



Hans Freudenthal

In ons land pleegt een nieuw benoemde hoogleraar zich aan zijn collegae voor te stellen met een oratie - ik deed dat in november 1946. De titel was '5000 jaren internationale wetenschap', waarmee ik natuurlijk de wiskunde bedoelde. Zowat tien jaar geleden begon ik over mijn afscheidscollege na te denken en ik koos het onderwerp '50 jaren wiskunde'. Het ziet er bescheidener uit, maar dit was maar schijn, want die vijftig jaren zouden doelen op de halve eeuw, die ik bewust als wiskundige heb beleefd. Hoewel ik, als het te pas kwam, rede en titel al heb aangekondigd, hoewel ik in mijn geest het geheel heb ontworpen, in alle details, gekruid met schittering, geestigheid en wijsheid, zal ik deze rede nooit houden en nog minder publiceren. Ondertussen ben ik er door uiterlijke omstandigheden achter gekomen wat scheef zat in de hele opzet.

Immers als je al tien jaar, voor de tijd afgelopen is, over '50 jaren wiskunde' gaat denken, zul je nooit recht laten wedervaren aan de laatste tien jaar. Feitelijk zal ook aan een deel van het verleden niet meer de verdiende aandacht te beurt vallen. '50 jaren wiskunde' zou echt een arrogante titel zijn geweest. Hoe had ik me kunnen aanmatigen ook maar in de verte de periode 1925-'75 in de wiskunde met mijn eigen mathematisch leven te identificeren? Er zijn, dunkt me, weinig wiskundigen geweest die zich echt tijdgenoten van een halve eeuw mathematisch leven hebben kunnen noemen, en ik ben zeker niet een hunner.

Niet mijn eigen wijsheid behoevde me ervoor, mijn loopbaan met een bedrieglijk overzicht over een halve eeuw mathematisch leven te sluiten. Vijf jaar geleden begon ik een nieuw leven - u ziet, het is nooit te laat - het leven mét het Instituut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs (IOWO). Een nieuw leven, het kan een bekering betekenen, maar dit zou overdreven zijn. Maar het was meer dan een verhuizing van de Uithof naar Overvecht. Het betekende een nieuw milieu, niet aardrijkskundig, maar menselijk, met mensen waarvan ik de meesten nog nooit eerder had gezien, en medewerkers op een gebied waar ik tot dan toe als enkeling had gewerkt.

Onderwijs, in het bijzonder in de wiskunde, was een van mijn eerste interesses. Van Hiele heeft vorig jaar in een

artikel bij mijn zeventigste verjaardag opgediept, hoe ik als jong assistent en privaattoecent aan de Universiteit van Amsterdam de moed had een seminarium over wiskunde-onderwijs aan te kondigen en te leiden. Had Van Hiele me niet aan deze haast vergeten trek in mijn verleden herinnerd, dan zou ik vast geloofd hebben dat mijn belangstelling voor onderwijs opkwam toen ik begon mijn eigen kinderen te onderwijzen. Het is een feit dat ik gedurende de oorlog ruim de tijd en gelegenheid had de hele literatuur over rekenonderwijs te bestuderen en al het materiaal te verzamelen om er een boek over te schrijven. Waar het uiteindelijk bij bleef was een voorrede van ruim honderd schrijfmachinepagina's.

Een tijd geleden herlas ik het manuscript. Ik was verbaasd daar de hoofdlijnen van mijn denken over wiskunde-onderwijs in terug te vinden, hoewel één fundamenteel idee nog ontbrak - de niveaus in het leerproces - iets dat ik later van de Van Hieles zou overnemen.

Mijn eerste uitstapje na 'Victory Europe Day' was lifte van Amsterdam naar Rhederoord, naar de eerste naoorlogse conferentie van de wvo, de Nederlandse sectie van 'New Education Fellowship', bijeengeroepen en georganiseerd door Kees Boeke - van alle 'Zauberberg'-conferenties, die ik ooit meemaakte, de meest enthousiaste, de diepst betoverende.

