond van het referentiekader horen deze opgaven niet in een 2F-toets thuis en geven de toetsen een verkeerd beeld van de inhoud en haalbaarheid van referentieniveau 2F.

Het gebruik van wel of geen contexten

De vraag rijst of de rekentoets moet bestaan uit alleen maar 'kale' opgaven, uit alleen maar context gerelateerde opgaven of dat de toets een combinatie moet zijn van zowel 'kale' als context gerelateerde sommen.

Dit aandachtspunt ligt buiten het bereik van deze ijking, maar wordt meegenomen in de nog te ontwikkelen Rekentoetswijzer¹.

Het gebruik van de (grafische) rekenmachine

In het deelrapport *Over de drempels met rekenen* wordt het volgende opgemerkt over het gebruik van de rekenmachine:

"De bewerkingen met getallen kunnen met het hoofd, op papier of met de rekenmachine worden uitgevoerd. In het basisonderwijs ligt de nadruk op de eerste twee manieren. Met het begrip *hoofdrekenen* wordt bedoeld dat leerlingen een aantal bewerkingen vlot, handig en inzichtelijk kunnen uitvoeren. Daarbij kan de leerling kennis van getallen, basisoperaties en eigenschappen van bewerkingen inzetten. Wij verstaan hieronder dat in de praktijk een leerling bij hoofdrekenen waar nodig de berekening of tussenstappen daarvan mag opschrijven. Dus *met* het hoofd rekenen in plaats van *uit* het hoofd. Dit wijkt af van wat in de Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau (PPON) onder hoofdrekenen verstaan wordt.

In het voortgezet onderwijs wordt zoals hierboven gezegd, afhankelijk van het onderwijstype, ook gerekend met negatieve getallen, machten en wortels. Hiermee werken leerlingen vaak met de rekenmachine (in eenvoudige gevallen ook uit het hoofd). In de bovenbouw van havo en vwo wordt ook exact met machten en wortels gerekend." (bron: *Over de drempels met rekenen*, pagina 35).

Bij de wiskunde-examens in havo en vwo mag gebruik worden gemaakt van de grafische rekenmachine. In de examenprogramma's komt rekenen zonder rekenmachine niet aan bod.

De vraag rijst of bij de rekentoets een rekenmachine mag worden gebruikt. Ook het antwoord op deze vraag ligt buiten het bereik van deze ijking. En daarvoor geldt eveneens dat dit wordt meegenomen in de nog te ontwikkelen Rekentoetswijzer.

¹ *De Rekentoetswijzer gaat de basis vormen voor de te ontwikkelen rekentoets.*

7. Conclusies ijking per subdomein van het referentiekader

De hieronder beschreven conclusies zijn gebaseerd op de ijkingen aan referentieniveau 3F. In een later stadium zullen de conclusies voor referentieniveau 3S volgen. Achtergrondinformatie over de verschillende subdomeinen van het referentiekader is te lezen in bijlage D.

Getallen

Categorie A (*Notatie, taal en betekenis*) en B (*Met elkaar in verband brengen*) van subdomein *Getallen* ontbreken vrijwel geheel in alle examenprogramma's wiskunde. Deze categorieën van het referentiekader kunnen gezien worden als noodzakelijke voorkennis voor de examenprogramma's wiskunde, aangezien de inhoud van de examenprogramma's dwingt tot activeren en onderhoud van deze kennis.

Het *Paraat hebben* van Categorie C (*Gebruiken*) uit subdomein *Getallen* ontbreekt grotendeels in alle examenprogramma's wiskunde en in de kerndoelen onderbouw (van alle vakken). Het rekenen uit deze categorie is in de wiskunde-examenprogramma's en in de kerndoelen vervangen door rekenen met de (grafische) rekenmachine.

Het *Functioneel gebruiken* en het *Weten Waarom* uit dezelfde categorie geeft een wisselend beeld: van ontbreken in de wiskunde-examenprogramma's, tot noodzakelijke voorkennis, tot expliciet aan bod komend in de examenprogramma's (zie de afzonderlijke ijkingen voor details).

Verhoudingen

Categorie A en B van subdomein *Verhoudingen* ontbreken vrijwel geheel in alle examenprogramma's wiskunde. Deze categorieën kunnen wel gezien worden als noodzakelijke voorkennis voor de examenprogramma's wiskunde, aangezien de inhoud van de examenprogramma's dwingt tot activeren en onderhoud van deze kennis.

Categorie C is (grotendeels) noodzakelijke voorkennis en wordt op een aantal onderdelen niet door het examenprogramma gedekt (onder anderen schaal en vergrotingen). Deze onderdelen behoren wel tot het uitgevoerde curriculum van de onderbouw havo/vwo.

Meten & Meetkunde

Het subdomein *Metten en Meetkunde* ontbreekt in de examenprogramma's wiskunde A en C grotendeels. Dit is slechts op enkele punten wel als noodzakelijke voorkennis vereist voor diverse programmaonderdelen.

Voor de wiskunde B programma's is er een wisselend beeld. Voor havo wiskunde B geldt dat een deel van het referentiekader noodzakelijke voorkennis is, een deel expliciet aan bod komt in het examenprogramma en een deel ontbreekt in het examenprogramma (zie de ijking voor details). Voor vwo wiskunde B geldt dat dit domein op geen enkel punt expliciet aan bod komt in het examenprogramma, doordat niveau 3F gericht is op functioneel gebruiken en het examenprogramma gericht is op formaliseren, generaliseren en abstraheren. Voor vwo kan net als voor havo wiskunde B een deel gezien worden als noodzakelijke voorkennis.

Voor het subdomein *Metten & Meetkunde* moet worden opgemerkt dat de uitwerking van de Expertgroep voor niveau 3F gericht is op het mbo.

Vanwege de differentiële doelen is er voor subdomein *Meten & Meetkunde* geen gemeenschappelijk niveau te geven (zie *Over de drempels met taal en rekenen*¹¹).

Verbanden

Subdomein *Verbanden* wordt bijna geheel gedekt door de examenprogramma's. De niet gedekte termen uit het referentiekader kunnen worden beschouwd als noodzakelijke voorkennis (met uitzondering van vuistregels gebruiken, dat ontbreekt in het examenprogramma). Hierbij moet worden opgemerkt dat de overeenkomst tussen het niveau van het examenprogramma en het niveau van het referentiekader zeer sterk wisselt per examenprogramma.

