



Vershil maken

De ontwikkeling in denkbeelden over het omgaan met verschillen tussen leerlingen

K.P.E. Gravemeijer & H.A.A. van Eerde
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

Differentiatie in het onderwijs is gebaseerd op verschillen tussen leerlingen. Maar verschillen tussen kinderen zijn meestal niet direct waarneembaar en niet eenvoudig vast te stellen. Verder bestaat er geen consensus over de vraag aan welke verschillen we in het onderwijs aandacht moeten besteden.

Dit artikel laat zien hoe denkbeelden over het omgaan met verschillen tussen leerlingen zich de laatste dertig jaar hebben ontwikkeld. Opvattingen over wat leren is en wat kinderen zouden moeten leren veranderen in de loop der tijd. Daarmee veranderen ook de theorieën over hoe je moet differentiëren, hoe je verschil moet maken tussen kinderen.

We bekijken de denkbeelden hierover zowel vanuit algemeen onderwijsleertheoretisch als vanuit vakdidactisch perspectief en schetsen vanuit een realistische visie op reken-wiskundeonderwijs een standpunt over het omgaan met verschillen.

1 Inleiding

Die scène is mij altijd bijgebleven. Ik zit in de vijfde klas van de lagere school. De deur van het lokaal gaat open, het hoofd van de school komt binnen, fluistert iets tegen onze meester die onderdanig knikt, naar zijn bureau loopt en een lijst aan het hoofd overhandigt. Ik, elf jaar, kijk angstig en opgewonden toe. Voel ik aan dat de dingen die gaan gebeuren van beslissende betekenis voor mijn verdere leven zullen zijn? Toch is er geen enkele reden voor ongerustheid. Voor alle vakken op school behaal ik hoge cijfers. Maar de bovenmeester kijkt zo streng, doet zo plechtig en zijn zwartbeharde handen ... Hij begint de namen op te lezen: Jan Willem Wevers Bettink, Elsbeth Porteine, Jan Willem die naast mij zit, is de zoon van een Velpse advocaat, Elsbeth is de dochter van een arts. Het schoolhoofd knikt naar die twee, zegt: 'Nee, die zitten niet goed. Die verhuizen naar de rij bij het raam.' De man leest andere namen op. Dan: 'Wie heb ik niet genoemd?' Vingers gaan omhoog. 'Jullie kunnen op je plaats blijven.' Ik zit in de middelste rij. Eén keer klapt hij in zijn handen, het rumoer duurt maar kort. In dat rumoer schop ik tegen het schot van mijn bank, dring mijn tranen terug. Als de volksverhuizing voorbij is zijn er drie nieuwe rijen gevormd, naar inkomen en milieu. Een onverbiddelijk vonnis is geveld. De raamrij, dom of niet, mag 'door' naar de middelbare school. In de middelste rij de kinderen, geschikt voor het middelbaar onderwijs, maar bestemd voor de ulo. Hun ouders zijn arbeider of kleine middenstander. De kastrij gaat later naar de ambachtsschool of de spinazieacademie. Mijn vader is 's avonds nog bij het schoolhoofd aan huis geweest. Zijn démarche had geen succes. Hij berust: 'We moeten er maar vrede mee hebben, jongen.' Dat was in 1950. (Jan Siebelink, Trouw 4.1.2003)

Siebelink beschrijft hoe in 1950 verschil tussen kinderen werd gemaakt. Het sociale milieu waaruit een leerling af-

komstig was, was bepalend voor het vervolgonderwijs na de lagere school. Nu, een halve eeuw later is er veel veranderd. Maar wat is veranderd? Naar welke verschillen kijken we nu? En hoe zijn onze inzichten over het omgaan met verschillen in de loop der tijd veranderd?

Ons betoog richt zich op de beantwoording van deze vragen. We beginnen met een overzicht van soorten van verschillen die je kunt maken. Hierna beschrijven we de ontwikkelingen in opvattingen over het omgaan met verschillen vanuit een algemeen onderwijsleertheoretisch perspectief. We onderscheiden drie perioden in deze ontwikkeling.

Na deze algemeen onderwijsleertheoretische typering bekijken we de ontwikkelingen vanuit vakdidactisch perspectief. Vervolgens schetsen we vanuit een realistische visie op reken-wiskundeonderwijs ons standpunt met betrekking tot het omgaan met verschillen. In een afsluitende terugblik tonen we hoe een blikwisseling in de loop der tijd geleid heeft tot een wisseling in perspectief bij het kijken naar en het omgaan met verschillen.

Hierbij gaat het om een verschuiving van de aandacht voor direct waarneembare verschillen naar indirect waarneembare verschillen. En ook om een perspectiefwisseling: keek men eerst naar verschillen vanuit het perspectief van de leraar, gaandeweg verschuift het perspectief naar dat van de leerling. Idealiter worden alle verschillen in daarop toegesneden realistisch reken-wiskundeonderwijs opgevangen. Maar in de praktijk is dat natuurlijk niet het geval. Er zullen altijd aanvullende organisatorische maatregelen noodzakelijk zijn. We zien dergelijke organisatorische maatregelen echter als een laatste redmiddel. Ons gaat het hier om wat je kunt doen vóór je naar dit redmiddel grijpt.

Vanwege deze insteek laten we organisatorische aspecten van het omgaan met verschillen tussen kinderen, zoals klassenmanagement en groeperingsvorm, hier buiten beschouwing.

2 Verschillen

Als we het hebben over verschillen tussen kinderen kan het over zeer uiteenlopende verschillen gaan. We kunnen die verschillen globaal in drie groepen indelen.

Verschillen kunnen betrekking hebben op algemene kenmerken zoals: sekse, sociaal milieu, etnische achtergrond en leeftijd. Deze verschillen liggen vast en zijn niet beïnvloedbaar in het onderwijs.

Een tweede groep wordt gevormd door cognitieve verschillen; dergelijke verschillen zijn van evident belang binnen het reken-wiskundeonderwijs. We onderscheiden algemene cognitieve verschillen, zoals intelligentie en geheugen, die maar tot op zekere hoogte beïnvloedbaar zijn. En min of meer vakspecifieke cognitieve verschillen, zoals taal- en rekenvaardigheid, reken-wiskundig inzicht, probleemoplossende vaardigheid en reflectievermogen. Deze verschillen kunnen het onderwijs wel beïnvloeden.

Een derde groep verschillen is van niet-cognitieve aard: sociaal-emotionele en affectieve verschillen. Hierbij gaat het om verschillen in motivatie, zelfstandigheid, zelfbeeld, taakgerichtheid of ego-georiënteerdheid, ego-veerkracht en leerstijl. En hoewel deze verschillen geen direct verband hebben met reken-wiskundeonderwijs, kunnen deze indirect grote invloed uitoefenen op leerprocessen van kinderen. Kortom, kinderen kunnen op talloze manieren verschillen. En die verschillen betreffen deels min of meer stabiele kenmerken van een persoon, deels gaat het om verschillen in kennis, vaardigheden en attitudes die beïnvloedbaar zijn door onderwijs.

Bij het kijken naar verschillen gaan we vaak uit van bepaalde veronderstellingen. Eén veronderstelling is dat verschillen voor zichzelf spreken, omdat ze zó te zien en eenvoudig waarneembaar zijn. Slechts een fractie van de verschillen is echter direct waarneembaar, veel moet worden afgeleid uit wat we waarnemen. We kunnen bijvoorbeeld alleen uit bepaald gedrag van een kind afleiden in hoeverre het gemotiveerd, rekenvaardig of faalangstig is.

Een andere veronderstelling is dat verschillen eenvoudig en objectief zijn vast te stellen. Maar het valide en betrouwbaar vaststellen van verschillen is vaak een gecompliceerde zaak. Dat weet iedereen die wel eens betrokken is geweest bij het evalueren van rekeninzicht en rekenvaardigheid van kinderen. Ook het antwoord op de vraag om welke verschillen het in het reken-wiskundeonder-

wijs gaat lijkt evident. Maar is dat wel zo? Op welke verschillen letten we eigenlijk?

