



Voortbouwen op informele kennis

Een goed rekenbegin

Hebben kinderen al kennis van vermenigvuldigen en delen, voordat in groep 4 met het leren van de tafels wordt begonnen? Wat kunnen ze dan al en wat is hierop van invloed? In het BRXXX-project van het Freudenthal Instituut van de Universiteit Utrecht is hiernaar onderzoek gedaan.

Marjoke Bakker is promovenda, **Marja van den Heuvel-Panhuizen** is hoogleraar rekenen-wiskunde-didactiek en projectleider van het BRXXX-project en **Hanneke Loomans** is leerkracht-onderzoeker en werkzaam bij OBS De Koekoek in Utrecht.

De auteurs zijn allen werkzaam bij het Freudenthal Instituut van de Universiteit Utrecht

Het is bekend dat kinderen, voordat het formele reken-wiskundeonderwijs van start gaat, al heel wat weten over getallen, hoeveelheden, vormen en patronen. Deze kennis, die zonder expliciete instructie is verworven, noemen we 'informele kennis'. Kinderen bouwen deze kennis op door allerlei ervaringen in het dagelijks leven.

Het is belangrijk dat leerkrachten op deze bestaande kennis van kinderen voortbouwen, om zo de nieuwe, formele rekenkennis te verankeren in wat de kinderen al weten uit hun dagelijkse ervaringen. Dit bevordert de begripsvorming. Wanneer de informele kennis van kinderen niet als grondslag wordt gebruikt, kan dit leiden tot

oppervlakkige kennis en moeilijkheden in het onthouden van nieuwe kennis.

Om te kunnen aansluiten bij de kennis die kinderen met zich meebrengen, is het wel noodzakelijk dat leerkrachten zich er bewust van zijn. Uit onderzoek is echter gebleken dat de informele rekenkennis van jonge kinderen vaak wordt onderschat. In ons onderzoek hebben we daarom de informele kennis van kinderen in kaart gebracht, waarbij we ons specifiek gericht hebben op vermenigvuldigen en delen.

Vermenigvuldigen en delen

Ons onderzoek gaat om keer- en deelsommen, maar we bedoelen daarmee niet alleen het kennen van de tafels. Natuurlijk moeten kinderen de tafels leren, maar er is meer. Bij kennis van vermenigvuldigen en delen hoort ook het begrip van de getalrelaties in vermenigvuldig- en deelsituaties (bijvoorbeeld drie dozen met elk vier koeken) en het doorzien van het verschil met getalrelaties in optel- en aftreksituaties (bijvoorbeeld drie koeken en vier koeken). Essentieel voor vermenigvuldig- en deelsituaties is dat je niet alleen met aantallen **objecten** (bijvoorbeeld koeken) te maken hebt, maar ook met aantallen **groepen** (bijvoorbeeld dozen), en het aantal **objecten per groep**.

Vermenigvuldig- en deelsituaties zijn er in verschillende soorten, ook wel aangeduid als 'semantische structuren' (zie Mulligan & Mitchellmore, 1997). Drie semantische structuren die relevant zijn voor jonge kinderen zijn de 'gelijke groepstructuur' (drie dozen met elk vier koeken), de 'rechthoekstructuur' (drie rijen van vier stoelen) en de 'verhoudingstructuur' (een gebakje kost drie euro, wat kosten vier gebakjes).

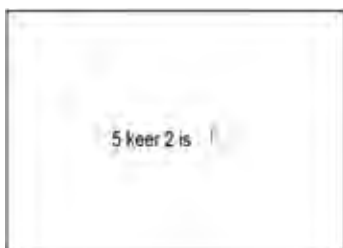
Onderzoek heeft aangetoond dat kinderen al aardig wat weten van vermenigvuldigen en

contextopgave



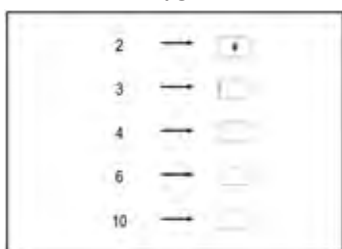
'Hoeveel koeken in alle dozen samen?'

kale keeropgave



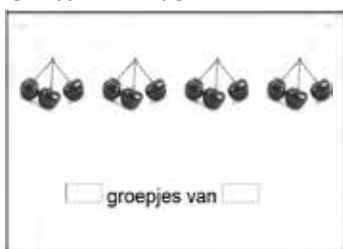
'Vijf keer twee is...'

kale verdubbelopgave



'Maak het dubbel.'

'groepjes van' opgave



'Welke zin past bij het plaatje?'

