

Reactie op 'Proeve ...' 13 en 14 (procenten)

M. Wijers

Freudenthal instituut, RU Utrecht

1 Inleiding

De 'Proeve ...'-artikelen in dit tijdschrift leveren een belangrijke bijdrage aan het overzicht over het hele gebied van de procenten.

Het eerste artikel (jaargang 9 nummer 4) biedt een gedetailleerd overzicht van het hele gebied, van de mogelijke typen vraagstukken en het verband tussen de gebieden: verhoudingen - breuken - procenten - kommagetallen. Als achtergrondinformatie is dit zeer waardevol voor leerplanontwerpers en auteurs van schoolboeken. In het tweede artikel (jaargang 10 nummer 1) wordt de rol van verschillende modellen besproken voor het oplossen van procentenvraagstukken. Dit biedt geen raamwerk voor een procentenleergang maar ideeën voor, wat de auteurs noemen, een onderwijsleerstructuur voor het onderwerp procenten.

Deze artikelen hebben niet alleen een waarde voor betrokkenen bij het basisonderwijs, ook het voortgezet onderwijs kan er haar voordeel mee doen. Het is vanuit die achtergrond dat ik op de artikelen wil reageren. Veel van de genoemde problemen hebben ook betrekking op de onderwerpen verhoudingen en breuken. Hier beperk ik me echter in eerste instantie tot de procenten; verhoudingen en breuken komen slechts in samenhang daarmee voor.

2 Procenten in het voortgezet onderwijs

Het is steeds meer bekend en geaccepteerd in kringen van het voortgezet onderwijs dat niet alle leerlingen die de basisschool verlaten het onderwerp procenten volledig beheersen. De resultaten van de PPOON, waarvan enkele voorbeelden in de artikelen zijn opgenomen laten dit nog eens overduidelijk zien. Alleen al om een meer reëel beeld te krijgen van wat brugklasleerlingen kunnen op het gebied van procenten zouden deze resultaten ook aan betrokkenen bij het voortgezet onderwijs bekend moeten zijn.

De auteurs formuleren het in hun eerste artikel (jaargang 9 nummer 4) zelfs als volgt:

'Eén ding is zeker, het gros van de leerlingen beheerst aan het eind van de basisschool het procentrekenen absoluut niet.'

Door in deze uitspraak de zinsnede 'aan het eind van de basisschool' te vervangen door 'bij binnenkomst in het voortgezet onderwijs' worden in één oogopslag de problemen daar zichtbaar. Een extra complicerende factor is dat er in één brugklas leerlingen bij elkaar zitten die van verschillende basisscholen afkomstig zijn. Dit betekent voor de docenten dat zij, als ze al iets aan rekenen willen doen, eigenlijk niet goed weten wat de beginsituatie is waar ze op moeten aansluiten.

In steeds meer wiskundemethoden duiken hoofdstukken op over procenten en er is een behoorlijk aantal rekenboekjes voor het voortgezet onderwijs op de markt. Helaas biedt dat nog geen garantie voor een goede behandeling van dit onderwerp.

Auteurs van schoolboeken en leerplanontwerpers staan hier voor een moeilijke taak. Er is geen sprake van helemaal opnieuw beginnen met het onderwerp procenten, daar is geen tijd voor, zeker niet in de huidige situatie. Bovendien zou daarmee ook een aantal leerlingen tekort worden gedaan. Ergens 'middenin' starten is ook niet mogelijk omdat niet duidelijk is waar in het voortgezet onderwijs op aangesloten kan worden.

Wat er gebeurt is meestal een korte herhaling in hoog tempo, waarbij in vogelvlucht alles over procenten de revue passeert. Voor veel leerlingen is het echter geen herhaling maar een eerste kennismaking. Vaak wordt een algoritmische benadering gekozen, bijvoorbeeld de één-procent methode, met veel oefensommen. Er is weinig tot niets terug te vinden van de in het artikel genoemde variatie in oplossingsmethoden, noch van visualiseren en modelgebruik. Ook de samenhang met verhoudingen en breuken en decimale getallen krijgt weinig aandacht. De nadruk ligt op het uitvoeren van algoritmen, wat een flexibele attitude niet zal bevorderen. Voor hoofdrekenen, schattend rekenen en ontwikkelen van inzicht is weinig of geen tijd ingeruimd. Voor leerlingen die alles al eens gezien hebben en het onderwerp redelijk beheersen, is deze manier van aanpak wellicht