Welke verschillen we opmerken hangt samen met waarnemen, en in wat we waarnemen worden we soms onbewust beïnvloed. Wat we waarnemen wordt sterk beïnvloed door wat ons bezighoudt. Voorbeelden te over uit het dagelijks leven. De vrouw die zojuist besloten heeft om toch maar mee te doen aan de nieuwe mode en een paar puntschoenen heeft gekocht, ziet deze schoenen overal. En de man die een hartenwens vervuld ziet met de aanschaf van een Rover 75, merkt deze auto veel vaker op in het verkeer dan voor die aankoop (fig.1). Het opmerken van de verschillen uit de voorbeelden hangt af van je eigen referentiekader, toevallige omstandigheden en je persoonlijke geschiedenis.



figuur 1: Rover 75

In het onderwijs gaat het echter vaak om niet direct waarneembare verschillen, om verschillen die zoals gezegd uit bepaald gedrag moeten worden afgeleid. Maar dan spelen vergelijkbare mechanismen een rol. Zo kan het gebeuren dat de ene leerkracht vindt dat een bepaalde leerling weinig inzichtelijk rekt, terwijl een collega dezelfde leerling als een goede rekenaar beoordeelt. Dit kan te maken hebben met het individuele referentiekader van de leerkracht, met name voor wat de opvattingen over goed rekenen betreft, en daarmee met de wijze waarop een leerkracht evalueert. De ene leerkracht herkent bijvoorbeeld in de oplossingen van een leerling dat deze starre strategieën toepast. De leerling heeft veel tijd nodig voor het oplossen van procentopgaven en blijkt bij navraag alleen de éénprocent strategie te gebruiken, ook daar waar andere strategieën, zoals het rekenen met de tienprocent strategie, voor de hand liggen. Een andere leerkracht is tevreden over het rekenwerk als haar leerlingen alle antwoorden in het schrift goed hebben, zonder zich af te vragen hoe die antwoorden tot stand zijn gekomen. Beide leerkrachten nemen iets anders waar. Dit heeft te maken met de normen over wat goed rekenen is en tevens met de vaardigheid in het opmerken, het observeren en interpreteren van wat kinderen doen en zeggen. Ook ervaring speelt hierbij een rol.

3 Verschil máken

Amerikaanse onderwijsonderzoekers gebruiken de uitdrukking ‘to make a difference’ wel om hun engagement aan te geven. Zij stellen zich tot doel om ‘een verschil te maken’, om iets te bewerkstelligen, om een bijdrage te leveren aan de verhoging van de onderwijskwaliteit. Voor we verdergaan willen we dit aspect van goede bedoelingen even naar voren halen. Wanneer we ons straks kritisch uitlaten over een aantal onderwijskundige of vakdidactische benaderingen, dan moeten we ons wel steeds realiseren dat degenen die deze ‘verwerpelijke’ voorstellen deden ook steeds het belang van de leerlingen op het oog hadden, net als wij.

Maar dit is niet de reden dat we ‘verschil maken’ als titel van onze bijdrage kozen. De titel verwijst primair naar verschil maken in de zin van verschillend omgaan met leerlingen die verschillen. Dat wil zeggen, iets doen aan of met verschillen. Voorzover hier theorieën over ontwikkeld zijn, stellen die zich altijd tot doel de leerlingen (verder) te helpen, iets te leren. Ideeën over wat leren is en wat er geleerd moet worden veranderen echter in de loop van de tijd, en daarmee veranderen ook de theorieën over hoe je verschil moet maken. Hierover handelt ons artikel.

Maar we hebben de titel ‘Verschil maken’ ook gebruikt om aan te geven dat de verschillen die je ziet er niet zomaar zijn, maar door ons worden geconstrueerd. In die zin kun je spreken van ‘verschil máken’. Er zijn duizend en één verschillen, maar er is maar een beperkt aantal waar je aandacht aan besteedt. In het voorgaande hebben we willen laten zien dat dit te maken heeft met een keuze die je (bewust of onbewust) maakt. Kinderen verschillen op tal van punten, dat is een gegeven. Aan welke verschillen je aandacht besteedt is een keuze.

Op welke verschillen letten we nu doorgaans in het onderwijs?

De verschillen waarop we letten zijn allereerst afhankelijk van het *doel* of de *functie* van een verschil in de context van het onderwijs. Een leraar die rapportcijfers moet invullen voor gymnastiek houdt geen rekening met de lengte van de leerlingen. Maar voor het samenstellen van een basketbalteam is lengte een relevant kenmerk.

Een tweede factor die bepaalt op welke verschillen we letten is de mate waarin een verschil zichtbaar is, in de zin van direct waarneembaar. Wie schriftelijk werk nakijkt ziet direct welke antwoorden goed en welke fout zijn, maar krijgt slechts een beperkt beeld van de denkwijzen van de leerlingen. Daarover kun je meer te weten komen in een onderwijsleergesprek of een individueel (hulp)gesprek, als kinderen iets vertellen over hun denkwijzen. In het onderwijs, en zeker in het reken-wiskundeonderwijs, gaat het meestal om verschillen in het denken, om verschillen die niet direct waarneembaar zijn, maar moeten

worden afgeleid uit waarneembaar gedrag of uit wat kinderen vertellen over hun denken. En bij dit waarnemen of ‘waarneembaar maken’ van denkprocessen van kinderen, spelen diverse aspecten een rol: ons eigen referentiekader, onze normen, onze vaardigheid in het observeren en interpreteren van verschillen en onze ervaring. In ons betoog staat daarom centraal wat kinderen dóen, wat kinderen zéggén en wat kinderen dénken.

4 Ontwikkelingen in het omgaan met verschillen

In de loop der jaren ontwikkelden zich denkbeelden over verschillen. We geven een globale typering van deze ontwikkelingen en onderscheiden daarbij een drietal perioden. De drie perioden zijn niet scherp te onderscheiden en vertonen een zekere overlap. Ook blijven bepaalde ideeën uit een periode voortbestaan in een volgende.

Per periode gaan we in op de volgende aspecten: de dominante onderwijsleertheorieën, de invloeden hiervan op het onderwijzen en leren, het type verschillen waarop men zich richtte, het soort toetsen en op de manier van omgaan met verschillen. Sommige aspecten worden met voorbeelden geïllustreerd.

Periode 1: leren als stapelen van kennis

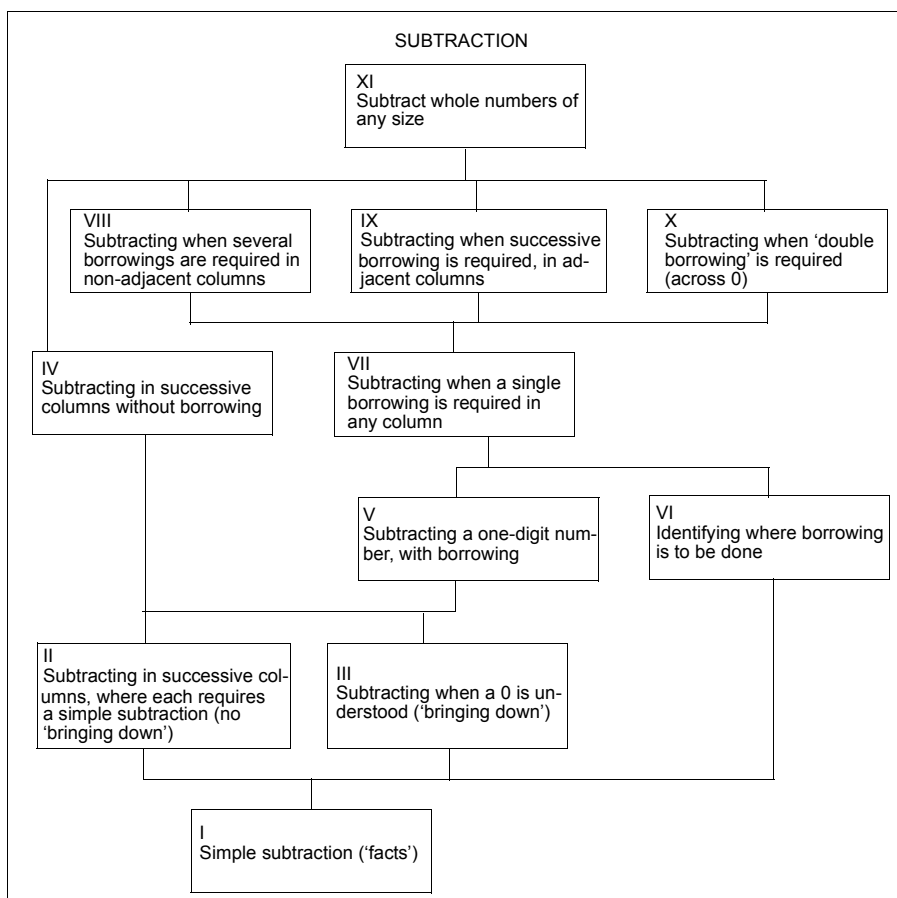
De eerste periode kunnen we kenschetsen als: het doel van het onderwijs, is beheersing van de leerstof, en leren wordt opgevat als stapelen van kennis.