Afbeelding 1: Verschillende typen opgaven



*Bouw voort op de al
bestaande kennis van
leerlingen*



begrepen. Verder mochten de kinderen bij het vinden van hun antwoorden gebruik maken van hulpmaterialen, zoals blokjes en fiches. Nog een ander kenmerk van deze eerdere onderzoeken was dat de gebruikte opgaven steeds context-opgaven waren; er werden geen 'kale opgaven' aangeboden.

Kennis in toetsituatie

Wij wilden met ons onderzoek een volgende stap zetten en nagaan hoever de informele vermenigvuldig- en deelkennis van kinderen reikt wanneer zij opgaven moeten oplossen in een meer formele toetsituatie.

delen voordat ze daar les in hebben gehad. Uit Amerikaans en Australisch onderzoek (Kouba, 1989; Mulligan & Mitchelmore, 1997) bleek bijvoorbeeld dat kinderen in groep 3 of aan het begin van groep 4 al gemiddeld 30 procent van de aangeboden verhaaltjesopgaven over vermenigvuldig- of deelsituaties konden oplossen. Kenmerkend voor deze en andere eerdere onderzoeken was dat de kinderen in een één-op-één situatie werden geïnterviewd. Dit hield in dat de onderzoeker eventueel aanvullende uitleg kon geven als de kinderen de opgaven niet

Human Touch Photography

We bedoelen hiermee dat de kinderen bij het toetsen geen gebruik mogen maken van hulpmaterialen, dat er geen onderzoeker is die aanvullende informatie geeft en dat er naast verhaaltjesopgaven ook 'kale opgaven' worden getoetst. De toets is afgenomen aan het eind van groep 3, vlak voordat de formele instructie in vermenigvuldigen begon in groep 4.

De toets

Voor het onderzoek is een digitale toets ontwikkeld die via internet kon worden gemaakt. →

gelijke groepstructuur



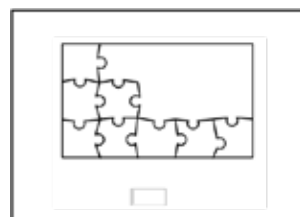
'Hoeveel koeken in alle dozen samen?'

verhoudingstructuur



'Hoeveel kosten vier beren samen?'

rechthoekstructuur



'Hoeveel stukjes heeft de puzzel als hij af is?'

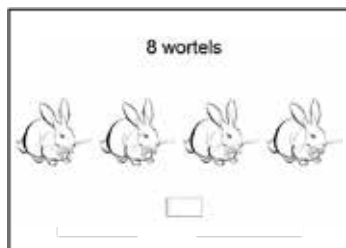
Afbeelding 2: Semantische structuren van de opgaven

geen onderdelen telbaar



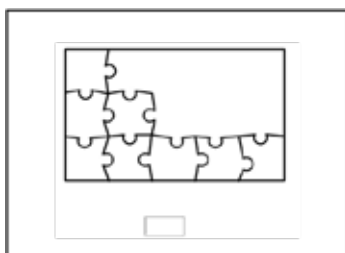
'Hoeveel kosten vier beren samen?'

1 onderdeel telbaar



'Acht wortels. Hoeveel wortels krijgt elk konijn?'

2 onderdelen telbaar



'Hoeveel stukjes heeft de puzzel als hij af is?'

2 onderdelen en oplossing telbaar



'Hoeveel punten samen?'

Afbeelding 3: Mate van telbaarheid van de opgaven

Iedere opgave werd hardop voorgelezen door de computer en de kinderen konden de antwoorden intypen of aanklikken. De kinderen maakten de toets individueel, zonder hulp van de leerkracht.

De toets bestond uit 28 opgaven van verschillende typen: opgaven gepresenteerd in een context (14), kale keeropgaven (6), kale verdubbelopgaven (4) en 'groepjes van' opgaven (4) (zie afbeelding 1).

In de contextopgaven waren de drie genoemde semantische structuren verwerkt: de 'gelijke groepstructuur', de 'verhoudingstructuur' en de

'rechthoekstructuur' (zie afbeelding 2).

Een ander relevant opgavekenmerk in de toets was de mate waarin de onderdelen van de opgaven telbaar waren op de bijbehorende afbeelding. Soms konden één of twee onderdelen van de vermenigvuldiging of deling geteld worden, terwijl in andere opgaven ook nog het antwoord telbaar was (zie afbeelding 3).