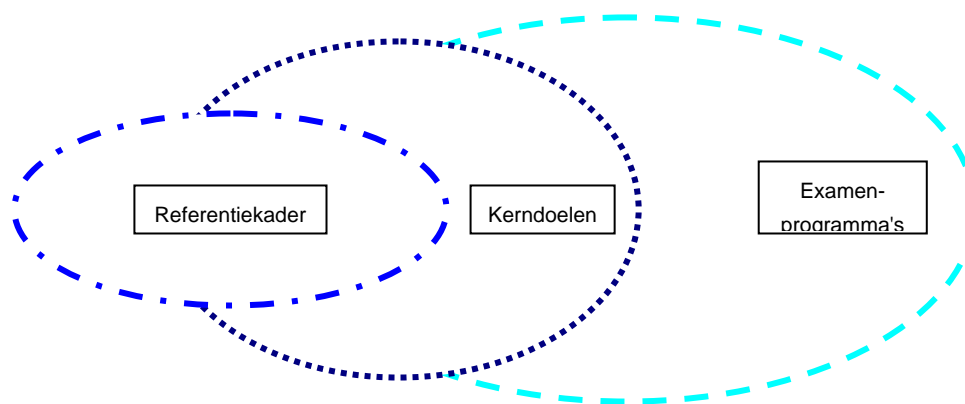
¹¹ http://www.taalenrekenen.nl/referentiekader/rel_doc/

8. Conclusies ijking kerndoelen onderbouw vo wiskunde

(En andere vakken)

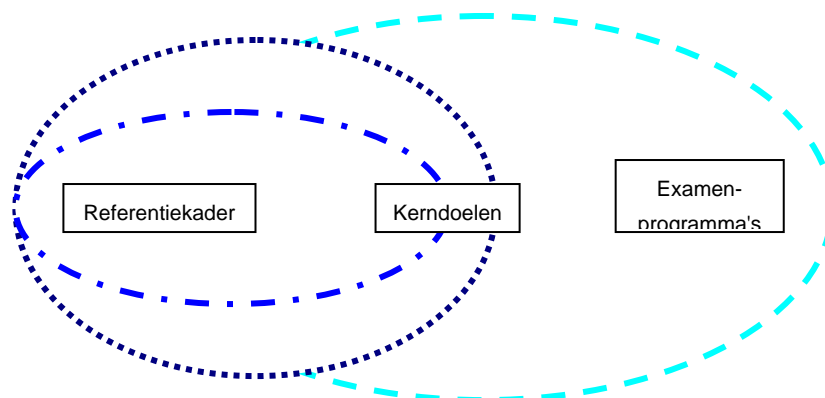
Het is lastig om het referentiekader te ijken aan de kerndoelen van de onderbouw. De kerndoelen van de onderbouw zijn zo globaal geformuleerd dat niet kan worden vastgesteld of de gedetailleerde onderdelen van het referentiekader onder de kerndoelen vallen.

Onderstaand schema geeft de *huidige relatie*¹² tussen de inhoud van het referentiekader, de kerndoelen voor (rekenen en) wiskunde en de wiskunde-examenprogramma's globaal aan.



De kerndoelen wiskunde omvatten op dit moment een deel van het referentiekader. Een deel van het referentiekader valt op dit moment nog buiten de kerndoelen, waaronder Het *Paraat hebben* van Categorie C (*Gebruiken*) uit subdomein *Getallen* (zie ook hoofdstuk 7). Uitgevers van wiskundemethoden zijn hier al op ingesprongen door rekenkaternen uit te brengen en in hun wiskundeboeken hoofdstukken over rekenen op te nemen.

Er is wel een inhoudelijke koppeling denkbaar tussen de kerndoelen wiskunde van de onderbouw en het referentiekader. Bij de verschillende kerndoelen kunnen verwijzingen worden gemaakt naar het referentiekader, zodat de kerndoelen wiskunde het referentiekader volledig omvatten. Een *mogelijke relatie* ziet er dan als volgt uit:



¹² Op basis van concretisering van de kerndoelen.

Als aandachtspunt moet hierbij worden vermeld dat de kerndoelen onderbouw zijn geformuleerd als aanbodsdoelen ("de leerling leert"). Kerndoelen vormen een inspanningsverplichting voor de school. De inhoud van het referentiekader is geformuleerd als resultaatverplichting ("de leerling kan"). Het referentiekader is echter geen examenprogramma.

In bijlage A wordt een mogelijk scenario geschetst van welke kerndoelen wiskunde inhoudelijk aan welke subdomeinen van het referentiekader gekoppeld zouden kunnen worden.

In de kerndoelen van de overige vakken in de onderbouw zijn geen delen van het referentiekader rekenen/wiskunde te herkennen. Hierbij moet worden opgemerkt dat alleen is gekeken naar het beoogde, geschreven curriculum en niet naar het uitgevoerde curriculum. Het is waarschijnlijk dat het uitgevoerde curriculum meer aanknopingspunten biedt, bijvoorbeeld voor de vakken aardrijkskunde, economie, biologie, natuurkunde en scheikunde.

9. Conclusies ijking per examenprogramma wiskunde

Hieronder worden per examenprogramma de belangrijkste conclusies beschreven. De conclusies zijn gebaseerd op de ijkingen aan referentieniveau 3F. Voor details wordt verwezen naar de ijkingen per vak.

Wiskunde A havo

- Van subdomein *Getallen* en *Verhoudingen* zijn categorie A (*Notatie, taal en betekenis*) en B (*Met elkaar in verband brengen*) in het geheel noodzakelijke voorkennis. Slechts op enkele punten worden de onderwerpen uit deze categorieën ook expliciet in het examenprogramma genoemd. Het *Paraat hebben* van Categorie C (*Gebruiken*) van *Getallen* ontbreekt grotendeels in het examenprogramma. Al het rekenwerk mag worden gedaan met de grafische rekenmachine. Het *Functioneel gebruiken* en het *Weten Waarom* uit deze categorie geven een wisselend beeld: van ontbreken in het examenprogramma, tot noodzakelijke voorkennis, tot expliciet aan bod komend in het examenprogramma (zie www.taalenrekenen.nl/referentiekader/ijking voor details).
- Van subdomein *Verhoudingen* zijn categorie A en B in het geheel noodzakelijke voorkennis. Categorie C van *Verhoudingen* is deels noodzakelijke voorkennis en wordt voor enkele onderdelen niet door het examenprogramma gedekt (onder anderen schaal, vergrotingen en btw-berekening). De niet door het examenprogramma gedekte onderwerpen behoren wel tot het uitgevoerde curriculum van de onderbouw havo/vwo.
- Subdomein *Meten & Meetkunde* komt op geen enkel punt expliciet aan bod in het examenprogramma. Het is op enkele punten (met name paraat hebben van maateenheden en grootheden) wel als noodzakelijke voorkennis vereist voor diverse examenprogrammaonderdelen.
- Subdomein *Verbanden* wordt bijna geheel gedekt door het examenprogramma. De niet gedekte termen uit het referentiekader kunnen worden beschouwd als noodzakelijke voorkennis (met uitzondering van vuistregels gebruiken, dat ontbreekt in het examenprogramma).

Wiskunde A vwo

- Subdomein *Getallen*: idem als Wiskunde A havo.
- Subdomein *Verhoudingen*: idem als Wiskunde A havo.
- Subdomein *Meten & Meetkunde*: idem als Wiskunde A havo.
- Subdomein *Verbanden* wordt bijna geheel gedekt door het examenprogramma, hoofdzakelijk door domein A1: Informatievaardigheden. Hierbij moet worden opgemerkt dat het niveau van het examenprogramma het niveau van het referentiekader ruim overstijgt door het verschil in karakter tussen het referentiekader en het examenprogramma (functioneel gebruiken versus diepgang). De niet gedekte termen uit het referentiekader kunnen worden beschouwd als noodzakelijke voorkennis (met uitzondering van vuistregels gebruiken, dat ontbreekt in het examenprogramma).

