

H.A.A. van Eerde
Fisne, Universiteit Utrecht

Wij kunnen ons vanuit ons eigen perspectief moeilijk voorstellen hoezeer talige aspecten in de reken-wiskundeles obstakels kunnen vormen voor taalzwakke leerlingen. Het integreren van reken-wiskundeonderwijs en de daarvoor relevante taalontwikkeling biedt een vruchtbare aanpak voor deze problematiek. Prototypisch materiaal kan leraren daarbij op een spoor zetten, maar ook professionalisering en begeleiding is onontbeerlijk.

In het eerste deel van dit artikel wordt kort geschetst hoe taal en wiskunde leren onlosmakelijk met elkaar verbonden zijn, waarna enkele onderzoeken naar de rol van taal bij het leren van rekenen-wiskunde worden besproken. Ook komt het belang van praten en schrijven in de reken-wiskundeles om meer zicht te krijgen op denkprocessen aan bod. Hierna wordt besproken om welke taal het gaat en hoe leerlingen deze vakgebonden taal kunnen leren.

In het tweede deel van dit artikel wordt eerst ingegaan op de algemene principes van taalgericht vakonderwijs en hoe deze specifiek zijn uitgewerkt voor het reken-wiskundeonderwijs. Daarna wordt aan de hand van voorbeelden uit onderzoek rond prototypische lessen geïllustreerd hoe taalgericht reken-wiskundeonderwijs er in de praktijk uit kan zien.

1 Een opwarmertje

Wat hebben rekenen-wiskunde en taal met elkaar te maken? Lees ter oriëntatie op dit onderwerp het volgende probleem en probeer het op te lossen alvorens verder te lezen.

Drie vriendinnen drinken wat op een terrasje. De rekening is 25 euro. Ze betalen elk een tientje. Van de vijf euro wisselgeld krijgen ze alledrie een losse euro terug en de ober krijgt twee euro fooi. Ze hebben dus elk negen euro betaald, plus die twee euro fooi, is 29 euro. Waar is die ene euro gebleven?

Denkt u eerst eens zelf na over de oplossing van dit probleem. Wissel daarna zo mogelijk eens van gedachten met iemand anders. Vermoedelijk bent u alleen of samen achter de oplossing gekomen. Als u aan concreet geld denkt, wordt alles helder. De vriendinnen hebben samen drie tientjes betaald. Ze kregen vijf euro terug. Daarvan hebben ze twee euro fooi gegeven en drie euro onderling verdeeld, ieder een euro. Dus ze hebben elk negen euro betaald. De misleiding zit in de een na laatste zin waarin de fooi van twee euro ten onrechte wordt opgeteld bij de 27 euro die ze betaald hebben, want de fooi zit daar al in. Als u over dit probleem nadenkt, merkt u dat uw denkproces in gedachteflarden verloopt. U denkt aan getallen en relaties daartussen, woorden en beelden schieten door uw hoofd. Als u uw denkproces en uw oplossing echter met iemand bespreekt, is het nodig om de impliciete, verkorte taal van uw denkproces expliciet voor de ander te formuleren. Mogelijk komt u door het verwoorden van

uw eigen denkproces en het luisteren naar de uitleg van een ander tot een beter inzicht in het probleem. Waar het om gaat is dat u in deze situatie zelf kunt ervaren welke rol taal speelt bij het oplossen van problemen.

2 Taal en (wiskunde) leren

Het voorbeeld in de introductie is bedoeld om te illustreren dat we taal zowel voor ons denken als voor de communicatie met anderen gebruiken. Dit zijn precies de twee functies die de psycholoog Vygotsky (1986) aan taal onderscheidde:

- de sociale functie: taal als middel voor communicatie en voor samen leren. Communicatie over onze denkprocessen vindt plaats via taal.
- de individuele functie: taal als middel voor ons denken; taal is het belangrijkste voertuig voor ons denken.

Natuurlijk beïnvloeden deze twee functies elkaar. Ons denken wordt sterk beïnvloed door het praten met en luisteren naar anderen. Taal vervult bovendien vaak tegelijkertijd een sociale en individuele functie, als je met iemand praat, denk je ook na. Vygotsky (1986) beschouwde taal als bron voor het denken en leren van individuen. Hij wees als eerste expliciet op het belang van met name gesproken taal (externe dialoog) voor het leren, dat hij geïnterioriseerde (verinnerlijkte) dialoog noemde.

Essentieel is dat veel van onze kennis sociaal geconstrueerd is. Discussie, interactie en argumentatie vormen dan ook de basis voor logisch redeneren en reflectie. Kennisontwikkeling is vaak het resultaat van doelgerichte interactie met anderen. De gedachte dat taal en denken onlosmakelijk verbonden zijn is niet alleen naar voren gebracht door de psycholoog Vygotsky. Ook vanuit diverse andere disciplines wordt het belang van taal onderstreept. Zo luidt de bekende hypothese van Whorf (1956), die van oorsprong technisch ingenieur was, dat ons denken en onze kennisverwerking bepaald worden door taal. De pedagoog Langeveld drukt het verband tussen taal en denken poëtisch uit met de stelling dat ons denken verloopt in de bedding van de taal (Langeveld, 1956). En de taalkundige Gibbons (2002) stelt dat alle leraren taaldocent zijn, omdat veel onderwijs plaatsvindt door en in taal.

Binnen het vakgebied rekenen-wiskunde formuleert Freudenthal (1984) het als volgt:

Als het op taal aankomt - een belangrijk maar niet het enige aspect van school en leven - zou je de vakkencombinatie 'wiskunde-moedertaal' voor de toekomstige leraar ideaal willen noemen. (pag.31)

Gezien de hoeveelheid leerlingen op onze scholen die een andere moedertaal hebben dan het Nederlands, zouden we tegenwoordig 'moedertaal' moeten vervangen door Nederlandse taal. Kortom, vanuit diverse disciplines is gewezen op het belang van taal voor leren en onderwijzen.

In de internationale literatuur bestaat er consensus over het feit dat wiskunde is ontstaan door interactie tussen mensen en vooral door op een bepaalde manier taal te gebruiken. Het construeren van wiskunde is een communicatieve activiteit die erop gericht is betekenis te geven aan kwantitatieve, relationele en ruimtelijke aspecten van de wereld. Wiskunde en de daarbij behorende taal ontwikkelen zich samen en beïnvloeden elkaar. In een recente publicatie stelt Barton (2008) de vraag wat wiskunde is, wat de oorsprong ervan is en of wiskunde hetzelfde is voor iedereen. Hij bestudeert verschillende talen om te laten zien hoe wiskundige ideeën daarin worden uitgedrukt en laat daarmee zien hoezeer taal en wiskunde verstrengeld zijn. Zo worden in veel Westerse talen getallen opgevat als een soort bijvoeglijke naamwoorden: 'vijf huizen'. Of als een soort zelfstandig naamwoord: 'vijf is een oneven getal'. In Maori-taal worden getallen als werkwoorden opgevat. Als een Maori bijvoorbeeld wil zeggen: 'There are two houses in the street' zeggen ze: 'The two-ing are the houses in the street'. (Barton 2008, pag.43). Maori's hebben een andere wiskunde dan wij omdat ze een andere taal spreken, waarin bepaalde begrippen of manieren van formuleren die wij hebben niet voorkomen. Ze spreken Maori-taal en hebben Maori-wiskunde.

Kortom, zonder taal is er geen wiskunde. Het leren van

wiskunde betekent dan ook op een bepaalde manier met elkaar communiceren in een bepaalde taal. Dit betekent overigens niet dat alle reken-wiskundige denkprocessen talig van aard zijn, want ze verlopen deels ook in beelden en zijn deels zo sterk verkort dat er taal noch beelden aan te pas komen. Bij wiskunde is daarbij ook sprake van een specifieke symbolentaal. Maar in dit artikel beperk ik me tot taal in de vorm van woorden, die karakteristiek zijn voor het vak rekenen-wiskunde.

3 Onderzoek naar de rol van taal in reken-wiskundeonderwijs

De belangstelling voor de rol van taal in het reken-wiskundeonderwijs is in het afgelopen decennium sterk toegenomen. Aanleiding hiervoor zijn de achterblijvende resultaten bij rekenen-wiskunde van allochtone en autochtone taalzwakke leerlingen. Uit de resultaten van de Periodieke Peiling van het Onderwijs (PPON) blijkt dat dit probleem voor beide groepen nog jaren zal voortduren (Jansen, Van der Schoot & Hemker, 2005). Allochtone leerlingen kiezen ook minder vaak wiskunde in hun pakket en presteren minder goed in wiskunde dan andere leerlingen. Onderzoek naar wiskundelessen in brugklassen laat zien dat leerlingen weinig ruimte krijgen om mee te praten en dat het schrijven beperkt blijft tot getalsmatige antwoorden. Hierdoor is de ruimte voor de ontwikkeling van de voor rekenen-wiskunde relevante taal erg beperkt (Van Eerde, Hajer & Prenger 2002). Van den Boer (2003) heeft onderzoek gedaan naar de mechanismen die ten grondslag liggen aan de achterblijvende prestaties bij wiskunde van allochtone leerlingen. Zij laat zien dat er aan de basis een taalprobleem ligt, maar dat het echte probleem is dat leraren en leerlingen zich niet realiseren dat taalvaardigheid en leerstrategieën van allochtone leerlingen een barrière vormen voor het leren van rekenen-wiskunde. Er blijkt veel miscommunicatie in de klas plaats te vinden. De leerlingen realiseren zich niet dat zij (taal)problemen hebben die hen parten spelen bij wiskunde. Ze hanteren soms ineffectieve strategieën om met onbekende woorden om te gaan, zoals het bedekken van een woord dat ze niet weten. Leraren bespreken sommige woorden slechts terloops en hebben of nemen soms te weinig tijd om contexten te bespreken. De belangrijkste conclusies van haar onderzoek zijn dat leraren en leerlingen zich niet bewust zijn van het probleem, dat de problemen onderschat worden en dat deze mede daardoor grotendeels verborgen blijven.