geschikt. De anderen zullen er echter weinig baat bij hebben. Op het gebied van leerplanontwikkeling bestaat de op zich merkwaardige situatie dat er veel overlap is tussen de kerndoelen rekenen-wiskunde van het basisonderwijs en die van de basisvorming wiskunde, maar dat van echte overlap voor de leerlingen meestal geen sprake is. Evenmin echter van goede aansluiting tussen basis- en voortgezet onderwijs!

Dit is geen vrolijkstemmend beeld van de situatie rond procenten. Zowel het basisonderwijs als het voortgezet onderwijs ontbreekt het aan mogelijkheden hier zelf een goede oplossing voor te vinden. Mijns inziens is dit alleen mogelijk door samenwerking met elkaar.

3 Procenten in het basisonderwijs

De artikelen - en de hele 'Proeve ...' - hebben uitsluitend betrekking op het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Daar wordt begonnen met procentrekenen en daar wordt dit onderwerp ook in zijn totaliteit behandeld, tot en met een aanzet voor exponentiële groei (jaargang 10 nummer 1, p.37). De vraag is of dat haalbaar en wenselijk is.

Docenten in het basisonderwijs krijgen met moeite het ambitieuze programma af en maken daarom keuzen. Sommige onderdelen worden minder uitgebreid of helemaal niet behandeld. Vaak zijn dit formeel breukrekenen en een groot deel van het onderwerp procenten (9.4 p.40). Leerlingen hebben in het basisonderwijs als gevolg hiervan niet allemaal dezelfde leerstof gehad, laat staan dat ze alles beheersen. Daarnaast is er een grote diversiteit aan benaderingen in het onderwijs, denk alleen al aan de twee extremen: de mechanistische en de realistische methoden.

Schrijvers van basisschoolmethoden worden wel geacht het onderdeel procenten in alle volledigheid in de boeken op te nemen. Na het basisonderwijs wordt er namelijk officieel geen rekenen meer gegeven.

In het eerste artikel (jaargang 9 nummer 4) vragen de auteurs zich af wat mogelijke oorzaken zijn van de slechte beheersing van het onderdeel procenten aan het eind van de basisschool. Zij noemen er een aantal, zoals: de hoeveelheid lestijd, de didactiek en het niet efficiënt inzetten van de rekenmachine. Een echt antwoord levert dit niet op.

Er wordt al meer dan tien procent van de lestijd in groep zeven en acht aan procentrekenen besteed. Hoewel op het gebied van de didactiek nog allerlei verbeteringen mogelijk zijn, lijkt het me niet waarschijnlijk dat hiermee het probleem volledig kan worden opgelost. Er is volgens mij wat anders aan de hand.

Het beeld dat via de streefdoelen uit de 'Proeve ...' naar

voren komt is er één van wel heel hoog gegrepen doelen, die zelfs met een perfecte didactiek nauwelijks te realiseren lijken binnen de gegeven tijd, zeker niet voor alle leerlingen.

Het overzicht van het gebied (jaargang 9 nummer 4) levert ons een heldere indeling. Daaruit blijkt meteen dat het een omvangrijk gebied is met heel veel haken en ogen. Naast een goede beheersing van allerlei technieken, vereist het werken met procenten een hoge mate van inzicht. Niet alleen inzicht op het gebied van procenten zelf, maar ook inzicht in de samenhang tussen breuken, verhoudingen en decimale getallen enerzijds en procenten anderzijds. Bovendien is inzicht in de structuur van de vraagstukken nodig. De auteurs merken op dat dit één van de zaken is waar het om gaat bij gebruik maken van de rekenmachine (jaargang 10 nummer 1, p.37). Ook als er geen rekenmachine gebruikt wordt is het doorzien van de structuur een noodzakelijke voorwaarde om tot een oplossing van een vraagstuk te kunnen komen. Als een opgave eenmaal ingedeeld is in één van de zes genoemde categorieën zal die, als tenminste de technieken goed beheerst worden, redelijk eenvoudig op te lossen zijn. Het probleem zit echter juist in het classificeren. Dit blijkt met name uit de realistische voorbeelden die de auteurs geven van fouten in kranteartikelen. De oorsprong van de daar gemaakte fouten is in de meeste gevallen te herleiden tot een onjuiste classificatie.