Wiskunde B havo

- Subdomein *Getallen*: idem als Wiskunde A havo.
- Subdomein *Verhoudingen* is grotendeels noodzakelijke voorkennis voor het examenprogramma. Twee onderwerpen (btw-berekeningen en eenvoudige verhoudingsproblemen met mooie getallen oplossen) zijn geen noodzakelijke voorkennis en komen niet expliciet aan de orde in het examenprogramma.
- Subdomein *Meten & Meetkunde* laat een wisselend beeld zien: een deel van het referentiekader is noodzakelijke voorkennis, een deel komt expliciet aan bod in het examenprogramma en een deel ontbreekt in het examenprogramma (zie www.taalenrekenen.nl/referentiekader/ijking voor details). Bij dat laatste gaat het met name om de onderdelen die gericht zijn op het functioneel gebruiken, bijvoorbeeld de gegeven voorbeelden van 3F. In het examenprogramma speelt het functioneel gebruiken uit het referentiekader nauwelijks een rol, maar wordt een verdiepingsslag gemaakt.
- Subdomein *Verbanden*: idem als Wiskunde A vwo (waarbij het niveau van het examenprogramma het niveau van het referentiekader *zeer* ruim overstijgt).

Wiskunde B vwo

- Subdomein *Getallen*: idem als Wiskunde A (en B) havo.
- Subdomein *Verhoudingen* is grotendeels noodzakelijke voorkennis voor het examenprogramma. Enkele onderdelen zijn geen noodzakelijke voorkennis en komen niet expliciet aan de orde in het examenprogramma (onder anderen schaal, vergrotingen en btw-berekeningen). De niet door het examenprogramma gedekte onderwerpen behoren wel tot het uitgevoerde curriculum van de onderbouw havo/vwo.
- Subdomein *Meten & Meetkunde* komt op geen enkel punt expliciet aan bod in het examenprogramma, doordat niveau 3F gericht is op functioneel gebruiken en het examenprogramma gericht is op formaliseren, generaliseren en abstraheren. Een deel van dit subdomein kan wel worden gezien als noodzakelijke voorkennis.
- Subdomein *Verbanden*: idem als Wiskunde A vwo (waarbij het niveau van het examenprogramma het niveau van het referentiekader *zeer* ruim overstijgt).

Wiskunde C vwo

- Subdomein *Getallen*: idem als Wiskunde A havo (en vwo).
- Subdomein *Verhoudingen*: idem als Wiskunde A havo (en vwo).
- Subdomein *Meten & Meetkunde*: idem als Wiskunde A havo (en vwo).
- Subdomein *Verbanden*: idem als Wiskunde A vwo.

10. Conclusies ijking aan de examenprogramma's van andere vakken

Bij de ijking van het referentiekader rekenen/wiskunde aan de examenprogramma's van andere vakken is alleen gekeken naar het beoogde, geschreven curriculum en niet naar het uitgevoerde curriculum. Het is waarschijnlijk dat het uitgevoerde curriculum meer aanknopingspunten biedt, bijvoorbeeld voor wat betreft aardrijkskunde, dat in het beoogde curriculum geen expliciete aandacht schenkt aan reken- en wiskundige vaardigheden.

Economie havo en vwo

In de syllabus voor het centraal examen voor economie (havo en vwo) is onder domein A vaardigheden en werkwijzen eindterm A5 over rekenvaardigheden opgenomen. Daarin wordt beschreven dat de eindexamenkandidaat, mede met gebruikmaking van ICT, basisrekenvaardigheden moet toepassen, moet werken met vergelijkingen en moet werken met statistiek (zie bijlage B voor de volledige specificaties).

Biologie, natuurkunde en scheikunde havo en vwo

In de syllabi voor het centraal examen voor biologie, natuurkunde en scheikunde (havo en vwo) is een subdomein *Reken-/wiskundige vaardigheden* opgenomen. Daarin wordt beschreven dat de eindexamenkandidaat een aantal voor het vak relevante reken-/wiskundige vaardigheden kan toepassen om natuurwetenschappelijke problemen op te lossen. Het gaat hierbij om:

- Basisrekenvaardigheden uitvoeren.
- Berekeningen uitvoeren met bekende grootheden en relaties en daarbij de juiste formules en eenheden hanteren.
- Wiskundige technieken toepassen.
- Afgeleide eenheden herleiden tot eenheden van het SI met behulp van omzettingstabellen.
- Uitkomsten schatten en beoordelen.
- Uitkomsten van berekeningen weergeven in een aanvaardbaar aantal significante cijfers.

De specificaties van bovenstaande vaardigheden verschillen per vak. In bijlage B zijn de volledige specificaties per vak opgenomen.

Voor de vakken economie, biologie, natuurkunde en scheikunde kunnen de volgende globale conclusies worden getrokken:

- Een deel van de reken- en wiskundige vaardigheden uit de vakken economie, biologie, natuurkunde en scheikunde komt ook voor in het referentiekader.
- Enkele delen uit het referentiekader die hoewel niet expliciet aan bod komen in de examenprogramma's voor wiskunde maar wel als noodzakelijke voorkennis worden verondersteld voor wiskunde (bijvoorbeeld categorie A en B van subdomein *Getallen en Verhoudingen*) komen expliciet (weliswaar globaler) aan bod in de examenprogramma's voor economie, biologie, natuurkunde en scheikunde.
- Het grootste deel van de onderwerpen uit het referentiekader die ontbreken in de wiskunde-examenprogramma's en ook niet als noodzakelijke voorkennis zijn vereist (bijvoorbeeld *Paraat hebben* van Categorie C (*Gebruiken*)) ontbreken ook in de examenprogramma's van economie, biologie, natuurkunde en scheikunde.

Uitzondering hierop is subdomein *Meten en Meetkunde* dat grotendeels ontbreekt in de examenprogramma's voor wiskunde A en C en deels voorkomt in het examenprogramma natuurkunde.

11. Mogelijk vervolgonderzoek

Afhankelijk van de te maken keuzes door het Ministerie van OCW is verder onderzoek wenselijk of noodzakelijk.

Referentieniveau (2S en) 3S

Referentieniveau (2S en) 3S sluit meer aan bij de examenprogramma's wiskunde en de concretisering en uitwerkingen in schoolboeken van de kerndoelen wiskunde dan 3F. De Expertgroep heeft voor havo/vwo-leerlingen ook niveau (2S en) 3S (gericht op formaliseren, generaliseren en abstraheren) geformuleerd. Voor havo/vwo-leerlingen bevat niveau (2S en) 3S de basisvaardigheden, onafhankelijk van het profiel dat deze leerlingen kiezen. Niveau 3F (gericht op functioneel gebruiken) is gericht op mbo niveau 4 leerlingen in niet-technische opleidingen.

Indien gewenst kunnen in een later stadium de ijkingen en bijbehorende conclusies voor niveau 3S volgen.

