

Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie

Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie

VO en VSO

Mieke van Groenestijn

Gerjan van Dijken

Dolf Janson

© 2012, Koninklijke Van Gorcum BV, Postbus 43, 9400 AA Assen.

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden veelevoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of op enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische veelevoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16 h Auteurswet dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprerecht (Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp www.reprerecht.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.stichting-pro.nl).

NUR 120, 846

ISBN 978 90 232 4972 6

Foto op pagina 97 door Rutger van Hamersvelt
Met medewerking van Parcival College te Groningen

Grafische verzorging: Koninklijke Van Gorcum, Assen



Inhoud

Voorwoord	11
De kern van de zaak	13
Leeswijzer	15
Samenvatting	17
Deel 1 Visie en organisatie	29
Hoofdstuk 1 Aandacht voor leren rekenen	30
1.1 Waarom aandacht voor rekenen in het vo?	32
1.2 Waarom is er een <i>Protocol ERWD2</i> ?	36
1.3 Wie gaan werken met dit protocol?	41
Hoofdstuk 2 Visie en uitgangspunten	42
2.1 Visie op leren rekenen en rekenproblemen	44
2.2 Functionele gecijferdheid	46
2.3 Uitgangspunten van dit protocol	47
Hoofdstuk 3 Rekenbeleid	56
3.1 Omgaan met onvoldoende rekenprestaties	58
3.2 Configuraties van rekenonderwijs	58
3.3 Organisatie	59
3.4 Deskundigheid	60
3.5 Samenwerking	60
3.6 Informatievoorziening	61
3.7 Ten slotte	62
Hoofdstuk 4 Checklist rekenen	64
4.1 Rekenbeleid	66
4.2 Inhoud van het rekenonderwijs	66
4.3 Inrichting van het rekenonderwijs	66
4.4 Bekwaamheid rekenen en rekendidactiek	67
4.5 Documentaire informatievoorziening over rekenen	67

4.6	Communicatie bij (ernstige) rekenproblemen en/of dyscalculie	68
4.7	Plaatsing van leerlingen bij binnenkomst in het eerste leerjaar	68
4.8	Signalering van (ernstige) rekenproblemen	69
4.9	Begeleiding bij (ernstige) rekenproblemen en dyscalculie	69
4.10	Begeleiding in categorie 1	70
4.11	Begeleiding in categorie 2	70
4.12	Begeleiding in categorie 3	71
4.13	Traject 'psychodiagnostisch onderzoek'	72
4.14	Vaststellen van dyscalculie en het verlenen van een dyscalculieverklaring	73
Deel 2	Rekenen	81
Hoofdstuk 5	Rekenen in het vo	82
5.1	Vier Hoofdlijnen bij leren rekenen	84
5.2	Hoofdlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming	86
5.3	Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures	87
5.4	Hoofdlijn 3: vlot rekenen en onderhouden	87
5.5	Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen	88
5.6	De vier Hoofdlijnen bij rekenen in het vo	88
5.7	Inzet van IT bij het rekenonderwijs	89
Hoofdstuk 6	Hoofdlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming	92
6.1	Begripsvorming	94
6.2	Verlenen van betekenis aan rekenhandelingen	94
6.3	Ontwikkelen van rekenconcepten	97
6.4	Ontwikkelen van rekentaal	99
6.5	Samenhang bij begripsvorming als geheel	101
6.6	Signalering bij begripsvorming	102
6.7	Begeleiding bij begripsvorming	102
Hoofdstuk 7	Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures	104
7.1	Oplossingsprocedures	106
7.2	Basisbewerkingen	107
7.3	Complexere bewerkingen	108
7.4	Hoofdrekenen en rekenen op papier	109
7.5	Schatten en precies rekenen	111
7.6	Werken met de rekenmachine	111
7.7	Signalering bij oplossingsprocedures	113
7.8	Begeleiding bij het verder ontwikkelen van oplossingsprocedures	114
Hoofdstuk 8	Hoofdlijn 3: vlot rekenen en onderhouden	116
8.1	Oefenen	118
8.2	Automatiseren en memoriseren	122
8.3	Vlot rekenen: onderhouden en consolideren	125

8.4	Signalering bij vlot (leren) rekenen	125
8.5	Begeleiding bij vlot (leren) rekenen	125
Hoofdstuk 9	Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen	126
9.1	Flexibel toepassen	128
9.2	Flexibiliseren en verdiepen van rekenkennis en rekenvaardigheden ..	128
9.3	Strategisch denken en handelen	132
9.4	Signalering bij flexibel toepassen	133
9.5	Begeleiding bij flexibel toepassen en verdiepen	134
Deel 3	Afstemmen	135
Hoofdstuk 10	Het Handelingsmodel	136
10.1	De handelingstheorie	138
10.2	Het Handelingsmodel	138
10.3	Schakelen tussen handelingsniveaus	140
10.4	Verwoorden/communiceren en mentaal handelen	142
10.5	De betekenis van het Handelingsmodel voor rekenen	142
10.6	Het Handelingsmodel als model voor observatie (in de groep)	143
10.7	Het Handelingsmodel als model voor afstemming van de didactiek ..	146
10.8	Het Handelingsmodel als model voor begeleiding	149
Hoofdstuk 11	Het Drieslagmodel	152
11.1	Het Drieslagmodel als model voor probleemoplossend handelen ..	154
11.2	Het Drieslagmodel als didactisch model	156
11.3	Het Drieslagmodel als model voor observatie en interventie	159
11.4	Wat betekent het Drieslagmodel voor rekenproblemen?	163
Hoofdstuk 12	Samenhang en afstemming tussen beide modellen	166
12.1	Samenhang	168
12.2	Leerlingenmerken en de samenhang met beide modellen	168
12.3	De samenhang in beeld	170
12.4	Reflectie en onthouden	171
Hoofdstuk 13	Aandachtspunten voor het signaleren van rekenproblemen ..	174
13.1	Signaleringspunten bij de vier Hoofdlijnen	176
13.2	Aandachtspunten ten aanzien van het leerproces van de leerling ..	178
13.3	Aandachtspunten voor reflectie door de leraar	179
Deel 4	Begeleiding	181
Hoofdstuk 14	Begeleiding en ondersteuning bij rekenonderwijs	182
14.1	Rekengeschiedenis van de leerling bij overgang po-vo	184
14.2	Continuïteit in begeleiding van po naar vo	186
14.3	Begeleiding in het vo	187
14.4	Rollen, taken en deskundigheden	189

	14.5	De leerling	193
	14.6	Vastleggen van vorderingen en evaluatie	194
Hoofdstuk	15	Begeleidingscategorie 1	196
	15.1	Verschillen binnen het vo	198
	15.2	De leerlingen in begeleidingscategorie 1	198
	15.3	Hanteren van doelen	200
	15.4	Opzet van een rekenles	200
	15.5	Instructievormen	202
	15.6	Oefenen	205
	15.7	Reflectie	206
	15.8	Evaluatie	206
Hoofdstuk	16	Begeleidingscategorie 2	208
	16.1	De leerlingen in begeleidingscategorie 2	210
	16.2	Afstemming	210
	16.3	Resultaat van een diagnostisch rekenonderzoek	211
	16.4	Doelen op lange en op korte termijn	211
	16.5	Leerstofinhoud	212
	16.6	Leeractiviteiten	214
	16.7	Uitvoering (planning en organisatie)	214
	16.8	Evaluatie van het individuele handelingsplan	215
	16.9	Vervolgstappen na de begeleiding in categorie 2	215
Hoofdstuk	17	Begeleidingscategorie 3	216
	17.1	De leerlingen in begeleidingscategorie 3	218
	17.2	Het belang van psychodiagnostisch onderzoek	219
	17.3	Adviezen vanuit het psychodiagnostisch onderzoek	220
	17.4	Het individuele handelingsplan	221
	17.5	Evaluatie van begeleidingscategorie 3	221
	17.6	Vervolgactiviteiten	222
Deel	5	Onderzoek	223
Hoofdstuk	18	Diagnostiek in begeleidingscategorie 2 (diagnostisch rekenonderzoek)	224
	18.1	Welke leerling komt in aanmerking?	226
	18.2	Een rekenonderzoek	226
	18.3	Kenmerken van de diagnostiek bij het rekenonderzoek	227
	18.4	Doel van het rekenonderzoek en de onderzoeksvraag	229
	18.5	Inhoud van het rekenonderzoek	230
	18.6	Pedagogische aspecten van een diagnostisch gesprek	230
	18.7	Didactische aspecten van een diagnostisch gesprek	231
	18.8	Opbrengst van het rekenonderzoek	233
	18.9	Vervolgactiviteiten	233

Hoofdstuk 19 Diagnostiek in begeleidingscategorie 3 (psychodiagnostisch onderzoek)	236
19.1 Welke leerling komt in aanmerking?	238
19.2 Aanvraag en intakegesprek	239
19.3 Een psychodiagnostisch onderzoek	240
19.4 Opbrengsten van het psychodiagnostisch onderzoek	241
19.5 Vervolgactiviteiten	242
19.6 Dyscalculieverklaring	243
Bijlagen	247
Bijlage A Achtergronden van leren rekenen en rekenproblemen	248
Bijlage B De leerling in het voortgezet (speciaal) onderwijs	260
Literatuur	270

Voorwoord

De Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-Wiskunde Onderwijs (NVORWO) heeft inmiddels een lange geschiedenis met het onderwerp *ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie*. Zij heeft dit onderwerp op de onderwijsagenda geplaatst en stappen ondernomen om te komen tot landelijke eenduidigheid op dit gebied.

De resultaten van de eerste verkenningen en expertbijeenkomsten werden vastgelegd in een oranje en een rood boek: *Dyscalculie in discussie* (Dolk & Van Groenestijn [Eds.], 2006) en *Dyscalculie in discussie, deel 2* (Van Groenestijn & Vedder [Eds.], 2008).

In 2008 heeft het ministerie van OCW een subsidie toegekend om het project *Ontwikkeling van een landelijk protocol voor de integrale aanpak van ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie (ERWD) bij leerlingen van 4 tot 12 jaar* uit te voeren. In 2011 verscheen het *Protocol Ernstige Rekenwiskunde-problemen en Dyscalculie* (Van Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2011). Dit *Protocol ERWD1* is bedoeld voor leerlingen in het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs.

In 2010 gaf het ministerie van OCW aan NVORWO de vervolgopdracht het *Protocol ERWD1* te voorzien van uitbreidingen voor voortgezet onderwijs, voortgezet speciaal onderwijs en middelbaar beroepsonderwijs. Eind 2012 verschijnen de protocollen ERWD2 voor vo en vso en ERWD3 voor mbo.

Deze twee protocollen zijn van groot belang nu de centrale rekentoetsen 2F en 3F in het vo en de centrale rekenexamens 2F en 3F in het mbo ingevoerd gaan worden. Rekenen staat duidelijk op de kaart. Alle zeilen moeten worden bijgezet om ook de rekenzwakke leerling en de leerling met ernstige rekenproblemen tot het gewenste referentieniveau te brengen.

Het *Protocol ERWD2* biedt vele handreikingen aan scholen om leerlingen goed rekenonderwijs te geven. Het Protocol benadrukt dat goed rekenonderwijs staat of valt met de professionaliteit van leraren en een adequate begeleiding van leerlingen. Het rekenonderwijs in het vo heeft te maken met een enorme variëteit aan leerlingen in de verschillende leerroutes. Ook kan het rekenniveau binnen klassen en groepen enorm uiteenlopen. Het *Protocol ERWD2* richt zich in het bijzonder op het signaleren van allerlei vormen van rekenzwakte en op het bieden van rekenonderwijs dat aansluit bij deze verscheidenheid aan rekenniveaus. Doel blijft dat zoveel mogelijk leerlingen tenminste hun rekentoets halen.

Bij een enkele leerling die ernstige en hardnekkige rekenproblemen ervaart, kan intensieve begeleiding onvoldoende zijn. Dan komt er wellicht een dyscalculieverklaring. Deze mag echter niet remmend werken op de verdere ontwikkeling van de leerling, maar moet juist perspectief op ade-

quate hulp bieden, zodat een leerling zich kan blijven ontwikkelen in rekenen. Denk bijvoorbeeld aan het bereiken van Referentieniveau 2F. Het past om omzichtig om te gaan met het verlenen van een dyscalculieverklaring. Deze kan mogelijk voor de leerling de toegang blokkeren tot bepaalde vervolgopleidingen. Denk aan medische en verpleegkundige beroepen en aan de lerarenopleiding basisonderwijs.

Bij het ontwikkelen van dit protocol zijn vele deskundigen betrokken geweest. Wij denken aan de leden van de stuurgroep, de resonansgroep, het Steunpunt taal en rekenen vo en de leesgroep. De NVORWO bedankt al deze personen en de vertegenwoordiger van de NVvW, maar in het bijzonder Mieke van Groenestijn, Gerjan van Dijken en Dolf Janson voor hun werkzaamheden in de projectgroep en als auteur. De NVORWO bedankt ook Marjan Zandbergen, onze contactpersoon bij het ministerie van OCW en haar collega's. Een bijzonder woord van dank is er voor Agnes Laeven. Zij was projectsecretaris in de meest uitvoerige betekenis van dit woord.

Jaap Vedder
voorzitter NVORWO

De kern van de zaak

Dit boek is het *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie voor het voortgezet onderwijs en voortgezet speciaal onderwijs*. In deze uitgave verwijzen wij naar dit protocol met de afkorting ERWD₂. Het *Protocol ERWD₂* is geschreven in opdracht van het ministerie van OCW.

Het *Protocol ERWD₂* is een vervolg op het *Protocol ERWD₁*. ERWD₁ verscheen in 2011 als het Protocol voor het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs. De ingezette lijn is doorgetrokken naar het voortgezet onderwijs en het middelbaar beroepsonderwijs in twee afzonderlijke publicaties ERWD₂ en ERWD₃ die tegelijkertijd verschijnen. De uitgangspunten en de uitwerking van de drie protocollen sluiten geheel op elkaar aan.

De lijn van ERWD start in het primair onderwijs. Dit verklaart de letters RW in de naam. In de *Wet op het primair onderwijs* heet het vak waar het om gaat 'rekenen/wiskunde'. De afkorting ERWD blijkt inmiddels al helemaal ingeburgerd. Daarom is deze aanduiding gehandhaafd, hoewel in vo en mbo het 'vak' met alleen het woord 'rekenen' wordt aangeduid.

Het *Protocol ERWD₂* biedt een leidraad waarmee men in het vo kan werken om iedere leerling kwalitatief goed rekenonderwijs te geven. De focus ligt op de positie van rekenzwakke leerlingen voor wie leren rekenen veel tot zeer veel moeite kost. De aanwijzingen voor school- en afdelingspecifiek rekenbeleid helpen voorkomen dat deze leerlingen te weinig rendement uit de rekenlessen kunnen halen. 'Rekenen' heeft een belangrijke positie bij de examens en binnen de bijbehorende zak-/slaagregel in het vo. Slagen of zakken wordt (sterk) afhankelijk gemaakt van de resultaten op de centrale rekentoets. Dit zou kunnen betekenen dat rekenzwakke leerlingen geen diploma halen. Daarom is het van belang dat het rendement van de rekenlessen zo hoog mogelijk is. Dit is in het belang van de leerling en uiteraard ook van de school.

Goed rekenonderwijs is afgestemd op zowel zwakke als sterke rekenaars. Het doel van dit protocol is scholen richtlijnen te bieden voor het vorm en inhoud geven aan goed rekenonderwijs. 'Goed' verwijst in dit verband naar een combinatie van de volgende kenmerken:

- Het rekenonderwijs sluit aan bij de onderwijsbehoeften van de leerlingen, ook als die heel specifiek zijn op het gebied van leren rekenen.
- Het rekenonderwijs is gericht op zowel het consolideren van reeds verworven kennis, vaardigheden en inzichten, als op het verder uitbreiden daarvan.
- Het rekenonderwijs is gericht op het bevorderen van functionele gecijferdheid, zodat de leerlingen zich in de samenleving en in hun vervolgopleidingen kunnen redden in de wereld van getallen.

- Het rekenonderwijs is gericht op het voorkomen van problemen en op het voorkomen van het groter worden van reeds onderkende problemen bij het leren rekenen van leerlingen.
- Het rekenonderwijs is erop gericht de ondersteuningsmogelijkheden binnen de school of afdeling optimaal te benutten en de samenwerking en afstemming tussen rekenleraren en vakleraren te stimuleren.

Goed rekenonderwijs draagt in hoge mate bij aan het streven zoveel mogelijk leerlingen op het gewenste eindniveau te brengen.

De behoefte aan duidelijkheid over de diagnose 'dyscalculie' is groot. Toch kiest dit protocol niet voor de gemakkelijke weg van simpele definities en eenvoudig op te plakken etiketten. In dit protocol wordt 'dyscalculie' alleen gebruikt in gevallen waarin een diagnosticus heeft vastgesteld dat de rekenproblemen die een leerling ervaart zowel ernstig als hardnekkig zijn. Juist de hardnekkigheid onderscheidt deze leerling van die met ernstige rekenproblemen.

Het *Protocol ERWD2* richt zich op alle leerlingen die een bepaalde mate van rekenproblemen ervaren. Dit kan lopen van geringe problemen tot ernstige en hardnekkige problemen. Dit protocol beschrijft hoe leerlingen die grote moeite hebben met rekenen, adequate begeleiding kunnen krijgen.

Het *Protocol ERWD2* biedt hiertoe handvatten om goed rekenonderwijs te geven. Het beschrijft de zorgvuldige procedures om rekenproblemen te signaleren en vanuit hoge verwachtingen te begeleiden. Dat vraagt van de school als geheel, dan wel van de afdelingen afzonderlijk, samenhangend rekenbeleid en de beschikbaarheid van veel deskundigheid, zowel bij de leraren van deze leerlingen als bij de (interne) ondersteuningsteams.