Leraren hebben nogal eens de neiging taal te vermijden in de reken-wiskundeles, vanuit de gedachte dat dit maar lastig is voor taalzwakke (allochtone) leerlingen (Van den Berg, Van Eerde & Klein, 1993; Hajer, 1996). Maar dit resulteert er alleen in dat de problemen van leerlingen niet manifest worden, niet worden opgemerkt en daarom

blijven bestaan. Bovendien kunnen leerlingen de vaktaal dan niet ontwikkelen die nodig is voor hun verdere reken-wiskundige ontwikkeling. Van den Boer bepleit dan ook interactief onderwijs waarin leraren en leerlingen met elkaar in gesprek komen zodat leraren mogelijke belemmeringen kunnen proberen te voorkomen of hun leerlingen kunnen ondersteunen om deze tijdig te verhelpen. Een voorbeeld kan de geschetste problematiek verduidelijken. Een groep leerlingen heeft de opgave in figuur 1 gemaakt.

Aantal leerlingen	De Kameleon	Het Anker	De Oversteek	Sancta Maria
1996	338	182	220	203
1997	273	180	270	227

figuur 1: bij welke school is de toename van het aantal leerlingen het grootst?

De meerderheid van de leerlingen heeft bij de opgave een fout antwoord ingevuld: de Kameleon. Om de oorzaak van deze fout te achterhalen is in een gesprek met een aantal leerlingen onderzocht hoe ze aan hun antwoord gekomen zijn. Een van de leerlingen, Jouad, vertelt dat hij heeft opgeteld. Het volgende fragment uit het gesprek met Jouad maakt duidelijk waarom hij dat heeft gedaan.

- O: Waarom tel je juist op?
- J: Want ze vragen bij welke school is de toename het grootst, dus ik moet van die vier scholen, moet je het aantal leerlingen in 1996 en 1997, die moet je dan samen optellen, en dan, zeg maar, als je die vier uitkomsten hebt, dan ga je kijken, welke getal het grootst is zeg maar. De Kameleon is het grootst dat schrijf je hier ...
- O: En wat betekent dan bijvoorbeeld toename?
- J: Eh, bij welke school eh ... waar is het grootst, zeg maar, waar is het ... eigenlijk (...niet te verstaan) ... van welke (niet te verstaan) scholen ...
- O: Maar dat, hoe doe je dat? Je leest het en, dan denk je dat zal dit wel zijn en ...
- J: Ja.
- O: Of zeg je, nee, ik weet zeker dat dit toename is.
- J: Soms vergeet ik het. Maar bij deze vraag is het makkelijk, want je hoort al 'het grootst'. Dan hoef je eigenlijk niet naar toename te kijken. Dan moet je kijken bij welke school is het grootst. Dus toename kun je eigenlijk weglaten en dan kun je het gewoon uitrekenen. (Van den Boer 2003, pag.210).

In het gesprek met Jouad komt naar voren waarom hij de aantallen opgeteld heeft. Hij weet de betekenis van het begrip 'toename' niet en laat dit woord weg in de vraag. Hij beantwoordt dus de vraag op welke school het aantal leerlingen het grootst is en daarom heeft hij de aantallen leerlingen opgeteld.

Dit voorbeeld illustreert de verborgen problematiek, de leerling laat het voor hem onbekende begrip 'toename' weg en probeert dan de opgave op te lossen. De leerling past een ineffectieve strategie toe. Uit het fragment wordt

duidelijk dat Jouad absoluut geen taalprobleem ervaart en zich er zeker niet van bewust is dat dit zijn rekenkundig handelen in de weg staat. Leerlingen horen en lezen regelmatig teksten en begrippen waarvan ze de betekenis niet of niet helemaal begrijpen. Leerlingen zijn niet snel geneigd om hierover vragen te stellen. Ze hebben allerlei strategieën om hiermee om te gaan, zoals het weglaten van bepaalde woorden of het overslaan van hele zinnen. Dit leidt tot onnodige fouten. Dergelijke problemen worden pas duidelijk als we met leerlingen praten en ze laten vertellen hoe ze te werk gaan.

Er is niet alleen vanuit reken-wiskundig, maar ook vanuit taaldidactisch perspectief onderzoek gedaan naar de rol van taal in reken-wiskundeonderwijs. De taalkundige Prenger (2005) onderzocht de rol van taalvaardigheid en tekstbegrip van leerlingen uit klas 1 en 2 van het voortgezet onderwijs bij het begrijpen en oplossen van wiskundeopgaven. Uit het onderzoek van Prenger (2005) blijkt dat leerlingen problemen hebben met het begrijpen van teksten in wiskundemethoden. In deze methoden staan veel voor leerlingen onbekende woorden, waardoor leerlingen in de problemen komen bij het oplossen van wiskundeopgaven. Ook hebben leerlingen moeite om te begrijpen wat er gezegd wordt door de leraar en medeleerlingen. Nieuwe wiskundige termen worden in het wiskundeboek nauwelijks expliciet geïntroduceerd en krijgen ook geen expliciete aandacht in de wiskundeles. Bovendien hebben ze moeite met het zelf meepraten in de wiskundeles en het formuleren van antwoorden (Prenger, 2005). De oplossing zoekt Prenger niet in het verminderen van taal, maar in meer aandacht voor de ontwikkeling van de voor wiskundeonderwijs vereiste taalvaardigheden. Ook zij bepleit meer interactief onderwijs waarin de leraar ondersteuning biedt bij het verkennen van teksten en contexten.

De beschreven onderzoeken maken duidelijk dat er sprake is van een verborgen taalproblematiek. De problemen blijken zich in de volle breedte voor te doen: leerlingen kunnen zowel problemen ondervinden bij het begrijpen van teksten in reken-wiskundemethoden, als bij het begrijpen van wat er gezegd wordt in de les, alsook bij het zelf actief gebruiken van taal in de les.

4 Denkprocessen zichtbaar maken en stimuleren

We zagen in het voorgaande dat uit onderzoek duidelijk is gebleken dat interactief onderwijs nodig is om de geconstateerde problemen van taalzwakke leerlingen zichtbaar te maken en aan te pakken. Slechts een klein deel van wat zich afspeelt in een reken-wiskundeles is echter direct waarneembaar. Veel reken-wiskundige activiteiten van kinderen zijn niet waarneembaar, omdat ze

plaatsvinden in de vorm van denkprocessen en omdat leerlingen doorgaans alleen antwoorden van opgaven opschrijven. Het is daardoor niet eenvoudig om de reken-wiskundige ontwikkeling van kinderen in beeld te krijgen. Uit gesprekken tussen leraar en leerlingen, en tussen leerlingen onderling wordt het wiskundig denken van leerlingen deels waarneembaar. Uit de taal die kinderen gebruiken is wel iets af te leiden over hun denken. Daarom is het cruciaal om leerlingen te laten praten en schrijven in de reken-wiskundeles. Dit heeft een diagnostische functie: leraren krijgen hierdoor zicht op denkprocessen van leerlingen en kunnen hierdoor mogelijke problemen tijdig signaleren. Maar praten en schrijven in de reken-wiskundeles heeft ook een sterk didactische functie: in wat leerlingen zeggen en schrijven wordt veel zichtbaar over hun denkprocessen en deze bieden aanknopingspunten voor een leraar om aan niveauverhoging te werken.

Kortom, omdat rekenen-wiskunde en taal onlosmakelijk met elkaar verbonden zijn, is aandacht voor taal niet alleen belangrijk bij het tijdig signaleren van problemen in reken-wiskundige leerprocessen, maar ook bij het bevorderen van die leerprocessen. Dit geldt zowel voor rekenen als voor de daarmee verbonden taal. Door interactief onderwijs met aandacht voor wat leerlingen zeggen en schrijven, kunnen leraren niet alleen mogelijke rekenproblemen maar ook met rekenen verbonden taalproblemen op het spoor komen. Maar om welke taal gaat het eigenlijk?

5 Taal in het reken-wiskunde-onderwijs

Om welke taal gaat het in het reken-wiskunde-onderwijs?

Zoals we eerder zagen, zijn wiskunde en taal nauw met elkaar verbonden. Het leren van wiskunde betekent op een bepaalde manier met elkaar communiceren in een bepaalde taal. Taalkundigen spreken over een vakregister, waarmee ze doelen op woorden en woordconstructies die in de ontwikkeling van een vak zijn gekozen om

over dat vak te communiceren (Halliday, 1978). Elk vak heeft een eigen taal ontwikkeld in de cultuur-historische ontwikkeling van dat vak en elk vak heeft een eigen register. We kennen bijvoorbeeld een wiskundig register, een historisch register, een literair register en een muzikaal register. Een vakregister omvat begrippen en betekenissen gerelateerd aan de functie van de taal, inclusief de formuleringen om deze begrippen en betekenissen uit te drukken. Leerlingen moeten het wiskundig register ontwikkelen, leren om de taal van rekenen-wiskunde te begrijpen en te spreken om zo toegang te krijgen tot het vak. Het is van belang hier vroeg mee te beginnen om een basis te leggen waarmee leerlingen later meer geavanceerde rekenen-wiskunde kunnen leren. Een vakregister omvat woorden (begrippen) en constructies met woorden (formuleringen) om over dat vakgebied te communiceren. Hierbij worden doorgaans vaktaal en schooltaal onderscheiden. Vaktaal betreft de specifieke vakbegrippen en de formuleringen die het vak eigen zijn. Schooltaal is taal die ook bij andere vakken wordt gebruikt. Daarnaast vinden we in methoden begrippen uit contexten die tot de dagelijkse taal behoren. Bij formuleringen in de vaktaal gaat het kort samengevat om de vraag: 'hoe zeggen we dit in de reken-wiskundeles?'. In die formuleringen spelen de vaktaalbegrippen een grote rol. We illustreren dit aan de hand van een paar voorbeelden.