Beoogde versus uitgevoerde curriculum

Bij deze ijking is alleen gekeken naar het beoogde, geschreven curriculum (examenprogramma's, syllabi en kerndoelen). Het uitgevoerde curriculum is buiten beschouwing gelaten. Met name voor een goede analyse van het gebruik van rekenen/wiskunde in andere vakken is onderzoek naar het uitgevoerde curriculum van belang.

Gebruik rekenmachine

In de examenprogramma's wordt het gebruik van de grafische rekenmachine vermeld. In het referentiekader komt zowel het wel als niet gebruiken van de rekenmachine aan bod. De vraag is of het wenselijk is om bij de rekentoets de rekenmachine wel of niet toe te staan.

Keuze uit referentiekader voor rekentoets

Het referentiekader is niet geschreven als toetskader. Voor de rekentoets is het de vraag of alle onderliggende vaardigheden aan het eind van havo/vwo of eerder getoetst moeten worden. Afhankelijk van de gemaakte keuzes zal in een vervolgonderzoek de vraag moeten worden beantwoord welke onderdelen uit het referentiekader getoetst moeten worden.

Dyscalculie

Er moet onderzocht worden welke maatregelen moeten worden getroffen voor leerlingen met dyscalculie.

Keuzes voorleggen aan brede afvaardiging vanuit veld

Het verdient aanbeveling om gemaakte keuzes voor te leggen aan een brede afvaardiging vanuit het veld. Daarbij kan ook alvast aandacht worden besteed aan de invoering van de rekentoets.

Bronnen

- Besluit referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen* (concept 18-01-2010)
(<http://www.rijksoverheid.nl/taal-en-rekenen>).
- Cevo (2008). *Syllabus centraal examen 2010 economie, biologie, natuurkunde en scheikunde havo en vwo*. Utrecht. (<http://www.examenblad.nl/>).
- Cevo (2009). *Syllabus centraal examen 2011 wiskunde A en B havo en wiskunde A, B en C vwo*. Utrecht. (<http://www.examenblad.nl/>).
- Cevo (2010). *Concept-syllabus centraal examen 2016(?) wiskunde A havo (versie 7-3-'10)*. Utrecht.
- Commissie Meijerink (2008). *Over de drempels met taal en rekenen*. Enschede.
(http://www.taalenrekenen.nl/referentiekader/rel_doc/).
- Commissie Meijerink (2008). *Over de drempels met rekenen*. Enschede.
(http://www.taalenrekenen.nl/referentiekader/rel_doc/).
- Commissie Meijerink (2009). *Een nadere beschouwing*. Enschede.
(http://www.taalenrekenen.nl/referentiekader/rel_doc/).
- Gulik, I. van, Krüger, J. en Zwaard, P. van der (2009). *Vakdossier Wiskunde*. Enschede.
- Kerdoelen onderbouw voortgezet onderwijs (<http://www.kerdoelenonderbouw.slo.nl/>).
- Voorstel van wet tot vaststelling van regels over referentieniveaus voor de taal- en rekenvaardigheden van leerlingen* (<http://www.rijksoverheid.nl/taal-en-rekenen>)

Bijlage A

Mogelijke inhoudelijke koppeling referentiekader en kerndoelen

In onderstaande tabel wordt een mogelijk scenario beschreven waarin wordt aangegeven welke kerndoelen wiskunde inhoudelijke aan welke subdomeinen van het referentiekader gekoppeld zouden kunnen worden.

Kerndoel wiskunde onderbouw	Subdomein referentiekader
19. De leerling leert passende wiskundetaal te gebruiken voor het ordenen van het eigen denken en voor uitleg aan anderen en leert de wiskundetaal van anderen te begrijpen.	
20. De leerling leert alleen en in samenwerking met anderen in praktische situaties wiskunde te herkennen en te gebruiken om problemen op te lossen.	
21. De leerling leert een wiskundige argumentatie op te zetten en te onderscheiden van meningen en beweringen en leert daarbij met respect voor ieders denkwijze wiskundige kritiek te geven en te krijgen.	
22. De leerling leert de structuur en de samenhang te doorzien van positieve en negatieve getallen, decimale getallen, breuken, procenten en verhoudingen en leert ermee te werken in zinvolle en praktische situaties.	Getallen (2F/2S) Verhoudingen (2F/2S)
23. De leerling leert exact en schattend rekenen en redeneren op basis van inzicht in nauwkeurigheid, orde van grootte, en marges die in een gegeven situatie passend zijn.	Getallen (2F/2S)
24. De leerling leert meten, leert structuur en samenhang doorzien van het metriek stelsel en leert rekenen met maten voor grootheden die gangbaar zijn in relevante toepassingen.	Metten & Meetkunde (2F/2S)
25. De leerling leert informele notaties, schematische voorstellingen, tabellen, grafieken en formules te gebruiken om greep te krijgen op verbanden tussen grootheden en variabelen.	Verbanden (2F/2S)

Kerndoel wiskunde onderbouw	Subdomein referentiekader
26. De leerling leert te werken met platte en ruimtelijke vormen en structuren, leert daarvan afbeeldingen te maken en deze te interpreteren en leert met hun eigenschappen en afmetingen te rekenen en redeneren.	Meten & Meetkunde (2F/2S)
27. De leerling leert gegevens systematisch te beschrijven, ordenen en visualiseren en leert gegevens, representaties en conclusies kritisch te beoordelen.	Verbanden (2F/2S)

Kerndoel 23 zou bijvoorbeeld kunnen gaan luiden:

"De leerling leert exact en schattend rekenen en redeneren op basis van inzicht in nauwkeurigheid, orde van grootte, en marges die in een gegeven situatie passend zijn conform niveau 2F/2S van het referentiekader rekenen/wiskunde."

Hierbij moet worden opgemerkt dat bij het voorschrijven van niveau 3F voor 5 havo en 6 vwo niveau 2F als basis wordt verondersteld. De Expertgroep adviseert echter niveau 2S voor eind 3 havo en vwo.

Bijlage B

Specificaties rekenvaardigheden andere vakken

Economie havo en vwo (syllabus centraal examen 2010)
Eindterm A5: Rekenvaardigheden (CE/SE)
<p>De kandidaat kan, mede met gebruikmaking van ICT: Basisrekenvaardigheden toepassen:</p> <ul style="list-style-type: none">- rekenregels van optellen, aftrekken, vermenigvuldigen;- delen;- machtsverheffen (vwo: ook worteltrekken);- positieve en negatieve getallen;- breuken;- decimalen;- percentages, perunages, promillages;- verhoudingen;- rekenen met grote/kleine getallen;- schatten, benaderen.
<p>Werken met vergelijkingen:</p> <ul style="list-style-type: none">- oplossen van een onbekende;- oplossen van een stelsel van vergelijkingen via substitutie;- hanteren van assenstelsels en kwadranten;- toepassen van eerstegraads vergelijkingen (vwo: ook tweede- en derdegraads vergelijkingen);- (bepalen van waarden, tekenen van de grafiek, bepalen van snijpunten) (vwo: ook hellingshoek, richtingscoëfficiënt, tangens, tekenonderzoek (onderzoek minima en maxima), differentiëren (uitsluitend eerste afgeleide bij veeltermfuncties met één variabele).
<p>Werken met statistiek:</p> <ul style="list-style-type: none">- indexcijfers: partieel, samengesteld (gewogen, ongewogen), verleggen van de basis;- diagrammen: lijndiagram (enkelvoudig, samengesteld), staafdiagram, (enkelvoudig, samengesteld), cirkeldiagram);- tabellen: rijen en kolommen, indelingen in klassen (percentielen, decielen en dergelijke), cumuleren;- gemiddelden: ongewogen, gewogen.