De wiskundewerkgroep van dezelfde wvo was de hoge school waar mijn ideeën over wiskunde-onderwijs in de dan volgende twintig jaren werden gevormd. Mijn levendigste herinneringen gaan terug naar twee leden van die groep die niet meer in leven zijn, Tatjana Ehrenfest-Afanasjewa en Dieke van Hiele-Geldof. Laat ik allen uit deze groep, die mij heden door hun aanwezigheid eren, van deze plaats groeten.

In de jaren vijftig verwijdde mijn horizon zich. Van 1954 tot 1974 werkte ik in ICMI; met vrienden uit de hele wereld raakte ik betrokken bij internationale activiteiten voor het wiskunde-onderwijs, bijvoorbeeld de uitgave van 'Educational Studies in Mathematics'. Het was dezelfde periode, die de historie zou kunnen ingaan als 'Opkomst en Ondergang van New Math'. Altijd wilden de mensen maar niet geloven dat ik het meende, wanneer ik ijverde tegen de vernieuwing van wiskunde door nieuwe leerin-

houd, zoals 'New Math'. Een van mijn vrienden noemde mij de advocaat van de duivel. Een ander, die mij beter kende, antwoordde wijselijk en terecht: 'Hij is de duivel zelf'.

Van de oprichting van ICMI af aan is aan de schoolwiskunde verweten dat zij een eeuw of eeuwen bij echte wiskunde ten achter was. Felix Klein dacht het ravijn te kunnen overbruggen met 'schoolwiskunde van hoger standpunt'. In principe had hij gelijk, dunkt me. Hoewel, degene die de schoolwiskunde van een hoger standpunt hoort te zien, is dan de leraar en niet de universiteitsprofessor, en de bekwaamheid tot deze visie is een der dingen, die hij in zijn opleiding zou moeten verwerven.

Zoals u weet, heeft 'New Math' zijn oorsprong te danken aan de lancering van de eerste Sputnik in 1957, en aan de pogingen van OECD om onderwijs technocratisch te beïnvloeden. Het is jammer dat OECD na vijftig jaar ICMI, haar vertrouwen stelde in hen, die geloofden dat een eeuw achterstand door een eeuw leerinhoud kon worden overbrugd. Wiskunde is meer dan inhoud, wiskunde is een wijze van denken, en zich op de inhoud concentreren is de veiligste weg om te bereiken dat *plus cela change, plus cela reste la même chose*.

Van begin af aan heb ik in de 'Commissie Modernisering Wiskunde' (CMLW) meegewerkt, en sinds 1969 ben ik er voorzitter van. In deze periode heeft de visie op wiskunde-onderwijs van zowel die commissie als van mezelf zich verbreed, om ten slotte kleuter- en basisschool te omvatten. De CMLW bestaat nu vijftien jaar, tweederde van die tijd als werkgroep van enthousiaste amateurs en in het laatste derde ondersteund door het IOWO.

Vergelijkt men internationaal de ontwikkeling van het wiskunde-onderwijs sinds het begin van de jaren zestig, dan vallen bij het onze drie dingen op.

Ten eerste, hoge prioriteit voor heroriëntering van onderwijsgeevenden.

Ten tweede, naar verhouding weinig invloed van de zogenaamde 'New Math' in het voortgezet onderwijs, en geen invloed in het basisonderwijs.

Ten derde, een snel groeiend aantal leerlingen dat in het voortgezet onderwijs wiskunde kiest.

Zonder twijfel is het wiskunde-onderwijs bij ons door het werk van de CMLW beïnvloed, hoewel veel minder dan we ons hadden voorgesteld en gewenst, en vaak averechts. Laten we eerlijk zijn, zo vergaat het nu eenmaal vernieuwingspogingen in het onderwijs overal ter wereld en in elk tijdperk.