Theorieën

De dominante theorieën in deze eerste fase zijn het behaviorisme en het daarvan afgeleide principe van *mastery learning* (Bloom, 1981). Het behaviorisme stelt dat we bij de bestudering van onderwijsleerprocessen uitsluitend af mogen gaan op uiterlijk waarneembaar gedrag. Hypothesen over wat de leerlingen denken zijn speculatief, en daarmee onwetenschappelijk. Volgens het principe van mastery learning kan iedereen alles leren (mits er voldoende leertijd is). Mastery learning gaat ervanuit dat dit kan door de leerstof op te delen in voorwaardelijke leerstapjes, deze leerstapjes één voor één aan te bieden, en niet verder te gaan totdat het desbetreffende leerstapje wordt beheerst. Een belangrijk kenmerk van mastery learning betreft dan ook het toetsen en (zodanig) herhalen.

Onderwijs

Het onderwijs kenmerkt zich door geprogrammeerde instructie en individuele leerwegen. De geprogrammeerde instructie vormt de concrete uitwerking van het idee van het leren beheersen van een reeks van opeenvolgende leerstapjes, die de leerling moet doorlopen en die één voor één kunnen worden geprogrammeerd. Daar niet alle



figuur 2: leerhiërarchie van Gagné

leerlingen alle leerstapjes even snel zullen doorlopen, en de ene leerling ook meer problemen met het ene leerstapje zal hebben en de andere met een ander leerstapje, ontstaan individuele leerwegen 'naar aanleg en tempo'. Deze manier van werken en de achterliggende idee dat het alleen gaat om uiterlijk waarneembare handelingen, leidt ertoe dat het onderwijs wordt gericht op het aanleren van vaste procedures en algoritmen. Het reken-wiskundeonderwijs vormt daarmee een populair werkterrein voor onderwijswetenschappers als Gagné en Briggs (1974), die werken met zogeheten leerhiërarchieën (fig.2). Deze leerhiërarchieën zijn gebaseerd op een zogeheten taakanalyse; de eindhandeling (de taak) wordt door middel van een logische analyse uiteengelegd in voorwaardelijke deelhandelingen die één voor één kunnen worden aangeleerd.

Verschillen

Het omgaan met verschillen hebben we hierboven eigenlijk al geschetst. Men richt zich op verschillen in beheersing (van de leerstapjes), en dit wordt opgevangen door verschil in tempo in het doorlopen van de reeks toe te staan. Als norm voor beheersing werd het 80 procent criterium gehanteerd: wie 80 procent van de opgaven goed heeft beheerst het desbetreffende leerstapje en mag verder.

Op het eerste gezicht lijkt dit niet zo gek, acht van de tien goed, dat is een acht. Maar je kunt dit niet universeel toepassen. Freudenthal heeft het arbitraire karakter van dit criterium eens aan de kaak gesteld door op de volgende consequentie te wijzen. Van een leerling die de basisautomatismen voor het rekenen onder de twintig en ook de tafels van vermenigvuldiging voor 80 procent beheerst, kun je niet verwachten dat hij bij het cijferend vermenigvuldigen van een driecijferig getal met een driecijferig getal tot een goede uitkomst komt.

Toetsen

De toetsen in deze periode zijn uiteraard producttoetsen, zoals bijvoorbeeld de befaamde 'Schiedamse Reken-toets', het gaat immers om beheersing. Het toetsen kunnen we kenschetsen als het toetsen op deficiënties, het vaststellen van wat de leerling niet kan - om op basis daarvan te bepalen wat de leerling moet herhalen.

Omgaan met verschillen

Het omgaan met verschillen krijgt vorm in individueel schriftelijk onderwijs. Daar hoeft volgens het idee van geprogrammeerde instructie nauwelijks een leerkracht aan te pas te komen, bij fouten ga je immers gewoon terug in de leerhiërarchie.

Vanaf de jaren zeventig krijgt deze opvatting greep op het

rekenonderwijs in Nederland. Individueel leren en zelfstandige kennisverwerving worden de nieuwe slogans. Ieder kind leert in eigen tempo en op eigen niveau. Het gevolg is dat kinderen op eigen houtje boeken met opdrachten doorwerken en er weinig interactie in de klas plaatsvindt.

Dergelijk 'papierend onderwijs' laat niets zien van de leerprocessen die plaatsvinden, leraren zien alleen de antwoorden in de schriften, maar weten niet hoe die antwoorden tot stand kwamen.

A.C. Vuurmans schetste het werken in niveaugroepen in deze periode ooit als volgt. In een klas van 28 leerlingen waren 28 niveaus. Vaak had de stof die in de klassikale lesdelen werd behandeld weinig samenhang met de stof waar de leerlingen daadwerkelijk mee bezig waren. De leerkracht behandelde bijvoorbeeld klassikaal de tafel van 4, daarna werkten de leerlingen op eigen niveau, maar slechts weinigen van hen aan de tafel van 4. De zwakke leerlingen waren nog bezig met de tafel van 2 en 3, terwijl de vlottere leerlingen al met de tafels van 7, 8 en 9 aan de gang waren.

Periode 2: leren als mentale activiteit

Een reactie op het behaviorisme kon natuurlijk niet uitblijven. In de volgende fase wordt dan ook de nadruk gelegd op inzichtelijk leren als doel van het onderwijs en leren als een mentale activiteit.

Theorieën

In deze periode zijn er twee dominante stromingen, enerzijds de informatieverwerkingstheorieën, met als toonaangevende wetenschappers Bruner en Ausubel, en anderzijds de handelingspsychologie, waar Vygotsky de basis voor heeft gelegd. In Nederland wordt in deze periode vooral de uitwerking bekend die Gal'perin van de handelingspsychologie heeft gegeven dankzij Van Parreren, die met name aan het werk van Gal'perin en Davydov bekendheid geeft (Van Parreren & Carpay, 1972). De handelingspsychologie stelt het handelen van de lerende centraal. Men maakt daarbij een onderscheid in drie niveaus van handelen: een materieel, een verbaal en een mentaal niveau van handelen. Met name Gal'perin gaat uit van het idee dat je de mentale handeling kunt opbouwen via materiële en verbale handelingen (Gal'perin, 1969).

De informatieverwerkingstheorieën gaan ervanuit dat de lerende een actieve rol speelt bij kennisverwerving, omdat nieuwe kennis moet worden ingepast in bestaande kennis. Ausubel maakt in dit verband, in navolging van Piaget, onderscheid tussen assimileren (waarbij dit inpassen probleemloos verloopt) en accommoderen (waarbij de aanwezige kennisstructuur moet worden aangepast om de nieuwe kennis erin te kunnen opnemen).