Biologie havo en vwo (syllabus centraal examen 2010)

Subdomein A2: Reken-/wiskundige vaardigheden¹³ (CE/SE)

De kandidaat kan een aantal voor het vak relevante reken-/wiskundige vaardigheden toepassen om natuurwetenschappelijke problemen op te lossen.

De kandidaat kan:

A2.1 Basisrekenvaardigheden uitvoeren:

- een (grafische) rekenmachine gebruiken;
- rekenen met verhoudingen, procenten, machten, wortels.

A2.2 Berekeningen uitvoeren met bekende grootheden en relaties en daarbij de juiste formules en eenheden hanteren.

A2.3 Wiskundige technieken toepassen:

- omwerken van eenvoudige wiskundige betrekkingen;
- rekenen met evenredigheden (recht en omgekeerd);
- kansrekening: productregel.

A2.4 Afgeleide eenheden herleiden tot eenheden van het SI met behulp van omzettingstabellen.

A2.5 Uitkomsten schatten en beoordelen.

A2.6 Uitkomsten van berekeningen weergeven in een aanvaardbaar aantal significante cijfers:

- een uitkomst mag één significant cijfer meer of minder bevatten dan op grond van de nauwkeurigheid van de vermelde gegevens verantwoord is.

Natuurkunde havo en vwo (syllabus centraal examen 2010)

Subdomein A1-2: Reken-/wiskundige vaardigheden (havo)

Subdomein A2: Reken-/wiskundige vaardigheden (vwo)

(CE/SE)

2. De kandidaat kan een aantal voor het vak relevante reken-/wiskundige vaardigheden toepassen om natuurwetenschappelijke problemen op te lossen.

Specificatie

De kandidaat kan:

2.1 Basisrekenvaardigheden uitvoeren:

- een (grafische) rekenmachine gebruiken;
- rekenen met verhoudingen, procenten, machten, wortels;
- omtrek van een cirkel berekenen (alleen havo);
- de oppervlakte berekenen van een driehoek en een cirkel (vwo: ook bol);
- het volume berekenen van een cilinder en een bol (alleen vwo);
- absolute waarde toepassen.

¹³ Bij havo heet dit subdomein A1.2 in plaats van A2.

Natuurkunde havo en vwo (syllabus centraal examen 2010)

2.2. Berekeningen uitvoeren met bekende grootheden en relaties en daarbij de juiste formules en eenheden hanteren:

- formules zoals vermeld bij de vakinhoudelijke subdomeinen.

2.3. Wiskundige technieken toepassen:

- omwerken van eenvoudige wiskundige betrekkingen;
- rekenen met evenredigheden (recht en omgekeerd);
- oplossen van lineaire en tweedegraadsvergelijkingen;
- twee lineaire vergelijkingen met twee onbekenden oplossen;
- stelling van Pythagoras toepassen;
- sinus-, cosinus- en tangensfunctie toepassen;
- vectoren optellen, aftrekken, ontbinden en vermenigvuldigen met een scalar;
 - berekeningen bij ontbinden alleen bij twee onderling loodrechte richtingen;
 - berekeningen van grootte en richting bij
 - samenstellen van vectoren alleen bij twee
 - onderling loodrechte assen;
- grafieken tekenen met behulp van een functievoorschrift;
- interpoleren en extrapoleren in grafieken, tabellen en diagrammen;
- de grafiek tekenen en het functievoorschrift opstellen bij rechtevenredige verbanden;
- raaklijn tekenen aan een kromme en de richtingscoëfficiënt bepalen;
- de oppervlakte onder een grafiek schatten, benaderen;
- relaties van de vorm $y = ax^2$, $y = ax^{-1}$, $y = ax^{-2}$, $y = ax^{\frac{1}{2}}$ door coördinatentransformatie
- weergeven als grafieken met een rechte lijn (alleen vwo);
- radiaal als hoekmaat (alleen vwo);
- benadering van sinus en tangens voor kleine hoeken (alleen vwo);
- $\log x$, $\ln x$, e^{-ax} , e^{ax} , a^x en x^a (alleen vwo).

2.4. Afgeleide eenheden herleiden tot eenheden van het SI.

2.5. Uitkomsten schatten en beoordelen.

2.6. Uitkomsten van berekeningen weergeven in een aanvaardbaar aantal significante cijfers:

- een uitkomst mag één significant cijfer meer of minder bevatten dan op grond van de nauwkeurigheid van de vermelde gegevens verantwoord is.

Scheikunde havo en vwo (syllabus centraal examen 2010)

Subdomein A1.2: Reken-/wiskundige vaardigheden (CE/SE)

De kandidaat kan een aantal voor het vak relevante reken-/wiskundige vaardigheden toepassen om natuurwetenschappelijke problemen op te lossen.

Specificatie

De kandidaat kan:

9. Basisrekenvaardigheden uitvoeren:

- een (grafische) rekenmachine gebruiken;
- rekenen met verhoudingen, procenten, machten, wortels;
- gewogen gemiddelde berekenen.

10. Berekeningen uitvoeren met bekende grootheden en relaties en daarbij de juiste formules en eenheden hanteren.

11. Wiskundige technieken toepassen:

- omwerken van eenvoudige wiskundige betrekkingen;
- oplossen van lineaire vergelijkingen (vwo: ook eenvoudige tweedegraadsvergelijkingen);
- rekenen met evenredigheden (recht en omgekeerd);
- berekeningen maken met logaritmen met grondtal 10.
- twee lineaire vergelijkingen met twee onbekenden oplossen (alleen vwo).

12. Afgeleide eenheden herleiden tot eenheden van het SI met behulp van omzettingstabellen.

13. Uitkomsten schatten en beoordelen.

14. Uitkomsten van berekeningen weergeven in een aanvaardbaar aantal significante cijfers:

- een uitkomst mag één significant cijfer meer of minder
- bevatten dan op grond van de nauwkeurigheid van de
- vermelde gegevens verantwoord is.

Bijlage C

Specificaties conceptsyllabus havo wiskunde A, invoering 2014

Hieronder volgen de specificaties uit de conceptsyllabus havo wiskunde A, invoering in klas 4 in 2014:

Subdomein B1: Rekenen

- 4 De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met getallen en daarbij gebruik maken van de rekenkundige basisbewerkingen.

De kandidaat kan:

- 4.1 berekeningen maken waarbij gebruik gemaakt wordt van verschillende rekenregels, inclusief die van machten en wortels.
- 4.2 berekeningen maken met verhoudingen en breuken.
- 4.3 werken met haakjes en vereenvoudigen door haakjes weg te werken.
- 4.4 gebruik maken van de begrippen absoluut en relatief.
- 4.5 berekeningen met procenten uitvoeren.
- 4.6 de relatie leggen tussen breuken, decimale notatie en afrondingen.

