

# Rekenonderwijs aan zwakke rekenaars: voorkomen, opsporen en begeleiden

Ceciel Borghouts  
Schooladviescentrum (MC), Utrecht

*In de dagelijkse schoolpraktijk hebben we allemaal te maken met rekenzwakke leerlingen. In dit artikel ligt de nadruk op het diagnosticeren en bieden van hulp aan rekenzwakke leerlingen.*

## diagnosticeren

Het zwaartepunt van het onderzoek bij rekenzwakke leerlingen is gelegen in de diagnostische fase. Tijdens een diagnostisch gesprek probeer ik erachter te komen hoe het kind denkt en rekt. Ik probeer een beeld te krijgen van de manier waarop het kind de aangeboden rekenopdrachten aanpakt. Hierbij zijn de volgende vragen van belang:

- Hoe gaat het kind nu precies te werk?
- Wat heeft het in gedachten?
- Waar loopt het mis en waarom?
- Wat doet het precies met de vingers?
- Enzovoort.

Ik verzamel informatie over wat het kind weet en welke redeneringen en procedures het gebruikt. Ook probeer ik een beeld te krijgen van de misvattingen die het kind heeft en van de rekenfouten die het maakt. Maar diagnosticeren is meer dan het louter constateren hoe leerlingen denken en rekenen. Diagnostiek moet uiteindelijk leiden tot aanknopingspunten voor hulp. Daarom ga ik in een gesprek ook op zoek naar aanknopingspunten om het kind te helpen belangrijke drempels te overwinnen. Belangrijke vragen daarbij zijn voor mij:

- Wat kan het kind wanneer je het enkele suggesties of hints geeft?
- Wat kan het kind wanneer je het uitdaagt?
- Van welke hulpmiddelen en modellen profiteert het kind het meest?

Om richting te geven aan het gesprek is het belangrijk te weten waarnaar je op zoek bent. Hoe beter je dit weet, hoe gericht je de vragen kunt stellen. Heel globaal gezegd, tijdens een diagnostisch gesprek ga ik op zoek naar de rekenvaardigheid of gecijferdheid van het kind. Maar dat is nog te weinig specifiek. Dat geeft te weinig houvast.

De rekenvaardigheid van een kind is onder te verdelen in drie aspecten, te weten: getallen, bewerkingen en toepassingen. Van deze aspecten wil ik weten hoe het ermee staat. Aan de hand van de nu volgende vragen onderzoek ik hoe het zit met de rekenvaardigheid van het kind.

### *Getallen*

- Hoe zit het met de kennis van de structuur van getallen?
- Doorziet het kind de structuur van de telrij?
- Kan het kind getallen plaatsen op de getallenlijn?
- Heeft het kind enig idee van de grootte van de getallen?

### *Bewerkingen*

- Kan het kind de bewerkingen uitvoeren?

- Welke strategieën past het kind toe?
- Legt het kind relaties tussen de bewerkingen?
- Ziet het bijvoorbeeld de relatie tussen optellen en aftrekken ( $8 + 4 = 12$ ,  $12 - 4 = 8$ ), of tussen vermenigvuldigen en delen ( $3 \times 8 = 24$ ,  $24 : 8 = 3$ )?

#### *Toepassingen*

- Kan het kind de kennis van de getallen en de bewerkingen toepassen?
- Weet het kind welke bewerking het moet uitvoeren?
- Kan het kind betekenis geven aan bewerkingen?

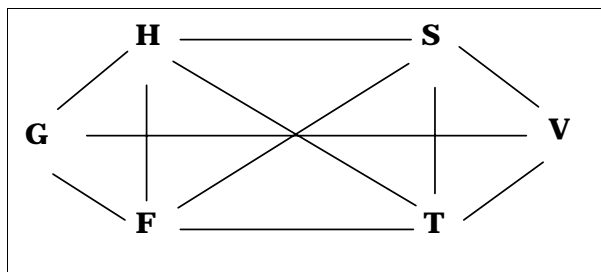
De vragen bij deze drie aspecten verschillen natuurlijk wel per jaargroep. Bijvoorbeeld bij het onderdeel ‘*getallen*’ is het getalengebied in groep 6 veel groter dan in groep 4. Bij het onderdeel ‘*bewerkingen*’ zijn in groep 3 de bewerkingen vermenigvuldigen en delen nog niet aan de orde.