Onderwijs

In lijn met bovenstaande theorieën richt het onderwijs

zich op mentale processen. Leren wordt opgevat als een actief proces, en de aandacht gaat uit naar het denken van de leerlingen en naar de verschillende manieren waarop ze opgaven oplossen. In plaats van, of naast de eerdergenoemde taakanalyse als hulpmiddel voor het ontwerpen van onderwijs, komt nu het 'novice-expert paradigma' naar voren.

Door de manier van werken van experts te vergelijken met die van beginners, hoopt men zicht te krijgen op relevante impliciete kennis van de experts. Binnen de informatieverwerkingsbenadering wordt deze aanpak ingezet om computermodellen te maken van het handelen van experts, welke dan weer als richtpunt voor onderwijsontwikkeling kunnen dienen.

Verschillen

Anders dan in de voorgaande periode wordt er minder nadruk gelegd op beheersing, maar wordt er gekeken naar verschillen in begrip en inzicht en naar verschillen in leer- en oplossingsprocessen, c. q. verschillen in materiële, verbale en mentale handelingen. Een benadering die opgeld doet is die van het zogeheten aptitude treatment, waarbij men ervan uitgaat dat de ene onderwijsaanpak wel eens beter zou kunnen zijn voor de ene leerling en de andere voor een andere leerling.

Toetsen

Ook het toetsen verandert van karakter. De behoefte om meer te weten te komen over het denken van de leerlingen, leidt tot de opkomst van procesgerichte, diagnostische toetsen, zoals bijvoorbeeld 'Kwantiwijzer' (Van den Berg, Van Eerde & Lit, 1992).

Omgaan met verschillen

Het repertoire aan middelen om om te gaan met verschillen wordt in deze periode uitgebreid. In plaats van herhaling wordt nu gedacht aan alternatieve leerroutes die tot hetzelfde leerresultaat leiden. Daarnaast wordt analyse van verschillen in oplossingsniveau gezien als een manier om aan verschillen tegemoet te komen. Zo blijken de leerlingen bijvoorbeeld een simpele opgave als $7 + 8 = \dots$ op tal van manieren op te kunnen lossen (fig.3).

-	bijtellen	8 .. 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
-	commutativiteit	$7 + 7 = 14$; $7 + 8 = 15$; $8 + 8 = 16$; $8 + 7 = 15$
-	dubbelen	$7 + 7 = 14$; $7 + 8 = 15$; $8 + 8 = 16$; $8 + 7 = 15$
-	aanvullen tot 10	$7 + 3 = 10$; $8 + 3 = 5$; $10 + 5 = 15$
-	som met 10 afsplitsen	$10 + 8 = 18$; $18 - 3 = 15$
-	geautomatiseerd	$7 + 8 = 15$

figuur 3: uit: 'Kwantiwijzer voor Leerkrachten' (1992)

Ten slotte wordt interactief onderwijs noodzakelijk geacht om verschillen in begrip, inzicht en oplossingsmethoden boven tafel te krijgen. In deze periode vindt een omslag plaats van productgericht naar procesgericht den-

Bij het kraampje	
Interviewster:	Ik wil een soft drink, 2 cakes, en 2 stukjes kip. Hoeveel is dat samen?
Verkopertje:	1650.
Interviewster:	Hoe deed je dat zo snel? Leg eens uit.
Verkopertje:	250 van de soft drink en 800 van de kip dat is 1000 en dan nog 600 voor de cakes is 1650.
Met pen en papier	
Interviewster:	Tel op 250 en 800 en 600.
Het straatverkopertje schrijft alles onder elkaar maar heeft geen idee hoe het verder moet.	
Verkopertje:	Ik weet het niet.
Interviewster:	En als je het uit je hoofd doet?
Verkopertje:	Uit mijn hoofd: 1650.



figuur 4: protocol uit BBC reportage

ken. In de eerste periode stonden de antwoorden van opgaven en de resultaten van denkprocessen centraal. In de tweede periode staan die denkprocessen zelf centraal.

Periode 3: leren als sociale activiteit

In feite kan de overgang van periode 1 naar periode 2 worden getypeerd als groeiend inzicht in de complexiteit van het onderwijsleerproces. Periode 3 volgt daar dan logisch op met een verdere doordinking van deze complexiteit en van de rol van de leerling daarbinnen. Naast inzicht verschijnt nu het nemen van eigen verantwoordelijkheid als doel van het onderwijs. Leren wordt breed opgevat als een cognitief, sociaal en emotioneel, situatiegebonden proces. Een sprekend voorbeeld van leren als een situatiegebonden proces is te vinden in de rekenmanieren van Braziliaanse straatverkopertjes. Wanneer je deze kinderen bij het verhandelen van hun snoepwaar op straat aan het werk ziet, dan blijken ze zeer handig te kunnen rekenen met geld. Wanneer vergelijkbare berekeningen in een onderwijssituatie aan de orde komen, passen ze die kennis en vaardigheden echter niet toe (fig.4). Tijdens het verkopen hebben ze leren rekenen in een betekenisvolle situatie. Het rekenen op school wordt ervaren als het hanteren van formele regels en procedures, die betekenis missen en op geen enkele wijze verband lijken te houden met hetgeen de kinderen buiten school doen.

Theorieën

De verbreding van het aantal aspecten dat in het denken over het onderwijs wordt betrokken komt tot uitdrukking in een breed arsenaal van theorieën. Dit betreft theorieën over situated cognition, constructivisme, motivatie, affectieve aspecten van leren, sociale interactie, communicatie en taal. Aanvaarding van het constructivistische uitgangspunt dat alle kennis uiteindelijk door de lerende zelf wordt geconstrueerd, leidt tot het afwijzen wat vanaf dan

het 'transmissiemodel' wordt genoemd. Kennis, zo wordt in een constructivistisch uitgangspunt gesteld, kan niet zomaar worden overgedragen, in plaats daarvan moet de onderwijssituatie zo worden ingericht, dat de kans zo groot mogelijk is dat de leerling de beoogde kennis construeert (Cobb & Yackel, 1996; Gravemeijer, 1995b). De idee van situated cognition (Brown, Collins & Duguid, 1989) dat onder meer teruggrijpt op de oorspronkelijke theorie van Vygotsky (1978), voegt daaraan toe dat leren altijd in een sociale context plaatsvindt.

Dit laatste betekent dat de individuele psychologische kijk op leren wordt aangevuld met een sociaal perspectief, waarbij blijkt dat de sociale context in belangrijke mate bepaalt wat en hoe er wordt geleerd. We lieten dat al zien met het voorbeeld van de Braziliaanse snoepverkopertjes.

Onderwijs

Het besef dat leren ook een sociale activiteit is, leidt tot het streven om deze sociale component actief te benutten in het onderwijs. Leren wordt daartoe georganiseerd als groepsactiviteit, met de klas als leer- of onderzoeksgemeenschap. Het gaat daarbinnen om het gezamenlijk ontwikkelen van kennis, met eigen inbreng van leerlingen. Deze opzet vraagt een verandering in de rollen van leraar en leerlingen, en van de verwachtingen en verplichtingen die leraar en leerlingen ten opzichte van elkaar hebben.

Verschillen

Naast de bekende cognitieve verschillen (verschillen in kennis, inzicht, reken- en taalvaardigheden enzovoort) worden niet-cognitieve verschillen (verschillen in verwachtingen, motivatie, assertiviteit, taak- en ego-gerichtheid, en dergelijke) in het onderzoek betrokken.

Toetsen

Het repertoire aan toetsinstrumenten wordt uitgebreid.

Naast gestandaardiseerde toetsen vindt ook evaluatie plaats door middel van observaties, gesprekken, eigen producties van leerlingen en portfolio's.

Omgaan met verschillen

In deze periode blijven veel aspecten uit de vorige periode invloed houden, maar er is een groeiende aandacht voor de sociale aspecten van leren. Er komen ook steeds nieuwe aandachtsgebieden bij. Door deze verbreding van de aandacht voor de diversiteit aan verschillen, neemt ook de behoefte toe om op deze verschillen in te spelen. Hoe meer verschillen men kent, des te meer men er ook waarneemt. Het is echter onmogelijk om voor ieder van deze aspecten per leerling maatregelen te nemen. De oplossing wordt daarom - in de geest van deze periode - gezocht op klassenniveau. Het omgaan met verschillen is dan niet alleen een zaak tussen de docent en een individuele leerling, maar vormt ook een component van interactie met de klas en tussen de leerlingen onderling.