Subdomein B2: Algebra

- 5 De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met variabelen en daarbij gebruik maken van de algebraïsche basisbewerkingen.

De kandidaat kan:

- 5.1 berekeningen maken met variabelen waarbij gebruik gemaakt wordt van verschillende rekenregels, inclusief die van machten en wortels.
- 5.2 berekeningen maken met verhoudingen en vereenvoudigen van breuken met daarin een of meer variabelen.
- 5.3 werken met haakjes bij variabelen, waaronder het vereenvoudigen door haakjes wegwerken.
- 5.4 werken met grootheden, samengestelde grootheden en maatsystemen, en maateenheden omrekenen.

Bijlage D

Achtergrond verschillende subdomeinen referentiekader in het vo

Subdomein Getallen

“Voor de *fundamentele kwaliteit 2F* ligt de nadruk op het gebruik van getallen, getalrelaties en bewerkingen in situaties. Daarbij worden kennis en vaardigheden van 1F onderhouden. Bij het rekenwerk is meestal de rekenmachine toegestaan. Deze fundamentele kwaliteit beschrijft ook wat iedere Nederlander zou moeten kennen en kunnen op het gebied van getallen en bewerkingen. Bij het toepassen van kennis en vaardigheden uit dit subdomein gaat het meestal niet om ‘het kale rekenen’ en de getallen op zichzelf. Getallen en het rekenen ermee komen voor in betekenisvolle situaties. Getallen zijn dan vaak aantallen of grootheden (maten), ze verschijnen in tabellen met informatie en in de situaties gaat het vaak om rekenen met maten, verhoudingen en procenten. Voorbeelden van het gebruik van kennis en vaardigheden uit het subdomein getallen zijn dus voor algemeen maatschappelijke niveau (2F) niet uitsluitend te vinden in dit subdomein maar ook in alle overige subdomeinen.

De *streefkwaliteit (2S)* op dit referentieniveau bouwt voort op de streefkwaliteit van het eerste referentieniveau 1S. Het is niet zo dat 2S de fundamentele kwaliteit 2F geheel omvat. In 2F staat het toepassen en gebruiken centraal. Voor de streefkwaliteit 2S is ook een verdieping gewenst in de structuur van getalsystemen en een formalisatie van procedures voor diverse bewerkingen, bijvoorbeeld bewerkingen met breuken. Daarnaast is er soms sprake van uitbreiding: zo is het gebruik van de wetenschappelijke notatie voor 2F niet vereist maar voor de streefkwaliteit 2S wel” (bron: *Over de drempels met rekenen*, pagina 37).

“Voor de *fundamentele kwaliteit 3F* is het rekenen vooral gericht op het gebruik van hetgeen in 2F en 1F aan bod is geweest in toepassingen. Deze kwaliteit wordt bereikt in het mbo (bijvoorbeeld op niveau 3 en 4 opleidingen met weinig rekenen & wiskunde). Voor veel opleidingen in het mbo is het met name van belang het ‘verstand hebben van getallen’ te onderhouden en te consolideren. Dit onderhoud moet bij voorkeur zoveel als mogelijk plaatsvinden door het gebruiken van de betreffende kennis en vaardigheden in toepassingssituaties.

Voor de streefkwaliteit 3S die voortbouwt op 2S moeten we denken aan leerlingen op de havo met wiskunde A. Bij deze kwaliteit zal de kennis over getalsystemen en de relaties tussen soorten getallen verdiept worden (“weten waarom”) en wordt de relatie met algebra van groter belang. Het subdomein getallen is niet los zien van rekenkundige en algebraïsche inzichten en vaardigheden” (bron: *Over de drempels met rekenen*, pagina 37/38).

“De bewerkingen met getallen kunnen met het hoofd, op papier of met de rekenmachine worden uitgevoerd. In het basisonderwijs ligt de nadruk op de eerste twee manieren. Met het begrip *hoofdrekenen* wordt bedoeld dat leerlingen een aantal bewerkingen vlot, handig en inzichtelijk kunnen uitvoeren. Daarbij kan de leerling kennis van getallen, basisoperaties en eigenschappen van bewerkingen inzetten. Wij verstaan hieronder dat in de praktijk een leerling bij hoofdrekenen waar nodig de berekening of tussenstappen daarvan mag opschrijven. Dus *met* het hoofd rekenen in plaats van *uit* het hoofd. Dit wijkt af van wat in PPOV onder hoofdrekenen verstaan wordt.

In het voortgezet onderwijs wordt zoals hierboven gezegd, afhankelijk van het onderwijstype, ook gerekend met negatieve getallen, machten en wortels.

Hiermee werken leerlingen vaak met de rekenmachine (in eenvoudige gevallen ook uit het hoofd).

In de bovenbouw van havo en vwo wordt ook exact met machten en wortels gerekend"

(bron: *Over de drempels met rekenen*, pagina 35).

Subdomein Verhoudingen

"De *fundamentele kwaliteit* van het tweede referentieniveau 2F, is een toespitsing op het gebruiken en toepassen van de kennis en vaardigheden uit 1F. Deze fundamentele kwaliteit (2F) is op te vatten als een basis aan kennen en kunnen van rekenen & wiskunde, waar iedere Nederlander over zou moeten beschikken. Tegelijk is dit een goed startpunt voor toespitsing van (een deel van) deze kennisbasis op het gebruik van rekenen & wiskunde in een beroepssituatie. In veel toepassingssituaties (ook beroepsgerichte) komen verhoudingen voor, vaak ook in de vorm van procenten. Op 2F moet daarmee in toepassingssituaties goed gerekend kunnen worden. In eenvoudige gevallen kan dit met pen en papier (of met het hoofd). Bij lastiger opgaven kan de rekenmachine worden gebruikt. Daarbij moet vooraf (uit het hoofd of op papier) een schatting gemaakt kunnen worden.

De *streefkwaliteit* (2S) op dit referentieniveau bouwt voort op de streefkwaliteit van het eerste referentieniveau (1S). Het is niet zo dat de *streefkwaliteit* (2S) het fundamentele niveau (2F) geheel omvat. In 2F staat het toepassen en gebruiken centraal, hiermee vergeleken gaat het in 2S om verdiepen, formaliseren en generaliseren en soms ook om uitbreiden. Zo komt het rekenen met een groeifactor (exponentiële groei) op 2F niet voor maar op de streefkwaliteit (2S) wel. Het kunnen uitvoeren van bewerkingen met breuken (in de context van verhoudingen) krijgt op 2F niet veel aandacht (meer) omdat dit in het kader van burgerschap en in de dagelijkse- en beroepspraktijk niet vaak wordt toegepast. Dit wordt onderdeel van de streefkwaliteit (2S). Daarentegen komen berekeningen met procenten juist wel veel voor in het kader van burgerschap en in de dagelijkse en beroepspraktijk en zijn die dus onderdeel van de fundamentele kwaliteit (2F). Op 2S zit de verdieping onder meer in het leggen van het verband tussen verhoudingen en meetkunde (schaal, vergroten, gelijkvormigheid).