Het *Protocol ERWD2* bestaat uit vijf delen. Achtereenvolgens komen aan de orde:

- *visie en organisatie*: de visie op rekenen en de gevolgen voor beleid en organisatie;
- *rekenen*: de didactiek van rekenen;
- *afstemmen*: de signalering en observatie van rekenzwakke leerlingen;
- *begeleiden*: de manieren van begeleiden bij verschillende gradaties van rekenproblematiek;
- *onderzoeken*: de werkwijze bij de diagnostiek van rekenproblemen.

Alle betrokkenen, van leidinggevendenden tot (reken)leraren en van rekenspecialisten tot mentoren, vinden in dit protocol informatie die voor hen directe en praktische relevantie heeft.

De samenstellers zijn ervan overtuigd dat de informatie in dit protocol binnen scholen en afdelingen – door samenwerking en gericht en actief beleid – zal leiden tot goed en op de leerlingen afgestemd rekenonderwijs. Hierdoor zal het aantal leerlingen met ernstige rekenproblemen kunnen afnemen. Bovendien zal het rendement van het rekenonderwijs groter worden.

Wegwijs in het boek

Het *Protocol ERWD2* richt zich op verschillende soorten gebruikers, zoals schoolleiders/afdelingsleiders, ondersteuningsteams, mentoren, rekenleraren, rekenspecialisten, ondersteuningscoördinatoren, gedragswetenschappers en andere betrokkenen. Iedere gebruiker kan zijn eigen leesroute door het *Protocol ERWD2* uitstippelen.

Het boek heeft vijf delen, elk met een eigen thema. Elk hoofdstuk behandelt een subthema en bevat bovendien verwijzingen naar andere hoofdstukken of paragrafen. Via deze structuur kan de lezer gericht op zoek naar uitgebreidere informatie over een bepaald onderwerp. Naast de samenvatting van elk hoofdstuk voorin het boek staat voorafgaand aan elk hoofdstuk een korte inleiding. Deze geeft nog beknopter de kern van het betreffende hoofdstuk weer.

De gebruiker kan met de inhoudsopgave, de samenvattingen van en de inleidingen op elk hoofdstuk snel bepalen welke hoofdstukken voor hem het meest relevant zijn.

Gebruikte termen

In het *Protocol ERWD2* duidt *wij* op de groep auteurs en anderen die dit protocol (mede) hebben ontwikkeld.

Met *voortgezet onderwijs* (vo) bedoelen wij het voortgezet onderwijs en het voortgezet speciaal onderwijs.

In de *Wet op het voortgezet onderwijs* is sprake van de schoolsoorten vbo en mavo. Het begrip vmbo is inmiddels zo ingeburgerd, dat wij in dit protocol deze term gebruiken om vbo en mavo aan te duiden.

Wij gebruiken het woord *leerroute* voor de opleiding die de leerling volgt om een diploma te halen. Wij onderscheiden de volgende leerroutes in het vo: vmbo-bbl, vmbo-kbl, vmbo-gl, vmbo-tl, havo en vwo.

Met *basisonderwijs* bedoelen wij het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs.

Wij gebruiken aanduidingen van functies en rollen van leraren en andere medewerkers, die niet in alle instellingen onder die naam bekend zijn. In het overzicht in afbeelding 4.1 staan de taken ge-

noemd die bij de verschillende functies en rollen kunnen horen. De lezer kan daarmee zelf nagaan welke aanduiding in de eigen organisatie daarbij past.

Voor de leesbaarheid gebruiken wij soms het woord ‘rekenen’ en we bedoelen daarmee de domeinen van rekenen zoals die ook in de referentieniveaus zijn beschreven: getallen, verhoudingen, meten en meetkunde, en verbanden.

Wij verwijzen naar de leerling, de leraar of andere betrokkenen met *hij* of *hem*. Uiteraard bedoelen wij dit in een *gender*-neutrale zin.

Samenvatting

Het Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie vo, afgekort ERWD₂, is ontwikkeld voor de integrale aanpak van (Ernstige) RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie in het voortgezet onderwijs en voortgezet speciaal onderwijs. Het Protocol ERWD₂ is tot stand gekomen in opdracht van het ministerie van OCW.

Kern van de zaak

Het Protocol ERWD₁ verscheen in 2011 als het Protocol voor het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs (Van Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2011). De ingezette lijn van ERWD₁ is doorgetrokken naar het voortgezet onderwijs en het voortgezet speciaal onderwijs in ERWD₂ en naar het middelbaar beroepsonderwijs in een afzonderlijke publicatie ERWD₃ (Van Groenestijn, Van Dijken & Janson, 2012). ERWD₂ en ERWD₃ verschijnen tegelijkertijd. De uitgangspunten en de uitwerking van de drie protocollen sluiten geheel op elkaar aan.

De lijn van ERWD start in het primair onderwijs. Hier heet het vak waar het om gaat 'rekenen/wiskunde'. Dit verklaart de letters RW in de naam. De afkorting ERWD blijkt inmiddels al helemaal ingeburgerd. Daarom is deze benaming gehandhaafd, hoewel dit in het voortgezet onderwijs en het middelbaar beroepsonderwijs alleen met het woord 'rekenen' wordt aangeduid. De inhoud van 'rekenen' dekt echter dezelfde rekenwiskundige domeinen als 'rekenen/wiskunde' in het primair onderwijs.

Het Protocol ERWD₂ bestaat uit vijf delen:

- *visie en organisatie*: de visie op rekenen en de gevolgen voor beleid en organisatie;
- *rekenen*: de didactiek van rekenen;
- *afstemmen*: de signalering en observatie van rekenzwakke leerlingen;
- *begeleiding*: de manieren van begeleiden bij verschillende gradaties van rekenproblematiek;
- *onderzoek*: de werkwijze bij de diagnostiek van rekenproblemen.

Alle betrokkenen, van leidinggevend tot (reken)leraren en van rekenspecialisten tot mentoren, vinden in dit protocol informatie die voor hen directe en praktische relevantie heeft.

De samenstellers zijn ervan overtuigd dat de informatie in dit protocol door samenwerking en gericht en actief beleid zal leiden tot goed en op de leerlingen afgestemd rekenonderwijs. Hierdoor zal het aantal leerlingen met (ernstige) rekenproblemen kunnen afnemen. Een en ander zal op termijn de kwaliteit en het rendement van al het rekenonderwijs ten goede komen.

Deze samenvatting is een korte weergave van de hoofdstukken waaruit het *Protocol ERWD2* is opgebouwd. De samenvatting volgt het Protocol op de voet. Via de inhoudsopgave kan de lezer snel bij de betreffende passage in het Protocol verder lezen.

Deel 1. Visie en organisatie

Hoofdstuk 1. Aandacht voor leren rekenen

Rekenen en rekenvaardigheid zijn tussen 2005 en 2010 hoog op de maatschappelijke en politieke agenda gekomen. De media voedden de onrust over de rekenvaardigheid van scholieren en studenten. Ook de resultaten van internationale vergelijkende onderzoeken droegen daaraan bij. Om in de maatschappij van de 21ste eeuw te kunnen functioneren hebben alle burgers een fundamenteel niveau van 'functionele gecijferdheid' nodig.

Er wordt wetgeving opgesteld en beleid ontwikkeld met betrekking tot rekenen. In het vo komen de rekentoetsen 2F en 3F en wordt rekenonderwijs aangeboden. De aanleiding hiertoe geven wij in vijf punten weer.

Het voortgezet onderwijs zet de lijn voort die in het basisonderwijs is ingezet. Ook hier krijgt rekenen speciale aandacht. Sinds 2011 wordt het *Protocol ERWD1* voor het basisonderwijs geïmplementeerd. Het *Protocol ERWD2* is hierop een vervolg, maar dan speciaal gericht op het vo en het vso. Scholen voor Praktijkonderwijs gebruiken *ERWD1*.

ERWD2 is een leidraad voor de ondersteuning van en afstemming op rekenzwakke leerlingen in het vo. Het biedt handvatten voor het inrichten van goed rekenonderwijs. Wat rekenonderwijs 'goed' maakt voor zwakke rekenaars is ook goed voor alle andere rekenaars.

Wij geven aan wat wij onder *ernstige rekenproblemen* en *dyscalculie* verstaan en wat het verschil is. Wij schetsen hoe *ERWD2* aankijkt tegen onderwijs- en leerlingkenmerken die van invloed zijn op het ontstaan van en de begeleiding bij rekenproblemen. Wij geven een beeld van de gevarieerde mate van rekenvaardigheid van leerlingen bij hun instroom in het vo. Hoe eerder deze diversiteit wordt onderkend, hoe beter het vo op deze verschillen kan inspelen, hoe beter de leerlingen zijn geholpen en hoe hoger uiteindelijk het onderwijsrendement zal zijn.

Hoofdstuk 2. Visie en uitgangspunten

Wij geven onze visie op rekenonderwijs en rekenproblemen. Sleutelwoorden zijn succesbeleving, motivatie, afstemming en actieve deelname. Doel van het rekenonderwijs is dat leerlingen aan het eind van hun vo een vastgesteld referentieniveau voor rekenen behalen. Wij gaan in op de positie van rekenen als aparte activiteit en binnen de andere vakken.

Binnen alle onderwijssectoren en leerroutes zullen er leerlingen zijn met problemen op het gebied van leren rekenen. In een aantal gevallen zijn die ernstig en soms bovendien hardnekkig. *ERWD2* richt zich met name op leerlingen die binnen hun eigen leerroute ernstige (en hardnekkige) rekenproblemen ondervinden. Wij beschrijven de (intensieve en specifieke) ondersteuning en begeleiding die zij nodig hebben. Bepalend hiervoor is de afstemming op de onderwijsbehoeften van de leerling.

In zeven uitgangspunten maken wij onze opvattingen concreter. Ze vormen de basis voor ERWD₂. In de volgende hoofdstukken werken wij ze diepgaand uit in praktische handelingsadviezen, gericht op alle betrokkenen. Dit zijn onze uitgangspunten:

- 1 Functionele gecijferdheid is de opbrengst van goed rekenonderwijs.
- 2 De ontwikkeling van rekenkennis en rekenvaardigheid stopt niet bij binnenkomst in het vo.
- 3 Iedere leerling is anders en dit heeft ook consequenties bij leren rekenen.
- 4 Er is onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie.
- 5 Leraren spelen in op gesignaleerde rekenproblemen door te differentiëren.
- 6 Onderzoekers diagnosticeren rekenzwakke leerlingen handelingsgericht.
- 7 Begeleiders van leerlingen met ernstige rekenproblemen of met dyscalculie werken resultaatgericht.

Het onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie is cruciaal voor ERWD₂.

KERN

Onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie

Ernstige rekenproblemen kunnen ontstaan als er onvoldoende afstemming wordt gerealiseerd tussen het (reken)onderwijs en de onderwijsbehoeften van de leerling. De kenmerken van het onderwijs sluiten dan niet of onvoldoende aan bij de (aangeboren en verworven) kenmerken van de leerling.

Wij spreken van *dyscalculie* als ernstige rekenproblemen, ondanks langdurige deskundige begeleiding en zorgvuldige afstemming, hardnekkig blijken en onveranderd blijven bestaan.

Hoofdstuk 3. Rekenbeleid

Rekenproblemen zijn primair een knelpunt voor de leerling zelf. Vanwege de verplichte centrale rekentoets aan het einde van het vo en de invloed hiervan op het slagen of zakken, speelt voor de school ook het onderwijsrendement. De zorg voor de rekenzwakke leerling is dan ook een beleidskwestie en daardoor in het belang van de school zelf.

Wij gaan in op de keuzes die een school kan maken om het rekenbeleid vorm en inhoud te geven, anders gezegd om tegemoet te komen aan de onderwijsbehoeften van met name de rekenzwakke leerlingen. Daarbij gaan wij in op vragen die voor de school (kunnen) spelen.

Hoe kan de leraar omgaan met onvoldoende rekenprestaties? Welke varianten zijn zoal mogelijk om het rekenonderwijs op te zetten? Hoe organiseert een school dat leerlingen hun rekenvaardigheid onderhouden? Hoe stemt een school het aanbod binnen een leerroute af op de behoeften? Welke deskundigheden heeft een school nodig om rekenonderwijs en zorg te bieden in de eerste, tweede en derde lijn? Hoe zorgt de school dat betrokkenen samenwerken en relevante informatie (kunnen) delen?

Hoofdstuk 4. Checklist

Om een school tegemoet te komen bij de uitwerking van haar rekenbeleid, biedt ERWD₂ een uitvoerige checklist. De aandachtspunten kan de school gebruiken om prioriteiten te stellen, (beleids)keuzes te maken en de resultaten te monitoren.

Veel aspecten van het rekenbeleid komen aan bod, zoals inhoud, vorm, tijd, ruimte, informatievoorziening, deskundigheidsbevordering, communicatie met leerlingen en ouders/verzorgers.

In drie tabellen vatten wij samen wat de kern is van de grote uitdaging voor het rekenonderwijs in het vo. Deze uitdaging is een aanbod te leveren dat aansluit op de onderwijsbehoeften van leerlingen met een grote variëteit aan rekenvaardigheid.

De eerste tabel bevat een overzicht van alle betrokkenen bij het rekenonderwijs in de eerste, de tweede en de derde lijn. Wie zijn de betrokkenen en in welke rol? Welke gewenste kwalificaties bevelen wij aan? Welke taken zijn met deze rollen verbonden?

De tweede tabel toont de aansluiting van het rekenonderwijs in het primair onderwijs met dat in het vo. Dat is de schakel tussen *ERWD1* en *ERWD2*. Deze gegevens zijn van belang om leerlingen bij binnenkomst in het eerste leerjaar te kunnen indelen en hun onderwijsbehoeften te onderkennen.

In de derde tabel staat een samenvatting van de begeleiding, uitgesplitst naar deze vijf typen leerlingen. In het kort geven wij de kern van:

- 1 signalering;
- 2 observatie en onderzoek;
- 3 begeleiding.

Deel 2. Rekenen

Hoofdstuk 5. Rekenen in het vo

De rekenontwikkeling van leerlingen verloopt aan de hand van vier Hoofdlijnen binnen alle (sub-) domeinen voor rekenen. Wij geven inzicht in deze vier Hoofdlijnen. Hierdoor kunnen betrokkenen rekenproblemen bij leerlingen signaleren en de begeleiding van rekenzwakke leerlingen toespitsen op wat zij nodig hebben.

Het rekenonderwijs in het vo richt zich op vier activiteiten: *verder ontwikkelen*, *consolideren*, *onderhouden* en *verdiepen*. Deze activiteiten krijgen in de diverse leerroutes een verschillend accent.

In de Hoofdlijnen voor het vo zijn deze activiteiten als volgt geïntegreerd:

- Hoofdlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming.
- Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures.
- Hoofdlijn 3: vlot rekenen en onderhouden.
- Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen.



Afbeelding 5.2 Vier Hoofdlijnen in de rekenontwikkeling in het vo

Elke Hoofdlijn bespreken wij uitgebreid in de volgende vier hoofdstukken. De Hoofdlijnen spelen in de praktijk op elkaar in. Bij elke Hoofdlijn komen de volgende vragen aan bod:

- Welke ontwikkeling maken (met name rekenzwakke) leerlingen globaal door?
- Welke knelpunten kunnen rekenzwakke leerlingen hierbij ervaren?
- Welke signaleringspunten zijn er?
- Welke aandachtspunten zijn er bij begeleiding?

Hoofdstuk 6. Hoofdlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming

De eerste Hoofdlijn bij het leren rekenen is *verder ontwikkelen van begripsvorming*. Bij het uitvoeren van rekenactiviteiten en rekenopdrachten in het vo is het nodig dat leerlingen begrip blijven ontwikkelen van wat ze doen en waarom ze dat doen. Dit betekent dat de leerling zich iets kan voorstellen bij een rekenactiviteit of een rekenkundige handeling in een bepaalde situatie en begrijpt wat er gebeurt in die situatie. Dit noemen we ‘betekenis verlenen’. Verder is inzicht in *rekenconcepten* nodig om adequaat te kunnen handelen in rekensituaties. Hiervoor is het beheersen van *reken taal* onmisbaar. Leerlingen gebruiken deze rekentaal om te kunnen vertellen hoe zij denken en handelen en om over rekenen te kunnen communiceren. In het vo is het van groot belang dat leerlingen over rekenen redeneren en discussiëren met de leraar en met elkaar.

Hoofdstuk 7. Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures

De tweede Hoofdlijn bij het leren rekenen is *verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures*. Begripsvorming (Hoofdlijn 1) gebeurt door te werken met contexten. Contexten op hun beurt bieden de leerling de mogelijkheid om oplossingsprocedures te ontwikkelen die gebaseerd zijn op begrip. Daardoor krijgt het formele rekenen betekenis voor de leerlingen.

De oplossingsprocedures die leerlingen leren zijn:

- basisbewerkingen;
- complexere bewerkingen;
- hoofdrekenen en rekenen op papier;
- schatten en precies rekenen;
- werken met een rekenmachine en met een spreadsheet.

Hoofdstuk 8. Hoofdlijn 3: vlot rekenen en onderhouden

De derde Hoofdlijn bij het leren rekenen is *vlot rekenen en onderhouden*. Om vlot te kunnen rekenen is regelmatig en systematisch oefenen en gebruiken van rekenkennis en rekenvaardigheden noodzakelijk. Alleen zo komen leerlingen tot automatiseren, memoriseren en paraat hebben van rekenkennis en -vaardigheden. Door oefening kunnen zij hun rekenkennis en -vaardigheden onderhouden.

Hoofdstuk 9. Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen

De vierde Hoofdlijn bij het leren rekenen is *flexibel toepassen en verdiepen*. Gebruikelijk ligt de nadruk in het rekenonderwijs op het vlot rekenen (Hoofdlijn 3) als vaardigheid op zich. Het accent ligt doorgaans veel minder op de gebruikswaarde ervan (Hoofdlijn 4). In het dagelijks leven is rekenen evenwel altijd ingebed in functionele situaties. We gebruiken onze rekenkennis en -vaardigheden als gereedschap bij het uitvoeren van onze alledaagse activiteiten. Daarom is het nodig dat leerlingen hun kennis en vaardigheden gedurende de gehele schoolperiode flexibel (verder) leren toepassen en hierdoor verdiepen (Hoofdlijn 4).