Dit inzicht ontwikkelen in de structuur van vraagstukken zou de kern van het onderwijs moeten zijn. Om zowel het inzicht te ontwikkelen als de benodigde technieken te leren is mijns inziens een geleidelijke opbouw gedurende een langere tijd nodig. Niet verdeeld over twee jaar, de laatste twee groepen van het basisonderwijs, maar over zeker vier jaar. Dat betekent dat in overleg het procentrekenen verspreid moet worden over de laatste twee jaar van het basisonderwijs en de eerste twee jaar van het voortgezet onderwijs.

Nu door de komende leerplanwijzigingen die in het project 'Wiskunde 12-16' voorgesteld worden, in het voortgezet onderwijs expliciet tijd wordt ingeruimd binnen het wiskundeprogramma voor het onderdeel rekenen, is een eerste randvoorwaarde daartoe vervuld.

4 Een mogelijke verdeling

Voor een mogelijke verdeling sluit ik me aan bij de opmerking van de auteurs dat een eenduidige (beste) lineaire leergang niet te ontwikkelen is. Om echter een goed startpunt voor het voortgezet onderwijs aan te wijzen zullen er toch duidelijke afspraken gemaakt moeten worden over wat wel en wat geen aandacht op de basisschool krijgt. Ik denk dat een scheiding wel te trekken is. In het basisonderwijs zou vooral de nadruk moeten lig-

gen op een oriëntatie op het procentbegrip. Hierbij kan, afhankelijk van de gehanteerde methode, aangesloten worden op breuken of verhoudingen. De relatie met zowel breuken als verhoudingen moet steeds terugkeren. Het expliciet leggen van deze relatie zorgt er mijns inziens voor dat ook inzicht in de structuur van procentvraagstukken ontwikkeld wordt. Ik pleit niet voor rijtjes kale opgaven.

Naar aanleiding van dit soort opgaven wordt in het eerste artikel opgemerkt dat er met de taal rond procenten veel zorgvuldiger moet worden om gegaan. Daarmee kan duidelijk worden gemaakt dat procenten geen gewone getallen zijn. Deze taalaspecten zullen in het onderwijs zeker veel aandacht behoeven.¹

Het werken met procenten zou in eerste instantie zoveel mogelijk gekoppeld moeten zijn aan situaties. Daar is het eenvoudiger en meer voor de hand liggend om procenten te benoemen. Bovendien is het mogelijk om op een concreet niveau de verbinding te leggen met breuken en/of verhoudingen.

De elastieken procentenmeter zoals ontwikkeld in het kader van het project 'Wiskunde 12-16' en de verhoudingstabel zijn modellen die in deze fase goed gebruikt kunnen worden.² Ze bieden concrete ondersteuning bij de relatie tussen breuken en procenten en tussen verhoudingen en procenten.

Daarnaast zou in het basisonderwijs in eenvoudige gevallen (met name boven de honderd procent) de relatie kunnen worden gelegd tussen procenten en vermenigvuldigingsfactoren (kortom: een oriëntatie op het gebruik van procenten als factor).

Voorbeeld: twee keer zo duur, komt overeen met tweehonderd procent van de oorspronkelijke prijs; anderhalf keer zoveel met honderdvijftig procent van de oorspronkelijke prijs.

Naast het ontwikkelen van inzicht zal er aandacht besteed moeten worden aan met name hoofdrekenen en schattend rekenen, waarbij een aantal basisvaardigheden geoefend wordt.

Het voortgezet onderwijs zou dan uit kunnen gaan van de realiteit dat dit fundament er ligt. Dan kan er ook daar gezocht worden naar een geschikte onderwijsleerstructuur, die zijn aangrijpingspunt heeft aan het eind van het basisonderwijs.