Begrippen

- Vaktaal: delen, ml, breuk, verhouding, tabel, teller, symmetrie-as.
- Schooltaal: toename, patroon, geleidelijk, aflezen, verband.
- Dagelijkse taal: parket, voorrijkosten, ingrediënten.

Formuleringen

- Eén op de vier, één per vier, één staat tot vier (bij verhoudingen).
- Als je het ene getal verdubbelt, moet je het andere halveren (bij vermenigvuldigen).
- Om de drie uur, elke drie uur, elk uur. Tussen de middag (bij tijd).

Laten we eens kijken naar een voorbeeld van het schriftelijk taalaanbod in een rekenmethode. In figuur 2 staat een realistische opgave. Realistisch in de zin van betekenisvol; kinderen kunnen zich er iets bij voorstellen. We

4 Hoe snel is een pak wasmiddel op?

a Bij elke wasbeurt gebruik je 1 maatbeker waspoeder. Hoeveel wasbeurten kun je doen met 1 pak waspoeder?

b Als de was heel erg vies is heb je $1\frac{1}{2}$ maatbeker per keer nodig. Hoeveel ml is dat? En hoeveel gram?

c Hoe vaak kun je extra vuile was wassen met 1 pak waspoeder?



= 150 ml = ongeveer 100 g

figuur 2: hoe snel is een pak wasmiddel op? ('Alles Telt', 2002, 8A, pag.24)

een combinatie van een tekst, een plaatje van een maatbeker, met relevante wiskundige informatie over de inhoud van de maatbeker, en een pak wasmiddel ter illustratie van de context. Wat moeten leerlingen hier allemaal begrijpen en wat vinden ze mogelijk lastig? Allereerst moeten ze de volgende afkortingen en vaktaal-begrippen kennen: 100 g, 150 ml, 4 kg. Kennen leerlingen deze begrippen en weten ze waar de afkortingen voor staan? Maatbeker zou je een voorbeeld van een schooltaalwoord kunnen noemen. Het woord wordt mogelijk ook bij andere vakken gebruikt. In de opgave staan enkele woorden uit de dagelijkse taal: wasmiddel, waspoeder, wasbeurt, per keer. Het is de vraag of alle leerlingen het woord wasbeurt kennen en begrijpen dat met 'per keer' bedoeld wordt per wasbeurt.

Verder is de formulering bij vraag (c): 'Hoe vaak kun je je extra vuile was wassen?', mogelijk een lastige formulering. Ook is het de vraag of alle leerlingen begrijpen dat met 'extra vuile was' bij vraag (c) hetzelfde wordt bedoeld als bij vraag (b) met: 'erg vies'.

Kortom, we zien dat leerlingen dus heel wat taal moeten begrijpen om deze opgave op te kunnen lossen. Leerlingen zouden voor ze gaan rekenen dus eerst moeten nagaan of ze alle woorden of formuleringen inderdaad begrijpen. En iedere leraar weet dat leerlingen dit meestal niet doen. Hier ligt een taak voor de leraar om er aandacht aan te besteden en voor de leerlingen om vragen te stellen als ze iets niet begrijpen. Voorwaarde hiervoor is dat leraar en leerlingen zich bewust worden van de rol van taal bij het onderwijzen en leren van rekenen-wiskunde. Overigens is het natuurlijk niet zo dat alleen taal een rol speelt bij contextopgaven. Ook bij kale rekensommen spelen talige aspecten een rol: leerlingen moeten wiskundige symbolen en schema's kennen, de uitleg van de leraar kunnen volgen, ze moeten de vaktaal in hun boek begrijpen, hun eigen oplossingen in taal kunnen verwoorden en uitleg door andere leerlingen begrijpen. Er is slechts één kerndoel (23) voor het basisonderwijs waarin het talige aspect van rekenen-wiskunde wordt genoemd: 'De leerlingen leren wiskundetaal'. Het zou aanbevelenswaardig zijn om dit kerndoel verder uit te werken, bijvoorbeeld in de richting van kerndoel 19 voor de onderbouw van het voortgezet onderwijs: 'De leerling leert passende wiskundetaal te gebruiken voor het ordenen van het eigen denken en voor uitleg aan anderen, en leert de wiskundetaal van anderen begrijpen'.

Talige aspecten specifiek voor rekenen-wiskunde

Een aantal talige aspecten is heel karakteristiek voor het vak rekenen-wiskunde. Allereerst is een opvallend kenmerk van rekenen-wiskunde dat er eigenlijk sprake is van drie soorten talen:

- Teksten, taal in woorden.
- Wiskundige modellen en schema's, zoals grafieken,

diagrammen, enzovoort.

- Wiskundige symbolen (63 , $+$, $\times$, $<$, $\%$, $-$).

Alhoewel ik me in dit artikel beperk tot het eerste soort taal, taal in woorden, spelen de andere twee talen voortdurend een rol bij het leren van rekenen-wiskunde.

Vaak worden deze vormen van representatie namelijk in combinatie met elkaar gebruikt. Dit geldt voor de wijze waarop problemen worden aangeboden in reken-wiskundemethoden.

Zo worden contextproblemen vaak beschreven in tekst (woorden) in combinatie met een wiskundig schema en of een plaatje. De functie van plaatjes of afbeeldingen in rekenmethoden is niet altijd eenduidig. Soms hebben afbeeldingen alleen een illustratieve functie, soms wordt een plaatje of foto gebruikt als ondersteuning van de context en soms bevat een plaatje informatie die een leerling nodig heeft om het probleem op te lossen.

Daarnaast zien we veel kale sommen (wiskundesymbolen) waarbij soms een schema of model staat afgebeeld als ondersteuning van het oplossingsproces. Leerlingen moeten deze talen niet alleen 'op papier' kunnen interpreteren maar ze ook bij het oplossen van problemen zelf productief kunnen gebruiken, zowel bij het noteren van berekeningen als bij het praten daarover. Leerlingen moeten deze representatievormen kortom niet alleen begrijpen bij het lezen en interpreteren van een probleem, maar de diverse 'talen' ook kunnen gebruiken bij het oplossen van en het redeneren over reken-wiskundige problemen, en tevens de relatie tussen deze talen kunnen leggen.

Een tweede kenmerk betreft de grote informatiedichtheid van teksten in reken-wiskundeboeken. Er staat doorgaans weinig tekst. Maar wat er staat moet je als leerling wel begrijpen: Elk woord telt. Het niet kennen van een woord kan tot een fout leiden, denk maar aan het woord 'toename' in het voorbeeld van Jouad.

Ten derde heeft rekenen-wiskunde een speciale instructietaal met specifieke formuleringen zoals: 'los de vergelijking op', 'neem over'. Al deze talige aspecten vragen om aandacht in de rekenles.

Hoe verwerven kinderen het reken-wiskundig vakregister?

De problemen van taalzwakke, tweedetaalleerders vormden de aanleiding dat er meer aandacht kwam voor taal in de reken-wiskundeles. Het is goed ons te realiseren dat tweedetaalleerders voor een extra opgave staan. Niet alleen omdat ze de tweede taal nog verder moeten ontwikkelen, maar tevens in die taal moeten leren (Gibbons, 2002). Langzamerhand wordt echter duidelijk dat aandacht voor taal in de rekenles noodzakelijk is voor alle taalzwakke leerlingen, en eigenlijk voor alle leerlingen. Alle leerlingen moeten immers de taal van het vak leren, het vakregister.

Op school wordt een andere taal gebruikt dan in het dage-

lijks leven. Die schoolse taal omvat andere woorden dan onze dagelijkse taal, omvat complexere zinsconstructies, de taal op school is abstracter en op school wordt er vanuit een ander perspectief gecommuniceerd dan in het leven buiten school.

Taalkundigen duiden deze vormen van taalgebruik en taalvaardigheid aan met de begrippen ‘Dagelijkse Algemene Taalvaardigheid’ (DAT) en ‘Cognitief Abstracte Academische Taalvaardigheid’ (CAT) (Appel, 1984). Het verschil tussen beide is niet absoluut maar relatief. De ontwikkeling verloopt globaal van mondelinge, dagelijkse, informele taal naar schriftelijke, meer formele taal. En net als bij wiskunde ontstaat er geen begrip en inzicht als we de vaktaal direct op een formeel niveau aanbieden. Ook hier geldt dat het beter is om aan te sluiten bij de informele taal van kinderen. Leraren moeten hun leerlingen helpen een brug te slaan tussen hun informele taal en de meer formele vaktaal door het bieden van constructieve hulp in de vorm van *scaffolding* (Gibbons, 2002). Door scaffolding, wat letterlijk vertaald ‘in de steigers zetten’ betekent, wordt een leerling als het ware voortgestuwd naar een hoger niveau.

Met het begrip *scaffolding* (Wood, Bruner & Ross, 1982) wordt de sensitieve ondersteuning door de leraar bedoeld bij opgaven die een leerling nog niet zelfstandig kan oplossen. *Scaffolding* is de concrete uitwerking van het idee van Vygotsky van de zone van naaste ontwikkeling. Het gaat bij *scaffolding* dan ook niet zomaar om hulp, maar om tijdelijke ondersteuning gericht op het leren van nieuwe begrippen, vaardigheden en inzichten met doel dat de leerling later analoge taken zelfstandig kan oplossen. Als de leerling zonder hulp kan wat hij eerst niet kon, is er sprake van leren. In het begrip *scaffolding* wordt duidelijk dat de kwaliteit van de ondersteuning door de leraar cruciaal is voor de interactie tussen leraar en leerlingen. Deze interactie vindt grotendeels plaats via taal.