Veelal wordt verondersteld dat leerlingen vanzelf de stap van rekenen op school naar rekenen in het 'gewone leven' kunnen maken. Dat is echter niet vanzelfsprekend. De school heeft de taak te werken aan transfer van schoolse kennis en vaardigheden naar functionele kennis en vaardigheden.

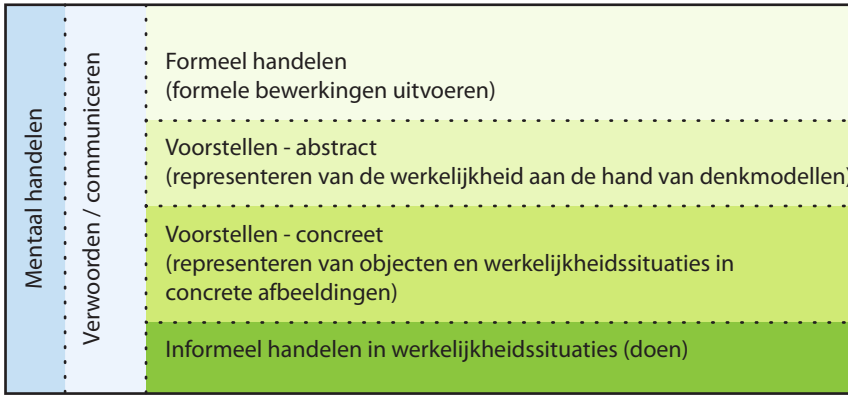
De oefeningen dienen om de leerlingen uit te dagen. Zij leren verschillende oplossingsprocedures adequaat gebruiken bij het oplossen van rekenvraagstukken, passend bij de context. Zij leren ook strategisch denken en handelen om keuzes te maken en beslissingen te nemen bij het oplossen van rekenvraagstukken.

Deel 3. Afstemmen

In ERWD staan twee modellen centraal om leerlingen te observeren bij hun rekenactiviteiten en eventuele problemen te signaleren en te analyseren.

Hoofdstuk 10. Het Handelingsmodel

Het *Handelingsmodel* is een schematische weergave van de rekenontwikkeling die alle leerlingen doormaken. Het model geeft de opbouw van en de samenhang tussen de verschillende niveaus van handelen systematisch weer.



Afbeelding 10.1 Het Handelingsmodel en de handelingsniveaus

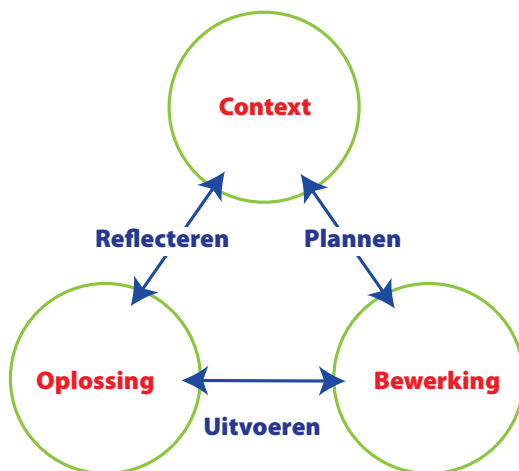
Een goede ontwikkeling op de twee onderste handelingsniveaus in het schema is voorwaarde voor het handelen en functioneren op de twee bovenste niveaus. Het laagste handelingsniveau is tevens de link met het rekenen in dagelijkse situaties en daardoor de basis voor functionele gecijferdheid.

Wij beschrijven hoe het Handelingsmodel werkt en hoe een leraar aan de hand van het model:

- kan vaststellen op welke handelingsniveaus leerlingen rekenen (observeren en signaleren);
- zijn onderwijs kan afstemmen op handelingsniveaus van leerlingen;
- handelingen van leerlingen kan observeren, analyseren en interpreteren om te bepalen wanneer interventies nodig zijn en welke interventies dat zijn (begeleiding, rekenonderzoek).

Hoofdstuk 11. Het Drieslagmodel

Het *Drieslagmodel* is een model voor probleemoplossend handelen. Het laat zien hoe een leerling de oplossingsprocedure bij contextopdrachten doorloopt. De leerling gaat stapsgewijs van context naar bewerking (plannen), vandaar naar oplossing (uitvoeren van de bewerking) en van de oplossing terug naar het oorspronkelijke probleem (reflecteren). Het eigenlijke rekenen is slechts een onderdeel van het probleemoplossend handelen, maar meestal wel essentieel voor het resultaat.



Afbeelding 11.2 Het Drieslagmodel

Wij beschrijven hoe het Drieslagmodel werkt en hoe een leraar het kan inzetten als didactisch model en als model voor observatie en interventie. Leerlingen kunnen het Drieslagmodel ook zelf leren gebruiken bij probleemoplossend werken. Het model biedt aanknopingspunten voor de leraar om te reflecteren op zijn eigen didactische handelen.

Hoofdstuk 12. Samenhang en afstemming tussen beide modellen

Het Handelingsmodel en het Drieslagmodel zijn allebei bruikbaar in reguliere lessituaties. Ze zijn een referentiepunt bij de begeleiding van rekenzwakke leerlingen; iedere leraar en begeleider verwijst steeds naar de modellen bij zijn interventies. Hierbij spelen ook leerlingkenmerken een rol, omdat deze altijd van invloed zijn op het leren rekenen. Ze spelen dus ook een rol bij de afstemming op de ontwikkeling van het rekenen van de leerling.

Het Handelingsmodel en het Drieslagmodel kunnen worden gekoppeld. Tijdens de stappen van het probleemoplossend werken kunnen leerlingen hun rekenactiviteiten op verschillende handelingsniveaus uitvoeren. Het Handelingsmodel kan binnen het Drieslagmodel worden gebruikt.

Hoofdstuk 13. Aandachtspunten voor afstemming

Wij gebruiken het Handelingsmodel, het Drieslagmodel en leerlingkenmerken voor een lijst met aandachtspunten om rekenproblemen te signaleren en te analyseren. De lijst is niet uitputtend. Het is een praktisch hulpmiddel om systematisch te kijken naar het rekenen, de rekenontwikkeling en rekenproblemen die leerlingen ervaren.

De aandachtspunten zijn relevant in begeleidings- en onderzoekssituaties om de afstemming optimaal te maken en de vorderingen te bekijken. In de reguliere rekenlessen kunnen rekenleraren en rekenspecialisten problemen in een vroeg stadium ontdekken en analyseren, waardoor zij tijdig kunnen ingrijpen en het onderwijs beter kunnen afstemmen.

Deel 4. Begeleiding

Hoofdstuk 14. Begeleiding van leerlingen met rekenproblemen

Leerlingen die in het vo in aanmerking komen voor afstemming van begeleiding bij rekenen worden ingedeeld in drie begeleidingscategorieën.

Plaatsing van leerlingen in een van de drie categorieën gebeurt bij de start in het vo op basis van gegevens van het basisonderwijs of tijdens het vo op basis van vorderingen die zij aantoonbaar al of niet maken.

Naarmate de problemen toenemen wordt de begeleiding steeds specifiekier afgestemd en intensiever. In dit hoofdstuk beschrijven wij de mate van betrokkenheid en de rollen van de (reken)leraren, de mentor, de rekenspecialist en andere functionarissen.

Hoofdstuk 15. Begeleiding in categorie 1

De leerling in begeleidingscategorie 1 is in principe in staat het onderwijs te volgen in de leerroute waarin hij is geplaatst. Daarbinnen kan hij geringe rekenproblemen ervaren op specifieke onderdelen van rekenen. Hij heeft soms extra, meer afgestemde instructie en meer oefentijd nodig. Daarmee komt de leerling in subcategorie 1b. De leerling krijgt deze extra, afgestemde instructie in subgroepjes binnen de reguliere rekenlessen.

De rekenleraar biedt extra instructie, eventueel in overleg met de rekenspecialist. Hij stemt het onderwijs af met behulp van de vier Hoofdlijnen en het Handelingsmodel. De rekenleraar voert korte rekengesprekken met zijn leerlingen om denkprocessen van de leerlingen helder te krijgen en te kunnen analyseren. Hierbij maakt hij gebruik van het Drieslagmodel.

Bij aantoonbaar voldoende vorderingen blijft de leerling in categorie 1. Bij aantoonbaar onvoldoende vorderingen gaat hij door naar begeleidingscategorie 2.

Hoofdstuk 16. Begeleiding in categorie 2

In begeleidingscategorie 2 worden leerlingen geplaatst die ernstige rekenproblemen ondervinden. De begeleiding start met een diagnostisch rekenonderzoek. De rekenspecialist voert dit rekenonderzoek uit. Hij stelt een individueel handelingsplan op. De rekenspecialist en de rekenleraar werken dit handelingsplan uit naar concrete lesdoelen en rekenactiviteiten.

De rekenspecialist biedt afgestemde instructie op basis van het handelingsplan. De rekenleraar biedt aanvullende instructie tijdens de rekenles en begeleidt de leerling bij het oefenen.

Bij aantoonbaar voldoende vorderingen gaat de leerling terug naar begeleidingscategorie 1. Bij aantoonbaar onvoldoende vorderingen gaat de leerling door naar begeleidingscategorie 3.

Hoofdstuk 17. Begeleiding in categorie 3

Begeleiding in categorie 3 start met een psychodiagnostisch onderzoek. Op basis van de resultaten van dat onderzoek stelt de diagnosticus een handelingsadvies op. De rekenspecialist koppelt dit advies aan het individuele handelingsplan voor rekenen dat in begeleidingscategorie 2 al is opgesteld. Hij stemt het handelingsplan nog specifiek af op de onderwijsbehoeften van de leerling.

Bij aantoonbaar voldoende vorderingen gaat de leerling terug naar categorie 2. Bij aantoonbaar onvoldoende vorderingen of in geval van een dyscalculieverklaring krijgt de leerling blijvende, structurele begeleiding op maat in begeleidingscategorie 3.

Deel 5. Onderzoek

Hoofdstuk 18. Diagnostiek in begeleidingscategorie 2 (diagnostisch rekenonderzoek)

Een leerling komt in aanmerking voor een diagnostisch rekenonderzoek wanneer het vermoeden bestaat dat er sprake is van ernstige rekenproblemen. Dit onderzoek wordt uitgevoerd door de rekenspecialist. Wij beschrijven het verloop en de inhoud van het diagnostisch rekenonderzoek. Dit hoort bij de begeleiding in categorie 2.

Het rekenonderzoek is een onderzoek naar het repertoire van de leerling op het gebied van rekenen: welke inzichten, kennis en vaardigheden heeft hij inmiddels en waar liggen de grenzen daarvan? Een diagnostisch gesprek met de leerling vormt de kern van het onderzoek.

Verder onderzoekt hij welke specifieke omgevingskenmerken (onder andere de onderwijskenmerken en de thuis- en opvoedingssituatie) een rol spelen en welke leerlingkenmerken het leerproces beïnvloeden.

Soms zijn meerdere gesprekken met de leerling nodig om dat repertoire in kaart te brengen. Een rekenonderzoek is per definitie niet gestandaardiseerd, maar adaptief, inspelend op wat de leerling weet, doet en zegt. De onderzoeker voert dit gesprek in een min of meer formele setting.

De diagnostiek bij het rekenonderzoek vereist dat zij wordt uitgevoerd door een onderzoeker met ervaring in het voeren van diagnostische gesprekken. Hij heeft zowel pedagogische en rekendidactische als diagnostische kennis en vaardigheden. Hij werkt volgens het model van handelingsgerichte diagnostiek (HGD) (Pameijer & Van Beukering, 2004).

Na het diagnostisch gesprek analyseert de rekenspecialist de resultaten, hij komt tot conclusies en stelt een verslag op. Hij beschrijft daarin zijn bevindingen en de analyse van het diagnostisch gesprek, de positieve aanknopingspunten wat betreft rekenen, leerlingkenmerken, omgevingskenmerken en zijn handelingsadviezen.

De handelingsadviezen worden vertaald naar intensieve en specifieke begeleiding van de leerling. Op basis van het rapport wordt een individueel handelingsplan opgesteld. Hiermee kan de school passende begeleiding bieden.

Hoofdstuk 19. Diagnostiek in begeleidingscategorie 3 (psychodiagnostisch onderzoek)

Een leerling komt in aanmerking voor een psychodiagnostisch onderzoek wanneer het vermoeden bestaat dat er sprake is van ernstige en hardnekkige rekenproblemen (dyscalculie). Dit vermoeden blijkt uit het leerlingdossier. Wij zijn van mening dat er zonder onderbouwd vermoeden geen psychodiagnostisch onderzoek plaats mag vinden. Verder zijn wij van mening dat een dyscalculieverklaring na de basisschool alleen nog in de eerste twee leerjaren in het vo kan worden afgegeven. Een dyscalculieverklaring is te beschouwen als een verbodentoegangsverklaring voor diverse vervolgopleidingen en beroepen.

Het psychodiagnostisch onderzoek gaat dieper in op de achterliggende problematiek van het leren rekenen en de taalontwikkeling van de leerling dan een diagnostisch rekenonderzoek. De onderzoeker probeert te achterhalen wat bij deze leerling de condities zijn voor het leren in het algemeen en leren rekenen in het bijzonder.

Een gekwalificeerde en geregistreerde diagnosticus voert het onderzoek uit volgens het model van handelingsgerichte diagnostiek (HGD). Hij is gespecialiseerd in rekenen of werkt nauw samen met een rekenspecialist.

Na het onderzoek maakt de diagnosticus een verslag met zijn diagnose en een conceptadvies voor de verdere begeleiding van de leerling. Hij gaat in op:

- primaire en secundaire verklarende factoren, de IQ-bepaling en comorbiditeit;
- specifieke onderwijsbehoeften van de leerling op het gebied van rekenen;
- het perspectief op lange termijn (koersbepaling);
- passende en haalbare handelingsadviezen en concrete aanknopingspunten voor de begeleiding.

Op basis van het rapport wordt een individueel handelingsplan opgesteld voor de begeleiding van de leerling op het gebied van rekenen.

Na een half jaar van intensieve begeleiding stelt de diagnosticus vast of er wel of geen sprake is van dyscalculie. Wanneer er sprake is van dyscalculie kan de diagnosticus een dyscalculieverklaring aan de leerling verlenen (onder voorwaarden).

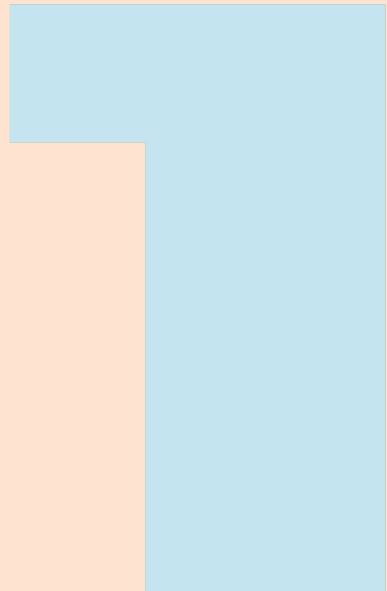
Deel 1

Visie en organisatie

- 1 Aandacht voor leren rekenen
- 2 Visie en uitgangspunten
- 3 Rekenbeleid
- 4 Checklist rekenen

1 Aandacht voor leren rekenen

In dit hoofdstuk schetsen wij de positie van rekenen in het vo. Wij beschrijven de rol die dit *Protocol ERWD2* heeft bij rekenen, wat wij onder *ernstige rekenproblemen* en *dyscalculie* verstaan en hoe die een rol spelen in de verschillende leerroutes binnen het vo. Ten slotte geven wij aan op wie dit protocol zich primair richt.



1.1 Waarom aandacht voor rekenen in het vo?

‘Rekenen’ kwam tot voor kort niet voor op het lesrooster in het vo. Men ging ervan uit dat de leerlingen konden rekenen. Aangenomen werd dat zij hun rekenvaardigheid en -kennis konden inzetten voor alle vakken. Dit werd meestal aangeduid als ‘rekenen in de vakken’. Gedacht werd dat leerlingen hiermee ook hun rekenvaardigheid en -kennis op peil zouden houden. Er werd weinig aandacht geschonken aan algemene rekenvaardigheden die nodig zijn voor functioneren in de maatschappij of voor doorstroom naar beroepsonderwijs of universiteit. Het gaat in die gevallen om functionele gecijferdheid. Functionele gecijferdheid wordt internationaal ook wel aangeduid als *numeracy*. De definitie die de *PIAAC Numeracy Expert Group* van de Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) – ook wel bekend als OESO – gebruikt, luidt als volgt.

KERN

Numeracy

Numeracy is the ability to access, use, interpret, and communicate mathematical information and ideas, in order to engage in and manage the mathematical demands of a range of situations in adult life.

Geciteerd naar PIAAC Numeracy Expert Group (2009, p. 21).

Sinds 2010 krijgt rekenen in alle sectoren van het vo steeds meer aandacht. Het is weliswaar nog steeds niet een ‘echt’ vak, maar het komt op veel vo-scholen inmiddels wel op het lesrooster voor. Hiervoor waren verschillende aanleidingen. Wij lichten de belangrijkste hierna kort toe. Deze vormen de context waarbinnen dit protocol gaat functioneren.

- **Aanleiding 1: ongerustheid en wetgeving**

Ongerustheid over de rekenvaardigheid van leerlingen was de primaire aanleiding om te komen tot wetgeving op het gebied van Nederlandse taal en rekenen in alle onderwijssoorten en daarmee ook in het vo.