Onderwijs moet veranderen omdat de maatschappij verandert. Vanaf onmiddellijk na de oorlog heb ik in talrijke commissies, subcommissies, comités en werkgroepen gezeten om regering, universiteit, faculteit en andere lichamen te helpen adviseren. Ik zag tal van nieuwe wetsontwerpen, wetten, Koninklijke besluiten, reglementen

de revue passeren - enkele die effect sorteerden, de meeste ineffectief of van averechtse uitwerking. Onderwijs is een geweldig systeem met zijn eigen wetten van reactie op, en immuniteit tegen maatregelen van buiten, een systeem dat zijn eigen leven leidt. Het is allesbehalve ongevoelig, het is geweldig vatbaar voor invloeden, als je maar weet waar en hoe, maar niemand weet het. Of veeleer: zij die het weten, weten niet dat ze het weten, en zij die denken dat ze het weten, kunnen zich schromelijk vergissen.

De geschiedenis van het onderwijs is er een van vernieuwing. We weten heel wat van hoe vernieuwingen zich voltrekken en waarom; we weten weinig over hoe je vernieuwing stuurt. De lacunes in onze ervaring kunnen niet door theoretici achter het bureau gevuld worden. Vernieuwing van opvoeding en onderwijs is een leerproces van de maatschappij zonder leermeester, of veeleer waar iedereen leermeester is van zichzelf en van alle anderen.

De enige manier, om opvoeding en onderwijs te vernieuwen is het eerlijk te proberen, en het middel om het te volbrengen, is weer opvoeding en onderwijs. De opvallendste trek van de benadering van het IOWO is integratie, leerplanontwikkeling als interactie van allen die bij het leerproces betrokken zijn, leerlingen, onderwijzenden, ouders, opleiders, her- en bijscholers, studenten en hun leraren, begeleiders, innovatoren, en lest best, leerplanontwikkelaars.

Zulk een benaderingswijze is een doorn in het oog van allen die van zuivere structuren houden, met indelingen en onderverdelingen, schotjes en laatjes. Ik geef toe, structuur is nodig, dringend nodig, vooral na de jaren van wilde groei, die onze verzorgingsstructuur heeft gekend. Wilde groei kan door bulldozers ingetoomd worden, of door antibiotica. Een andere manier is er een Frans park van te maken, met fraaie structuren van geknipte en gekapte bomen en bosjes, en ten slotte is er nog die van de liefdevolle hovenier, die onkruid weet te onderscheiden van bloemen, groente en vruchtdragende gewassen. Maar ik geef toe, opvoeding van mensen is geen tuinieren, en het onderscheid tussen goed en kwaad is moeilijker in opvoeding dan in land- en tuinbouw.

Structuur is een dringend vereiste, vooral als een vehikel van machtige denkbelden in opvoeding en onderwijs. Een vehikel, maar dan ook niet meer dan dat. Of iets in een voorbedachte structuur past kan nimmer een criterium voor deugdelijkheid zijn. In een van zijn befaamde nota's maakt minister Van Kemenade onderscheid tussen ontwikkeling als een proces binnen een heersende structuur en innovatie als de heersende structuren doorbrekend. Leerplanontwikkeling, zoals door het IOWO begrepen, is van het tweede soort, een groeiende boom, die met zijn wortels en takken, onder en boven het oppervlak alle grenzen schendt die op het oppervlak netjes zijn uitgetekend.

Dit is niet zomaar beeldspraak. Integratie was en is IOWO's beginsel en recht van bestaan. Laat ik van deze plaats allen uit het veld groeten, die enthousiast met het IOWO samen hebben gewerkt en die het willen (blijven) doen onder alle omstandigheden. We hebben samengewerkt en iets totstandgebracht - laten we dit in alle nederigheid uitspreken zolang het nog kweken en wieden is. Maar iets mogen we stellen: we hebben één goed ding geleerd om het aan anderen over te brengen - integratie van het onderwijsveld.

Ik hoop en vertrouw dat de nieuwe Stichting voor de Leerplanontwikkeling (SLO) deze op integratie gerichte traditie van het IOWO zal voortzetten. In de naaste toekomst zie ik de SLO niet als nieuw bureaucratisch lichaam, maar als een inspirerende kracht in het onderwijsveld.

De benadering van het IOWO is nog in een andere dimensie integraal: wiskunde is zo breed mogelijk geïnterpreteerd, met wortels en takken in elk ander vakgebied én in het leven van het kind, en dat brengt me tot het eigenlijke onderwerp van deze lezing.