Hier zien we een parallel tussen rekenen en taal. In beide gevallen ondersteunt de leraar de leerlingen bij de ontwikkeling van een informeel niveau naar een formeel niveau: van informeel, contextgebonden rekenen naar formeel rekenen en van informele dagelijkse taal naar formele wiskundetaal (Gravemeijer, 1994). En deze ontwikkelingen beïnvloeden elkaar wederzijds: wiskunde en taal vormen daarom een ‘didactisch duo’.

Deze talige component vormt een nieuw aspect in de reken-wiskundeles. Dit roept de vraag op hoe leraren aandacht moeten geven aan taal in de rekenles, want de meeste leraren staan met lege handen om talige aspecten in hun lessen te integreren. De benadering van taalgericht vakonderwijs biedt een vruchtbare aanpak om meer aandacht te besteden aan taalontwikkeling tijdens de reken-wiskundeles.

6 Taalgericht vakonderwijs

Algemene principes van taalgericht vakonderwijs

Taalgericht vakonderwijs is onderwijs waarin naast vakdoelen de benodigde taalvaardigheid expliciet is benoemd. Die vak- en taaldoelen worden simultaan ontwikkeld via onderwijs dat contextrijk is, vol interactiemogelijkheden zit en waarbinnen benodigde taalsteun wordt geboden. (Hajer & Meestringa, 2009, pag. 11)

De kerngedachte achter deze aanpak is dat het leren van taal en vak onlosmakelijk verbonden zijn. Het doel van taalgericht vakonderwijs is taal en vakonderwijs te integreren. Tijdens de vakles krijgen de leerlingen de gelegenheid de taal te ontwikkelen die samenhangt met de vakinhoud die ze nodig hebben om het vak te leren (Hajer & Meestringa, 2009). Taalgericht vakonderwijs wordt gekenmerkt doordat het:

- contextrijk onderwijs is;
- interactief onderwijs is;
- er taalsteun wordt geboden.

Het derde kenmerk, taalsteun, vormt de kern van het talige element. Met taalsteun wordt alle ondersteuning door de leraar bedoeld bij de ontwikkeling van voor het vak benodigde taal. Het gaat zowel om ondersteuning bij het begrijpen van taal als bij het produceren ervan. En het gaat dan zowel om mondelinge, gesproken taal: wat een leerling zelf zegt en wat leraar en leerlingen zeggen, als om schriftelijke taal: de taal in de reken-wiskundemethode en in toetsen, wat een leerling zelf opschrijft. In figuur 3 staat een overzicht van al die vormen van taal waarbij de leraar taalsteun kan geven.

	Taalaanbod: taal begrijpen	Taalproductie: Taal gebruiken
Mondeling	Wat de leraar zegt Wat medeleerlingen zeggen	Wat leerlingen zeggen
Schriftelijk	Taal in de reken-wiskundemethode Taal in toetsen	Wat leerlingen opschrijven

figuur 3: vormen van taal waarbij taalsteun mogelijk is.

Taalsteun is erop gericht leerlingen te ondersteunen bij al deze vormen van taal. Taalsteun kan heel uiteenlopende vormen hebben. Een leraar kan bijvoorbeeld taalsteun geven door samen met de klas de betekenis van bepaalde begrippen of formuleringen in het reken-wiskundeboek te verkennen of door ondersteuning te bieden bij het formuleren van een antwoord. Maar ook door te reageren op wat leerlingen zeggen en schrijven, bijvoorbeeld door het geven van feedback op formuleringen, ondersteunen leraren leerlingen in de ontwikkeling van de voor rekenen-wiskunde relevante taal.

Naar taalgericht reken-wiskundeonderwijs

In taalgericht reken-wiskundeonderwijs ondersteunen leraren hun leerlingen bij de ontwikkeling van de voor rekenen benodigde taal. De principes van taalgericht vakonderwijs zijn algemeen van aard en moeten vakmatig worden uitgewerkt en geconcretiseerd om te kunnen worden toegepast binnen een bepaald vak. Taalgericht vakonderwijs en reken-wiskundeonderwijs blijken bij nadere beschouwing een paar raakpunten te hebben.

De eerste twee kenmerken van taalgericht vakonderwijs, contextrijk onderwijs, interactief onderwijs, komen overeen met kenmerken van realistisch reken-wiskundeonderwijs waarin contextrijk, betekenisvol onderwijs centraal staat en dat gekenmerkt wordt door een interactieve didactiek. Het derde kenmerk, taalsteun, vormt de kern van het talige aspect en is een nieuw element in het reken-wiskundeonderwijs. Het toepassen van de principes van taalgericht vakonderwijs op reken-wiskundeonderwijs betekent voor leraren:

- contexten en teksten begrijpelijk maken;
 - mogelijkheden geven voor taalproductie (mondeling en schriftelijk);
 - feedback geven op formuleringen van leerlingen.
- (Van Eerde, Hajer, Koole & Prenger, 2002)

Ik licht deze drie punten kort toe. Allereerst moeten contexten en teksten begrijpelijk gemaakt worden. In onze reken-wiskundemethoden zitten allerlei talige aspecten waar kinderen over kunnen struikelen. Denk maar aan de voorbeelden van het begrip 'toename' en de teksten in de opgave van het wasmiddel.

Hierbij is het niet genoeg dat leerlingen begrippen horen en leren begrijpen. Ze moeten ze zelf ook actief gebruiken. Leerlingen moeten daarom de gelegenheid krijgen om taal te produceren, voor taalproductie. Dit betekent praten en schrijven in de reken-wiskundeles om nieuwe woorden, begrippen en formuleringen te ontwikkelen en ermee te oefenen. Taal ontwikkel je immers door te praten en te schrijven, tenminste als de leraar ook ondersteuning biedt om die taal verder te ontwikkelen. Daarom is het in de derde plaats belangrijk dat de leraar reageert op wat leerlingen zeggen en schrijven, dus *feedback* geeft (Van Eerde, Hajer & Prenger, 2008).

In het volgende geven we enkele voorbeelden hoe deze principes in de praktijk gerealiseerd kunnen worden.

Taalgericht reken-wiskundeonderwijs geconcretiseerd: Wisbaak

Taalgericht vakonderwijs en realistisch reken-wiskundeonderwijs hebben een paar gemeenschappelijke kenmerken die een geïntegreerde aanpak in taalgericht reken-wiskundeonderwijs in principe mogelijk maken. Het is echter de vraag hoe dit in de praktijk gerealiseerd kan worden. Daarom zijn een aantal jaren geleden op het Freudenthal Instituut onderzoek en ontwikkeling gestart

om taalgericht reken-wiskundeonderwijs in theoretische en praktische zin uit te werken. Dit heeft onder meer geresulteerd in prototypisch materiaal voor het reken-wiskundeonderwijs in de bovenbouw van het primair onderwijs en klas 1 en 2 van het voortgezet onderwijs, met de naam Wisbaak (Van den Boer e.a., 2006).¹

Wisbaak bestaat uit de volgende prototypische materialen: taalgerichte lessen, begrippentoetsen, interactieve computerprogramma's, woordweb en een docentenhandleiding. Voor de volgende vijf onderwerpen zijn een of meer van deze prototypische materialen ontwikkeld: grafieken, formules, vergelijkingen, verhoudingen/breuken/kommagetallen/procenten en meetkunde. In de volgende paragraaf geef ik een korte omschrijving van de diverse materialen en ter illustratie enkele concrete voorbeelden uit het onderdeel grafieken. In de paragraaf daarna worden voorbeelden gegeven van lesobservaties en leerlingenwerk verzameld tijdens onderzoek rond het prototypische materiaal.

Taalgerichte lessen

De taalgerichte lessen zijn contextrijk en interactief van karakter en bieden mogelijkheden voor taalsteun. De leraar verkent wat leerlingen al van een onderwerp weten door hen te activeren daarover te praten en door hen schriftelijke opdrachten te laten maken. Elke les heeft een aantal vaste elementen. Eerst vindt klassikaal een gemeenschappelijke verkenning van een rijk probleem plaats, zowel van de betekenis van de context als van begrippen en formuleringen. Vervolgens wordt het probleem opgelost in een klassikaal gesprek. Hierbij stimuleert de leraar de leerlingen om hun gedachten onder woorden te brengen en op elkaar te reageren. Daarna worden in duo's of kleine groepjes enkele vervolgoopdrachten gemaakt, waarbij ook schrijfopdrachten worden aangeboden. Deze opdrachten worden soms tussentijds en in elk geval na afloop van een serie opdrachten met de hele klas besproken. Hierbij is veel aandacht voor de inbreng van de leerlingen, onderlinge discussies en gerichte feedback en taalsteun door de leraar. Soms maken de leerlingen in een vervolgles een poster en presenteren ze deze. Bij deze presentaties en aansluitende discussies hebben de leerlingen zoveel mogelijk zelf de leiding.

Begrippentoetsen

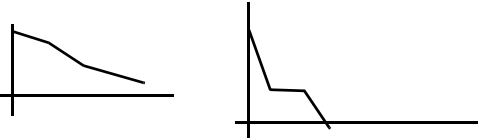
De schriftelijke begrippentoetsen zijn bedoeld om kennis van vaktaal en schooltaal te peilen. In de begrippentoetsen is geen sprake van een aanbod van rijke problemen noch van interactie. Het gaat er hier om dat leerlingen zelfstandig vragen en korte opdrachten maken waarmee de docent kennis van bepaalde begrippen kan meten. Er wordt zowel receptieve als productieve taalvaardigheid getoetst.

Bij productieve toetsing moeten leerlingen zelf een begrip omschrijven. Bijvoorbeeld: 'Maak een zin met

daarin het woord “geleidelijk”. In figuur 4 staat een voorbeeld van een receptieve toetsing van het begrip geleidelijk.

Zet een kruisje voor de zinnen of de plaatjes waarin iets 'geleidelijk' gebeurt.