Door media-aandacht groeide het besef dat de rekenvaardigheid van leerlingen in alle onderwijssectoren tekortschoot. Rekenvaardigheid die de leerlingen in het basisonderwijs al verworven hadden, liep in het vo weer snel terug. Dit gold zeker in de onderwijssectoren waar geen aandacht aan rekenen werd besteed. Leerlingen die rekenen wilden mijden, kozen richtingen waar rekenvaardigheid geen grote rol speelde. Dit vermijdingsgedrag kwam vervolgens ook terug bij de doorstroming naar middelbaar en hoger beroepsonderwijs en naar de universiteit. In de route via mbo en hbo kon hierdoor een ongewenst stapeffect ontstaan. Dit kwam bijvoorbeeld voor bij leerlingen die via het mbo naar de pabo doorstroonden. Deze trend had op zijn beurt ongunstige gevolgen voor de rekenvaardigheid van nieuwe basisschoolleeraren. Daardoor kwam ook de kwaliteit van het rekenonderwijs op de basisschool onder druk te staan. Zo ontstond iets dat op een vicieuze cirkel ging lijken.

Ook de resultaten van internationaal vergelijkende onderzoeken, zoals de PISA-onderzoeken (OECD, 2001, 2007), droegen bij aan het doordringend besef dat de rekenvaardigheid terugliep. Deze onderzoeken leken namelijk te suggereren dat de positie van Nederland achteruitging ten opzichte van andere landen.

De ongerustheid over de kwaliteit van het taal- en rekenonderwijs was in 2007 de aanleiding voor de toenmalige staatssecretaris van OCW om de *Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen* te installeren. Deze ‘Commissie Meijerink’ adviseerde in 2008 om opeenvolgende referentieniveaus voor rekenen en Nederlandse taal vast te stellen. Dit advies resulteerde uiteindelijk in april

2010 in de publicatie van de *Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen*. Deze wet is per 1 augustus 2010 in werking getreden.

De wet introduceert een systeem van op elkaar aansluitende drempelmomenten, met daarmee verbonden referentieniveaus voor Nederlandse taal en rekenen. Rekenen heeft hierdoor in het vo een bijzondere positie gekregen. Het vo heeft de opdracht ervoor te zorgen dat alle leerlingen ook na de basisschool hun rekenkennis en -vaardigheid onderhouden, verder ontwikkelen en blijven toepassen.

- **Aanleiding 2: drempelmomenten en verplichte rekentoetsen**

Op drempelmomenten in de schoolloopbaan wordt het rekenniveau van de leerlingen getoetst.

De *Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen* heeft tot gevolg dat de drempelmomenten aan het begin en eind van de opleidingen in het vo gekoppeld zijn aan een bepaald referentieniveau. De wet veronderstelt dat leerlingen voor rekenen ten minste Referentieniveau 1F (F staat voor *fundamenteel niveau*) beheersen als ze instromen in het vmbo. Voor leerlingen die starten in havo of vwo is dat ten minste Referentieniveau 1S (S staat voor *streefniveau*). Eind vmbo is niveau 2F vereist. Eind havo en vwo is 3F vereist. Het doel hiervan is het waarborgen van ten minste een fundamenteel niveau voor rekenen.

Een afgeleid gevolg van de *Wet Referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen* is dat voor al deze niveaus centraal ontwikkelde *rekentoetsen* komen als onderdeel van de eindexamens voor vmbo, havo en vwo. De eisen die aan de rekentoetsen worden gesteld, worden vastgelegd in *rekentoetswijzers*. Dit zijn regelgevende documenten voor respectievelijk 2F (vmbo) en 3F (havo en vwo). Rekenen is inmiddels een van de kernvakken van het eindexamen. Het behaalde resultaat bij deze toetsing telt mee bij de beslissing over zakken of slagen, conform de betreffende uitslagregel. Daarmee zijn de scholen aan zet.

Rekenen is in de kernvakkenregel expliciet voor alle leerroutes in het vo opgenomen, met uitzondering van het Praktijkonderwijs. Hierdoor is er naast de kernvakken Nederlandse taal, Engelse taal en wiskunde dus ook een kernvak rekenen. *Rekenen is echter geen examenvak, maar een basisvaardigheid. Hoe scholen dat vormgeven is aan hen, mits het maar leidt tot onderhoud en verhoging van wat op de basisschool is geleerd.*¹ Dit protocol spreekt daarom van het *kernvak rekenen*.

Op alle referentieniveaus gaat het bij rekenen om vier domeinen: getallen, verhoudingen, meten en meetkunde, verbanden. Deze domeinen zijn dezelfde als die in het basisonderwijs. Opmerkelijk is wel dat hierdoor ook in het vo meetkunde een onderdeel is van het kernvak rekenen. Bij het ontwikkelen van kennis, inzicht en vaardigheden binnen elk domein gaat het om de drie componenten *paraat hebben, functioneel gebruiken* en *weten waarom*.

¹ "Aanpassingen in examinering voortgezet onderwijs" (communicatie van het ministerie van OCW, 3 november, 2011).

KERN Drie componenten van rekenen

- *Paraat hebben*: volledige beheersing van feiten, begrippen, routines en technieken.
- *Functioneel gebruiken*: kunnen toepassen en gebruiken van kennis en vaardigheden in allerlei situaties waarin gerekend en geredeneerd moet worden.
- *Weten waarom*: inzicht in principes, formaliseren, abstraheren, overzicht.

Geciteerd naar Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008, p. 49).

- **Aanleiding 3: ‘passend onderwijs’**

Een derde aanleiding om specifiek op de rekenvaardigheid van leerlingen in het vo te letten, zijn de (voorgestelde) aanpassingen van de *Wet op het voortgezet onderwijs (WVO)* op grond van de *herziening van de organisatie en financiering van de ondersteuning van leerlingen in het basisonderwijs, speciaal en voortgezet speciaal onderwijs, voortgezet onderwijs en beroepsonderwijs*, meestal aangeduid als ‘passend onderwijs’.²

Op grond van deze aanpassingen in de WVO is het onder meer noodzakelijk dat scholen expliciteren welke leerlingen ‘extra ondersteuning behoeven’. Dat geldt ook als leerlingen die extra ondersteuning behoeven vanwege problemen bij (de ontwikkeling van) de rekenvaardigheid. Alleen op basis van deze nadere analyse van de ondersteuningsbehoefte kan de school bepalen of het onderwijs (door henzelf) ‘passend’ gemaakt kan worden, of dat aanvullende maatregelen nodig zijn, bijvoorbeeld vanuit het samenwerkingsverband passend onderwijs. Indien de problemen dusdanig zijn dat extra ondersteuning of zelfs een afwijking van het lesprogramma noodzakelijk is, zijn scholen verplicht in een onderbouwd ontwikkelingsperspectief bij de leerling passende doelen vast te stellen. Deze aanpassingen worden jaarlijks geëvalueerd en aan de ouders/verzorgers van de leerling gerapporteerd. (www.passendonderwijs.nl)

De bijna gelijktijdige invoering van zowel de *Wet Referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen* als van aanpassingen in het kader van *Passend onderwijs* kan praktische gevolgen hebben voor leerlingen met ernstige rekenproblemen of met dyscalculie. Als het beheersen van Referentieniveau 1F voor rekenen voorwaarde is voor instroom in het vmbo – zoals in het overzicht van drempelmomenten is aangegeven – kan dat betekenen dat leerlingen met ernstige rekenproblemen of met dyscalculie tussen wal en schip terechtkomen. Zij voldoen niet aan de toelatingscriteria voor het Praktijkonderwijs, waardoor scholen dan een beroep zouden gaan doen op de ‘voorzieningen voor extra ondersteuning’ die samenwerkingsverbanden passend onderwijs kunnen toewijzen. Dit zou tot een vergrote vraag naar de middelen van het samenwerkingsverband leiden, terwijl de groei in het kader van ‘de herziening van de organisatie en financiering’ budgettair is gelimiteerd.

Dat maakt het extra belangrijk dat er tussen het basisonderwijs en het voortgezet onderwijs goede afspraken bestaan over de informatie die nodig is om tot passende oplossingen te komen. Alleen dan kunnen de scholen – in overleg met de ouders/verzorgers van de leerling en de leerling zelf – bevorderen dat leerlingen ontwikkelingsmogelijkheden krijgen die recht doen aan hun talenten en behoeften.

² <https://zoek.officielebekendmakingen.nl/kst-33106-B.html>

- **Aanleiding 4: samenleving vraagt 'functionele gecijferdheid'**

In een wat breder perspectief is het bevorderen van functionele gecijferdheid een belangrijke reden om rekenen een plek te geven in het vo. Functionele gecijferdheid gaat verder dan het kunnen maken van 'kale sommen'.

Uit diverse onderzoeken (onder andere Nibud, 2011) blijkt dat veel jongeren, met name de wat lager opgeleide jongeren, moeite hebben hun uitgaven te overzien en in de hand te houden. Een reclamecampagne als *Pas op! Geld lenen kost geld!* is er niet voor niets. Het niet herkennen van de betekenis van maten en getallen en de consequenties van financiële verplichtingen zijn actuele voorbeelden van zwakke gecijferdheid. Zie afbeelding 1.1 voor meer voorbeelden.

Voor het volwaardig kunnen functioneren in de samenleving en voor het met succes kunnen volgen van beroepsopleidingen is functionele gecijferdheid blijkbaar een noodzaak.

Gecijferd of ongecijferd?

De tijdwinst door de verhoging van de maximumsnelheid op snelwegen van 120 km naar 130 km is (per uur) maximaal

- 5 minuten
- 15 minuten
- 25 minuten

De oppervlakte van Nederland is ongeveer

- 60 duizend m²
- 60 miljoen m²
- 60 miljard m²

Je wilt een usb-stick kopen om daarop 150 foto's te zetten van gemiddeld 7 MB. Dan heb je minimaal een opslagcapaciteit nodig van

- 1 GB
- 10 GB
- 100 GB

Dennis van 14 koopt een fraaie tv op afbetaling. Dat kost hem € 20,-- per maand (looptijd 76 maanden).

Hoe oud is Dennis als hij de tv heeft afbetaald?

- 15 jaar
- 17 jaar
- 20 jaar

Afbeelding 1.1 Voorbeelden van meerkeuzeopgaven die een beroep doen op functionele gecijferdheid

- **Aanleiding 5: moderne tijd drijft op rekervaardigheid**

In een nog ruimer perspectief is rekenen belangrijk vanwege de bijdrage die het levert aan vaardigheden die in de 21ste eeuw belangrijk zullen zijn voor jongeren van nu.

Rekenen maakt onderdeel uit van en draagt bij aan wat *generieke vaardigheden* worden genoemd (Boswinkel & Schram, 2011). Het gaat dan onder meer om denkvaardigheden en om het kunnen dragen van verantwoordelijkheid. In Binkley et al. (2010) staan dergelijke vaardigheden opgesomd (zie afbeelding 1.2).

Generieke vaardigheden die belangrijk zijn in de 21ste eeuw

A Manieren van denken

- 1 Creatief en innovatief denken
- 2 Kritisch denken, oplossingsgericht denken, beslissingen nemen
- 3 Leren leren (metacognitie)

B Manieren van werken

- 4 Communiceren
- 5 Samenwerken (teamwerk)

C Instrumenten (benodigdheden om te kunnen werken)

- 6 Informatievaardigheden
- 7 ICT-vaardigheden

D Wereldburgerschap

- 8 Burgerschap (lokaal en wereldwijd)
- 9 Leven en werken (relaties en loopbaan)
- 10 Persoonlijke en sociale verantwoordelijkheid (inclusief cultureel bewustzijn en culturele competentie)

Afbeelding 1.2 KSAVE-model (Knowledge, Skills and Attitudes, Values and Ethics) (Binkley et al., 2010)

1.2 Waarom is er een Protocol ERWD₂?

Dit protocol is gemaakt als een vervolg op het *Protocol ERWD₁* voor het primair onderwijs. De stappen en aanpakken die in dit eerste protocol beschreven staan, zullen te zijner tijd gelden als de uitgangssituatie voor het vo. Wanneer het *Protocol ERWD₁* volledig geïmplementeerd is in het basisonderwijs, is de rekengeschiedenis van elke leerling bekend. Het is dan van elke leerling duidelijk of er sprake is geweest van een stagnerende of een moeizaam verlopende rekenontwikkeling. In een dergelijk geval is de leerling gesignaleerd, begeleid en indien nodig nader gediagnosticeerd conform dat protocol.

Tot het moment van de volledige implementatie zullen er leerlingen in het vo instromen van wie nog niet precies bekend is hoe hun rekenontwikkeling is verlopen. Dit kan betekenen dat de grote diversiteit aan verworven kennis, inzichten en vaardigheden die deze leerlingen meebrengen, niet adequaat is gedocumenteerd.

Tot 2010 was het belang van rekenen in het vo vooral gelegen in de toepassingen in andere vakken. Vanaf 2010 is rekenen een kernvak geworden en heeft daarmee een beslissende positie gekregen in de examenregelingen. Als gevolg hiervan is het voor leerlingen in het vo nog belangrijker dat rekenproblemen tijdig worden herkend. Alleen dan zijn deze scholen in staat passende maatregelen te nemen. Daarnaast is er ook voor de school een belang. Het slagingspercentage hangt voor bepaalde groepen leerlingen sterk af van hun vorderingen bij rekenen. Als deze leerlingen niet het vereiste niveau bereiken hebben en op de rekentoets (in combinatie met de andere kernvakken) niet het vereiste resultaat behalen, dan blokkeert dit hun verdere opleiding en het daarmee verbonden beroepsperspectief. Daarnaast is het natuurlijk evenmin in het belang van de betreffende school dat leerlingen ‘slechts’ vanwege hun rekenprestaties de opleiding niet gediplomeerd kunnen afsluiten.

Het *Protocol ERWD2* kan daarom worden gezien als een leidraad voor de ondersteuning van en afstemming op rekenzwakke leerlingen. Het biedt tevens handvatten voor het inrichten van goed rekenonderwijs in het vo. Daarmee draagt het voor de leraren bij aan de in het vo noodzakelijke kennisbasis voor rekenen, en biedt het de leerlingen perspectief op functionele gecijferdheid.

1.2.1 Onderwijskenmerken en leerlingkenmerken

Bij (ernstige) rekenproblemen en dyscalculie spelen enerzijds onderwijskenmerken en anderzijds leerlingkenmerken een rol. Onder onderwijskenmerken verstaan wij de specifieke factoren vanuit het onderwijs die van invloed zijn op de rekenontwikkeling van de leerling. Leerlingkenmerken zijn sociaal-emotionele en cognitieve factoren die de rekenontwikkeling van de leerling positief of negatief beïnvloeden.

Het onderscheid tussen (ernstige) rekenproblemen en dyscalculie wordt bepaald door de hardnekkigheid van de problemen. ‘Hardnekkigheid’ betekent dat de bevorderende invloed van de onderwijskenmerken na een periode van een half jaar nog steeds ontoereikend is. In zo’n geval heeft de deskundige begeleiding van de leerling – zorgvuldig afgestemd op zijn individuele onderwijsbehoeften – de invloed van leerlingkenmerken op de ontwikkeling van het rekenen dan onvoldoende kunnen verminderen.

In verreweg de meeste gevallen is de oorzaak van rekenproblemen te herleiden tot het ontbreken van dit type zorgvuldig afgestemde begeleiding. Het gaat dan om rekenonderwijs waarin leraren bijvoorbeeld:

- niet of te laat de risico’s in de rekenontwikkeling van een leerling herkennen;
- leerstof aanbieden die niet aansluit bij de voorkennis (dit kan zowel rekeninhoudelijk zijn, als wat betreft algemene kennis van de betekenis van getallen, maten en bewerkingen in een bepaalde context);
- leerstof aanbieden op een manier die niet aansluit bij het niveau van denken en handelen, bijvoorbeeld op een te verbale of abstracte manier instructie geven;
- opdrachten en oefenvormen aanbieden die niet passen bij de onderwijsbehoeften van de leerling, bijvoorbeeld door de leerling te eenzijdige oefeningen aan te bieden (steeds hetzelfde materiaal, hetzelfde model of alleen ‘kale sommen’);
- het leggen van de koppeling tussen handelen, voorstellen, verwoorden en noteren, te weinig uitlokken en evenmin voordoen (*modeling*);
- de leerling niet, of te weinig, actief en doelgericht laten oefenen;
- niet opmerken dat emotionele blokkades een rol gaan spelen.

De leerlingkenmerken die hierbij een rol spelen en die specifieke afstemming noodzakelijk maken zijn onder meer de volgende:

a. De leerling heeft moeite met het onderscheiden, herkennen van en betekenis verlenen aan getallen.

Dit kan blijken uit problemen bij:

- koppelen van hoeveelheid, uitspraak en schrijfwijze;
- uitspreken van grote getallen;
- betekenis verlenen aan de cijfers in een getal;
- benoemen van de getallen binnen de context van maten of geld;
- herkennen van de samenhang tussen bewerkingen en het effect daarvan op getallen;
- schatten van (grotere) hoeveelheden, ook met visuele ondersteuning.

b. De leerling ervaart problemen die te maken hebben met de sterkte en/of de organisatie van het geheugen (zowel werkgeheugen als langetermijngeheugen).

Dit kan blijken uit problemen met:

- herkennen en vasthouden van essentiële informatie, hetzij auditief, hetzij visueel;
- vasthouden van de volgorde binnen bewerkingen;
- systematisch werken bij complexe bewerkingen zoals algoritmen;
- terugvinden van opgeslagen feitenkennis;
- compleet en in samenhang opslaan van feiten en procedures;
- beschikbaar hebben van basiskennis en basisvaardigheden (zowel geautomatiseerde als gememoriseerde kennis³);
- zich visueel kunnen voorstellen van situaties.

KERN Dyscalculie?

Het Protocol ERWD² maakt nadrukkelijk onderscheid tussen *ernstige rekenproblemen* en *dyscalculie*. Daarmee wil dit protocol voorkomen dat het etiket 'dyscalculie' te gemakkelijk wordt gebruikt. Indien er inderdaad sprake is van dyscalculie, heeft dat namelijk ernstige consequenties voor de keuze van een beroep en de toelating tot daarop gerichte beroepsopleidingen. Dit geldt ook voor de keuze van met deze opleidingen verbonden beroepen. Dit betekent dat het streven moet zijn slechts in uitzonderlijke gevallen deze kwalificatie toe te kennen.