Deelnemers

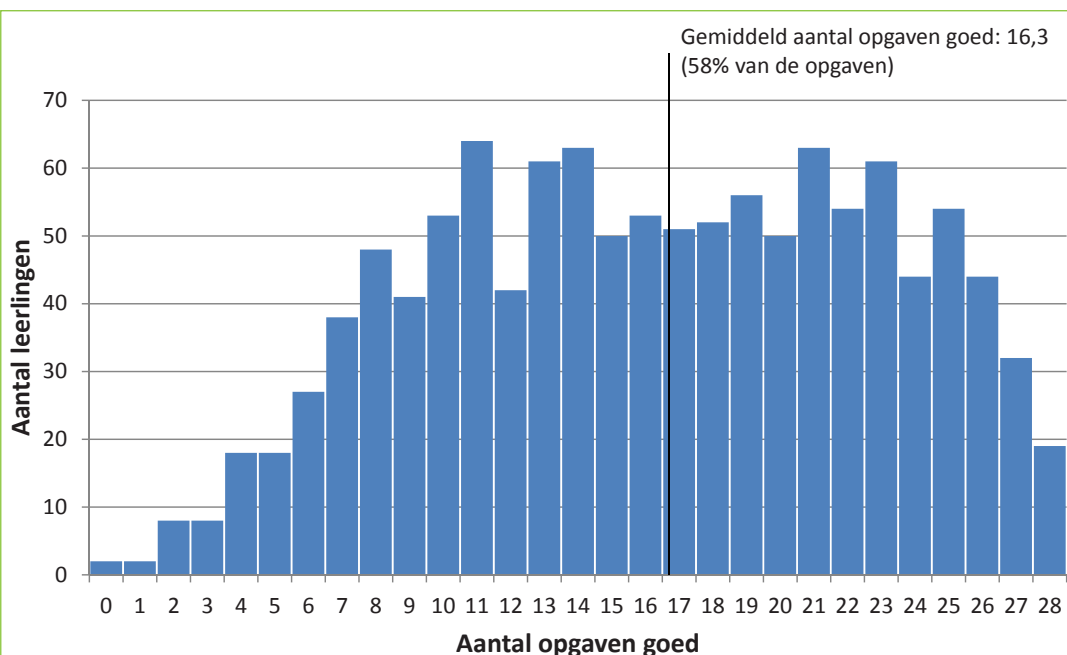
Aan het onderzoek hebben 53 scholen meege- werkt. De scholen en hun leerlingen waren representatief voor Nederland. Van elke school deed één groep 3 mee. In totaal hebben 1176 leerlingen de toets gemaakt.

Resultaten

Onze analyses laten zien dat gemiddeld 58 procent van de opgaven correct is beantwoord. In afbeelding 4 is te zien dat er zelfs kinderen waren die alle opgaven goed hadden. Dit bevestigt al meteen wat in voorgaande onderzoeken werd aangetoond, namelijk dat kinderen al aardig wat informele kennis hebben op het gebied van vermenigvuldigen en delen, voordat ze hierover formele instructie hebben gekregen. Bovendien komt uit ons onderzoek naar voren dat ze deze informele kennis ook in een relatief formele toetsituatie kunnen laten zien.

Toen we keken naar de verschillende typen opgaven (zie afbeelding 1) kwamen de 'groepjes van' opgaven als moeilijkste uit de bus. Op contextopgaven en kale verdubbelopgaven is het hoogst gescoord, maar ook kale keeropgaven werden door meer dan de helft van de leerlingen goed beantwoord.

Verder bleken opgaven met een 'gelijke groep-



Afbeelding 4: Overzicht van totaalscores

structuur' gemakkelijker te zijn dan opgaven met een 'verhoudingstructuur' en opgaven met een 'rechthoekstructuur' (zie afbeelding 2). Tot slot vonden we dat hoe meer er in de afbeelding was te tellen (zie afbeelding 3), hoe makkelijker de opgave was.

Opmerkelijk was dat we geen verschil hebben gevonden tussen vermenigvuldig- en deelopgaven. In hogere leerjaren worden deelopgaven vaak moeilijker gevonden dan vermenigvuldigopgaven, mogelijk omdat delen later dan vermenigvuldigen en soms los van vermenigvuldigen wordt aangeleerd. Echter, uit onze gegevens bleek dat aan het eind van groep 3 dit verschil in moeilijkheid nog niet bestond. Mulligan en Mitchelmore (1997), die dit in hun onderzoek ook vonden, legden dit uit door te stellen dat kinderen hun informele kennis van vermenigvuldigen en delen intuïtief met elkaar in verband brengen en dat ze voor beide dezelfde strategieën kunnen toepassen. Wat betreft de invloed van leerlingkenmerken liet ons onderzoek zien dat jongens en meisjes niet verschilden in hun informele kennis. Kinderen die waren blijven zitten, scoorden lager, en dat gold ook voor leerlingen met een hoger leerlinggewicht.