De *fundamentele kwaliteit* van het derde referentieniveau, 3F, bouwt voort op 2F en wordt bereikt in het mbo (bijvoorbeeld op niveau 3 en 4 opleidingen met weinig rekenen & wiskunde). Voor het gebied verhoudingen gaat het dan met name om onderhouden, consolideren en gebruiken van eerder verworden inzichten, kennis en vaardigheden. De situaties waarin met verhoudingen moet worden gewerkt kunnen iets complexer zijn dan bij 2F, maar zullen met name voortkomen uit het 'burgerschapsgebied' en uit eenvoudige toepassingen binnen het beroep.

Voor de *streefkwaliteit* van het derde referentieniveau (3S), die voortbouwt op 2S, moeten we denken aan leerlingen op de havo met wiskunde A. Ook daar gaat het vooral om consolidatie en gebruik in toepassingssituaties die complex van aard kunnen zijn. Inzicht in het verschil tussen relatief en absoluut vergelijken hoort thuis in 3S. Verdieping vindt plaats door een relatie te leggen tussen (rekenen met) verhoudingen en de algebra (functies) en daar bijvoorbeeld verhoudingen en evenredige verbanden aan elkaar te relateren" (bron: *Over de drempels met rekenen*, pagina 53).

Subdomein Meten en Meetkunde

"In de kerndoelen onderbouw vo staat het volgende over meten en meetkunde:

24. De leerling leert meten, leert structuur en samenhang doorzien van het metrieke stelsel, en leert rekenen met maten voor grootheden die gangbaar zijn in relevante toepassingen.
26. De leerling leert te werken met platte en ruimtelijke vormen en structuren, leert daarvan afbeeldingen te maken en deze te interpreteren, en leert met hun eigenschappen en afmetingen te rekenen en te redeneren."

Het examenprogramma wiskunde voor het vmbo voegt daar de volgende eindterm aan toe: De kandidaat kan voorstellingen maken, onderzoeken en interpreteren van objecten en hun plaats in de ruimte, en daarbij:

- Redeneren over meetkundige figuren en deze tekenen.
- Afmetingen meten, schatten en berekenen.
- Meetkundige begrippen (en formules, niet voor vmbo-bb), instrumenten en apparaten hanteren.

De *fundamentele kwaliteit* van het tweede referentieniveau, 2F, is gericht op het gebruiken en toepassen van kennis, vaardigheden en inzicht ontwikkeld in de fundamentele kwaliteit van het eerste referentieniveau (1F). De fundamentele kwaliteit 2F is op te vatten als een basis aan kennen en kunnen op het gebied van meten en meetkunde, waar iedere Nederlander over zou moeten beschikken. Daarbij hoort natuurlijk omgaan met tijd en geld, oriënteren (plaats en route interpreteren en maken), meten en dus kennis van maten. Ook een netwerk aan referentiematen opbouwen en maten aflezen (van meetinstrumenten), in praktische situaties maten omrekenen en eenvoudige (werk)tekeningen aflezen (plattegrond, kaart, werktekening doe-het-zelf-pakket et cetera) komen aan de orde. Kennis, inzicht en vaardigheden op het gebied van meten en meetkunde komen in veel maatschappelijke situaties en beroepssituaties voor: vervoer, onderhoud huis en tuin, planning in de tijd maken, routebeschrijvingen opvolgen en geven et cetera.

De *streefkwaliteit* (2S) op dit referentieniveau bouwt voort op de streefkwaliteit van het eerste referentieniveau (1S). Het is niet zo dat de streefkwaliteit (2S) de fundamentele kwaliteit (2F) geheel omvat. In 2F staat het toepassen en gebruiken centraal. Hiermee vergeleken gaat het in 2S om verdiepen, formaliseren en generaliseren en soms ook om uitbreiden. De streefkwaliteit van dit referentieniveau (2S) richt zich daarom meer op het doorzien van het systeem van meten en maten en op een verdieping en uitbreiding van het gebied meetkunde als subdomein van de wiskunde.

Op het volgende referentieniveau zijn de verschillen tussen de te onderscheiden groepen leerlingen groot. Voor sommige groepen komt er op het gebied van meten en meetkunde niets meer bij en is er nauwelijks sprake van toepassing in beroepsspecifieke situaties (denk aan een opleiding in de richting administratie op het mbo). Er is dan beperkt sprake van consolidatie en onderhoud van kennis en vaardigheden uit 2F. Voor andere groepen zijn er juist veel beroepsspecifieke toepassingen (mbo sector techniek) en weer andere groepen gaan verder met de meetkunde, als wiskundig domein (havo/vwo wiskunde B12). Daardoor is er geen gemeenschappelijk minimumniveau anders dan het in 2F beschreven niveau dat voldoende is voor burgerschap. Daarna is er sprake van differentiële doelen. Om die reden zijn voor dit referentieniveau geen nadere uitwerkingen van doelen beschreven" (bron: *Over de drempels met rekenen*, pagina 64).

Subdomein Verbanden

"In de kerndoel(en) onderbouw vo staat het volgende op het gebied van verbanden en de representatievormen ervan:

19. De leerling leert passende wiskundetaal te gebruiken voor het ordenen van het eigen denken en voor uitleg aan anderen, en leert de wiskundetaal van anderen te begrijpen.
25. De leerling leert informele notaties, schematische voorstellingen, tabellen, grafieken formules te gebruiken om greep te krijgen op verbanden tussen grootheden en variabelen.
27. De leerling leert gegevens systematisch te beschrijven, ordenen en visualiseren, en leert gegevens, representaties en conclusies kritisch te beoordelen.

Het examenprogramma wiskunde voor het vmbo (2008) voegt daar eindtermen binnen het subdomein algebraïsche verbanden aan toe. We nemen hier alleen de geglobaliseerde eindtermen over. De details en subdoelen worden voor zover van toepassing voor dit referentieniveau verwerkt in de concretisering in de tabellen (aan het eind van dit hoofdstuk).

Deze concretisering beslaat zoals eerder gezegd maar een deel van het wiskundig subdomein algebraïsche verbanden.

- De kandidaat kan problemen oplossen waarin verbanden tussen variabelen een rol spelen, en daarbij:
 - tabellen, grafieken en (woord)formules hanteren bij verschillende typen verbanden;
 - geschikte wiskundige modellen gebruiken.

Ook is er een geglobaliseerde eindterm op het gebied van informatieverwerking en statistiek die in dit gebied hoort:

- De kandidaat kan informatie verzamelen, weergeven en analyseren met behulp van grafische voorstellingen, en daarbij:
 - statistische representatievormen en een graaf hanteren;
 - op basis van de verwerkte informatie verwachtingen uitspreken en conclusies trekken.

De *fundamentele kwaliteit* van dit tweede referentieniveau 2F, is gericht op het gebruiken en toepassen van kennis, vaardigheden en inzicht ontwikkeld in de fundamentele kwaliteit van het eerste referentieniveau (1F). De fundamentele kwaliteit 2F is op te vatten als een basis aan kennen en kunnen op het gebied van verbanden waar iedere Nederlander over zou moeten beschikken.

Het gaat hier met name om het werken met eenvoudige verbanden die voorkomen in toepassingssituaties en om het kritisch beoordelen van informatie die grafisch wordt gerepresenteerd.