Leerlingen op wie de kwalificatie 'dyscalculie' van toepassing is, zullen in verschillende mate in staat zijn de problemen bij rekenen te compenseren of te omzeilen. Dit is afhankelijk van het cognitief niveau en eventueel andere talenten. Daardoor zal het merkbare effect van dyscalculie bij een gymnasiumleerling anders zijn dan bij een vmbo-bbl-leerling.

Een dyscalculieverklaring is geen toegangsbewijs tot faciliteiten, maar eerder een verbodtoegangsbewijs voor diverse beroepen en opleidingen. Dyscalculie wijst op een beperking die in diverse beroepen een handicap blijkt te zijn. Daarom is omzichtigheid geboden bij het toekennen van de kwalificatie 'dyscalculie'.

Wie beschikt over een dyscalculieverklaring kan niet meer zinvol deelnemen aan *groepsinstructie* in de reguliere rekenlessen, maar is aangewezen op individuele en zeer deskundige begeleiding.

3 *Automatiseren* is het leerproces dat erop is gericht zonder eerst te hoeven nadenken de (een) weg naar de oplossing te weten (bijvoorbeeld $9 \times 7 = (10 \times 7) - (1 \times 7) = 70 - 7 = 63$) (proceskennis). *Memoriseren* is het leerproces dat erop is gericht zonder te hoeven nadenken direct het antwoord te weten ($9 \times 7 = 63$) (feitenkennis).

De opeenvolgende reeks van drie protocollen – van basisonderwijs tot en met mbo – maken het straks mogelijk te zorgen voor continuïteit in de begeleiding van leerlingen en studenten. Dat geldt trouwens ook voor de hierbij gebruikte termen. Door dezelfde taal te delen is in de communicatie duidelijk wat wordt bedoeld met en verstaan onder bijvoorbeeld:

- Wat is een risico voor de rekenontwikkeling?
- Wat zijn handelingsniveaus?
- Wat is het Drieslagmodel?
- Wanneer is er sprake van ernstige rekenproblemen of van dyscalculie?

1.2.2 De instroom in het vo

Wanneer leerlingen binnenkomen in het vo worden zij geplaatst in een voor hen passende leerroute. Dat kan variëren van praktijkonderwijs (pro), voortgezet speciaal onderwijs (vso) en vmbo tot gymnasium. De plaatsing is gebaseerd op het advies van de basisschool, in overleg met de ouders/verzorgers van de leerling en de vo-school. Leerlingen vanuit speciaal basisonderwijs en speciaal onderwijs komen binnen met een indicatiestelling en worden meestal geplaatst in pro of vso of in vmbo met leerwegondersteuning. Vso-leerlingen kunnen in het reguliere vo in alle leerroutes voorkomen.

Binnen elke leerroute kan een leerling een goede, gemiddelde of zwakke leerling zijn. Dit is afhankelijk van zijn algemene capaciteiten en van zijn totale functioneren in alle vakken en op alle domeinen. Binnen één vak of onderdeel van een vak kan een leerling wel of niet specifieke problemen ondervinden. Deze problemen kunnen bovendien in verschillende gradaties optreden. Voor rekenen kan dat variëren van geen problemen tot ernstige rekenproblemen en zelfs dyscalculie. Soms komen specifieke problemen in meerdere vakken of onderdelen voor, bijvoorbeeld wanneer tegelijk sprake is van dyslexie en dyscalculie. We spreken dan van *comorbiditeit*.

De focus van het *Protocol ERWD2* ligt natuurlijk op leerlingen voor wie leren rekenen in brede zin een zware opgave is. Over het algemeen hebben deze leerlingen weinig plezier aan rekenen beleefd. Rekenen kan dan ook voor hen emotioneel beladen zijn.

De kans is groter dat een leerling in het vmbo-bbl of vmbo-kbl moeite ondervindt met rekenen dan dat dit bij een gymnasiast het geval is. Toch kunnen ook vwo-leerlingen ernstige rekenproblemen ervaren. De score op de eindtoets in het basisonderwijs zegt namelijk niet alles. Compensatie met hoge scores op de andere vakken kan een lage score op rekenen verdoezelen. Het is dus zaak om bij alle leerlingen op alle leerroutes alert te zijn op de mogelijkheid van rekenproblemen.

Leerlingen in vmbo-bbl en vmbo-kbl

In het algemeen is de verwachting dat er in het vmbo meer leerlingen instromen die zich tijdens de basisschoolperiode nog onvoldoende hebben ontwikkeld op het gebied van rekenen. Dit betekent dat zij niveau 1F niet (goed) beheersen. Volgens de uitgangspunten van dit protocol sluit het onderwijsaanbod in het vo aan bij de stand van hun rekenontwikkeling bij instroom. Leerlingen zijn op die leeftijd nog volop in ontwikkeling en kunnen zich met een goede didactische begeleiding op het gebied van rekenen nog verder ontwikkelen. Doorgaans zal de leerstof van de bovenbouw basisonderwijs nog uitgebreid aan de orde moeten komen. Voorwaarde is dan wel dat dit gebeurt op een manier die past bij hun leeftijd en belevingswereld, zodat hun motivatie geen belemmering hoeft te zijn.

Bij leerlingen in het vmbo-bbl betekent dat: goede handelingsgerichte instructie bestaande uit concrete doe-activiteiten, doelgericht oefenen, automatiseren en memoriseren. Wanneer zij niveau 1F beheersen, kan het onderwijs gaan toewerken naar niveau 2F (het vereiste uitstroomniveau). Dit zal voor veel leerlingen een hele opgave zijn, ook op emotioneel gebied.

Leerlingen in vmbo-kbl hebben over het algemeen een betere basis op gebied van taal, lezen en rekenen. Zij zijn sterk praktijkgericht en kunnen goede conceptontwikkeling en goede rekenvaardigheid bereiken. Voorwaarde daarvoor is wel dat het rekenen aansluit bij hun interesses en gericht is op concrete activiteiten.

Binnen deze groepen (vmbo-bbl en vmbo-kbl) zijn er ook leerlingen die specifieke problemen ervaren met rekenen. Dat kan variëren van geringe tot zeer ernstige problemen en zelfs tot hardnekkige problemen. Wanneer leerlingen bij instroom een dyscalculieverklaring hebben, wordt in het vmbo hun individuele begeleiding voortgezet op basis van hun specifieke onderwijsbehoeften. Bij andere leerlingen die (ook) ernstige rekenproblemen ondervinden is het (vaak) moeilijk in te schatten waar de oorzaak van die problemen precies ligt. Dit komt doordat deze leerlingen over de hele lijn, dus ook met taal, lezen en andere vakken, een wat langzame of beperkte ontwikkeling laten zien. Dat vraagt analyse en ondersteuning op maat.

Leerlingen in vmbo-gl en vmbo-tl

Leerlingen in vmbo-gl en vmbo-tl hebben over het algemeen niveau 1F aan het eind van het basisonderwijs wel bereikt en zijn op weg naar 2F. Deze verdere ontwikkeling vraagt een goede didactische begeleiding voor alle leerlingen. Het accent ligt hierbij op goede conceptontwikkeling, oefenen en probleemoplossend werken. Betekenisvol rekenen (aansluitend bij hun leefwereld) is voor deze leerlingen essentieel, zowel vanwege de conceptontwikkeling als voor hun motivatie. Daarnaast is het van belang om voldoende tijd te (blijven) besteden aan effectief oefenen, automatiseren en memoriseren van basisbewerkingen, inclusief het adequaat gebruik van een rekenmachine.

Ook binnen deze groepen zijn er leerlingen die specifieke problemen ervaren. Dat betekent dat zij specifieke ondersteuning op maat nodig hebben en in het geval van een dyscalculieverklaring: individuele begeleiding.

Leerlingen in havo en vwo

Leerlingen in havo en vwo hebben bij instroom in het vo een rekenvaardigheid op minimaal niveau 1S. In deze leerroutes wordt een beroep gedaan op vaardigheden als abstract denken, analyseren en verbanden zien, wiskundig redeneren en complexere rekenvraagstukken oplossen. Deze vaardigheden zijn nodig voor het behalen van de rekentoets op het niveau 3F. Afhankelijk van hun voorgeschiedenis kan ook bij havo- en vwo-leerlingen blijken dat sommigen een magere kennisbasis hebben. Dit betekent dat zij gebaat kunnen zijn bij rekenonderwijs dat deze kennisbasis versterkt. In dergelijke gevallen kan dat betekenen dat aanvulling en herstel nodig is van fragmentarische kennis of maar half begrepen onderdelen. Daarnaast geldt voor alle leerlingen dat onderhoud van basiskennis en -vaardigheden nodig blijft, omdat anders het vaardigheidsniveau snel terugloopt.

In havo en vwo komen ook leerlingen voor die veel moeite hebben met rekenen of zelfs ernstige (en hardnekkige) problemen ervaren. Deze leerlingen hebben specifieke (individuele) ondersteuning nodig.

Dyscalculie bij een leerling hoeft niet te verhinderen dat die leerling soms wel goed wiskundig kan leren redeneren en problemen analyseren. Een enkele maal komt het zelfs voor dat een leerling correct kan aangeven welke bewerkingen nodig zijn, terwijl hij niet of nauwelijks in staat is om deze bewerkingen (zonder rekenmachine) zelf uit te voeren.

Dit alles betekent dat leerlingen op wie dit protocol zich richt, wel in grotere aantallen in het vmbo aangetroffen zullen worden, maar dat ook op havo en vwo alertheid nodig blijft.

1.3 Wie gaan werken met dit protocol?

Dit eerste deel van het *Protocol ERWD2* is bedoeld voor school- en afdelingsleiders. Op basis van de uitgangspunten van dit protocol zullen zij keuzes maken over de organisatie van rekenlessen, de inzet van mensen en het verwerven van deskundigheid.

Voor de schoolleiders is het van belang te beseffen dat de invoering van dit protocol een veranderingsproces binnen de school of leerroute betekent. Het is niet iets dat even kan worden 'geregeld'. Zeker als de consequentie zou zijn dat er meer gedifferentieerd gaat worden in de rekenlessen, kunnen leraren dat als ingrijpend ervaren. Dit geldt ook als samenwerking tussen rekenleraren en vakleraren onderdeel van de verandering is.

Daarnaast is dit protocol bedoeld voor ondersteuningsteams, mentoren, rekenleraren, rekenspecialisten en andere betrokkenen binnen de school. De hoofdstukken die gaan over de didactische aspecten bieden hen aanknopingspunten voor hun eigen werk. Zij zijn in veel gevallen ook de intermediair naar de verschillende leraren en anderen die met de gesignaleerde leerlingen te maken hebben. In die rol kunnen zij bepaalde delen van dit protocol gebruiken om deze leraren te informeren en te voorzien van praktijkgerichte en/of achtergrondinformatie. Daarmee kunnen zij op inhoudelijk niveau de veranderingsprocessen faciliteren.

Het is wenselijk dat alle betrokkenen een proactieve houding hebben. Dit betekent dat zij niet wachten tot de cijfers zo laag zijn dat er een probleem is. Op basis van voorinformatie (bijvoorbeeld vanuit het basisonderwijs) en waarnemingen in de lessen gaat men dan direct tot actie over. In alle gevallen dat de voorinformatie aangeeft dat sprake is van (ernstige) rekenproblemen, speelt de ontvangende school daarop vanaf het begin op adequate wijze in. Deze vorm van 'tijdigheid' vraagt deskundigheid, heldere communicatie met alle betrokken leraren en duidelijke afspraken over begeleiding, condities en aanpak. Die behoefte aan duidelijkheid geldt zeker ook voor de betrokken leerlingen en hun ouders/verzorgers.

Soms ERWD1

Scholen voor praktijkonderwijs hebben een bijzondere positie. Zij zijn wat betreft de inhoud en aanpak van het rekenonderwijs aangewezen op wat beschreven staat in *Protocol ERWD1*. Ditzelfde geldt in sommige gevallen voor het vso, namelijk wanneer een leerling een laag cognitief niveau heeft.

2 Visie en uitgangspunten

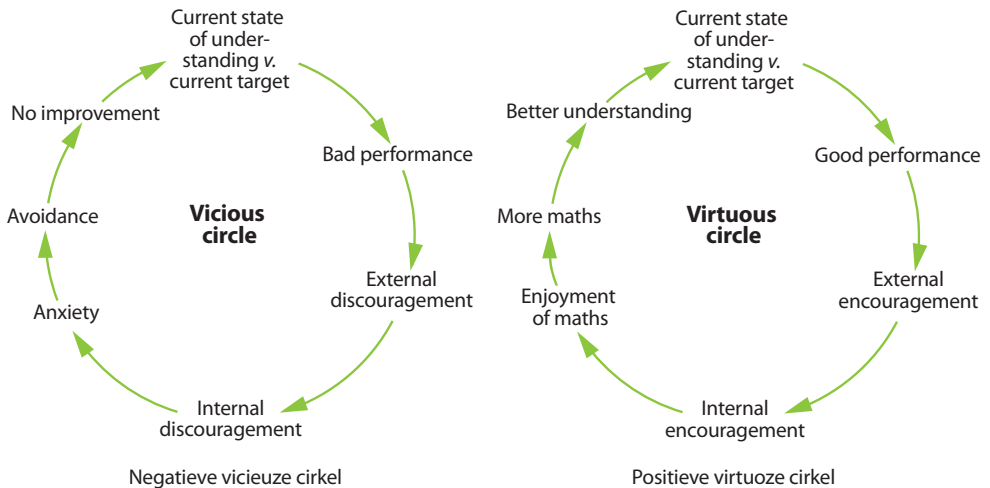
In dit hoofdstuk beschrijven wij het belang van functionele gecijferdheid en de visie op leren rekenen en rekenproblemen. Daarop gebaseerd formuleren wij de uitgangspunten die aan dit protocol ten grondslag liggen.



2.1 Visie op leren rekenen en rekenproblemen

Leerlingen in het vo zijn nog volop in ontwikkeling. Onderwijs is slechts een onderdeel van alles waarmee deze jongeren zich bezig houden. Jongeren op deze leeftijd zijn geïnteresseerd in veel verschillende onderwerpen. Zij willen in ieder geval deel zijn van een groep, van een voor hen herkenbaar deel van de samenleving.

Hoe beter hun schoolloopbaan verloopt, hoe meer gemotiveerd zij zijn en hoe meer succes zij ervaren. Wie echter minder succesvol is, verliest motivatie en wordt al snel bevestigd in de mening dat het met dit vak toch niet lukt (Butterworth, 1999). Zo'n leerling kan zelfs weerstand tegen rekenactiviteiten of faalangst in rekensituaties ontwikkelen. In beide gevallen leidt dit tot een zichzelf versterkend patroon. Leerlingen die goed presteren komen in een positieve virtueuze cirkel. Degenen die problemen ervaren met leren komen in een negatieve vicieuze cirkel. Bedenk hierbij dat het om iteratieve (zich systematisch herhalende) processen gaat; daarom is er sprake van een positieve virtueuze spiraal respectievelijk van een negatieve vicieuze spiraal.



Afbeelding 2.1 De negatieve vicieuze cirkel en de positieve virtueuze cirkel (ontleend aan Butterworth, 1999, pp. 283-284)

Als leerlingen merken dat zij op meerdere gebieden falen, zullen sommigen zich op school op een andere manier waar willen maken. Anderen haken gewoon af en steken hun energie in dingen buiten school.

Leraren kunnen de motivatie van de leerlingen stimuleren en benutten. Dit bereiken zij door hun onderwijs af te stemmen op de ontwikkeling van deze leerlingen en in te spelen op hun leefwereld. Dit kan voorkomen dat leerlingen voortijdig uitvallen of afstromen naar een lager onderwijsniveau. Leerlingen die in de voorgaande jaren al ernstige problemen met leren hebben ondervonden, lopen nu als puber in het vo een extra risico.

Leerlingen hebben eigen doelen, voorkeuren en – naarmate zij verder komen in het onderwijs – een beroepsperspectief. Een goede taal- en rekenvaardigheid vormen mede de basis voor schoolsucces en zijn nodig om te kunnen functioneren in een opleiding, in een werksituatie en voor participatie in de samenleving. Dat is de reden dat het onderdeel rekenen een aparte plaats heeft in de

examenregelingen. In de praktijk blijken er op alle vo-niveaus leerlingen te zijn die geen of slechts een vaag beroepsperspectief hebben. Dit maakt dat niet iedere leerling de noodzaak van taal- en rekenvaardigheid als een eigen doel kan zien. Bovendien is de rol van rekenvaardigheid ook afhankelijk van de mogelijkheden van de leerlingen. Rekenen is evenwel een kernvak. Daarom is het de taak van elke vo-school de leerlingen ook voor rekenen een optimale basis te bieden voor hun verdere toekomst. Voor vmbo-leerlingen moet dit uiteindelijk leiden tot beheersing op Referentieniveau 2F en voor de havo- en vwo-leerlingen op niveau 3F.

Rekenen heeft weliswaar de positie van apart kernvak, maar is in het vo vooral ingebed in andere vakken. In die andere vakken is rekenvaardigheid ondergeschikt aan die specifieke vakkennis, maar zij fungeert wel als een basisvaardigheid binnen die vakgebieden. Over het algemeen gaan leraren ervan uit dat leerlingen hun rekenkennis en -vaardigheden in de lessen in die andere vakken kunnen gebruiken. Ongeveer de helft van de vmbo-leerlingen en een kwart van de havo- en vwo-leerlingen hebben echter gedurende hun basisschoolperiode daartoe onvoldoende rekenkennis en rekenvaardigheden ontwikkeld (Inspectie van het Onderwijs, 2009). Zij kunnen daardoor niet optimaal profiteren van het onderwijs in de leerroute waarin zij zijn geplaatst. Dit betekent dat zij wel in staat zijn om te leren rekenen, mits hun leraren het (reken)onderwijs afstemmen op wat zij nodig hebben om weer te kunnen en te durven leren rekenen. Leerlingen in vmbo-bbl en vmbo-kbl hebben meer tijd nodig om zich die basisstof eigen te maken. Leerlingen in havo en vwo hebben over het algemeen vooral regelmatig herhaling nodig om de basisstof te consolideren. Daarnaast zal in het hele vo systematisch aan verdere ontwikkeling van rekenkennis en -vaardigheden van alle leerlingen moeten worden gewerkt om hen de Referentieniveaus 2F (vmbo) of 3F (havo en vwo) te laten bereiken.