Grondideeën zijn hier dat de leerlingen van elkaar kunnen leren, en dat interactief onderwijs de mogelijkheid biedt verschillen tijdig te signaleren en daar direct op in te spelen. Een belangrijke conditie is hier dat het zogeheten didactisch contract - het geheel van impliciete en expliciete afspraken dat bepaalt hoe leraar en leerlingen met elkaar samenwerken - zo dient te worden ingericht dat er een maximaal vangnet wordt gecreëerd voor alle genoemde verschillen.

Samenvattend kunnen we stellen dat de leerling in deze periode een centralere plaats heeft gekregen als handelend persoon met eigen motieven en eigen gevoelens. Tegelijkertijd wordt onderkend dat deze persoon een sociaal wezen is dat onderdeel is van een groter geheel, en dat die buitenwereld in belangrijke mate het handelen en denken van deze persoon bepaalt.

Overzicht van de drie perioden

- 1 Leren als stapelen van kennis
Leerstof centraal, leerling als object.
Tempo differentiatie.
- 2 Leren als mentale activiteit
Leerling actieve rol bij uitbouwen van kennis.
Diagnostisch onderwijzen.
- 3 Leren als sociale activiteit
Perspectief van de leerling centraal: ervaringen, verwachtingen, gevoelens.
Samenwerkend leren.

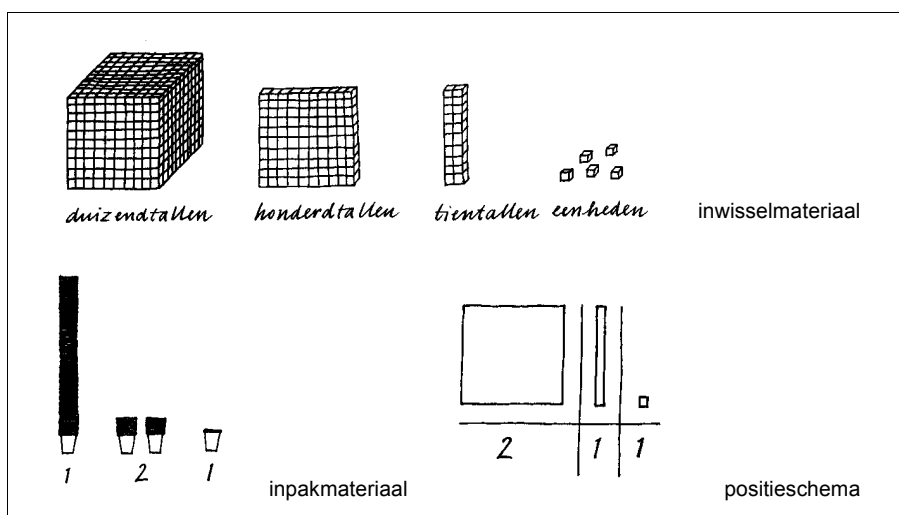
5 Ontwikkelingen in de vakdidactiek

Na een globale typering van de ontwikkelingen in de drie perioden, richten we onze blik nu op de ontwikkelingen binnen de vakdidactiek. We onderscheiden achtereenvolgens een mechanistische periode, een realistische en een periode waarin binnen het realisme de inbreng van leerlingen een steeds grotere rol gaat spelen. Ten slotte gaan we kort in op leerstofinhoudelijke veranderingen die zich in de loop der jaren voltrokken in het reken-wiskundeonderwijs.

Mechanistisch rekenen

In de eerste periode ligt de vakdidactiek dichtbij de algemene leertheorieën, het reken-wiskundeonderwijs heeft veel behavioristische trekjes en is mechanistisch van aard.

De leerstof wordt geordend in leerstapjes die geordend worden in leerhiërarchieën gebaseerd op een logische analyse van het rekenen, met de nadruk op de grootte van getallen. Verschillen worden vastgesteld op basis van de snelheid waarmee leerlingen de deelvaardigheden uit



figuur 5: inpak- en inwisselmateriaal

zo'n hiërarchie leren beheersen. Leerlingen die uitvallen worden getoetst op deficiënties, ontbrekende deelvaardigheden. Rekenvaardigheid wordt alleen bepaald door het aantal juiste antwoorden van opgaven. Kenmerkend voorbeeld uit deze periode zijn de leerhiërarchieën van Gagné (zie figuur 2).

Realistisch reken-wiskundeonderwijs

Aanvankelijk was de afstand tussen de vakdidactiek en de algemene leertheorieën klein, maar gaandeweg kreeg de vakdidactiek met de ontwikkeling van een realistische visie steeds meer een eigen gezicht. Het werd ook steeds duidelijker dat algemene leertheorieën onvoldoende basis boden voor de ontwikkeling van reken-wiskundeonderwijs. Zo laat Treffers (1986) zien dat je dezelfde didactische oplossing kunt baseren op verschillende onderwijsleertheorieën, terwijl je verschillende didactische oplossingen kunt vinden die bij een en dezelfde theorie passen (fig.5). Kenmerkend voorbeeld van vakdidactische theorieontwikkeling uit deze periode is het progressief schematiseren (Treffers, 1979). Zo kan het tientallig positiestelsel samen met de leerlingen worden ontwikkeld door te starten met het voorstellen van (wisselende) hoeveelheden met behulp van inpakmateriaal.

Na enige tijd kan dat vervangen worden door meer schematisch inwisselmateriaal, dat vervolgens kan worden beschreven met een positieschema.

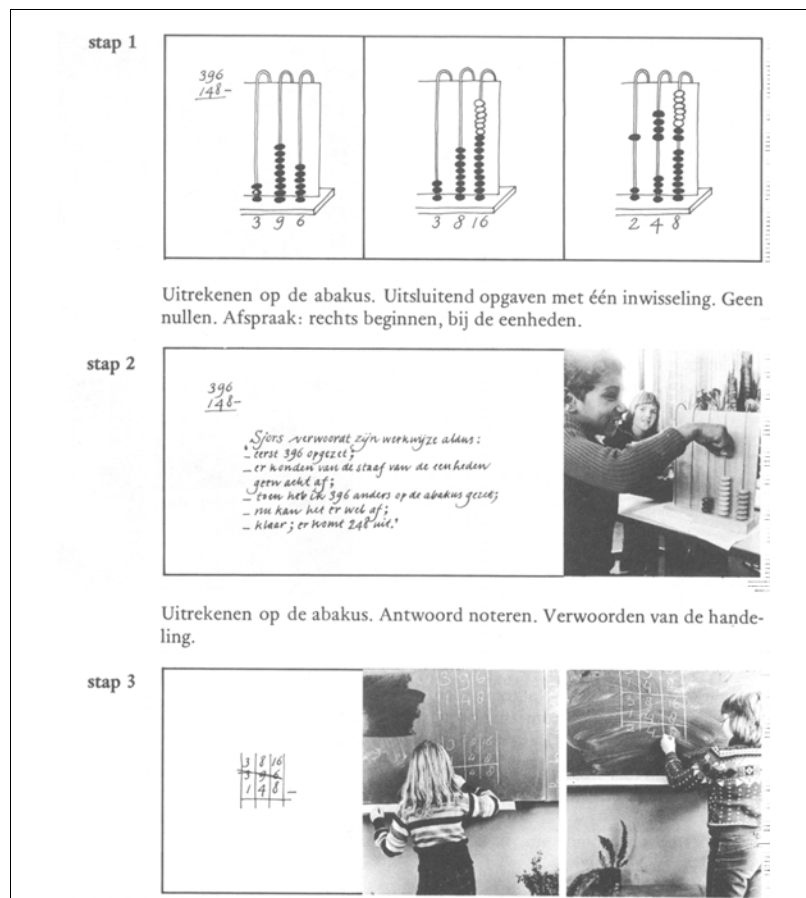
Hierna kunnen de algoritmen voor het cijferend optellen en aftrekken worden ontwikkeld door veranderende hoeveelheden bij te houden op een abacus om daarna over te gaan op schematische beschrijvingen van de abacushandelingen, die gaandeweg verkort kunnen worden (fig.6).