Meestal neem ik enkele opgaven uit de Citotoets rekenen-wiskunde als uitgangspunt voor een gesprek. Voor het in kaart brengen van een specifiek leerstofonderdeel (rekenen tot 20, rekenen tot 100, tafels van vermenigvuldiging) maak ik aanvullend gebruik van de Kwantiwijzer voor leerkrachten (W. van den Berg, D. van Eerde & S. Lit, 1992), RekenRadar (J. van Geenen, M. Rijdsdijk & A.M. van Zummeren, 1994) of van onderzoeken uit Speerpunt rekenen (1991).

### waar gaat het vaak fout?

Uit de vele rekenonderzoeken die ik heb gedaan, komt steeds naar voren dat het onderdeel ‘*toepassingen*’ bij de kinderen voor de meeste problemen zorgt.

Het gaat dan over het geven van betekenis aan bewerkingen (Van Erp, 1991); het werken met de vertaalcirkel. Elk op te lossen probleem kun je op verschillende manieren weergeven of representeren (fig.1).



figuur 1

- Je kunt een probleem weergeven in een som of formule (F).
- Je kunt een situatie spelen met concreet materiaal, kinderen of poppen (S).
- Je kunt een gebeuren weergeven in een verhaal (V).
- Je kunt een handeling uitvoeren met blokjes of fiches (H).
- Je kunt een probleem schetsen of tekenen (T).
- Je kunt een probleem weergeven op de getallenlijn (G).

Met elke ‘taal’ kun je op een heel andere manier precies hetzelfde zeggen. Je kunt een probleem van de ene naar de andere representatie ‘vertalen’. De bedoeling van het vertalen is het opbouwen van een scherp beeld van een bepaald probleem of gebeuren. En daar gaat het bij het rekenen om!

Zwakke rekenaars vinden het vaak moeilijk om de diverse vertalingen te maken. Zij zien ook niet dat de verschillende representaties steeds over hetzelfde probleem gaan. Of je het nu weergeeft op

de getallenlijn of dat je er een tekening van maakt, het gaat steeds over hetzelfde. En je maakt niet zomaar een tekening of een verhaal; het moet wel bij de som passen.

Een mooi praktijkvoorbeeld van het niet goed kunnen 'vertalen' staat in het volgende verhaal over Niels, die het sommetje '7 + 4' moet uitrekenen (fig.2).

Niels uit groep 4 werd aangemeld met rekenproblemen. Tijdens het onderzoek kwam op een gegeven moment de volgende som aan de orde:  $7 + 4 =$ .  
 Niels riep na enig telwerk op zijn vingers '11'. Ik vroeg hem of hij een verhaaltje kon bedenken bij die som. Dat was duidelijk een moeilijke vraag voor Niels. Hij ging er diep over nadenken en kwam na een tijdje aarzelend met het volgende verhaal: 'We gingen voetballen. Er waren 7 jongens en 4 meisjes (stilte) – en ze schoten er 11 in.'  
 Niels was helemaal blij. Alle getallen zaten in het verhaaltje, dus het moest wel goed zijn!

figuur 2

### proberen een verhaaltje bij de som te maken

Misschien denkt u dat Niels een uitzondering is, maar mijn ervaring is nu juist dat het vertalen van een opgave steeds de grootste moeilijkheden oplevert. Zwakke rekenaars hebben heel vaak moeite om bij één probleem verschillende vertalingen te maken. Een praktijkvoorbeeld staat hieronder (fig.3).

*Opgave*  
 1 kaart kost 2 euro.  
 Kelly koopt 3 kaarten.  
 Hoeveel moet zij betalen?

Ll: '5.'  
 Lk: 'Welke som heb je gemaakt? Schrijf maar op.'  
 Ll: ' $2 + 3 = 5$ '  
 Lk: 'Waar komt die 2 vandaan?'  
 Ll: '2 euro.'  
 Lk: 'En die 3?'  
 Ll: '3 kaarten,  $2 + 3 = 5$ .'  
 (Telt toch nog even op zijn vingers en kijkt de lk. aan: 'ja toch?').  
 Lk: 'Kun je een tekening maken van het verhaal?'  
 Ll: 'Wat moet ik dan tekenen?'  
 Met enige hulp komt er een tekening op papier van 3 kaarten, met onder elke kaart een kaartje met daarop 2 euro.  
 Lk: 'Welke som kun je maken bij deze tekening?'  
 Ll: 'Oh, ik zie het al:  $3 \times 2 = 6$ .' 'Het moet 6 zijn.'

figuur 3

Aan het maken van verschillende 'vertalingen' wordt in de meeste rekenmethoden te weinig aandacht besteed. In de rekenlessen komen wel regelmatig contextopgaven aan de orde. Een probleem of een gebeurtenis wordt weergegeven in een verhaal, al dan niet ondersteund door een tekening. De leerlingen moeten zich een beeld vormen van de situatie en het probleem omzetten in een som. Vervolgens voeren zij de bewerking uit. Het antwoord moet steeds worden teruggekoppeld naar het oorspronkelijke probleem.