Enkele maanden geleden toen de medewerkers van het IOWO de discussie over het programma van deze dag inzetten, vroeg men mij er met een lezing toe bij te dragen met de titel 'Wiskundeonderwijs in het jaar 2000'. Natuurlijk, wie een oratie over '5000 jaar internationale wetenschap' hield en een afscheidscollege '50 jaren wiskunde' heeft beraamd, zou niet vervaard mogen zijn voor zo'n kleintje als 'Wiskundeonderwijs in het jaar 2000'. Desalniettemin weigerde ik. Zou het niet het toppunt van arrogantie zijn? Toen begon ik na te denken, en het viel me op, dat je, wanneer je over opvoeding en onderwijs denkt, altijd over de toekomst denkt. Het jaar 2000, is het te ver weg, te ambitieus ver weg? Neen, het is te dichtbij.

Enkele maanden geleden bladerde mijn vrouw in een oud tijdschrift en vond daar een rapport over een lezing die ik in 1946 had gehouden. Het was een vreemde gewaarwording. Geen voorspelling die uitgekomen was, neen. Ik zou zeggen: iets wat toen een diepe gedachte leek en inmiddels een trivialiteit is gebleken. Zulks is ook de gang van zaken in de wiskunde geweest van de eerste beginselen af aan, de gang van zaken ook in opvoeding en onderwijs, en het is een van de redenen waarom wiskunde en onderwijs zo nauw verbonden zijn.

Tallose malen is mij gevraagd, waarom er een instituut als het onze voor de wiskunde bestaat en voor geen ander vak. 'We zijn eerder begonnen', zei ik. Hoeveel eerder? In 1971, toen het IOWO werd opgericht? Neen. In 1961, toen de CMLW werd ingesteld? Neen. In 1908 toen door Felix Kleins activiteit ICMI tot stand kwam? Neen. In de negentiende eeuw, toen de drie prominente Duitssprekende pedagogen, Herbart, Pestalozzi, Froebel wiskundigen waren? Neen. Wij zijn tweeënhalfduizend

jaren eerder begonnen. Preciezer ongeveer 400 v.Chr. Denk erover, de eerste les die we uit geschiedenis en literatuur kennen is de wiskundeles die Socrates aan Menons slaaf doceerde - de socratische les.

Maar hé, zult u zeggen, wat deed u dan ondertussen, al die tweeënhalfduizend jaar? Wel, gedurende 2500 jaren kreeg de maatschappij al het wiskundeonderwijs dat die maatschappij verdiende. Maar niet precies. De mensen krijgen altijd onderwijs dat een generatie ten achter is, te weten het generatieverschil van onderwijzenden en onderwezenen, en als men over onderwijs nadenkt, denkt men over wat er over een generatie na heden zal geschieden.

Daarom is 'Wiskundeonderwijs in het jaar 2000' een te kort bestek. Het moet een generatie zijn, een derde van een eeuw, 2010 in plaats van 2000. Maar 2010 is geen rond getal. Laat ik 2000 zeggen, als ik 2010 bedoel.

Wat nu te voorspellen? Hoe zal het wiskundeonderwijs er in 2000 uitzien? Er is een simpel antwoord. Er is geen wiskundeonderwijs meer in 2000, het is verdwenen. Er is geen vak meer, wiskunde geheten, geen wiskundeles op het rooster, geen wiskundeboekje om te onderwijzen. Zeg niet: 'de advocaat van de duivel'. Ik ben de duivel zelf.