Toetsen

Bij dit realistische reken-wiskundeonderwijs wordt gebruikgemaakt van verschillende soorten toetsen: criteriumtoetsen, normtoetsen, diagnostische toetsen en didactische toetsen.

Realisme met meer inbreng van leerlingen

Wanneer de realistische benadering zich verder ontwikkelt, wordt de ruimte voor de eigen inbreng van leerlingen steeds groter. Niet alleen krijgen leerlingen meer kans om hun eigen strategieën naar voren te brengen, eigen strategieën van leerlingen vormen ook een bron voor onderwijsontwikkeling. Zo wordt er bij het rekenen onder de 20 aangesloten op strategieën die sommige kinderen zelf blijken te ontwikkelen, zoals rekenen met vijven en dubbelen (Van den Berg, Van Eerde & Lit, 1992;



figuur 6: abacusleergang

eerste oplossing: gebruik van positie en waarde door elkaar

$$\begin{array}{r} 399 \\ 174 - \\ \hline 225 \end{array}$$

$9 - 4 = 5, 9 - 7 = 2,$
 $300 - 100 = 200,$
 225

tweede oplossing: aanvullen: hoeveel moet er nog bij?

$$\begin{array}{r} 399 \\ 174 - \\ \hline 225 \end{array}$$

eerst 5 bij die 74, dat is 79,
 dan nog 20 erbij is samen 25, dan
 nog 100 van de 300 = 200; 225

derde oplossing: splitsen, de positiewaarde blijft behouden

$$\begin{array}{r} 399 \\ 174 - \\ \hline 300 - 100 = 200 \\ 90 - 70 = 20 \\ 9 - 4 = 5 \\ \hline \text{samen } 225 \end{array}$$

vierde oplossing: handig rekenen: 399 veranderen in 400

$$\begin{array}{r} 399 \\ 174 - \\ \hline 225 \end{array}$$

als cadeau even 1 bij die 399, dan is
 het $400 - 100 = 300, 300 - 70 = 230,$
 $230 - 4 = 226.$ En dan heb ik nog die
 1 erbij gedaan, die moet er nog af: 225

vijfde oplossing: semi-cijferen

$$\begin{array}{r} 399 \\ 174 - \\ \hline 225 \end{array}$$

4 van die 9 is 5, 5 schrijf ik op, 7 van
 die 9 is 2, schrijf ik 2 op, 1 van die
 $300: 225$

zesde oplossing: rijgen, eerste getal heel laten, dan achtereenvolgens - 100, - 70, - 4

$$\begin{array}{r} 399 \\ 174 - \\ \hline 225 \end{array}$$

$399 - 100 = 299, 299 - 70 = 229, - 4 =$
 225

figuur 7: verschillende oplossingen van de opgave 399 – 174

Groenewegen & Gravemeijer, 1988). Ook binnen het cijferend optellen en aftrekken wordt meer ruimte voor eigen inbreng gecreëerd.

Zo wordt het kolomsgewijze rekenen als alternatief voor de abacusleergang voorgesteld (Treffers & De Moor, 1990). De ruimte die het kolomsgewijze rekenen biedt, kunnen we illustreren met de in figuur 7 getoonde variëteit aan oplossingen die leerlingen laten zien bij het beantwoorden van de opgave 399 – 174 (ontleend aan Boswinkel, 1995).

Een kritiek op de getoonde oplossingswijzen bij het kolomsgewijze rekenen zou kunnen zijn dat het een soort ‘laat alle bloemen bloeien’ lijkt te zijn en dat het nu allemaal omslachtiger en ingewikkelder is geworden. Dit is een beetje wat je hoort in kringen van een beweging in de Verenigde Staten die zich *mathematically correct* noemt, en betoogt dat we beter terug kunnen gaan naar het gestructureerd mechanistische rekenen. Maar, de winst van het kolomsgewijze rekenen zit uiteraard niet in het precieze algoritmische rekenen, het gaat om het inzicht dat de leerlingen ontwikkelen.

Toevallig wordt dit aardig geïllustreerd door de ervaringen van de Amerikaanse wiskundige E. Torrence, wier zoon traditioneel mechanistisch rekenonderwijs in de Verenigde Staten volgde en in Nederland kennismakte met realistisch reken-wiskundeonderwijs, toen zij onlangs een jaar te gast was bij het Freudenthal Instituut. In een elektronische nieuwsbrief schrijft zij het volgende over de invloed van het Nederlandse reken-wiskundeonderwijs op haar achtjarige zoon Robert. Hij leerde in de

Verenigde Staten het traditionele algoritme voor optellen en aftrekken, waarbij veel tijd werd gependend aan het leren ‘bewaren’ en ‘lenen’.

Toen Torrence kennismakte met het realistische reken-wiskundeonderwijs begon ze zich af te vragen hoe hij nu eigenlijk rekende. Dit bleek zeer rigide te zijn. Boven de 20 gebruikte hij altijd het standaardalgoritme en fouten merkte hij niet op. Ook niet wanneer dit tot onzinnige antwoorden leidde. Suggesties om het handiger te doen werden afgewezen met een hartgrondig ‘You can’t do that!’ Nadat Robert een tijdje in Nederland was rekende hij vlotter en beter.

Een opgave als $702 - 635$ werd opgelost via $700 - 600 = 100$, het verschil tussen 2 en 35 is 33, $100 - 33 = 67$.

Terug in de Verenigde Staten kreeg hij weer het oude onderwijs, maar daar bleek hij tegen bestand. Zo kwam hij een keer spontaan met de vraag: ‘Mam, zou het niet onzinnig zijn om 5000 min 637 te doen met lenen?’ En Torrence schrijft: ‘I smiled proudly at him and said, “Yes, honey, it would”.’

6 Leerstofinhoudelijke veranderingen

Gedurende de hiervoor beschreven periode, die grofweg de laatste veertig jaar van de vorige eeuw omvatten, hebben er ook belangrijke leerstofinhoudelijke veranderingen plaatsgevonden in het reken-wiskundeonderwijs.

Deze ontwikkelingen hangen samen met veranderende opvattingen over wat maatschappelijk gezien relevante onderwijsinhouden zijn.

We kunnen in de beschreven periode de volgende tendensen onderscheiden:

- terugdringen van het cijferen en meer nadruk op hoofdrekenen;
- getalgevoel ontwikkelen als basis voor het uitvoeren van rekenhandelingen;
- mathematical literacy wordt steeds meer overkoepelend onderwijsdoel;
- ontwikkeling van gevoeligheid bij leerlingen voor het kiezen van een passende rekenstrategie;
- leerlingen verstandig leren omgaan met de rekenmachine.

7 Realistische visie op het omgaan met verschillen

Binnen het realistisch reken-wiskundeonderwijs wordt ernaar gestreefd verschillen tussen leerlingen in positieve zin uit te buiten en om daarmee onnodige verschillen te voorkomen, dat wil zeggen, verschillen die door didactische maatregelen voorkomen hadden kunnen worden. Er wordt geprobeerd het onderwijs zo in te richten dat de leerlingen niet hoeven te worden opgesplitst in groepen die verschillend onderwijs krijgen.¹

Daarmee wordt een andere richting gekozen dan in de meest gangbare vormen van differentiatie, waar men kiest voor differentiatie naar leerstof: niet alle kinderen in een klas krijgen dezelfde leerstof aangeboden. Een dergelijke vorm van differentiatie is ook voorgesteld voor de nieuwe kerndoelen, het onderwijsaanbod ligt voor 70 procent vast voor alle leerlingen, 30 procent kan de school zelf kiezen (ministerie OCenW, 2002). De school kan deze speelruimte gebruiken om het onderwijsaanbod af te stemmen op groepen leerlingen, die daarmee een verschillend onderwijsaanbod krijgen, afhankelijk van wat de school het beste voor hen acht.