### *Een voorbeeld*

25 kinderen willen met een bootje naar de overkant van een sloot varen. Er kunnen 4 kinderen in 1 bootje. Hoeveel bootjes zijn er nodig?

Je kunt de volgende som maken:  $25 : 4 = \dots$  Maar het antwoord kan natuurlijk niet zijn: 6 rest 1. Daar hoort op zijn minst enige uitleg bij.

Bijvoorbeeld: 6 volle bootjes en dat ene kind kan niet mee. Die heeft pech gehad!

Of: voor dat ene kind hebben we ook nog een bootje nodig, dus hebben we 7 bootjes nodig.

Naast het vertalen van een context of verhaal naar een som, moeten in de klas ook regelmatig de andere vertalingen aan de orde komen. Steeds starten met een andere 'taal', waardoor de kinderen steeds weer andere vertalingen moeten maken:

- Start met een kale som:  $3 \times 8 =$ .
- Laat een paar kinderen een verhaal bedenken bij deze som.
- Geef een groepje leerlingen de opdracht om een tekening of een schets te maken.
- Vraag andere kinderen de som op de getallenlijn uit te rekenen.
- Laat een aantal leerlingen de handeling met behulp van blokjes of fiches uitvoeren.

Benadruk hierbij steeds dat je dezelfde som op verschillende manieren uit kunt werken, kunt 'vertalen'.

Zwakke rekenaars hebben vaak de neiging om met de getallen, die in een verhaal voorkomen een vrij willekeurige bewerking uit te voeren. Dat betekent dat zij geen goed beeld hebben van het probleem. En aangezien we graag willen dat kinderen hun rekenkennis ook kunnen toepassen, is het belangrijk om tijdens de lessen veel aandacht te schenken aan het 'vertalen'. Alleen dan leren kinderen een scherp beeld op te bouwen van een probleem.

## **aandacht voor preventie**

Bij uitval op rekegebied kost het vaak veel energie (van zowel de leerkracht als de leerling) om de problemen op te lossen. Deze energie zou beter gestoken kunnen worden in het voorkomen van uitval.

Hieronder volgen enkele tips:

- *Cito Rekengids (J. Janssen, J.M. Kraemer, 1995)*  
De informatie uit de Cito Rekengids kan preventief door de leerkracht worden gebruikt. Wanneer je vooraf bestudeert waar zwakke rekenaars gemiddeld genomen de komende maanden moeite mee hebben, kun je daar tijdens de rekenlessen op inspelen. Als je bijvoorbeeld vooraf weet dat zwakke rekenaars medio groep 4 nog moeite hebben met het tellen in sprongen van 1 (met name het terugtellen over het tiental), zou je daar dagelijks een paar minuten mondeling aandacht aan kunnen besteden (stukjes telrij oefenen).  
De informatie uit de Rekengids kan derhalve een ondersteuning zijn bij het werken met de eigen methode.
- *Observaties in de klas*  
Observaties en gesprekjes met een of meer leerlingen tijdens de lessen leveren veel procesinformatie op. Kinderen in groep 3 en 4 kunnen veel rekenproblemen camoufleren. Wanneer je als leerkracht dan alleen naar het product (het antwoord) kijkt, lijkt er geen sprake van een probleem. Maar in groep 3 en 4 kunnen kinderen heel veel tellend oplossen, al dan niet een voor een op de vingers. De uitkomst is dan wel goed, maar de oplossingsstrategie is ongewenst en kan het verdere rekenonderwijs blokkeren. Om zeker te zijn of er nu wel of geen sprake is van gewenst oplossingsgedrag, is procesinformatie noodzakelijk.