- Ik snapte helemaal niets van wiskunde. Totdat mijn broer me hielp. Ineens begreep ik alles!
- De bomen in het bos worden steeds dikker en groter.
- Mijn fietsband loopt langzaam leeg. Ik moet hem wel twee keer in de week oppompen.
- Ik baalde wel gisteren. Er lag allemaal glas op het fietspad, mijn band was in 3 seconden leeg!



figuur 4: een opgave uit de begrippentoets Grafieken

De leraar kan de resultaten op een begrippentoets nakijken of dit in samenspraak met de leerlingen doen tijdens een klassengesprek waarin de verschillende antwoorden worden besproken.

Computeractiviteiten

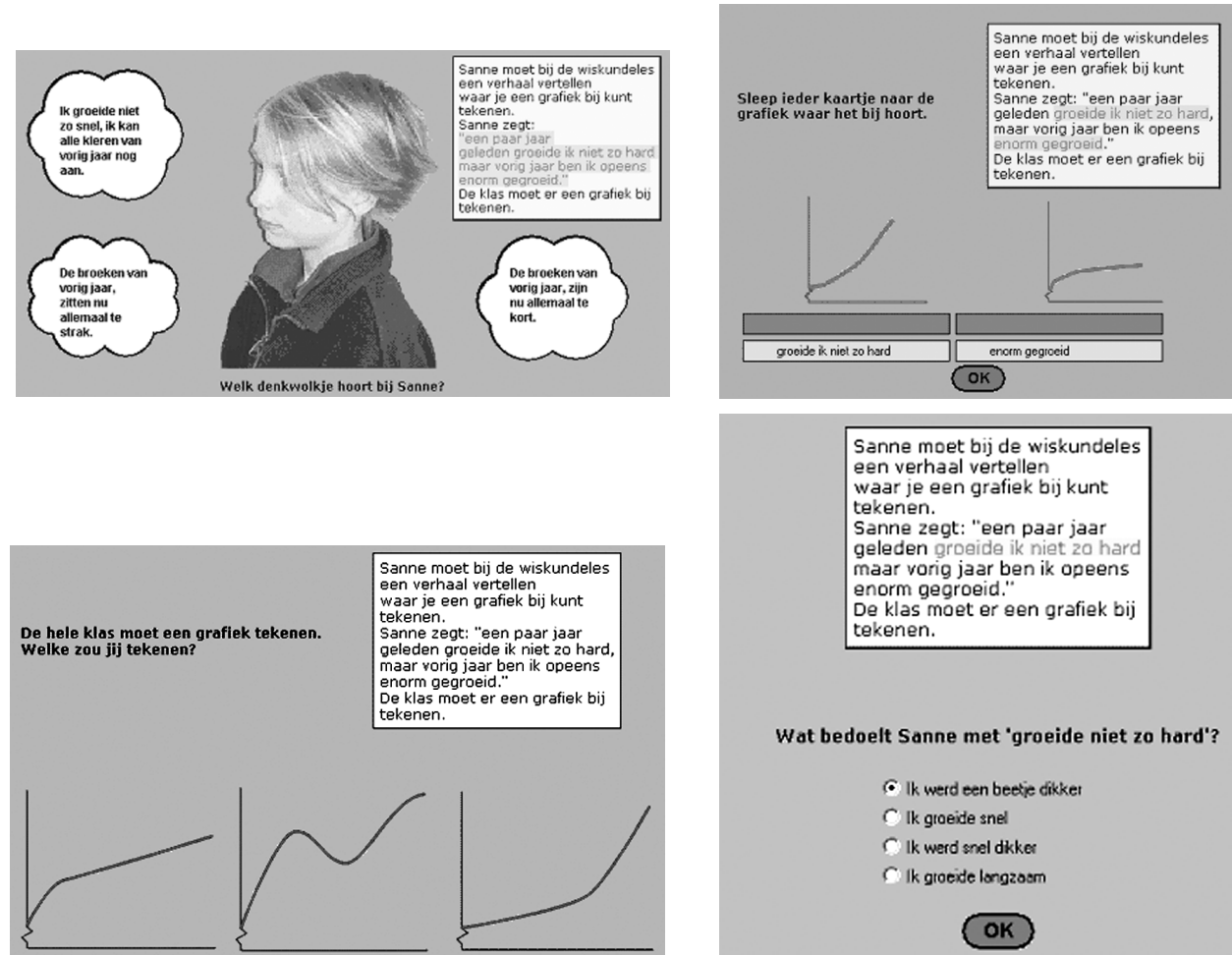
In korte computerprogramma's wordt extra hulp geboden rond rekenen-wiskunde en wordt taalsteun rond vaktaal en schooltaal geboden. Interactie vindt plaats doordat de leerlingen in duo's werken en door de vragen die de leerlingen stimuleren tot mondelinge en schriftelijke taalproductie. De leerlingen krijgen direct feedback, doordat deze geïntegreerd is in het programma.

Figuur 5 toont een voorbeeld van enkele schermen uit het programma 'Sanne groeit'. Hierin wordt eerst de context verkend en deze wordt vervolgens vertaald naar wiskundige representaties en vragen daarover.

Woordweb

Een groep van samenhangende begrippen rond een bepaald reken-wiskundig kernbegrip wordt weergegeven in een zogenaamd woordweb. Het biedt taalsteun aan leerlingen omdat ze het kunnen raadplegen als ze de betekenis van een woord willen opzoeken.

Het woordweb is op twee niveaus te raadplegen. Op het eerste niveau wordt een bepaald begrip heel kort omschreven en via een animatie verhelderd. Bovendien kan de leerling de uitspraak van het woord beluisteren door op de luidspreker te klikken. Op het tweede niveau



Top Left Screen: A character is shown with speech bubbles. One says: "Ik groeide niet zo snel, ik kan alle kieren van vorig jaar nog aan." Another says: "De broeken van vorig jaar, zitten nu allemaal te strak." A third says: "De broeken van vorig jaar, zijn nu allemaal te kort." Below the character is the text: "Welk denkvlakje hoort bij Sanne?"

Top Right Screen: A box says: "Sanne moet bij de wiskundeles een verhaal vertellen waar je een grafiek bij kunt tekenen." Below it, Sanne says: "een paar jaar geleden groeide ik niet zo hard maar vorig jaar ben ik opeens enorm gegroeid." Below this, it says: "De klas moet er een grafiek bij tekenen." There are two graph templates. The first is labeled "groeide ik niet zo hard" and the second is labeled "enorm gegroeid". An "OK" button is at the bottom.

Bottom Left Screen: A box says: "Sanne moet bij de wiskundeles een verhaal vertellen waar je een grafiek bij kunt tekenen." Below it, Sanne says: "een paar jaar geleden groeide ik niet zo hard maar vorig jaar ben ik opeens enorm gegroeid." Below this, it says: "De klas moet er een grafiek bij tekenen." Below the text are three graph templates for drawing.

Bottom Right Screen: A box says: "Sanne moet bij de wiskundeles een verhaal vertellen waar je een grafiek bij kunt tekenen." Below it, Sanne says: "een paar jaar geleden groeide ik niet zo hard maar vorig jaar ben ik opeens enorm gegroeid." Below this, it says: "De klas moet er een grafiek bij tekenen." Below the box is the question: "Wat bedoelt Sanne met 'groeide niet zo hard'?" There are four radio button options:

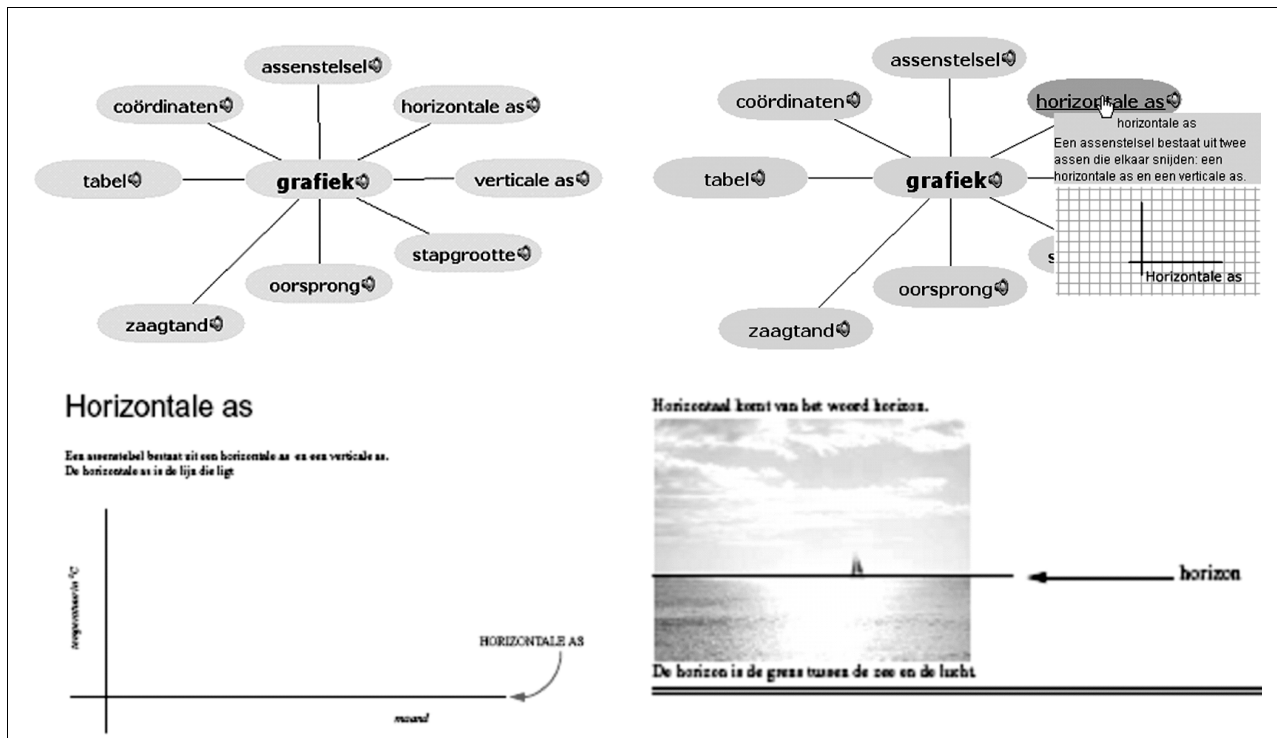
- ☒ Ik werd een beetje dikker
- ☐ Ik groeide snel
- ☐ Ik werd snel dikker
- ☐ Ik groeide langzaam

An "OK" button is at the bottom.

figuur 5: voorbeeldscherm uit het grafieken computerprogramma 'Sanne groeit'

wordt de wiskundige betekenis van een begrip omschreven, schematisch weergegeven en toegelicht binnen een context. Zo mogelijk wordt ingegaan op de oorsprong van een begrip aan de hand van een illustratie. In figuur 6 wordt in het ‘woordweb van “Grafieken”’ het

van taalgericht vakonderwijs geïllustreerd aan de hand van de analyse van een fragment uit een taalgerichte rekenles. Daarna ga ik aan de hand van enkele voorbeelden in op het geven van feedback op mondeling taalgebruik en op de functie van schrijven in de rekenles.



figuur 6: woordweb rond het kernbegrip ‘grafiek’

begrip ‘horizontaal’ in wiskundige zin toegelicht maar wordt ook de oorsprong ervan beschreven en geïllustreerd aan de hand van een foto van de zee met een zeil- schip aan de horizon.