Daarnaast maakte het wat uit welke rekenwiskundemethode op school werd gebruikt. De leerlingen met *De wereld in getallen* scoorden het beste. Waarschijnlijk heeft dit te maken met het feit dat in die methode in groep 3 meer aandacht wordt besteed aan tellen-in-groepjes en aan contextopgaven die voorbereiden op vermenigvuldigen en delen.

Voor de leerkracht

Kinderen kunnen aan het eind van groep 3 al veel vermenigvuldig- en deelopgaven oplossen, zonder dat ze hierin expliciet instructie hebben gehad. Deze informele vermenigvuldig- en deelenkennis kunnen kinderen niet alleen inzetten in een één-op-één situatie waarin ze gebruik mogen maken van hulpmaterialen, zoals in eerder onderzoek al is aangetoond. Ons onderzoek laat zien dat kinderen deze kennis ook in een formelere situatie kunnen gebruiken en dat ook 'kale opgaven' (verdubbelopgaven en keeropgaven) al door veel kinderen kunnen worden opgelost. Er zijn dus veel mogelijkheden voor de leerkracht om voort te bouwen op de kennis over vermenigvuldigen en delen die leerlingen al hebben. Zo kunnen contextopgaven met een plaatje met telbare objecten kinderen helpen hun informele kennis in te zetten. Verder laat ons onderzoek zien dat kale opgaven met het woord 'keer' in plaats van het x-symbool al door veel kinderen kunnen worden opgelost. Dit geeft aan dat het woord 'keer' mogelijk een goede

In de praktijk:

- Inventariseer voordat je met vermenigvuldigen en delen begint wat de kinderen al weten. Dit kan bijvoorbeeld door ze verschillende soorten opgaven voor te leggen en hun oplossingen te bekijken.
- Bouw voort op de kennis over vermenigvuldigen en delen die leerlingen al hebben. Contextopgaven met een plaatje met telbare objecten kunnen kinderen helpen hun informele kennis in te zetten.
- Kale opgaven met het woord 'keer' in plaats van het x-symbool kunnen al door veel kinderen worden opgelost.
- Vermenigvuldigen en delen zouden mogelijk meer tegelijkertijd, in plaats van na elkaar, moeten worden aangeleerd. Zo kan worden aangesloten bij de intuïtieve verbinding die kinderen tussen deze twee bewerkingen leggen.

overbrugging vormt tussen de dagelijkse realiteit en het formele rekenen met het x-symbool. Tot slot suggereren onze bevindingen, samen met de bevindingen van Mulligan en Mitchelmore (1997), dat vermenigvuldigen en delen mogelijk meer tegelijkertijd, in plaats van na elkaar, zouden moeten worden aangeleerd. Zo kan worden aangesloten bij de intuïtieve verbinding die kinderen tussen deze twee bewerkingen leggen.

Naast de bevinding dat de gemiddelde leerling aan het eind van groep 3 al aardig wat kennis heeft van vermenigvuldigen en delen, laat ons onderzoek ook zien dat er grote verschillen tussen leerlingen kunnen bestaan in hoeveel kennis ze met zich meebrengen. Bij kinderen met een hoger leerlinggewicht is er bijvoorbeeld minder informele vermenigvuldig- en deelenkennis opgebouwd. Om de instructie van vermenigvuldigen en delen zo goed mogelijk te laten aansluiten op de informele kennis van de kinderen, zou het daarom goed zijn om, voordat met vermenigvuldigen en delen wordt begonnen, te inventariseren wat de kinderen al hiervan weten. Dit kan bijvoorbeeld door de kinderen verschillende soorten opgaven, zoals hierboven beschreven, voor te leggen en hun oplossingen te bekijken. ●

VERDER LEZEN!

- Terlouw, B. & Schoeman, G. (2005/2006). Werken aan begripsvorming bij keersommen. *Volgens Bartjens*, 25 (5), 9-12.
- Ven, S. van der & Kroesbergen, E. (2012). Verschillen tussen kinderen in de ontwikkeling van het leren vermenigvuldigen. In: M. van Zanten (Red.), *Opbrengstgericht onderwijs – rekenen!-wiskunde?* (pp. 67-79). Utrecht: Panama/Flsme, Universiteit Utrecht.
- Vermeulen, W., Moerlands, F., & Wert, P. de (2008). Fasen bij het leren van rekenen en wiskunde. *JSW*, 92(5), 6-9 en 11.

LITERATUUR!

- Kouba, V. L. (1989). Children's solution strategies for equivalent set multiplication and division word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 147-158.
- Mulligan, J. T. & Mitchelmore, M. C. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 309-330.