Binnen alle onderwijssectoren en leerroutes zullen er leerlingen zijn met problemen op het gebied van leren rekenen. Bij sommigen zijn die problemen hardnekkig. In dit protocol maken wij onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en – bij hardnekkigheid daarvan – dyscalculie (zie hoofdstuk 1). In bijlage A staan achtergronden over (leren) rekenen. Hierin geven wij een overzicht van de daarover in de wetenschap heersende opvattingen.

Naarmate de rekenproblemen ernstiger zijn, vraagt dat van de geboden ondersteuning en begeleiding een steeds zorgvuldigere afstemming op de onderwijsbehoeften van de leerling. Zijn de rekenproblemen ernstig en hardnekkig (dyscalculie), dan is zelfs groepsinstructie voor rekenen niet meer zinvol.

Binnen een onderwijssituatie is de mate waarin een leerling in staat is tot leren in hoge mate afhankelijk van de condities die leraren creëren. Leerlingen die veel moeite hebben met het leren rekenen, zijn daardoor nog sterker afhankelijk van de aanwezigheid van specifieke condities. Voor hen is een deskundige afstemming nog sterker geboden.

De focus in dit protocol ligt met name op ondersteuning en begeleiding van alle leerlingen die binnen hun eigen leerroute ernstige rekenproblemen ondervinden. Het maakt hierbij niet uit of zij wel of niet een dyscalculieverklaring hebben. Zij hebben intensieve en specifieke ondersteuning en begeleiding nodig. Daarnaast zijn er leerlingen die meer in het algemeen extra moeite moeten doen om zich leerstof eigen te maken. Deze leerlingen hebben dus ook ondersteuning en begeleiding nodig bij het (leren) rekenen. Daarom zijn de handvatten die wij aanreiken voor de specifieke (individuele) ondersteuning bij ernstige rekenproblemen in principe ook van toepassing op alle rekenzwakke leerlingen.

2.2 Functionele gecijferdheid

KERN

Het langetermijndoel van het rekenonderwijs is functionele gecijferdheid

Iemand die gecijferd is kan adequaat handelen in rekenwiskundige situaties in het persoonlijk en maatschappelijk leven en in het beroep. Hij is tevens in staat om zijn kennis en vaardigheden flexibel te kunnen aanpassen aan nieuwe ontwikkelingen in een continu veranderende maatschappij (Van Groenestijn, 2002, 2010).

Om dit te kunnen beschikt een volwassene over:

- 1 functionele rekenwiskundige kennis en vaardigheden;
- 2 competenties voor het managen van rekenwiskundige situaties;
- 3 competenties voor het zelfstandig verwerven van nieuwe informatie.

Ad 1. Functionele rekenwiskundige kennis en vaardigheden

Bij functionele rekenwiskundige kennis en vaardigheden worden de volgende domeinen onderscheiden:

- getallen en bewerkingen;
- verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten;
- meten en meetkunde, waaronder het metriek stelsel, geld en tijd;
- verbanden, waaronder data, kans en groei/informatieverwerking.

Hierbij wordt verondersteld dat iedere volwassene beschikt over:

- een set van elementaire rekenwiskundige kennis en vaardigheden als basis om verder te kunnen leren;
- specifieke rekenwiskundige kennis en vaardigheden, afhankelijk van de individuele persoon, beroep en maatschappelijke positie.

Ad 2. Competenties voor het managen van rekenwiskundige situaties

Voor het kunnen managen van situaties waarin rekenwiskundige activiteiten worden verlangd, mag van een volwassene worden verwacht dat hij:

- een algemeen rekenwiskundige houding heeft ontwikkeld met een goed 'gevoel voor getallen'. Dat betekent onder andere dat hij betekenis kan geven aan getallen in hun context, kan beredeneren of getallen kloppen, maten en afstanden kan schatten;
- situaties kan identificeren waarin een rekenwiskundig probleem of activiteit ingebed is;
- deze situaties kan analyseren en kan bepalen welke rekenwiskundige informatie aanwezig is en welke activiteiten nodig zijn om een probleem op te lossen of op een andere wijze adequaat kan handelen;
- kan communiceren over rekenwiskundige informatie en vraagstukken;
- effectieve beslissingen kan nemen op basis van berekeningen;
- een onderzoekende houding heeft ontwikkeld voor de betekenis van getallen in nieuwe situaties;
- een reflectieve houding heeft ontwikkeld om het eigen handelen te kunnen beoordelen op juistheid en effectiviteit;
- constructief kan samenwerken.

Ad 3. Competenties voor het zelfstandig verwerven van nieuwe informatie

De snelle ontwikkelingen in onze huidige kennismaatschappij doen een groot beroep op de flexibiliteit en het aanpassingsvermogen van elk individu. Dit betekent voortdurende bij- en nascholing, zowel formeel als informeel, ofwel *lifelong learning*. Scholing vraagt om een positieve en open attitude ten aanzien van ontwikkelingen en inzicht in eigen leervermogen en leervaardigheden. Het betekent ook kunnen samenwerken en leren van en aan elkaar in werksituaties.

In het onderwijs wordt veel aandacht besteed aan de eerste component en niet of minder aan de tweede en derde component. Waarschijnlijk wordt verondersteld dat leerlingen die laatste twee als vanzelf ontwikkelen in de *course of life*, terwijl deze juist de essentie vormen van de transfer van schoolse kennis en vaardigheden naar toepasbare bruikbare kennis en vaardigheden.

Het is een taak van het onderwijs om situaties te creëren waarin de hier genoemde componenten alle drie bewust worden ingebed. Dit is de basis voor het ontwikkelen van gecijferd gedrag en van een goede attitude voor *lifelong learning*. Tevens kan dit bijdragen aan verdere ontwikkeling van de samenleving.

Alleen door de hierboven genoemde drie componenten gezamenlijk in te bedden in het onderwijs kan een houding voor *lifelong learning* groeien. Het leren is na het verlaten van school of beroepsonderwijs niet afgerond.

Geciteerd naar Van Groenestijn (2010, pp. 16-18).

2.3 Uitgangspunten van dit protocol

De uitdaging voor het rekenonderwijs in het vo is om de juiste aansluiting te vinden bij de voorkennis van de leerlingen. Dit betekent rekening houden met wat zij al beheersen en aanbieden wat zij nog nodig hebben. In feite is dit niet anders dan bij andere vakken. Voor leerlingen die ernstige problemen ondervinden met (leren) rekenen vraagt dit wel specifieke ondersteuning en begeleiding. Vorm geven aan rekenonderwijs dat aan deze eisen tegemoet kan komen lukt meestal niet zonder specifieke aandacht en afspraken hierover. Het vraagt een duidelijke school- of afdelingsvisie op rekenen, rekenonderwijs en het omgaan met rekenproblemen. Rekenen heeft bij het examen een aparte positie gekregen, maar is inhoudelijk natuurlijk verbonden met het vak wiskunde. Daarnaast is rekenen een basisvaardigheid binnen veel andere vakken. Dit betekent dat in principe veel leraren in veel verschillende vakken in het vo te maken hebben met rekenen. Deze complexe rol van rekenen maakt dat men op school niet zonder meer kan aannemen dat het allemaal ‘vanzelf’ wel goed gaat.

Aansluitend bij de visie zoals in paragraaf 2.1 is verwoord, baseren wij ons in dit protocol op de volgende uitgangspunten. Deze uitgangspunten werken wij verder uit in de volgende delen van dit boek.

- 1 Functionele gecijferdheid is de opbrengst van goed rekenonderwijs.
- 2 De ontwikkeling van rekenkennis en rekenvaardigheid stopt niet bij binnenkomst in het vo.
- 3 Iedere leerling is anders en dit heeft ook consequenties bij leren rekenen.
- 4 Er is onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie.

- 5 Leraren spelen in op gesignaleerde rekenproblemen door te differentiëren.
- 6 Onderzoekers diagnosticeren rekenzwakke leerlingen handelingsgericht.
- 7 Begeleiders van leerlingen met ernstige rekenproblemen of met dyscalculie werken resultaatgericht.

De eerste vier uitgangspunten typeren onze visie op ernstige rekenproblemen en dyscalculie. De uitgangspunten 5, 6 en 7 vormen de basis voor onze visie op het handelen in de praktijk.

- **Uitgangspunt 1: functionele gecijferdheid is de opbrengst van goed rekenonderwijs**
Rekenonderwijs is de kwalificatie 'goed' pas waardig, als het de leerlingen brengt tot functionele gecijferdheid. Wij beschreven in paragraaf 2.2 al wat wij onder dit begrip verstaan.

Buiten de school hebben getallen altijd betekenis en bestaan er geen 'kale sommen'. Rekenen in het dagelijks leven is altijd ingebed in een functionele situatie. Rekenonderwijs heeft daarom tot hoofddoel het ontwikkelen van bruikbare rekenkennis en -vaardigheden om daarmee optimaal te kunnen functioneren in de maatschappij. Goed kunnen rekenen is geen doel op zichzelf, maar een middel, een stuk gereedschap in handen van mondige burgers (zie ook Boekaerts & Simons, 1995). Goede taal- en rekenvaardigheid zijn kerncompetenties die aanzienlijk kunnen bijdragen aan 'een leven lang leren' en burgerschap (OECD, 2007). Daarom is een bepaald minimum van functionele gecijferdheid noodzakelijk. In Nederland is dat niveau vastgesteld op 2F, in aansluiting op Europese afspraken daarover (Council of Europe, 2001). Dit referentieniveau is ook de basis om verder te kunnen leren voor een beroep.

KERN

Functionele gecijferdheid: geen dag zonder rekenen!

Functionele gecijferdheid omvat meer dan technische rekenvaardigheid. Het gaat om het adequaat kunnen handelen en het kunnen nemen van beslissingen op basis van getalsmatige informatie, in functionele, dagelijkse situaties. Dit kan veel vormen hebben, zoals blijkt uit de volgende voorbeelden:

- Het kunnen interpreteren van een vertrekstaat op een NS-station en dat omzetten in handelen: naar het juiste perron gaan en kunnen zien of je op tijd bent om die trein te halen.
- Herkennen of je genoeg wisselgeld terugkrijgt.
- Kunnen inschatten hoelang je doet over 10 km fietsen.
- Een recept kunnen aanpassen aan het aantal eters, voor wie het gerecht bestemd is.
- Bij allerlei werkzaamheden in en om huis adequaat met de bijbehorende getallen en maten kunnen omgaan. *Hoeveel muurverf heb ik nodig voor deze kamer? Hoeveel schroeven heb ik nodig voor dit wandje? Past die loungeset op ons terras?*
- Voordelige aanbiedingen kunnen terugbrengen tot hun essentie, zoals 'elke vierde fles gratis' betekent '25% korting op de prijs van elke fles'.
- Inschatten of je genoeg MB geheugen vrij hebt op je telefoon of tablet om een app te downloaden.
- Je uitgaven kunnen afstemmen op je inkomsten en op de periode tot je volgende salaris op je bankrekening staat.

Bij functionele gecijferdheid handelt het steeds weer om situaties die vragen om het begrijpen en analyseren van, meestal getalsmatige, informatie. Dat is nodig om daaraan betekenis te kunnen verlenen en op basis daarvan te bepalen welke actie of berekening nodig is om het beoogde doel te

bereiken. Bij dat alles zijn zowel het herkennen en benutten van de onderlinge samenhang als een hoog tempo belangrijk.

Bij functionele gecijferdheid hoort echter ook: je kennis en vaardigheden *durven* gebruiken en erop *durven* vertrouwen dat je getalsmatige informatie juist interpreteert. Soms betekent dat: die informatie herkennen als *dit is ook voor mij bedoeld, ik moet er wat mee*. In de praktijk leren mensen van hun eigen successen en fouten. Iemand zonder goede basis zal bij een foute beslissing al gauw tot de conclusie komen: *Zie je wel, ik snap/kan dat toch niet*. Hij raakt ontmoedigd.

Voor leerlingen die ernstige problemen ondervinden met rekenen is het daarom van groot belang om alles op alles te zetten om hen een zo stevig mogelijke basis van functionele gecijferdheid te laten verwerven. Alle betrokkenen (leraren, leerling en ouders/verzorgers) werken daaraan vanuit een gedeeld perspectief van functionele gecijferdheid. Dit vraagt dat zij ook ieder hun rol nemen om de leerling zo ver mogelijk te laten komen in zijn ontwikkeling.

- **Uitgangspunt 2: de ontwikkeling van rekenkennis en rekenvaardigheid stopt niet bij binnenkomst in het vo**

De ontwikkeling van rekencompetenties is in het basisonderwijs in gang gezet. De leerling is gebaat bij continuïteit in en onderhoud van zijn rekenkennis en -vaardigheden.

Continuïteit betekent enerzijds het voortzetten van een ontwikkeling die nog niet is voltooid, anderzijds het doorgaan met een didactiek waaraan de leerlingen al gewend zijn. Onderhoud betekent dat reeds verworven kennis en vaardigheden op peil gehouden moeten worden door deze regelmatig te gebruiken en toe te passen. Onderhoud kan ook betekenen dat er wat herstelwerk nodig is, doordat feiten of procedures zijn weggezaakt. Als blijkt dat een leerling de onderliggende concepten in het voortraject nooit goed heeft begrepen, is ook herstelwerk gewenst.

Goede rekenconcepten zijn een noodzakelijke voorwaarde voor het ontwikkelen en begrijpen van passende oplossingsprocedures. Onbegrepen procedures leiden tot fragmentarische kennis, inadequaat handelen, het niet benutten van verbanden en zelfs tot het ontwikkelen van misconcepten. Wanneer een leerling bepaalde procedures niet heeft begrepen, kan hij deze in nieuwe situaties niet opnieuw beredeneren en zo reconstrueren. Daardoor is een groot beroep op het geheugen nodig en dit leidt weer vaker tot fouten (zie ook Fosnot & Dolk, 2002; Dolk, 2005). Het kennen van verbanden, zoals eigenschappen van getallen en bewerkingen en hun onderlinge relaties, en het ontwikkelen van netwerken van rekenkennis is essentieel om flexibel met nieuwe rekensituaties te kunnen omgaan.

KERN Voorbeelden van nuttige verbanden

- Kennen én begrijpen van de relaties tussen maateenheden binnen het metriek stelsel en de betekenis van de gebruikte voorvoegsels (zoals kilo-, deci-, micro-, giga-) daarbij.
- Het met begrip kunnen inzetten van het systeem van rekenen met geld, zoals bij budgetteren en het omrekenen van vreemde valuta.
- Begrijpen en herkennen dat breuken, decimale getallen en procenten verhoudingsgetallen zijn en als zodanig met elkaar te maken hebben.
- Weten en begrijpen dat heel verschillende berekeningen dezelfde uitkomst kunnen hebben. Voorbeeld: $4 \times 125 = 2 \times 250 = \frac{1}{2} \times 1000 = \frac{1}{3} \times 1500 = \frac{2}{3}$ van 750.

Zoals al aangegeven in hoofdstuk 1, hebben we in het vo te maken met nogal verschillende groepen leerlingen. Leerlingen in de diverse leerroutes vertonen ook ten aanzien van hun rekenvaardigheid grote verschillen. In vmbo-bbl en vmbo-kbl zal het onderwijs nog veel aandacht moeten besteden aan het verder ontwikkelen en verankeren van goede rekenconcepten en bijpassende vaardigheden.

In vmbo-gl en vmbo-tl gaat het met name om het onderhouden. Ook hier beheersen veel leerlingen de basis van rekenen onvoldoende. Daarom is het ook voor hen van belang dat zij hun rekenkennis- en vaardigheden in stand houden en verder ontwikkelen. Uiteindelijk is het doel hen te brengen tot niveau 3F.

Leerlingen in havo en vwo hebben vooral veel oefening nodig voor onderhoud en consolidatie van de leerstof van de basisschool. Daarnaast is uitbreiding van kennis en vaardigheden nodig voor het bereiken van het niveau 3F. Ook hier is een goede conceptontwikkeling van belang. Juist deze leerlingen kunnen met inzicht te werk gaan en mogen geen genoegen nemen met 'trucjes'.

• **Uitgangspunt 3: iedere leerling is anders en dit heeft ook consequenties bij leren rekenen**

Het feit dat er verschillen bestaan tussen leerlingen betekent onder meer dat iedere leerling de rekendoelen op zijn eigen manier en in zijn eigen tempo bereikt, ook al hebben zij dezelfde rekenmethode gevolgd.

Tussen leerlingen die het vo binnenkomen kunnen grote verschillen in rekenontwikkeling bestaan. Deze verschillen kunnen oplopen tot wel enkele jaren. Door de leerlingen in verschillende leerroutes te plaatsen, ontstaat een zekere homogeniteit in een klas. Desondanks blijven er ook binnen elke leerroute verschillen in de rekenontwikkeling.

Er zijn leerlingen die de basisbewerkingen nog onvoldoende beheersen en meer tijd nodig hebben om zich de complexe leerstof van de bovenbouw basisonderwijs eigen te maken (breuken, decimale getallen, procenten, metriek stelsel en complexe bewerkingen). Onder deze leerlingen bevinden zich ook leerlingen die ernstige problemen ondervinden bij het (leren) rekenen. Dat vraagt afstemming van het onderwijs en extra begeleiding op hun specifieke onderwijsbehoeften.

KERN **Struikelblokken bij het leren rekenen**

- vlot uitvoeren van de basisbewerkingen (+, −, ×, :);
- direct herkennen wat de essentie is van een probleem en welke aanpak daarbij past;
- begrip van en vaardigheid met breuken, decimale getallen en procenten;
- herkennen en benutten van de samenhang tussen breuken, decimale getallen en procenten;
- kennis van en vaardigheid met het toepassen van het metriek stelsel;
- efficiënt en met begrip complexe bewerkingen kunnen uitvoeren.