Docentenhandleiding

In de handleiding wordt achtergrondinformatie gegeven over taalgericht reken-wiskundeonderwijs, en worden de structuur en het gebruik van de Wisbaakmaterialen beschreven. Verder zijn er per onderwerp aparte handlei- dingen waarin specifieke informatie betreffende het reken-wiskundig onderwerp en de bijbehorende materi- alen wordt beschreven.

7 Onderzoek naar taalgericht reken-wiskundeonderwijs

In de volgende paragraaf zal ik aan de hand van voor- beelden uit onderzoek rond de prototypische materialen illustreren hoe taalgericht reken-wiskundeonderwijs er in de praktijk uit kan zien. Eerst worden de drie principes

Een taalgerichte reken-wiskundeles over schaal

Een leerkracht van groep 7 heeft met enkele door ons ont- wikkelde prototypische taalgerichte rekenlessen gewerkt en probeert nu de principes van taalgericht reken-wiskun- deonderwijs toe te passen op een les uit de methode. In het begin van de les verkent ze met de leerlingen de con- text van een opdracht uit het rekenboek over het werken met een schaal op een plattegrond. Nadat de leerkracht het begrip plattegrond heeft verkend, gaat ze in op de betekenis van het woord ‘afstand’. Het volgende frag- ment laat zien hoe gesprek hierover verloopt.

Een lesfragment over het begrip ‘afstand’

- L. Als ik het woordje afstand noem waar denken jullie dan aan? Bespreek dat even met je oogmaatje.(De leerlin- gen overleggen in duo's met de leerling tegenover zich. Na één minuut vraagt de leerkracht:) Sara, vertel het eens.
- S: Nou als de afstand is hoe lang.
- L: Wat is hoe lang dan?
- S: Nou, de weg.
- L: Oké de weg. Hami?
- H: Juffrouw, bijvoorbeeld een plaats hier en een plaats daar en daartussen is een kilometer afstand.

- L: Ja, goed zo. Jasmina?
- J: Van Utrecht naar Amsterdam wat daar tussen is de afstand.
- L: Ja, heel goed. Dus je hebt bijvoorbeeld twee plekken (tekent twee rondjes met letter *A* en *B* en legt uit). Je gaat van *A* naar *B*; de ruimte daartussen is de afstand. En die afstand kan wat Hami net zei in kilometers, wat nog meer?
- (LL: roepen: centimeters hectometers, meters.)
- L: Dus verschillende maten heb je dan he? Uhm, jullie hebben allemaal wel afstanden afgelegd, hele kleine en hele grote afstanden. Noem eens een voorbeeld van een afstand die je hebt afgelegd. (vingers). Abdel.
- A: Ik ben een keertje van mijn huis helemaal naar Kromme Rijn gefietst.
- L: Ja met de fiets ben je geweest?
- A: Ja!
- L: En weet je hoe groot die afstand is?
- A: Een kilometer of twee.
- L: Een kilometer of twee. Bercan?
- B: We zijn een keertje fietsend naar Kanaleneiland gegaan.
- L: Je bent naar Kanaleneiland gegaan en je woont in Zuiden toch?
- B: Daar bij Ondiep.
- L: Bij Ondiep. En weet je hoe groot die afstand is?
- B: (schudt nee).
- L: (geeft met een hoofdknikje de beurt aan een leerling).
- H: Juf, we hebben laatst hier gemeten.
- L: Wat hebben jullie gemeten? (een leerling zegt: hier de klas.) O, jullie hebben de klas gemeten. En hoeveel was dat?
- H: Zes meter.
- L: O, zes meter.
- H: Met stappen.
- L: O, met stappen, heel goed. Emira?
- E: Juffrouw, mijn vader en ik zijn met de auto helemaal van Amsterdam naar Brussel gegaan.
- L: Dat is een grote afstand. En weet je hoeveel kilometer dat is? (Leerling schudt nee). Wie heeft een nóg grotere afstand afgelegd? Madu?
- M: Wat denk je van je naar hier naar Turkije!
- L: Van hier naar Turkije. Dat is een hele grote afstand.
- B: Juffrouw wat denk je van hier helemaal naar Spanje?
- L: Helemaal naar Spanje?
- B: Ik heb gewoon daar gemaakt vakantie.
- L: Oké (geeft andere leerling een beurt).
- N: Van Utrecht naar Italië en van Italië naar Marokko.
- L: Eerst naar Italië en toen naar Marokko dat kan ook. (geeft andere leerling een beurt) Ahmed?
- A: Van Amsterdam naar Egypte ...
- L: Van Amsterdam naar Egypte ... (lachend) niet lopend hoop ik.
- (De leerlingen lachen.)

Analyse lesfragment

Wat zagen we in dit klassikale gesprek? De leraar verkent de context met de hele klas. Ze staat onder meer stil bij de betekenis van het begrip afstand dat een belangrijk begrip is bij het werken met plattegronden en schaal. Omdat de leraar vermoedt dat niet alle leerlingen precies weten wat dit woord betekent, vraagt ze hun eerst om er in duo's, 'met je oogmaatje', over te praten, en stimuleert monde-

linge taalproductie in kleine groepjes. Dan volgt een klassikaal gesprek (mondelinge taalproductie) met de hele groep. Ze geeft de kinderen de mogelijkheid iets in te brengen. Er is veel participatie van leerlingen, er komen negen leerlingen aan het woord binnen een paar minuten. Een leerling denkt bij het woord afstand aan 'hoe lang de weg is'. De leraar maakt door een schematisering op het bord duidelijk wat de leerling bedoelt, ze tekent twee denkbeeldige plaatsen *A* en *B* op het bord en verbindt deze door een lijn die de weg symboliseert.

De leerkracht stimuleert het gebruik van vaktaal door de leerlingen te vragen in welke eenheden je afstanden kunt uitdrukken en gebruikt zelf ook vaktaal door deze eenheden als 'maten' te benoemen. Daarna verbindt de leraar het begrip afstand met de eigen ervaringen van de leerlingen, waardoor de context nog meer betekenis krijgt.

Bij deze eigen ervaringen van leerlingen legt ze verband met de vaktaal door hen te vragen of ze ook weten hoe groot de door hen genoemde afstanden zijn. De leerlingen geven heel uiteenlopende voorbeelden van min of meer kleine afstanden, waarna de leraar vraagt naar voorbeelden van grote afstanden. In het lesfragment krijgen de leerlingen veel kans voor een talige inbreng en voor deelname aan het gesprek. Door de veelvuldige bevestigende feedback worden de leerlingen gestimuleerd om mee te praten en te toetsen of hun uiting correct is.

Deze leraar zet allerlei vraagtechnieken in om de inbreng en mondelinge taalproductie van leerlingen te stimuleren. Ze stelt open vragen: 'Waar denk je aan bij het woord afstand?'. 'Geef voorbeelden van afstanden die je hebt afgelegd?' Ze vraagt dóór: 'En wat hebben jullie gemeten?'. De leraar geeft allerlei soorten *feedback* op wat leerlingen zeggen door te herhalen, te elaboreren, te herformuleren en te bevestigen. Ze herhaalt wat een kind zegt: 'Nou de weg'. Zegt ze: 'Oké de weg'. Ze elaboreert op wat een kind inbrengt: als een leerling een afstand in kilometers noemt, vraagt ze 'In kilometers wat nog meer?' Ze bevestigt regelmatig non-verbaal door te knikken, of ze zegt: 'Ja, goed zo'. Ze laat echter ook een kans onbenut om taalsteun te geven. Als een leerling zegt 'Ik heb daar vakantie gemaakt' had ze dit kunnen herformuleren als: 'Oh, je bent daar met vakantie geweest?'

Reageren op mondeling taalgebruik van leerlingen

In reken-wiskundeonderwijs is het op zich al lastig om goed te reageren op oplossingen van leerlingen. Meestal is het tijdens een klassengesprek beter niet direct positieve of negatieve feedback te geven maar eerst alleen te inventariseren wat leerlingen inbrengen. Als de oplossingen op het bord genoteerd worden kan daar over gepraat worden. Leraren zijn gewend in te gaan op wat leerlingen inbrengen maar niet om te reageren hoe ze iets zeggen, op de taaluitingen, de formuleringen van leer-

lingen. Dit vraagt weer om andere vaardigheden. Het probleem bij gesproken taal is dat deze vluchtig is en een gesprek onderbroken wordt als er op in wordt gegaan hoe iemand iets zegt. Verder moet men de juiste toon kiezen zodat leerlingen niet afgeschrikt worden om hun mond open te doen, zeker bij leerlingen die taalzwak zijn. Toch is feedback op mondelinge taal mogelijk, zij het in bescheiden mate. Een paar voorbeelden uit ons onderzoek kunnen dit illustreren (fig. 8).