De *streefkwaliteit* (2S) op dit referentieniveau bouwt voort op de streefkwaliteit van het eerste referentieniveau 1S. Het is niet zo dat de streefkwaliteit (2S) de fundamentele kwaliteit (2F) geheel omvat. In 2F staat het toepassen en gebruiken centraal, hiermee vergeleken gaat het in 2S om verdiepen, formaliseren en generaliseren en soms ook om uitbreiden. We komen hier al snel bij het bestuderen van formules en grafieken als onderwerp van studie op zichzelf. Voor de beschrijving van de referentieniveaus gaan we daar niet verder op in.

Op het volgende referentieniveau zijn de verschillen tussen de te onderscheiden groepen leerlingen groot. Maar toch kan er voor het gebied verbanden wel een *gemeenschappelijk fundamentele kwaliteit* worden geformuleerd (3F). Bij deze kwaliteit gaat het om consolidatie en onderhoud. Dat onderhoud vindt plaats in toepassingen uit het dagelijks leven en beroepssituaties die complexer van aard zijn dan op de fundamentele kwaliteit 2F. Grafieken zijn complexer, er kunnen meer relevante variabelen zijn in de vuistregels of formules waarmee gerekend moet worden. De kennis en vaardigheden die gebruikt worden verschillen verder niet van die in 2F.

Voor de *streefkwaliteit* van het derde referentieniveau (3S), moeten we denken aan leerlingen op de havo met wiskunde A. Ook daar gaat het vooral om consolidatie en gebruik in wiskundige- en toepassingssituaties die complex van aard kunnen zijn. Laten zien hoe een verandering in een situatie doorwerkt in een grafiek of formule en omgekeerd is een belangrijk onderwerp. Bij deze kwaliteit wordt verder een relatie gelegd tussen (rekenen met) verhoudingen en algebra (functies) en worden bijvoorbeeld verhoudingen en evenredige verbanden aan elkaar gerelateerd” (bron: *Over de drempels met rekenen*, pagina 76).

Bijlage E

Voorbeeldpagina's referentieniveau 3F

Voorbeeldpagina's referentieniveau 3F (inclusief 1F en 2F) vergeleken met examenprogramma wiskunde B havo.

Bron: "Wiskunde B havo Syllabus centraal examen 2011", september 2009

Zie www.taalenrekenen.nl/referentiekader/ijking voor het volledige schema.

Subdomein Getallen

		<i>Gedekt door examen programma</i>	<u>Domein A: Vaardigheden</u> Subdomein A5: Algebraïsche vaardigheden (CE/SE) 5. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden en formules, heeft daar inzicht in en kan de bewerkingen uitvoeren met, maar ook zonder, gebruik van ICT-middelen zoals de grafische rekenmachine.			
	<i>(Verkorte) specificatie syllabus</i>		<i>Algebraïsche vaardigheden</i>			
	1-fundament					
A Notatie, taal en betekenis - Uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties - Wiskundetaal gebruiken	Paraat hebben					
	- 5 is gelijk aan (evenveel als) 2 en 3	v	noodzakelijke voorkennis			
	- De relaties groter/kleiner dan	v	noodzakelijke voorkennis			
	- 0,45 is vijfenveertig honderdsten	v	noodzakelijke voorkennis			
	- Breuknotatie met horizontale streep, $\frac{3}{4}$	v	noodzakelijke voorkennis			
	- Teller, noemer, breukstreep	v	noodzakelijke voorkennis			

		<i>Gedekt door examen programma</i>	<u>Domein A: Vaardigheden</u> Subdomein A5: Algebraïsche vaardigheden (CE/SE) 5. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden en formules, heeft daar inzicht in en kan de bewerkingen uitvoeren met, maar ook zonder, gebruik van ICT-middelen zoals de grafische rekenmachine.			
<i>(Verkorte) specificatie syllabus</i>			<i>Algebraïsche vaardigheden</i>			
	2 - fundament					
	Paraat hebben					
	- Schrijfwijze negatieve getallen: -3°C, -150 m	v	noodzakelijke voorkennis			
	- Symbolen zoals < en > gebruiken	v	noodzakelijke voorkennis			
	- Gebruik van worteltekens, machten	v	noodzakelijke voorkennis			
	3 - fundament					
	Paraat hebben					
	- Uitspraak, schrijfwijze en betekenis van negatieve getallen zoals ze voorkomen in situaties met bijvoorbeeld temperatuur, schuld & tekort, hoogte en op de rekenmachine.	v	noodzakelijke voorkennis (ook A3)			

		<i>Gedekt door examen programma</i>	<u>Domein A: Vaardigheden</u> Subdomein A5: Algebraïsche vaardigheden (CE/SE) 5. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden en formules, heeft daar inzicht in en kan de bewerkingen uitvoeren met, maar ook zonder, gebruik van ICT-middelen zoals de grafische rekenmachine.			
<i>(Verkorte) specificatie syllabus</i>			<i>Algebraïsche vaardigheden</i>			
	Voorbeelden: - het vriest 8 graden kan ook worden weergegeven als: het is -8°C en uitgesproken als 'min 8' of '8 graden onder 0'; - tekorten en schulden kunnen weergeven met een minteken; - in een tabel de betekenis van positieve (overschotten) en negatieve verschillen (tekorten) aflezen en interpreteren; - op de rekenmachine -5,23 - 7,81 correct intypen.	v	noodzakelijke voorkennis			

Geraadpleegde docenten en deskundigen

Docenten

1. Jan Willem Eilander	Scala College
3. Kees Hooyman	St. Bonifatiuscollege
4. Fokko de Visser	Trinitascollege
5. Hans Dijkstra (vmbo)	Maris College Den Haag
7. Gerrit Jan Brug	Het Assink Lyceum
9. Swier Garst	R.S.G. Goeree Overflakkee
10. Gerrit de Jong	Getal en ruimte
11. Markus van Rest	Naast vmbo, ook havo/vwo
12. Johan van de Berg	Steunpunt VO

Deskundigen

1. Peter Hoogendijk	Malmberg
2. Martin van Reeuwijk	APS
3. Kees Hoogland	APS
4. Gert de Kleuver	Ichtus College / NVvW
5. Esther van Vroonhoven	Noordhoff Uitgevers
7. R. Jongeling	Da Vinci College
8. Karen Laarveld	AOC Raad
9. Dolores Alsina	EPN
10. Ger Limpens	Cito
11. Jacqueline Wooning	CVE
12. Henk van der Kooij	Freudenthal Instituut
13. Melanie Steentjes	Cito
14. Jan Kastelein	CVE
15. Ria Brandt	CPS
16. Rob Houtenbos	EPN / Getal en ruimte
17. Johan van de Berg	Steunpunt VO
18. Monica Wijers	Freudenthal Instituut
20. Nienke Flier	Noordhoff Uitgevers

Schriftelijke reacties

1. Klaske Blom
2. Jaap Stellingwerff
3. Vincent Jonker



SLO

Postbus 2041
7500 CA Enschede

T 053 484 08 40
F 053 430 76 92
E info@slo.nl

www.slo.nl

slo