Het behalen van de rekentoets is onderdeel van de examens aan het einde van de opleiding. Juist hierom is het van belang tijdig de individuele ontwikkeling van leerlingen te kennen en daarop in te spelen. Sommige leerlingen hebben meer tijd en/of andere instructie nodig om zich bepaalde concepten en procedures eigen te maken dan andere leerlingen.

In het systeem van *externe differentiatie* zijn de leerlingen geplaatst in voor hen passend geachte leerroutes. Hierbinnen zijn er toch nog leerlingen die gebaat zijn bij specifiek op hen afgestemde instructie en oefening. Dat vraagt van leraren dat zij in hun (reken)lessen oog hebben voor die individuele verschillen binnen de groep. Deze afstemming op specifieke onderwijsbehoeften binnen de klas heet *interne differentiatie*.

- **Uitgangspunt 4: er is onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie**

Het onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie wordt bepaald door de hardnekkigheid van de problemen. Hardnekkigheid betekent dat de bevorderende invloed van de onderwijskenmerken na een half jaar nog steeds onvoldoende blijkt te zijn.

Bij (ernstige) rekenproblemen en dyscalculie spelen enerzijds onderwijskenmerken en anderzijds leerlingkenmerken een rol. Onder onderwijskenmerken verstaan wij de specifieke factoren vanuit het onderwijs die van invloed zijn op de rekenontwikkeling van de leerling. Leerlingkenmerken zijn sociaal-emotionele en cognitieve factoren die de rekenontwikkeling van de leerling positief of negatief beïnvloeden. Bij dyscalculie heeft de deskundige begeleiding van de leerling – zorgvuldig afgestemd op zijn individuele onderwijsbehoeften – de invloed van leerlingkenmerken die de ontwikkeling van het rekenen belemmeren, onvoldoende kunnen verminderen. Dit sluit echter niet uit dat er – soms pas op latere leeftijd of binnen een specifieke betekenisvolle context – nog verdere ontwikkeling kan plaatsvinden.

KERN Onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie

Ernstige rekenproblemen kunnen ontstaan als er onvoldoende afstemming wordt gerealiseerd tussen het (reken)onderwijs en de onderwijsbehoeften van de leerling. De kenmerken van het onderwijs sluiten dan niet aan bij de (aangeboren en verworven) kenmerken van de leerling.

Wij spreken van *dyscalculie* als ernstige rekenproblemen ondanks langdurige deskundige begeleiding en zorgvuldige (pogingen tot) afstemming *hardnekkig* blijven en onveranderd blijven bestaan. De kenmerken van de leerling blijven dan vooralsnog dominant.

Bij rekenproblemen zal het rekenonderwijs steeds zorgvuldig afgestemd moeten worden op de (reken)ontwikkeling van de leerling. Naarmate de rekenproblemen ernstiger van aard worden, moeten de aandacht en begeleiding intensiever worden.

Het is van belang om het etiket 'dyscalculie' zo min mogelijk te gebruiken, al was het maar doordat deze kwalificatie ernstige maatschappelijk gevolgen heeft voor de betrokken leerling.

In de dagelijkse lespraktijk is de grens tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie moeilijk te trekken. Daarvoor is dan (extern) psychodiagnostisch onderzoek nodig, gevolgd door een periode van intensieve, deskundige begeleiding. Pas daarna kan bij uitblijvend effect zo nodig een dyscalculieverklaring worden verstrekt. Dit vindt bij voorkeur plaats voor het einde van het tweede leerjaar. Zie hiervoor deel 5 van dit protocol.

KERN Waarneembare verschijnselen bij dyscalculie

- Er is een grote discrepantie tussen de ontwikkeling van de leerling in het algemeen en zijn rekenontwikkeling.
- De achterstand is hardnekkig. De leerling laat – ondanks gerichte deskundige begeleiding – bijna geen vooruitgang zien. Dit is vastgesteld op grond van zowel een kwalitatieve als een kwantitatieve analyse van leerresultaten van de leerling.
- De problemen zijn ontstaan vanaf het verwerven van de basisvaardigheden in het domein getallen en beïnvloeden ook de ontwikkeling op het domein verhoudingen en het domein meten en meetkunde (inclusief de leerstoflijnen tijd en geld).

KERN Consequenties van dyscalculie

- Zowel in wiskunde als in andere vakken (zoals natuurkunde, scheikunde, aardrijkskunde, economie, techniek) is gebrek aan basale rekenvaardigheid een handicap.
- Gedurende de hele schoolloopbaan én in het maatschappelijk verkeer blijft die beperkte rekenvaardigheid storend, vanwege het praktische ongemak en door de sociaal-emotionele gevolgen.
- Problemen met de basisvaardigheden blijven ook op latere leeftijd bestaan en daarmee de invloed op beroepsperspectieven en maatschappelijke redzaamheid.
- Sommige beroepsopleidingen zijn geblokkeerd en bepaalde beroepen zijn uitgesloten.

- **Uitgangspunt 5: leraren spelen in op gesignaleerde rekenproblemen door te differentiëren**

Differentiëren in lessen betekent rekening houden met verschillen tussen leerlingen door aanpassen in de instructie, in de opdrachten en in de begeleiding van leerlingen. Dat is in het vo niet algemeen gebruikelijk.

De manier van lesgeven komt in veel gevallen voort uit (al dan niet bewuste) opvattingen van leraren over hoe leren gaat (zie bijlage A).

Verwacht mag worden dat leerlingen die ernstige rekenproblemen ervaren of bij wie genoemde verschijnselen van dyscalculie zijn waar te nemen, al in het basisonderwijs zijn gesignaleerd en gediagnosticeerd. Een goede intake bij aanmelding voor het vo kan in zulke gevallen waardevolle informatie opleveren.

Het kan echter ook gebeuren dat dergelijke problemen pas in het vo werkelijk zichtbaar worden. Juist dan is het belangrijk direct te signaleren en adequaat te handelen: dit verkleint de kans op negatieve gevolgen voor een succesvolle schoolloopbaan.

Dit vraagt van het beleid van de school ofwel de afdeling dat er voldoende condities zijn die snel signaleren mogelijk maken. Tijdige en adequate signalering kan door:

- het herkennen van mogelijke risico's in de voorgeschiedenis van een leerling;
- het organiseren van een nulmeting;
- het analyseren van de resultaten van zowel intake als nulmeting;
- het voorstellen van passende begeleiding;
- het bevorderen van de deskundigheid van leraren om zowel een analyse als het maken van een begeleidingopzet mogelijk te maken.

(Reken)leraren kunnen alleen verantwoord differentiëren in hun lessen als zij de verschillen tussen leerlingen (her)kennen. Dat vraagt om een manier van lesgeven waarbij het (reken)gedrag van de leerlingen leidraad is voor de interventies van met name de rekenleraar. Deze kan zijn instructie en werkvormen beter afstemmen op wat de leerlingen nodig hebben door:

- het analyseren en interpreteren van resultaten;
- het aansluitend daarop voeren van korte rekengesprekken in de groep;
- het observeren van de aanpak van leerlingen.

De rekenleraar zal hierbij extra aandacht schenken aan de resultaten (onder andere van tussentijdse toetsen) van leerlingen bij wie al rekenproblemen – of grote risico's op het ontstaan daarvan – zijn gesignaleerd.

Deze wijze van werken is met name van belang in groepen waarvan bekend is dat er grote verschillen in rekenvaardigheid zijn en waarin ook veel rekenzwakke leerlingen voorkomen (Inspectie van het Onderwijs, 2009). Denk hierbij met name aan vmbo-bbl en vmbo-kbl. Ook in vergelijkbare situaties in andere leerroutes blijft het van belang dat (reken)leraren tijdens hun lessen differentiëren.

De verderop in dit protocol beschreven 'Hoofdlijnen bij leren rekenen' en de twee modellen (Handelingsmodel en Drieslagmodel) zijn essentiële hulpmiddelen om de differentiatie doelgericht af te stemmen op de onderwijsbehoeften van subgroepen in de klas. Zie verder deel 2 en deel 3 van dit protocol.

• **Uitgangspunt 6: onderzoekers diagnosticeren rekenzwakke leerlingen handelingsgericht**
 Handelingsgerichte diagnostiek (HGD) is erop gericht aanknopingspunten voor de begeleiding van de leerling te genereren. Dit geldt zowel voor diagnostische rekenonderzoeken als voor psychodiagnostische onderzoeken.

HGD biedt een systematische aanpak voor diagnostisch onderzoek, maar is tegelijk gericht op het opsporen van aanknopingspunten voor effectieve begeleiding op school. Hierdoor onderscheidt HGD zich van hypothesetoetsende diagnostiek (die zich beperkt tot het vaststellen of een hypothese over de rekenproblemen al dan niet moet worden verworpen) en ook van classificerende diagnostiek (die alleen gericht is op het al dan niet toekennen van het label dyscalculie).

Als werkwijze bij een rekenonderzoek of een psychodiagnostisch onderzoek kiezen wij daarom voor de procedure van handelingsgerichte diagnostiek (zie bijvoorbeeld Pameijer & Van Beukering, 2004).

Diagnostisch rekenonderzoek kan op school door de rekenspecialist worden uitgevoerd. Het heeft als doel te achterhalen welke concepten, inzichten, kennis van rekenfeiten en -procedures en vaardigheden een leerling heeft. Het is niet gestandaardiseerd, maar interactief en adaptief, zodat de leerling de gelegenheid heeft vooral te laten zien en horen wat hij al kan en weet en hoe hij dat beleeft. Hierop kan de begeleiding dan later aansluiten.

Als blijkt dat een leerling die ernstige problemen heeft met (leren) rekenen onvoldoende profiteert van de differentiatie en afgestemde begeleiding, kan een *psychodiagnostisch onderzoek* plaatsvinden. Dit vindt bij voorkeur plaats voor het einde van het tweede leerjaar.

Diagnostiek van ernstige rekenproblemen en dyscalculie kan alleen worden uitgevoerd door een gedragswetenschapper, in samenwerking met een rekenspecialist (zie voor bekwaamheidscriteria paragraaf 19.6). Het resultaat van het psychodiagnostische onderzoek zijn handelingsgerichte adviezen, die kunnen worden vertaald in een individueel handelingsplan voor de leerling. Die hebben betrekking op het leren rekenen en mogelijk ook op andere aspecten (Van Luit, Bloemert, Ganzinga & Mönch, 2012). In dit plan staat het verwachte ontwikkelingsperspectief van de leerling (vakoverstijgend) beschreven en worden haalbaar geachte rekendoelen (vakspecifiek) op lange termijn geformuleerd. Door een intensieve begeleiding van een half jaar kan men nagaan wat het effect van deze intensieve ondersteuning is. Blijkt dat de deskundige hulp werkt, dan kan deze worden voortgezet. Is er ondanks deze hulp echter onvoldoende resultaat (hardnekkigheid), dan kan een dyscalculieverklaring worden verleend. Ook dan zal hulp nodig blijven, maar moeten de verwachtingen over het effect worden bijgesteld (zie hoofdstuk 1).

In verband met de verminderde validiteit van de diagnose-instrumenten naarmate leerlingen ouder worden adviseren wij dringend een dyscalculieverklaring alleen af te geven in de bovenbouw van de basisschool of in de eerste twee leerjaren van het vo.

- ***Uitgangspunt 7: begeleiders van leerlingen met ernstige rekenproblemen of met dyscalculie werken resultaatgericht***

Begeleiders werken vanuit heel concrete doelen, zoals die in individuele handelingsplannen staan aangegeven. Hierdoor zijn zij gericht op het laten behalen van concrete en haalbare opbrengsten door de begeleide leerling.

Het toewerken naar haalbare resultaten heeft een belangrijke motiverende functie voor de betrokken leerling. Het is evident dat begeleiding bij ernstige rekenproblemen nodig is en blijft. Het streven is steeds weer de ontwikkeling van rekenvaardigheid verder te vergroten en te versterken.

Ook na vaststelling van dyscalculie blijft resultaatgerichte begeleiding nodig. Bij deze leerlingen is die enerzijds gericht op het onderhouden van reeds verworven kennis en vaardigheden. Anderzijds is de begeleiding gericht op redzaamheid in concrete situaties bij andere vakken en buiten de school. In alle gevallen is het noodzakelijk dat de resultaten herkenbaar zijn voor de begeleider, maar ook voor de leerling zelf. Deze resultaten lenen zich voor evaluatie van de begeleiding en ondersteuning. Vervolgens kan deze zo nodig worden bijgesteld. Deze begeleiding biedt een rekenspecialist veelal in samenwerking met de rekenleraar en de mentor van de betreffende leerling. Zie verder deel 4 van dit protocol.

3 Rekenbeleid

In dit hoofdstuk geven wij aan welke beleidskeuzes in het perspectief van dit protocol voor een school aan de orde (kunnen) zijn. Tevens geven wij mogelijkheden aan om deze keuzes vorm en inhoud te geven.

Het *Protocol ERWD₂* gaat met name over leerlingen met ernstige rekenproblemen, over leerlingen bij wie deze problemen dusdanig hardnekkig blijken dat sprake is van dyscalculie en over leerlingen die door hun rekenzwakte het risico lopen als nog ernstige rekenproblemen te ontwikkelen.



3.1 Omgaan met onvoldoende rekenprestaties

Een vo-school of een afdeling daarvan die vorm en inhoud wil geven aan dit protocol, zal het rekenonderwijs zo organiseren dat zij aan de onderwijsbehoeften van deze leerlingen tegemoet kan komen. Wat in de praktijk 'tegemeet komen' kan betekenen, lichten wij nu eerst toe. Het feit dat er leerlingen zijn voor wie leren rekenen een zware opgave is, kan een leraar op verschillende manieren benaderen.

- 1 Wie alleen op de resultaten afgaat en veel onvoldoendes ziet als het bewijs dat een leerling kennelijk overvraagd wordt, zal deze leerling verwijzen naar een lager niveau van onderwijs. Deze beslissing zal men nemen 'in het belang van de leerling'.
- 2 Wie onvoldoendes ziet als een signaal dat (de hoeveelheid en/of de vorm van) de stof niet aansluit bij wat de leerling aankan, zal proberen te variëren in de hoeveelheid (oefen)stof (bijvoorbeeld door het geven van extra huiswerk) of in de vorm van de opgaven (bijvoorbeeld niet op papier laten oefenen, maar op de computer). Hiervoor kiest men 'in het belang van de leerling'.
- 3 Wie onvoldoendes ziet als het gevolg van een *mismatch* tussen de acties van de leraar en de onderwijsbehoeften van de leerling, zal op zoek gaan naar andere manieren van uitleggen en oefenen, die beter bij die behoeften aansluiten. Ook hiervoor kiest men 'in het belang van de leerling'.

In al deze gevallen komen leraren tegemoet aan wat zij zien als het belang van de leerling. De manier van *attribueren* (toeschrijven aan een oorzaak) is heel verschillend. Het effect hiervan op de leerling zal daardoor eveneens erg verschillen. Bij het vorm en inhoud geven aan rekenbeleid is het van belang na te gaan welke opvatting op dit moment bij leraren leidend is. Vanuit het perspectief van dit protocol is het wenselijk dat de derde optie uitgangspunt is voor het schoolbeleid. Dit kan betekenen dat de school met de betrokken leraren nagaat welke consequenties deze derde keuze heeft voor manieren van lesgeven en omgaan met leerlingen die rekenzwak zijn, dan wel ernstige (en zelfs hardnekkige) rekenproblemen ervaren.

3.2 Configuraties van rekenonderwijs

Bij de invulling van rekenonderwijs zijn allerlei configuraties te onderscheiden, die afzonderlijk of in combinatie kunnen voorkomen. Wij noemen hier de meest voorkomende varianten.

- a. Er zijn geen aparte rekenlessen, vanuit de gedachte dat rekenen voldoende aan bod komt in wiskundelessen en bij andere vakken.
- b. Er zijn 'bijspijkerlessen' georganiseerd voor leerlingen die bepaalde rekenvaardigheden zelf willen of op last van de school moeten ophalen.
- c. Er zijn rekenlessen voor alle leerlingen, waarin reeds verworven inzichten, kennis en vaardigheden worden onderhouden.
- d. Er zijn rekenlessen waarin leerlingen instructie en oefeningen krijgen die zijn gericht op het te behalen referentieniveau voor de betreffende leerroute. Zie ook bijlage B.
- e. Er is afstemming georganiseerd tussen leraren die rekenlessen verzorgen en leraren die in hun vak rekenvaardigheid van leerlingen verwachten.
- f. Er zijn rekenlessen georganiseerd voor leerlingen die vanuit het basisonderwijs gekomen zijn met een nog onvolledige beheersing van basisvaardigheden. Deze leerlingen krijgen instructie en begeleiding om hun basale rekenontwikkeling voort te zetten.

- g. Er zijn leraren die rekenlessen geven (hierna aangeduid als 'rekenleraren') en die toegerust zijn om verschillen in rekenvaardigheid op te merken en daarop in de lessen in te spelen door middel van een gedifferentieerde aanpak.
- h. Er zijn rekenleraren die tijdens hun lessen ook korte rekengesprekken voeren. Hiermee kunnen zij bepaalde leerlingen begeleiden en achterhalen hoe leerlingen de opdrachten aanpakken en hun eigen vaardigheid beleven.
- i. Er zijn naast de rekenlessen mogelijkheden gecreëerd om leerlingen met ernstige rekenproblemen of dyscalculie buiten de rekenlessen te begeleiden.
- j. Er zijn binnen de school leraren die zijn opgeleid om diagnostisch rekenonderzoek te doen (reken specialisten). Zij worden hiertoe ingeschakeld bij leerlingen die een (ernstige) stagnatie van hun rekenontwikkeling laten zien.