Leerling	Leraar
Tábel	Ja, tabèl.
8 cent naar boven is 10 cent	Als je 8 cent moet betalen rond je af naar boven, 10 cent.
De grafiek gaat omhoog en dan rechthoek.	Ja, de grafiek stijgt en dan blijft hij constant.

figuur 7

In het eerste voorbeeld verbetert de leraar de uitspraak van de leerling die een verkeerde klemtoon legt. In het tweede voorbeeld herformuleert de leraar een cryptische uitspraak van een leerling. Hierdoor geeft hij niet alleen taalsteun aan deze leerling maar maakt ook voor de andere leerlingen duidelijk wat er bedoeld werd. In het derde voorbeeld herformuleert de leraar de dagelijkse taal van de leerling in vaktaal.

Nog een voorbeeld van *feedback* geven op het mondelinge taalgebruik van een leerling:

- L: In een winkel krijg je 25 procent korting, wat is er dan aan de hand?
- LL: Nou drie vierde.
- L: Ja ... En kun je ook uitleggen wat je daarmee bedoelt? Denk ook even na welke woorden je dan gaat gebruiken.
- LL: 25 Procent korting is dat weggaat van de prijs ... dan moet 75 procent betalen.
- L: Ja, er gaat 25 procent van de prijs af en je moet 75 procent betalen.

Door de leerling te laten nadenken welke woorden hij gaat gebruiken richt de leraar de aandacht expliciet op de taal. Hierdoor maakt de leraar de leerling ervan bewust dat deze moet proberen duidelijker te formuleren wat hij wil zeggen.

Feedback geven op mondelinge taal is beperkt mogelijk en moet klein blijven. Het vergt bewuste aandacht van leraren om actief te luisteren naar hoe leerlingen hun vragen en antwoorden formuleren, en de vaardigheid om te reageren zonder leerlingen in verlegenheid te brengen. Het schriftwerk van leerlingen biedt meer mogelijkheden om uitvoeriger aandacht aan de formuleringen van leerlingen te geven.

Schrijven in de reken-wiskundeles

Naast het stimuleren van mondelinge taal moet ook schriftelijk taalgebruik gestimuleerd worden. Doorgaans krijgen leerlingen wel regelmatig de gelegenheid om mee te praten tijdens klassikale gesprekken of bij het samenwerken. Leraren vinden het mondelinge taalgebruik van taalzwakke leerlingen vaak begrijpelijk en aanvaardbaar, ook waar dit eigenlijk nog te wensen overlaat. Leraren weten immers vaak wel wat een leerling bedoelt en zijn snel geneigd om te denken dat ze de leerling wel begrijpen. Wanneer we leerlingen echter schrijfpdrachten laten maken wordt pas goed zichtbaar wat het niveau van hun taalontwikkeling is.

We geven nu een paar voorbeelden van schriftwerk van leerlingen. De voorbeelden komen uit onderzoek rond begrippentoetsen en schrijfpdrachten die leerlingen tijdens de les maken.

In het eerste voorbeeld moesten leerlingen opschrijven hoe ze 25 procent van iets berekenen. De vraag was om het met woorden en of een plaatje te laten zien.

Hoe bereken je 25% van iets?

Dan doe ik eerste van de helft. Dan neem ik ongeveer wat meer. Dan een kwartier bijna de helft.

Moet je 25 keer het getal doen.

Een kwart stuk nemen.

Deze antwoorden vragen om nadere toelichting. Door er met leerlingen over te praten wordt duidelijk wat ze bedoelen en kan taalsteun geboden worden.

In het volgende voorbeeld moesten de leerlingen een zin maken met het schooltaalwoord 'geleidelijk' dat bij grafieken gebruikt wordt.

Maak een zin met daarin het woord 'geleidelijk'

1. De temperatuur van Nederland is geleidelijk.
2. De twee lijnen komen op geleidelijke hoogte uit.
3. Die bomen worden geleidelijk aan groter.
4. 80 van de 100 is geleidelijk aan 100 procent.
5. Ik wist niet meer wat het woord betekende maar geleidelijk wist ik het.
6. Als een grafiek niet stijgt en niet daalt, maar steeds op dezelfde hoogte blijft, zeggen we die grafiek is constant.

De antwoorden van de zes leerlingen laten zien hoe dagelijkse taal en wiskundetaal met elkaar verweven zijn. De antwoorden weerspiegelen het denken van de leerlingen. Sommige antwoorden staan in een wiskundige context, andere antwoorden staan in een dagelijkse context. Bepaalde foute interpretaties laten ook iets zien over de aard van de misinterpretatie.

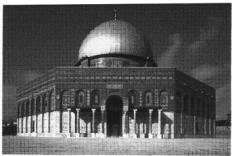
Sommige leerlingen interpreteren het begrip geleidelijk in de zin van 'gelijk', (zie eerste en tweede zin). De leerling die de derde zin opschrijft geeft er blijk van het begrip goed te kennen en dit geldt vermoedelijk ook voor de bedenker van de vijfde zin. Het vierde antwoord vraagt om nadere toelichting door de leerling. In de laatste zin verwisselt de leerling het begrip geleidelijk met het begrip constant.

Nog een voorbeeld, nu uit het domein van de meetkunde. De leerlingen hadden een paar lessen over meetkundige figuren gehad, waarin speciale aandacht was besteed aan talige aspecten. Hen werd nu gevraagd deze figuren in foto's van allerlei gebouwen op te zoeken en te verwoorden welke figuren ze in de foto's zagen (fig.7). Het

zodat het voor iedereen duidelijk is? Het is belangrijk dat leerlingen zich ervan bewust zijn dat aandacht voor heldere formuleringen en correcte spelling ook in de rekenwiskunde thuis horen. Schrijfpoddrachten bieden leraren een nuttig evaluatie-instrument en leveren relevante informatie voor hun didactiek. De leraar kan dergelijk schrijfwerk gebruiken bij de planning van vervollessen. Leerlingen kunnen veel leren door hun teksten te verbeteren of te herschrijven. Leraren kunnen leerlingen zo op allerlei manieren ondersteunen om hun geschreven taal verder te ontwikkelen.

We kunnen leerlingen allerlei teksten laten schrijven, zoals we in de voorbeelden zagen. Het is natuurlijk ook

Schrijf drie goede wiskundezinnen over de vormen in het gebouw



c. Schrijf ook 3 goede zinnen over de vormen in dit gebouw:

De Boepel van de moskee heeft een vorm van een bol.
De palen hebben een cilinderige vorm.



c. Schrijf ook 3 goede zinnen over de vormen in dit gebouw:

Het raam van het gebouw heeft een vorm van een cirkel. Aan de bovenkant zie je een 3 hoek



c. Schrijf ook 3 goede zinnen over de vormen in dit gebouw:

De moskee heeft op het dak een halve cirkel. Ze hebben palen die een rechthoek hebben.



c. Schrijf ook 3 goede zinnen over de vormen in dit gebouw:

Dit gebouw heeft veel goede vormen (cirkel). Aan de bovenkant zit er een driehoek

figuur 7: schrijfpoddracht bij meetkunde

schrijfwerk laat zien dat deze leerlingen goed in staat zijn om de wiskundige figuren in de gebouwen te herkennen en beschrijven. Het is nuttig om met leerlingen uit te wisselen wat ze hebben opgeschreven.

Schrijfwerk kan een goede aanleiding zijn om er met leerlingen over te praten: begrijpt iedereen wat er wordt bedoeld? Hoe zou je een formulering kunnen verbeteren

heel nuttig om leerlingen zo nu en dan bij een oplossing in wiskundige termen ook in woorden te laten opschrijven wat ze gedaan hebben. Uit het promotieonderzoek van Buijs (2008) is onlangs weer eens gebleken hoe belangrijk het is dat leerlingen notities maken, kladblaadjes gebruiken. Ik zou daaraan willen toevoegen dat we leerlingen van tijd tot tijd bij zo'n oplossing in wiskundige termen ook de oplossing in woorden zouden

moeten laten beschrijven. Het dwingt de leerling te verwoorden wat hij heeft gedaan, dit stimuleert reflectie en stimuleert de leerling zo nodig iets te verbeteren. Je zou kunnen zeggen dat de genoteerde getallen en woorden een soort ‘gestold denken’ zijn. Notaties zijn, althans voor een deel, een weergave van wat we denken en maken dit dus zowel voor de leerling als voor de leraar zichtbaar. Deze representaties in wiskunde en taal bieden de leraar veel inzicht in het denkproces van de leerling en zijn een bruikbaar middel om kennis en inzicht van de leerlingen te peilen.

Gesproken taal is vaak vluchtig, wat opgeschreven is, ligt vast. De leraar kan vragen stellen, met de leerling praten over wat er staat en hulp geven om de leerling te ondersteunen bij het verbeteren van zijn wiskunde en taal. Kort samengevat biedt schrijven in de rekenles de volgende voordelen en mogelijkheden:

- de leerling kan beter bijhouden waar hij is in het oplossingsproces;
- het dwingt de leerling om te verwoorden wat hij gedacht en gedaan heeft;
- geschreven tekst ligt vast: leraar en leerling kunnen erover praten;
- het kan reflectie uitlokken;
- de leerling kan de eigen oplossing eventueel bijstellen.

8 Op weg naar meer aandacht voor taal in de reken-wiskundeles

Het integreren van reken-wiskundeonderwijs en de daarvoor relevante taalontwikkeling is niet eenvoudig. Prototypisch materiaal kan leraren daarbij op een spoor zetten, maar ook professionalisering en begeleiding is onontbeerlijk. Enkele voorwaarden en principes kunnen richting geven om gaandeweg meer aandacht aan taal te geven in de reken-wiskundeles.