Vanuit een realistische visie wordt echter gestreefd naar differentiatie naar niveau van werken: kenmerkend hiervoor is om wel voor hetzelfde aanbod te kiezen, maar het onderwijs zo in te richten dat er ruimte is voor oplossingen op verschillende niveaus.

Nelissen (1996) schetst in dit verband een reeks van didactische middelen die daarvoor kunnen worden ingezet:

- pedagogisch-didactisch klimaat;
- modellen;
- contexten;
- bouwstenen.

Een geschikt pedagogisch klimaat waarin kinderen zich veilig voelen om hun oplossingen naar voren te brengen, naar elkaar te luisteren en op elkaar te reageren wordt ge-

zien als een noodzakelijke voorwaarde voor realistisch reken-wiskundeonderwijs. Dit betekent dat *social norms* moeten worden ontwikkeld, regels voor de sociale interactie (Gravemeijer, 1995b). Goed gekozen modellen en goed gekozen contexten bieden leerlingen de ruimte om problemen op verschillende manieren aan te pakken en op te lossen.

Door het onderwijs te richten op die kenniselementen en inzichten, die de leerlingen als bouwstenen kunnen gebruiken om tot de oplossing van een variëteit aan opgaven te komen, wordt ruimte gecreëerd voor verschillende oplossingsmethoden. Omgekeerd kan kennis over de bouwstenen waarover de leerlingen in een concrete situatie beschikken, benut worden om te voorspellen wat de leerlingen bij een bepaalde opgave zouden kunnen gaan doen. Dit biedt de leraar de mogelijkheid te anticiperen en dat biedt weer een krachtig hulpmiddel bij het plannen van onderwijs enerzijds en bij het inspelen op (onvolledige of onduidelijke) antwoorden van de leerlingen anderzijds.

Laten we een eenvoudig voorbeeld nemen: wat zouden leerlingen kunnen gaan doen bij een opgave als $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = ?$

Mogelijke bouwstenen betreffen hier, naast andere zaken, elementaire breukenkennis die de leerling als ‘weetjes’ ter beschikking heeft, zoals bijvoorbeeld:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} &= 3 \times \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} &= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \\ \frac{5}{4} + \frac{1}{4} &= 1 \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{4} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Uitgaande van deze bouwstenen zijn de volgende oplossingsmanieren te voorzien:

a $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{6}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$

b $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$

c $\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}; \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1; 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

Andere bouwstenen betreffen onder meer contextreferenties, plaatjes, regeltjes, ervaringen en inzichten. Bij contextreferenties kan het bijvoorbeeld gaan om associaties met kwartier, kwart liter enzovoort. Dit kan de leerling op

oplossingen brengen als ‘twee keer drie kwartier is anderhalf uur’, of $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 0,75 + 0,75 = 1,5$. Plaatjes kunnen steun bieden bij het concreet of schematisch voorstellen van de betrokken breuken. Denk in dit verband bijvoorbeeld aan een schematische tekening van een klok of een taart. Naast, of in combinatie met ‘weetjes’ kunnen ook regeltjes worden gebruikt om tot hetzelfde resultaat te komen, bijvoorbeeld regeltjes voor het bij elkaar optellen van gelijknamige of ongelijknamige breuken, of voor het vereenvoudigen van breuken. Verder kunnen de leerlingen ook ervaring met dit soort opgaven of met een specifieke context inzetten. Zo kan het aan de leraar bekend zijn dat de leerlingen pas met verwante kloktijden hebben gewerkt.

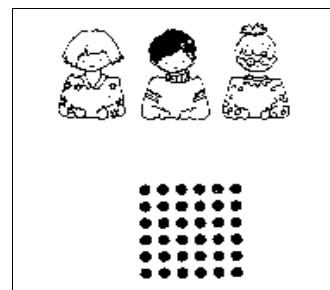
Kortom, kennis van bouwstenen stelt de leraar in staat vooraf te anticiperen en om tijdens het onderwijs of achteraf bij het nakijken, oplossingen te interpreteren vanuit het perspectief van de leerling! En, ten slotte zijn voor dit alles zorgvuldig opgebouwde en uitgewerkte leerlijnen een absolute voorwaarde. Alleen hiermee kunnen leraren zicht krijgen op mogelijke verschillen en waar nodig op verschillen inspelen.

8 Op zoek naar productieve verschillen

De realistische benadering van het omgaan met verschillen kunnen we kort samenvatten met ‘iets te doen *aan* verschillen, door iets te doen *met* verschillen’. Met dit laatste geven we aan dat het gaat om meer dan alleen het vinden van verschillende oplossingen te stimuleren en deze zichtbaar te maken. Minstens zo belangrijk is het dat we kinderen uitdagende problemen voorleggen die oplossingsmanieren oproepen en productief kunnen worden benut. Dat wil zeggen, dat daarmee een discussie kan worden georganiseerd waar de klas als groep verder mee komt.

Laten we een paar voorbeelden noemen: ‘het ijsbeerprobleem’ (Heuvel-Panhuizen, 1996), ‘drie kinderen verdelen 36 dropjes’ (Van Galen, e.a., 1986), ‘hoeveel bladzijden moet ik nog lezen?’ (Vuurmans, 1991), ‘delen door een half’ (Oostlander & Kool, 2001). Zulke opgaven komen in de praktijk nauwelijks voor, zult u misschien tegenwerpen. Maar geeft dat niet te denken? Blijkbaar hebben deze opgaven iets speciaals te bieden, waardoor zij zo vaak uit de kast worden gehaald. Tegelijkertijd constateren we dat dit soort opgaven in de praktijk nauwelijks voorkomt. Misschien moet daar wat aan veranderen! Natuurlijk kan daar tegenin worden gebracht dat we ook verschillende aanpakken aan kinderen kunnen ontlocken met eenvoudiger opgaven, zoals het optellen tot tien en hoofdrekken. Maar bij dit soort opgaven geven de verschillende aanpakken minder aanleiding tot gesprekken over conceptuele kwesties. Wat maakt de eerdergenoemde

de opgaven zo bijzonder? Dat ze tal van verschillende oplossingswijzen oproepen die je ‘productief’ kunt benutten voor een klassengesprek.



figuur 8: dropjes verdelen

Bij de dropjes (fig.8) is dat bijvoorbeeld dat een deel van de leerlingen voor een verhoudingsdeling kiest (hoeveel keer gaat 3 op de 36?) en een ander deel voor een verdelingsdeling (hoe groot worden de porties als ik drie even grote groepen maak?).

Deze verschillen kunnen worden uitgebuit om een gesprek aan te gaan over de samenhang tussen het uitdelen van de verdelingsdeling en het herhaald aftrekken van de verhoudingsdeling. Wanneer dit soort discussies vaker zouden plaatsvinden, zouden de leerlingen aan het eind van de basisschool misschien niet zulke problemen hebben met een opgave als $16 : 0,25 = \dots$. Nu lijken talloze leerlingen vast te lopen, omdat ze niet zien hoe je 16 over $\frac{1}{4}$ groep of $\frac{1}{4}$ personen moet verdelen. Dat je $16 : 0,25$ ook kunt opvatten als een verhoudingsdeling (hoeveel keer gaat het eraf, of hoe vaak gaat 0,25 in 16, of met hoeveel moet ik 0,25 vermenigvuldigen om 16 te krijgen) komt vermoedelijk niet in ze op. Al zullen er ook leerlingen zijn die wel zo'n aanpak kiezen, maar fouten maken bij het uitwerken van de redenering.