De reeds aangestipte onderwerpen zullen terugkomen, vaak op een hoger abstractieniveau. Bovendien zullen de basisvaardigheden en rekentechnieken onderhouden en uitgebreid moeten worden. De zakrekenmachine zal nadrukkelijker een rol gaan spelen. De dubbele getallenlijn en de verhoudingstabel zijn goed bruikbare modellen, ook in deze fase van het procentrekenen.

In het voortgezet onderwijs kan de overgang van een additief model naar een multiplicatief model gemaakt worden. Uitstel hiervan heeft als voordeel dat aangesloten kan worden bij de algebra. Het werken met pijlen en om-

keerbewerkingen sluit daar goed bij aan. Problemen met percentages van percentages geven aanleiding om de relatie met exponentiële groei te leggen. Het lijkt me goed als dit niet exclusief gekoppeld aan percentages voorkomt.

Natuurlijk zal, zoals in het tweede artikel (jaargang 10 nummer 1) gesteld wordt, zowel in basis- als voortgezet onderwijs het bevorderen van een flexibele attitude een belangrijke doelstelling zijn en zullen hoofdrekenen en schattend rekenen hierbij centraal staan. In het voortgezet onderwijs kan eventueel onderscheid gemaakt worden in diepgang, inhoud en didactiek voor de verschillende niveaus. Het is niet ondenkbaar dat niet alle leerlingen eenzelfde niveau van abstractie zullen bereiken.

5 Naar aanleiding van voorbeelden

De maatschappelijke werkelijkheid laat een toenemend gebruik van percentages in allerlei situaties zien. In dit verband lijkt een bezinning op de vraag wat elke Nederlander nu precies van procenten zou moeten weten zinvol. Het resultaat geeft een indicatie voor wat er thuis hoort in de basisvorming. De paragraaf over de maatschappelijke aanwezigheid van procenten (jaargang 10 nummer 1, p.3) geeft de ideeën van de auteurs op dat gebied weer.

Het lijkt me zeer belangrijk dat men zich een beeld kan vormen bij een bepaald percentage. Bij het ordenen met procenten bijvoorbeeld, is het van belang te weten dat het uitmaakt waarvan je het percentage bepaald hebt ('67 procent is soms meer dan 76 procent'). Enig idee hebben van wat er nog te betalen is met twintig procent korting, of wat je je moet voorstellen bij veertig procent van de Nederlandse bevolking is voor iedereen van nut. Ik vind het echter een riskante zaak om veel gemaakte fouten en eigenaardigheden met betrekking tot procenten als uitgangspunt (instap) te kiezen van een didactische opbouw. Het op fouten controleren van kranteberichten waarin procenten voorkomen beschouw ik meer als een eigenaardige hobby van enkele wiskundigen. Ik zou er in dat verband eerder voor pleiten om minder procenten te gebruiken in artikelen.

Situaties vergelijken kan meestal heel goed zonder procenten, bijvoorbeeld via verhoudingen en eventueel de decimale getallen die daar na gebruik van de zakrekenmachine bij komen kijken. Veel vaker dan men denkt kan het ook met de absolute getallen.

Zo is het bijvoorbeeld in de door de auteurs aangehaalde advertentie van Dirk van de Broek versus Albert Heijn met name interessant te weten hoeveel gulden voordeel men heeft. Een klant zal echt niet geïnteresseerd zijn in welk percentage dat dan is, en nog minder ten opzichte

van welke prijs dat berekend is. Dit vind ik een typisch voorbeeld van zinloos gebruik van percentages en het zou om die reden dan ook geen uitgangspunt of paradigma moeten zijn voor de problematiek van percentages erbij/eraf zoals de auteurs voorstellen.

Een soortgelijk bezwaar heb ik tegen het paperclip-voorbeeld.