Als ik terugkijk op mijn activiteit bij het IOWO en u me vraagt wat ik denk dat mijn belangrijkste bijdrage was, dan zeg ik: hen met mijn gezag als wiskundige garanderen dat hetgeen zij aan het ontwikkelen waren, echte wiskunde is, dat om jezelf als wiskundige waar te maken, je geen minderwaardigheidscomplexen bij anderen hoeft te kweken door middel van verzamelingenleer, propositie-calculus, groepentheorie, vectorruimten en andere hoogdravende onverteerde theorie, dat je wiskunde overal kunt ontdekken, met je blote oog en je gezond verstand, dat het het kenmerk van wiskunde is, zo voor zich zelf te spreken, dat je je niet hoeft uit te sloven, om anderen ervan te overtuigen dat het waard is, om te kennen, te leren, te onderwijzen. Dit nu is het soort wiskunde dat we in Wiskobas zijn begonnen te ontwikkelen en dat Wiskivon gaat voortzetten. Mijn bescheiden verdienste is het geweest het af te stempelen als echte wiskunde.

Als wiskunde is het zo echt en zo overtuigend dat ik er zeker van ben dat het in de toekomst wordt onderwezen. Maar tegelijkertijd en om dezelfde redenen is het het soort dat je niet als losstaand vak kunt onderwijzen. Het is er om beleefd en uitgeleefd te worden, net als lezen, schrijven, knutselen, tekenen, zingen, ademhalen, in een geïntegreerd onderwijs. In het algemeen vormend onderwijs zal er in 2000 meer wiskunde worden opgedaan dan ooit tevoren, al zal het niet als afzonderlijk vak onderwezen worden, tenzij op hogere leeftijden, in gespecialiseerd onderwijs, waarvan dan misschien meer kinderen

dan nu zullen profiteren. Vraag dan niet hoeveel wiskunde een kind kan slikken. Vraag wel op welke wijze wiskunde in het onderwijs kan bijdragen tot de menselijke waardigheid van het kind.

Het is voor mij een geweldige, tot diepe dankbaarheid verplichtende ervaring geweest, dat gedurende de laatste vijf jaren, de IOWO-jaren, een groep van jongeren, gemiddeld half zo oud als ik, mij als leidsman en raadgever hebben aanvaard. Het was een wonderbaarlijk leerproces van vijf jaar - het komt mij voor, nog meer voor mij, de oude man, dan voor u. In allerlei verhaaltjes heet ik de vader van het IOWO. Daar klopt niets van. Als ik iets was, dan was ik de grootvader. Denk erover na, er schuilt méér wijsheid in wat een grapje lijkt.

Als een kind plotseling ziek wordt en er is geen dokter te bereiken, als het zoek is en het wordt steeds maar later, en het is jouw kind, en als u ooit vader of moeder was, dan weet u wat dit betekent. Als u grootouder bent hoort u wel de volgende dag per telefoon of volgende week als u ze bezoekt, wat er aan de hand is geweest en hoe alles zich oploste, en dat is dan het verschil tussen ouders en grootouders.

IOWO is niet ziek, het voelt zich zo lekker als altijd of nog lekkerder. Het is niet zoekgeraakt, u ziet het in functie. Er dreigde gevaar, althans het leek boven ons hoofd te

zweven. Een onweerswolk dreef over en ik hoop voor goed.

Terecht? U weet het verschil tussen ouders en grootouders - ik had het er net over. Binnen enkele weken zal ik wel horen hoe alles op zijn pootjes terecht kwam. Moet ik hier de aarzelingen, de bezorgdheid van IOWO's ouders vertolken? Ik heb er een etmaal mee geworsteld. Deze lezing was een boodschap vol vertrouwen. Ik koester een diep geloof in mensen, in de jeugd, in het jaar 2000, dat de meesten uwer nog zullen beleven. Mijn laatste woorden moeten geen spoor van twijfelingen doen weerklinken. Waar het op aankomt is of de kinderen en het onderwijs mogen oogsten wat het IOWO in vijf jaren tijds heeft gezaaid en geplant. Ik hoop en vertrouw dat dit zal geschieden.

Wat er dan ook moge gebeuren, in het jaar 2000 is er toch al geen wiskundeonderwijs meer, dankzij het IOWO of welk instituut dan ook het baanbrekende werk voortzet. Maar denk erom, wij zijn 2500 jaar eerder begonnen en dat betekent een uitdaging: Beter werk, meer kritiek en meer verantwoordelijkheidsbesef.

Noot

- 1 Oorspronkelijk gepubliceerd in 'Euclides' in 1975.