- *Tijdig signaleren*  
Op veel scholen wordt in februari in groep 3 en in januari in groep 4 tot en met 8 de Citotoets rekenen-wiskunde afgenomen. Soms weet een leerkracht al rond de herfstvakantie dat er een paar zwakke rekenaars in de groep zitten. Het is dan verstandig om niet tot januari (of februari) te wachten met het doen van een rekenonderzoekje en het bieden van hulp. Hoe kleiner de achterstand, hoe kleiner de ingreep. De hulplessen kunnen dan extra ondersteuning bieden, waardoor leerlingen tijdens de reguliere lessen meer zullen oppikken.
- *Interactie en reflectie*  
Rekenzwakke leerlingen worden niet geholpen door ze zelfstandig te laten werken aan een remediërend pakket. Deze kinderen hebben, meer nog dan de andere kinderen in de groep, behoefte aan interactie. Steeds moet je als leerkracht reflectie uitlokken. Welke strategie is hier handig? En waarom? Is je antwoord goed? Hoe weet je dat? Kun je dat nagaan? Bij welke sommen moet je splitsen? Hoe zie je dat? Ga je hoofdrekenen of cijferen? Staan er sommen in dit rijtje die je uit je hoofd kunt oplossen? Bij welke sommen denk je aan de ‘vriendjes van 10’? Welke sommen gaan handig met de ‘spring te ver manier’ ( $56 + 29 =$  uitrekenen door  $56 + 30$  en dan nog 1 eraf)? Enzovoort.  
In de remediëring worden vaak aparte vaardigheden aangeleerd. Hieronder staat een voorbeeld over splitsen.  
  
De splitsingen van de getallen tot 10 worden ingeoeffend. Wanneer het kind alle splitsingen kent, zou er in de remediëring nog een fase moeten volgen, namelijk: wanneer kan ik die splitsingen gebruiken? Welke splitsing heb ik wanneer nodig?  
Soms kent een kind alle splitsingen, maar weet het niet dat het bij de som ‘ $8 + 5 =$ ’ 5 moet splitsen in 2 en 3.
- *Betekenis geven aan bewerkingen*  
Tijdens elke rekenles (maar zeker tijdens de hulp) is het belangrijk te werken volgens de principes van de vertaalcirkel. Het is derhalve van belang om naast het oefenen van de bewerkingen en het schenken van aandacht aan strategieën en technieken, ook elke les één of twee problemen op diverse manieren te ‘vertalen’.
- *Structuur aanbrengen*  
Rekenzwakke leerlingen brengen niet uit zichzelf structuur aan. Je moet structuur uitlokken met vragen en geschikt materiaal (rekenrek, kralensnoer, handen, pingpongdoosje van 10, geldkistje van 10 en van 20 (uit: Cito Hulpboek groep 3: J.M. Kraemer, J. Nelissen, J. Janssen & A. Noteboom; 1995)). Ook moet je kinderen laten ervaren dat structureren loont. In het begin zullen zwakke rekenaars een som sneller op de vingers uitrekenen dan dat ze gebruikmaken van de structuur. Wanneer de nadruk te veel ligt op snel en goed, kiezen de kinderen vaak voor het veilige tellen. Naarmate de nadruk meer komt te liggen op oplossingsprocessen, durven de kinderen het een voor een tellen makkelijker los te laten.

## rekenen tot 100, basisstrategie

Voor zwakke rekenaars is de rijgmethode, ondersteund door de lege getallenlijn, de meest inzichtelijke manier van werken. Kinderen hebben vaak zelf de voorkeur voor de splitsmethode. Toch adviseer ik altijd veel energie te steken in het onder de knie krijgen van het rijgen op de lege getallenlijn als basis. Pas wanneer dat goed gaat, kan daar dan voor het optellen de splitsmethode bijkomen. De getallenlijnversie die is gemaakt bij de methode Rekenen & Wiskunde, biedt hiervoor gestructureerd lesmateriaal dat ook als remediërend materiaal goed dienst kan doen.

## ten slotte

Goed rekenonderzoek moet leiden tot suggesties voor hulp voor de desbetreffende leerling. Daarbij zal naast aandacht voor de getallen en bewerkingen (bijvoorbeeld kennis van de opbouw van de getallen, het aanleren van bouwstenen voor het rekenen tot 10, 20 of 100, of het aanleren van oplossingsstrategieën) ook expliciet aandacht besteed dienen te worden aan twee andere belangrijke zaken: het uitlokken van reflectie (door het stellen van reflectie-oproepende vragen) en het werken met de vertaalcirkel.

Goed rekenonderzoek kan ook leiden tot verbetering van het rekenonderwijs. Niet alleen in de hulplessen, maar ook in de reguliere lessen dienen interactie en reflectie een belangrijke rol te spelen. De lessen zouden doorspekt moeten zijn met reflectie-oproepende vragen.

Ook het werken met de vertaalcirkel zou een of twee keer per week een onderdeel van de les kunnen zijn. Dat vraagt nauwelijks aanpassingen aan de rekenmethode. Het kost wel even wat tijd, maar die tijd wordt snel terugverdiend! Door goede preventieve maatregelen zal het aantal uitval-  
lers echt afnemen.