Gesuggereerd wordt dat er door het vergroten van een plaatje van een paperclip met het kopieerapparaat centimeters bijkomen (jaargang 10 nummer 1, p.33). 'De kleinste werd vergroot van vier tot vijf centimeter. Er is één centimeter bijgekomen.' Het plaatje laat echter zien dat de hele paperclip vergroot is in alle richtingen, dus behalve langer ook breder is geworden. Eén centimeter erbij is dan een niet passend beeld. Daarnaast zijn in de context van vergroten en verkleinen, procenten niet de meest voor de hand liggende manier om dat te beschrijven. Normaal gesproken werk je met een vergrotingsfactor. Zo ook de auteurs in het vervolg over dit voorbeeld (jaargang 10 nummer 1, p.36). Dat het kopieerapparaat bij de insteltoets een %-teken gebruikt en daarbij ook nog afwijkt van de bij geld gebruikelijke manier van doen is eigenlijk gewoon jammer. Bij geld wordt namelijk doorgaans alleen de toe- of afname in procenten vermeld.

Bijvoorbeeld: Albert Heijn is zeventien procent duurder en niet: de prijs van Albert Heijn is honderzeventien procent van de prijs van Dirk van de Broek. Het kopieerapparaat hanteert de laatste voorstellingswijze, daar betekent twintig procent een verkleining. Die toevallige keuze moet echter geen kapstok worden om procenten als factor aan op te hangen. Dit wil overigens niet zeggen dat deze voorbeelden geen plaats kunnen krijgen in het onderwijs. Zo ja, dan niet aan het begin maar liever aan het eind, als eigenaardige gevallen.

6 Samenvatting

De kritiek op de genoemde voorbeelden daar gelaten ben ik van mening, dat in de beide artikelen waardevolle suggesties aangereikt worden waarmee ook in de huidige situatie het voortgezet onderwijs zijn voordeel kan doen. Niet alleen bieden ze docenten een overzicht over de leerstof, ze geven ook inzicht in mogelijke modellen en de rol die ze kunnen spelen bij het oplossen van procenten-vraagstukken. Daarnaast bevatten ze informatie over het eindniveau van de leerlingen. Het is aan te bevelen de artikelen op lerarenopleidingen te gebruiken. Docenten voor het voortgezet onderwijs zullen in de toekomst namelijk voor een deel ook rekenonderwijs moeten geven. Inzicht in de stof en de didactiek en methodieken ervan zullen noodzakelijkerwijs onderdeel van de beroepsvoorbereiding uitmaken.

Ten slotte bieden de artikelen een goede basis om in gezamenlijk overleg te komen tot een betere verdeling van het procentrekenen tussen basisschool en voortgezet onderwijs.

Noten

- 1 In navolging van de ideeën over benoemde breuken (zie artikelen van M. van Reeuwijk en A. Treffers in het vorige nummer van dit tijdschrift (jrg 10 nr 1)), kan bijvoorbeeld gedacht worden aan het benoemen van procenten.
- 2 In het rekenpakket 'Praktisch rekenen 2' (les 9), ontwikkeld door M. Abels in het kader van het project 'Wiskunde 12-16', wordt de procentenmeter als volgt geïntroduceerd.

'PROCENTENMETER

Een procentenmeter maken.

Nodig:
een stuk breed elastiek van 15 centimeter lang
een liniaal met centimeterverdeling
een balpen of dun schrijvende viltstift

Maak hiervan een procentenmeter zoals je hieronder ziet.

Met zo'n procentenmeter kun je procenten **schatten**.



Bij de opdrachten die daarna komen kunnen ze de procentenmeter als meetinstrument gebruiken.

In het begin vinden de metingen plaats aan de hand van voorwerpen, later wordt er gemeten langs de getallenlijnen.'

Daarmee wordt de overgang naar het werken met de dubbele getallenlijn voorbereid.

Ook het werken met procenten als factor wordt met behulp van de procentenmeter voorbereid; onder andere in de volgende opdracht:

- 1 Een trui kost f 42,-. Deze week is er een speciale aanbieding: je krijgt 40% korting.
 - a. Hoeveel betaal je nu ongeveer voor die trui?
 - b. Je kunt dit bedrag in één keer aflezen met je procentenmeter.
Waar moet je dan kijken op je procentenmeter?

Voor meer informatie verwijst ik naar het artikel 'Procenten in W12-16' van M. Abels in de *Nieuwe Wiskrant*, 10(3), waaruit ook bovenstaande voorbeelden afkomstig zijn.