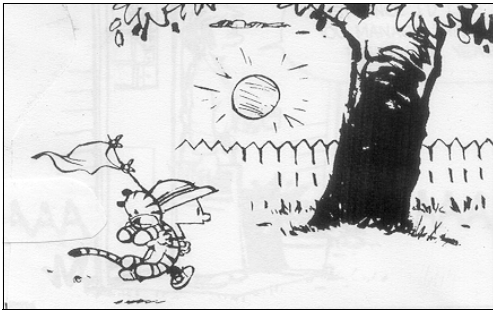
Misschien is het goed om vast te stellen dat het voor het productief benutten van verschillende oplossingen onzes inziens niet voldoende is om oplossingswijzen uit te wisselen en te vergelijken. Zoals het bovenstaande voorbeeld laat zien wordt de discussie pas echt productief wanneer de leerlingen redeneren over de wiskundige betekenissen die er achter de verschillende oplossingen steken.

9 Terugblik: blikwisseling

Algemene theorieën

In de drie perioden die we in de algemeen onderwijskundige theorievorming onderscheiden, zagen we achtereenvolgens de volgende opvattingen van leren en de bijbehorende vorm van differentiatie:

- leren als stapelen van kennis → tempodifferentiatie;
- leren als mentale activiteit → diagnostisch onderwijzen;



figuur 9a: observer's point of view



figuur 9b: actor's point of view

(uit: Bill Watterson (1996) 'It's a magical world'. Kansas City: Andrews & McMeal)

– leren als groepsactiviteit → samenwerkend leren.

Terugkijkend zien we dat er sprake is van twee grote veranderingen:

- 1 Een verdieping van de aard van de verschillen waarnaar men kijkt. Van direct waarneembare, oppervlakkige verschillen naar meer indirect waarneembare verschillen. Aanvankelijk keek men bijvoorbeeld naar verschillen in uitkomsten van opgaven, gaandeweg kreeg men belangstelling voor de denkprocessen die aan die antwoorden ten grondslag liggen.
- 2 Een perspectiefwisseling: van een *observer's point of view* naar een *actor's point of view*. Aanvankelijk keek men naar verschillen vanuit het perspectief van de leeraar of onderzoeker en de leerstof. Gaandeweg verschoof het perspectief naar dat van de leerling.

Dit laatste verschil in perspectief wordt fraai uitgebeeld in de strip 'Calvin & Hobbes', die de avonturen van Calvin en zijn tijger Hobbes beschrijft. Figuur 9a toont ons de werkelijkheid zoals wij die zien; figuur 9b toont ons de wereld van Calvin en Hobbes, gezien door de ogen van Calvin.

Vakdidactiek

Kern van realistische visie op omgaan met verschillen: iets doen aan verschillen, door iets te doen met verschillen. Om tegemoet te komen aan sociale, emotionele en affectieve verschillen is een veilig niet competitief pedagogisch-didactisch klimaat van groot belang. Maar we moeten ons door de aanduiding 'veilig' niet laten misleiden; het gaat er ook om zeker te stellen dat eenieder inbreng levert en ervoor te zorgen dat die inbreng ook serieus genomen wordt.

Ten aanzien van de cognitieve verschillen noemden we uitdagende opgaven die verschillen oproepen die productief kunnen worden benut voor het leerproces van de groep. Meer specifiek noemden we anticiperen op en observeren en interpreteren van oplossingen van leerlingen, daarbij gebruikmakend van kennis over de bouwstenen die de leerlingen in een specifieke situatie kunnen inzetten. Dat kunnen bouwstenen zijn op het vlak van kennis, context, plaatjes, regeltjes, ervaringen en inzichten.

Onze kennis over potentiële bouwstenen kunnen we ook

preventief inzetten, door ervoor te zorgen dat de leerlingen over die bouwstenen gaan beschikken die op tal van manieren flexibel kunnen worden ingezet. Op die manier wordt een basis gelegd voor het ontwikkelen van een variëteit in oplossingsmanieren die het mogelijk maakt dat de leerlingen samen optrekken. Of moeten we misschien zeggen, die het in principe mogelijk maakt ...

Met de verwezenlijking van een dergelijke didactiek zijn natuurlijk niet alle problemen opgelost. Er zullen leerlingen blijven die buiten de boot vallen en daar zijn organisatorische oplossingen voor nodig. Maar zoals we aan het begin al aankondigden beschouwen we die als een laatste toevlucht die buiten het bestek van ons betoog valt.

Noot

- 1 Dit betekent niet dat verschillen in onderwijsresultaten bij voorbaat geaccepteerd worden. Dit geldt zeker voor verschillen tussen specifieke groepen, zoals jongens en meisjes of allochtone en autochtone leerlingen. Dergelijke verschillen in onderwijsresultaten moeten juist door een stimulerende didactiek verkleind worden. Dit geldt ook voor verschillen tussen individuele leerlingen, welke slechts na doelgerichte interventies geaccepteerd kunnen worden. (Nelissen, 1996).

Literatuur

- Berg, W. van den, H.A.A. van Eerde & S. Lit (1992). *Kwantijzer Voor Leerkrachten, Handleiding*. Tilburg: Zwijssen.
- Berg, W. van den, H.A.A. van Eerde & S. Lit (1992). *Kwantijzer Voor Leerkrachten, Werkboek 4: Overbruggen van tien (optellen)*. Tilburg: Zwijssen.
- Bloom, B.S. (1981). *All Our Children Learning*. New York: McGraw-Hill.
- Boswinkel, N. (1995). Interactie, een uitdaging. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 14(1), 4-13.
- Brown, J.S., A. Collins & P. Duguid (1989). Situated Cognition and the Culture of Learning. *Educational Researcher*, 18(1), 32-42.
- Cobb, P. & E. Yackel (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31, 175-190.
- Gagné, R.M. & L.J. Biggs (1974). *Principles of Instructional Design*. New York: Holt, Rinehart and Winston Inc.
- Galen, F. van, K.P.E. Gravemeijer, J.M. Kraemer, T. Meeuwisse & W. Vermeulen (1986). *Rekenen in een tweede taal. Het rekenen van Turkse en Marokkaanse kinderen in Nederland*.

- Enschede: Stichting leerplanontwikkeling (SLO).
- Gal'perin, P.Y. (1969). Stages in the Development of Mental Acts. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 7(3/4), 22-24.
- Gravemeijer, K. (1995a). Het belang van social norms en sociomath norms voor realistisch reken-wiskundeonderwijs. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 14 (2), 17-23.
- Gravemeijer, K. (1995b). Het ontwikkelen van 'constructivistisch' reken-wiskundeonderwijs. *Pedagogisch Tijdschrift*, 20(4/5), 277-292.
- Groenewegen, J.K.A. & K.P.E. Gravemeijer (1988). *Het leren van de basisautomatismen voor optellen en aftrekken*. Rotterdam: project OSM.
- Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and Realistic Mathematics Education*. Utrecht: Cdβ-Press.
- Ministerie van OCenW (2000). *Verantwoording delen. Herziening van de kerndoelen basisonderwijs met het oog op beleidsruimte voor scholen*.
- Nelissen, J.M.C. (1996). Verschillen tussen kinderen in het reken-wiskundeonderwijs. Stimuleren of tolereren? *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 15(1), 19-32.
- Oostlander, J. & M. Kool (2001). Uit de stageschool geklapt. *Willem Bartjens*, 20(4), 29-31.
- Parreren, C.F. van & J.A.M. Carpay (1972). *Sovjetpsychologen aan het woord* (Sovjet Psychologists speaking). Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Siebelink, J. (2003). De overgetelijke leraar. *Dagblad Trouw*, 4 januari 2003.
- Treffers, A. (1986). Analyseren en ontwikkelen van reken/wiskundeonderwijs vanuit twee verschillende basisconcepties. *Pedagogische Studiën*, 63(1), 14-25.
- Treffers, A. (1979). Cijferend vermenigvuldigen en delen (1). Overzicht en achtergronden. *Leerplanpublicatie 10*. Utrecht: IOWO.
- Treffers, A. & E. de Moor (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 2: Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijssen.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in society*. Cambridge: Harvard University Press.
- Vuurmans, A.C. (1991). *Rekenen tot honderd* (Addition and subtraction up to hundred). 's-Hertogenbosch: KPC.