Allereerst is het nodig dat leraren en leerlingen zich bewust worden van de rol van taal en het belang om daaraan aandacht te besteden. Wij kunnen ons, vanuit ons (eigen) perspectief moeilijk voorstellen hoezeer talige aspecten obstakels voor leerlingen kunnen vormen, voor ons is alles zo vanzelfsprekend. We zouden ons niet moeten beperken door vanuit ons eigen perspectief, vanuit een *observer's point of view* naar taal te kijken en luisteren, maar moeten proberen vanuit een *actor's point of view* te kijken en luisteren: door de ogen en oren van de leerlingen. Deze bewustwording kan ook gevoed worden door met een taalbril naar schriftelijk lesmateriaal te kijken op zoek naar mogelijke taalhobbels. Zijn er woorden die de leerlingen mogelijk niet kennen? Of lastige formuleringen die om bespreking of toelichting vragen?

Daarnaast zouden we ook een bewustwording bij leer-

lingen op gang moeten brengen over de rol van taal bij het leren van rekenen-wiskunde. Dit kan door duidelijk te maken dat taal ertoe doet, door taaldoelen te stellen, expliciet met leerlingen te praten over woorden en formuleringen die ze leren, en ze te laten ervaren waarom dat nodig is. Verder door het stimuleren van mondeling en schriftelijk taalgebruik, en door in te gaan op de talige inbreng van leerlingen en daarbij taalsteun te geven.

In reken-wiskundeonderwijs wordt ernaar gestreefd dat er sociale normen worden ontwikkeld over de rol van leraar en leerlingen en hun wederzijdse verwachtingen, en sociaal wiskundige normen over wat als een goede wiskundige oplossing of redenering wordt gezien (Gravemijer, 1995). Voor taalgericht reken-wiskundeonderwijs zijn mijns inziens aanvullende normen nodig voor het taalgebruik in de les: socio-linguïstische normen. Deze normen hebben betrekking op wat we goed taalgebruik vinden in de reken-wiskundeles.

Leerlingen kunnen op allerlei manieren gestimuleerd worden tot mondelinge taalproductie: via opdrachten in duo's of groepjes. Via interactieve gesprekken eerst in duo's en dan klassikaal, kan men met leerlingen samen de betekenis van relevante woorden (vaktaal en dagelijkse taal) en formuleringen verkennen, zoals in het lesfragment over het begrip ‘afstand’. Men kan leerlingen hierbij een woordweb of woordspin laten maken rond een bepaald begrip en deze klassikaal bespreken.

Ook het laten verwoorden van oplossingen door leerlingen biedt zicht op hun denkproces en taalvaardigheid, en de mogelijkheid om hierover te praten en de leerlingen taalsteun te geven onder meer door het herformuleren van wat leerlingen zeggen en te ondersteunen bij de overgang van dagelijkse taal naar vaktaal.

Eenvoudige schrijfp opdrachten kan men zelf ontwerpen door leerlingen kernbegrippen uit een les zowel in taal (woorden) te laten beschrijven als wiskundig te laten representeren via een schema of model. Laat leerlingen zo nu en dan hun oplossingswijzen zowel noteren in wiskundige symbolentaal als in woorden en gebruik deze notaties om daarover met ze te praten.

Posterpresentaties zijn een rijk middel om zowel schriftelijk als mondeling taalgebruik te stimuleren. Men kan leerlingen oplossingen van een rijk probleem op een poster laten noteren en presenteren of enkele kernbegrippen uit een les of hoofdstuk zowel in taal als wiskundig laten weergeven en laten presenteren. Laat de leerlingen hierbij zelf vragen van medeleerlingen beantwoorden en met hen in discussie gaan.

Een veilig pedagogisch klimaat waarin leerlingen mee durven te praten, ook al is dat soms hikkend en zoekend naar woorden, is natuurlijk een voorwaarde voor alles.

Taalproblemen zijn vaak ook een communicatieprobleem: een leerling begrijpt een geschreven tekst niet, begrijpt niet wat de leraar of een medeleerling zegt, of kan zijn eigen gedachten niet zo goed onder woorden

brenge. Dus door de communicatie en het taalgebruik te verbeteren worden betere condities voor leren gecreëerd.

9 Terugblik op het eigen leerproces

Na vele jaren onderzoek en ontwikkeling waarin ik alleen gericht was op de vakdidactische aspecten in reken-wiskundeonderwijs, heb ik zelf ervaren dat het tijd kost om ook door een taalbril te leren kijken. Literatuurstudie opent nieuwe theoretische perspectieven, maar daarnaast heb ik vooral veel geleerd van het ontwerpen, observeren en analyseren van taalgerichte rekenlessen, van de samenwerking met leraren en met taaldidactici met deskundigheid op het gebied van (tweede)taalontwikkeling. Aandacht voor taal in de reken-wiskundeles vergt tijd en vereist nieuwe kennis en vaardigheden. Maar het loont de moeite, want het vergroot de kwaliteit van ons reken-wiskundeonderwijs en draagt bij aan de optimalisering van inzichtelijke leerprocessen van alle leerlingen en vooral van taalzwakke onder hen.

Noot

1 Zie ook: <http://www.fi.uu.nl/wisbaak>.

Literatuur

- Appel, R. (1984). *Immigrant children learning Dutch*. Dordrecht: Foris.
- Barton, B. (2008). *The language of mathematics. Telling mathematical tales*. New York: Springer.
- Berg, W. van den, H.A.A. van Eerde & T. Klein (1993). *Proef op de som. Praktijk en resultaten van reken/wiskundeonderwijs aan allochtone leerlingen op de basisschool*. Rotterdam: Risbo/Erasmus Universiteit.
- Boer, C. van den (2003). *Als je begrijpt wat ik bedoel. Een zoektocht naar verklaringen voor achterblijvende prestaties van allochtone leerlingen in het wiskundeonderwijs*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Boer, C. van den & D. van Eerde (2006). De verborgen wiskunde-problematiek van taalzwakke leerlingen. *Euclides*, 81(6), 292-296.
- Boer, C. van den, D. van Eerde, M. Doorman, A. Goddijn & M. Wijers (2006). *Wisbaak. Educatief pakket voor taalzwakke leerlingen*. Utrecht: Freudenthal Instituut (www.fi.uu.nl/wisbaak).
- Buijs, K. (2008). *Leren vermenigvuldigen met meercijferige getallen*. Utrecht: Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education.
- César, M. & C. Kompulainen (eds). *Social interactions in multicultural settings*. Rotterdam: Sense.
- Eerde, D. van, M. Hajer, T. Koole & J. Prenger (2002). Betekenisconstructie in de wiskundeles. De samenhang tussen interactief wiskunde- en taalonderwijs. *Pedagogiek*, 22(2), 134 - 147.
- Eerde, H.A.A. van, M. Hajer & J. Prenger (2008). Promoting mathematics and language learning in interaction. In: J. Deen, M. Hajer & T. Koole (eds.). *Interaction in two multicultural mathematics classrooms. Processes of Inclusion and Exclusion (pp.31-69)*. Amsterdam: Aksant.
- Eerde, H.A.A. van & M. Hajer (2009). The integration of mathematics and language learning in multiethnic schools (269-296).
- Freudenthal, H. (1984). *Appels en peren / wiskunde en psychologie. Gebundelde opstellen*. Apeldoorn: Van Walraven B.V.
- Gibbons, P. (2002). *Scaffolding language, scaffolding learning*. Portsmouth: Heinemann.
- Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht: CD-BetaPress.
- Gravemeijer, K.P.E. (1995). Het belang van social norms en socio-math norms voor realistisch reken-wiskundeonderwijs. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 14(2), 17-23.
- Hajer, M. (1996). *Leren in een tweede taal. Interactie in een meertalige mavo-klas*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Hajer, M. & T. Meestringa (2009). *Handboek taalgericht vakonderwijs*. Bussum: Coutinho.
- Halliday, M.A.K. (1978). *Language as social semiotic*. London: Arnold.
- Jansen, J., F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Balans (32) van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. Arnhem: Cito.
- Langeveld, M.J. (1934). *Taal en denken*. Groningen: Wolters.
- Nelissen, J.M.C. (1998). Taal en betekenis in het realistisch reken-wiskundeonderwijs. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 16(2), pp. 28-39.
- Prenger, J. (2005). *Taal telt! Een onderzoek naar de rol van taalvaardigheid en tekstbegrip in het realistisch wiskundeonderwijs*. Groningen: Den Haag: Textcetera (proefschrift).
- Sweers W., J. Boerema & B. Krol (2002). *Alles Telt*. Utrecht/Zutphen: ThiemeMeulenhoff.
- Vygotsky, L.S. (1986). *Thought and language*. Newly revised. Cambridge, MA: MIT Press. (Oorspronkelijk gepubliceerd in het Russisch in 1934.)
- Whorf, B. (1956). Languages and logic. In: J. Carroll (ed.). *Language, Thought and Reality: Selected writings by Benjamin, Lee Who*. Cambridge MA: MIT press.
- Wood, D., Bruner, J. & G. Ross (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17, 89-100.

From our own perspective we can hardly imagine to what extent linguistic aspects in mathematics lessons can create barriers for students with low language proficiency. The integration of mathematics education and the development of mathematics-related language offer a fruitful approach for this issue. Prototypical instructional activities may support teachers in this direction; however, professional development and coaching do remain necessary.

The first part of this article describes how learning mathematics is inextricably bound up with language learning. Some studies on the role of language in teaching and learning mathematics are discussed. Talking and writing in the classroom are important to gain an insight into students' thinking. There is a clarification of what is meant by mathematical language, and the lines along which students can develop this content related language are sketched.

The second part of this article focuses on the general principles of content-based language instruction and how these are elaborated for mathematics education. Examples from studies on prototypical materials illustrate how content-based mathematics lessons could be realised in classroom practice.