Elk van deze verschijningsvormen van rekenonderwijs is gebaseerd op keuzes die de schoolleiding maakt op grond van de visie van de school of afdeling. Deze visie is niet altijd zo expliciet, vaak wordt het rekenonderwijs 'er gewoon bij gedaan'. Inmiddels worden de referentieniveaus en de daarmee verbonden rekentoetsen ingevoerd. Scholen willen de ondersteuning en de begeleiding van leerlingen met ernstige rekenproblemen of dyscalculie (her)inrichten. Om dit weloverwogen te kunnen doen, is een herijking van de visie van de school of afdeling aan te bevelen. Hierbij gaat het zowel om de plek van rekenonderwijs binnen de school als om de verantwoordelijkheid van leraren en andere betrokkenen ten opzichte van leerlingen die niet genoeg hebben aan standaardrekenlessen. In het licht van dit protocol voldoen niet alle hiervoor genoemde configuraties om het rekenonderwijs in te richten aan die eis. Het Protocol geeft daarom handreikingen om de eigen visie te toetsen en het rekenonderwijs de daarbij passende vorm en inhoud te geven.

3.3 Organisatie

De keuze voor een manier van organiseren van de rekenlessen hangt nauw samen met de opvattingen en beelden die in de school leven. Vanuit welk beeld formuleert men de noodzaak om rekenlessen te plannen en inhoud te geven? Deze noodzaak kan men op een vwo-afdeling anders beleven dan op een vmbo-bbl-afdeling. Zo kan men zich op de vwo-afdeling afvragen of het met het oog op het slagen voor de 3F-toets nodig is alle leerlingen te laten deelnemen aan wekelijkse rekenlessen. Een vervolgvraag is dan *hoe* leraren in het vwo het onderhouden van eerder verworven vaardigheden gaan inrichten. Laat men daartoe de leerlingen wel met grote regelmaat rekenopgaven maken, en gaan die oefeningen dan verder dan rijtjes 'kale sommen'?

Op de vmbo-afdeling zal men zich zo'n vraag misschien niet eens stellen. De leraren maken zich juist zorgen over de verschillen in rekenvaardigheid die zij moeten bedienen in hun rekenlessen. Dit betekent dat de keuzes die een school maakt, passen bij het type leerlingen van de verschillende leerroutes.

Los daarvan zal men in alle leerroutes rekening willen houden met leerlingen die alleen op rekenen uitvallen. Dit zijn leerlingen die verder wat betreft mogelijkheden en resultaten prima passen binnen de betreffende leerroute. Dit vraagt dat de school mogelijkheden creëert om specifieke deskundigheid in te zetten op de momenten dat deze leerlingen rekenonderwijs krijgen.

Rekenlessen worden gegeven door rekenleraren. Wij beschouwen de rekenleraren en de mentoren als de eerste lijn van voorzieningen die een school organiseert. De ondersteunende deskundigheid

van collega's in de rollen van rekenspecialist en de ondersteuningscoördinator is te beschouwen als de tweede lijn. In de derde lijn kunnen ook deskundigen van buiten de school betrokken zijn. Deze derde lijn komt in actie als er sprake is van langdurige ernstige rekenproblemen of als er sprake lijkt te zijn van dyscalculie. Zie voor een overzicht van de verschillende deskundigen, hun aanbevolen kwalificaties en taken in het kader van dit protocol hoofdstuk 4, afbeelding 4.1.

3.4 Deskundigheid

Rekenleraren opereren in de eerste lijn. Het is vanzelfsprekend dat zij affiniteit met rekenen hebben. Zij weten wat essenties ('cruciale leermomenten') zijn binnen de verschillende domeinen. Zij zijn goed op de hoogte van specifieke rekendidactiek, zodat zij weten hoe zij de leerlingen die 'cruciale leermomenten' kunnen laten ervaren. Tegelijk wordt verwacht dat zij leerlingen (kunnen) signaleren die meer nodig hebben dan de standaardinstructie. Dit geldt trouwens niet alleen voor rekenleraren, maar ook voor leraren die rekenvaardigheden binnen andere vakken benutten.

Naast deze inhoudelijke en vakdidactische deskundigheid, is het ook nodig dat leraren tijdens de les kunnen inspelen op verschillen tussen leerlingen (*differentiëren*). Dit is niet voor elke leraar in het vo vanzelfsprekend. Dit is dan ook een aandachtspunt zodra een school kiest voor rekenlessen die aansluiten bij wat de leerlingen voor hun rekenontwikkeling nodig hebben. In het verlengde van deze differentiatie is het nodig dat rekenleraren de vaardigheid bezitten om 'rekengesprekken' te voeren. Dergelijke korte gesprekken tijdens de les helpen de leraar zijn lessen af te stemmen op wat leerlingen nodig hebben, vooral als er sprake is van (ernstige) rekenproblemen.

In de tweede lijn is deskundigheid nodig om de inzet van de ondersteuning te coördineren en indien nodig bij te sturen. Daarnaast heeft een school een of meer rekenspecialisten nodig om met een diagnostisch rekenonderzoek specifieke knelpunten in de rekenkennis, -vaardigheden en -inzichten bij leerlingen op te sporen. Op basis hiervan zijn zij in staat de rekenleraren te adviseren over hun aanpak in de klas. Bovendien zullen zij vanuit hun deskundigheid de rekenleraren in staat moeten stellen leerlingen met ernstige rekenproblemen en dyscalculie te begeleiden. Waar deze deskundigheid nog niet voldoende aanwezig is, zal deze via scholing of via (tijdelijke) externe inzet worden aangevuld.

In de derde lijn is deskundigheid nodig voor het doen van psychodiagnostisch onderzoek. Dit zal gebeuren in nauwe samenwerking met een rekenspecialist. Het is niet per se noodzakelijk dat deze psychodiagnostische deskundigheid binnen de schoolorganisatie aanwezig is. Wel is het dan aan te bevelen samenwerking te zoeken met een vaste externe partner, zodat de afstemming van de adviezen op de schoolpraktijk steeds specifiekere mogelijk is.

3.5 Samenwerking

Het adequaat begeleiden van leerlingen met ernstige rekenproblemen of dyscalculie stelt hoge eisen aan de onderlinge afstemming tussen leraren die ermee te maken hebben. Zo moeten vakleraren op de hoogte zijn van de aanpak die de school voorstaat bij deze leerlingen. Zij moeten inzicht hebben in de individuele afstemmingsafspraken die voor deze leerlingen gelden. Het is noodzakelijk dat zij aan deze leerlingen eisen stellen en van hen een werkwijze verwachten die overeenstemmen met de in de rekenlessen gemaakte afspraken. Doel daarvan is om bij de leerlingen zo min

mogelijk ruis en onzekerheid te veroorzaken. Eenduidigheid is een van de manieren om dit te bevorderen.

Ook is afstemming nodig tussen wat een leraar in de rekenlessen doet en wat de begeleidende collega's in de tweede lijn bijdragen. Er moet zowel wat betreft timing als praktische uitwerking aansluiting zijn tussen hun activiteiten. Groepslessen, lesmomenten in subgroepen en individuele begeleiding moeten een samenhangend pakket vormen. Hiervoor is soms fysieke ruimte nodig (bijvoorbeeld een rustige plek om ongestoord met een of meer leerlingen te kunnen werken), is afstemming van roosters gewenst en is inzet van de juiste deskundigen vereist. Dit vraagt een vorm van samenwerking binnen de schoolorganisatie, waarbij het belang en de onderwijsbehoeften van de leerlingen met ernstige rekenproblemen of met dyscalculie uitgangspunt zijn.

In het kader van samenwerking is het zaak dat de overdracht van informatie vanuit de toeleverende basisscholen goed is geregeld. Het gaat erom dat de school de gewenste informatie verkrijgt en dat zij die informatie gebruikt. Dit geldt in het bijzonder wanneer een leerling lage subscores voor rekenen op de eindtoets (afwijkend van de andere subscores) heeft of wanneer de basisschool aangeeft dat er sprake is van ernstige rekenproblemen of zelfs van dyscalculie. Er zijn heldere procedures, gecoördineerde actie, gedeelde verantwoordelijkheid en een vanzelfsprekende samenwerking nodig om de eigen organisatie direct te laten inspelen op dergelijke signalen.

3.6 Informatievoorziening

Zodra bij een leerling ernstige rekenproblemen zijn gesignaleerd, is het nodig dat de school zowel de leerling als zijn ouders/verzorgers duidelijkheid verschaft over de gang van zaken op de school. Zij moeten weten wie welke acties onderneemt, wanneer en met welk doel.

De medewerking van de ouders/verzorgers kan cruciaal zijn voor het organiseren van de juiste ondersteuning (al was het maar het verlenen van toestemming voor een psychodiagnostisch onderzoek). Daarom is een goede verstandhouding en onderling vertrouwen tussen school en ouders/verzorgers wenselijk.

Heldere en tijdige informatie kan doorslaggevend zijn. De school kan bijvoorbeeld aannemelijk maken dat niet het slagingspercentage (schoolbelang), maar de onderwijsbehoeften (belang van de leerling) voorop staan.

Ook de leerling is gebaat bij grote duidelijkheid. Hoe hard de school zich ook inspant, de leerling zal zelf het echte werk moeten doen. De leerling moet zichzelf actief willen inzetten, maar wel in het vertrouwen dat hij kan rekenen op ondersteuning en begeleiding vanuit de school.

Zodra de rekenproblemen hardnekkig lijken, wordt nader psychodiagnostisch onderzoek gedaan om meer gegevens te verzamelen over de onderwijsbehoeften van deze leerling. Het initiatief tot dergelijk onderzoek zal in veel gevallen uitgaan van de school. Soms is dat traject al gestart op de basisschool. Soms zullen ouders/verzorgers dit initiatief nemen. In alle gevallen is een goede afstemming tussen school en ouders/verzorgers essentieel. Het gaat er immers om, op school uitvoering te geven aan de bevindingen en aanbevelingen die in de rapportage over het onderzoek staan vermeld. Op grond hiervan zal de school snel duidelijk moeten maken welke begeleiding zij kan bieden, maar ook wat dat eventueel betekent bij het examen. Ook zal de school vooraf met de leerling en zijn ouders/verzorgers moeten bespreken welke ingrijpende consequenties een mogelijke dyscalculieverklaring kan hebben voor de verdere schoolloopbaan en het perspectief op be-

paalde beroepen. Met zo'n verklaring zijn bepaalde beroepen en de toeleidende opleidingen niet meer wenselijk voor deze leerling.

3.7 Ten slotte

Een school voor vo heeft de verantwoordelijkheid tegemoet te komen aan de onderwijsbehoeften van leerlingen met ernstige rekenproblemen of dyscalculie. Daartoe scheidt zij condities die betrekking hebben op:

- de manier waarop rekenonderwijs is georganiseerd, inclusief alle vormen van ondersteuning en begeleiding;
- de deskundigheid van de degenen die een rol spelen bij het geven van rekenonderwijs en de begeleiding van (individuele) leerlingen;
- de wijze van samenwerking tussen betrokkenen, inclusief de leerlingen en hun ouders/verzorgers.

Het succes van het rekenbeleid van een school wordt bepaald door de mate waarin zij erin slaagt het rekenonderwijs adequaat en structureel af te stemmen op de onderwijsbehoeften van de doelgroep rekenzwakke leerlingen.

4 **Checklist rekenen**

In dit hoofdstuk benoemen wij aandachtspunten bij het vorm en inhoud geven aan een school- of afdelingspecifiek rekenbeleid. Gezien het doel van dit protocol leggen wij een verbinding tussen rekenbeleid en ondersteuningsbeleid.

Met deze lijst aandachtspunten kan elke school of afdeling nagaan welke punten al zijn gerealiseerd en welke punten moeten worden omgezet in actiepunten. Op basis daarvan kan dan indien nodig een prioriteitsvolgorde worden bepaald. Deze lijst is als download beschikbaar op de website www.nvorwo.nl.



4.1 Rekenbeleid

- De school heeft in haar schoolbeleid een visie vastgelegd op rekenonderwijs en de wijze waarop het rekenen wordt ingevuld, georganiseerd en ondersteund (zie hoofdstuk 3).
- De school heeft deze visie vertaald in doelstellingen die zij wil bereiken met leerlingen in de verschillende leerroutes. Daarbinnen zijn er specifieke doelstellingen voor de leerlingen die ernstige (en hardnekkige) rekenproblemen ervaren (inclusief de leerlingen met een dyscalculie verklaring).
- De school heeft de plaats van het kernvak rekenen in het curriculum vastgesteld. De wijze van inrichting en van ondersteuning is bepaald.
- De verantwoordelijkheid voor de uitvoering van het totale rekenbeleid (inclusief ondersteuningsbeleid) berust bij één van de directieleden.
- De school heeft bepaald op welke wijze zij het rekenbeleid opneemt in haar beleidscyclus. Dit houdt in dat de gestelde doelen periodiek worden geëvalueerd en de uitvoering indien nodig wordt bijgesteld.

4.2 Inhoud van het rekenonderwijs

- Het programma van de school sluit aan op de leerstoflijnen en de rekendidactiek die in het basisonderwijs gebruikelijk zijn.
- De doorlopende leerstoflijnen rekenen zijn voor de verschillende afdelingen en leerroutes concreet uitgewerkt in een curriculum voor rekenen, zodat leerlingen de Referentieniveaus 2F of 3F kunnen bereiken.
- De school heeft het 'rekenen in de vakken' en het curriculum voor rekenen op elkaar afgestemd.
- De school hanteert een eenduidige rekendidactiek bij rekenlessen en/of rekenen in de vakken.
- De school stemt het onderwijsaanbod voor rekenen binnen de diverse leerroutes af op de (specifieke) onderwijsbehoeften van de rekenzwakke leerlingen.

4.3 Inrichting van het rekenonderwijs

- De school heeft voor elke leerroute bepaald op welke wijze zij het reguliere rekenonderwijs inricht en voor welke leerjaren zij dit doet. Zij stelt daarbij vast hoeveel tijd per leerjaar zij aan het reguliere rekenonderwijs besteedt en hoe de continuïteit over de leerjaren wordt gewaarborgd. Bovendien stelt de school voor elke leerroute vast hoe het rekenonderwijs efficiënt en effectief kan worden georganiseerd, gelet op de verschillen in de onderwijsbehoeften van leerlingen.

- De school heeft voor elke leerroute bepaald op welke wijze zij het rekenonderwijs inricht voor leerlingen die niet genoeg hebben aan het reguliere onderwijsprogramma voor rekenen. Zij heeft daarbij vastgesteld hoeveel tijd per leerjaar zij aan dit rekenonderwijs besteedt, als aanvulling op het reguliere rekenonderwijs.
- De school heeft intern een deskundig ondersteuningsteam voor het vakgebied rekenen.
- De school participeert in een samenwerkingsverband van scholen in het kader van passend onderwijs. Dit verband kan de participerende scholen ondersteunen op het gebied van rekenen.
- De school heeft maatregelen getroffen om een effectieve taakverdeling van de mentor, de rekenleraar, de rekenspecialist en de ondersteuningscoördinator te realiseren (zie afbeelding 4.1 van dit hoofdstuk en paragraaf 14.4 in deel 4). Zij zijn de direct betrokkenen bij de begeleiding van leerlingen die (ernstige) rekenproblemen ervaren.
- De school heeft maatregelen getroffen om een structurele inroosting van de mentor, de rekenleraar, de rekenspecialist en de ondersteuningscoördinator te realiseren.
- De school heeft een interne procedure en een instrument voor het volgen van de vorderingen van (rekenzwakke) leerlingen.
- De eerstelijns-, tweedelijns- en derdelijns-ondersteuning is toegerust om effectief te functioneren bij (een vermoeden van) geringe rekenproblemen op deelgebieden, ernstige rekenproblemen en bij ernstige en hardnekkige rekenproblemen (mogelijk dyscalculie). Er is grondige kennis van rekendidactiek en (didactische) diagnostiek binnen het ondersteuningsteam aanwezig.

4.4 Bekwaamheid rekenen en rekendidactiek

Zie voor toelichting de paragrafen 14.3 en 14.4 in deel 4.

- De school heeft zowel de bestaande als de gewenste rekendeskundigheid van de rekenleraren, de leraren in de andere vakken en de rekenspecialist in kaart gebracht. Zij heeft beleid ontwikkeld om de deskundigheid op peil te houden en verder te ontwikkelen.
- De school heeft de bestaande en de gewenste deskundigheid voor de ondersteuning bij rekenen in kaart gebracht. Dit geldt voor zowel de eerstelijns-, als de tweedelijns- en derdelijns-ondersteuning. Zij heeft beleid ontwikkeld om de deskundigheid op peil te houden en verder te ontwikkelen.

4.5 Documentaire informatievoorziening over rekenen

- De school heeft een interne procedure opgesteld voor het verzamelen, het beheren, het toegankelijk maken en het tijdig beschikbaar stellen van informatie uit het leerlingadministratiesysteem.

- De school beschikt over een up-to-date digitaal leerlingadministratiesysteem waarin leerlingdossiers van alle leerlingen zijn opgenomen.
- De school heeft in een procedure beschreven wie (in welke rol of functie) welke gegevens vastlegt in het leerlingadministratiesysteem en wanneer hij dit doet. Hierin staat ook wie voor welke handelingen (lezen en/of schrijven) is geautoriseerd en wordt gewezen op de verantwoordelijkheid van betrokkenen om deze gegevens te lezen en te benutten.
- Afhankelijk van de autorisaties voeren leraren en andere betrokkenen de gegevens van leerlingen in. Zij vermelden daarbij bijzonderheden in de rekenontwikkeling van individuele leerlingen. Indien nodig beschrijven zij de uitgevoerde interventies.
- Bij uitstroom naar middelbaar beroepsonderwijs, hoger beroepsonderwijs en wetenschappelijk onderwijs verstrekt de school aan elke leerling in begeleidingscategorie 2 of 3 een document (uitstroomrapportage) met relevante informatie over zijn vorderingen en begeleiding. Deze informatie is gebaseerd op zijn leerlingdossier en is uitgewerkt conform de daarvoor geldende regels en/of afspraken, voor zover deze bestaan. Zo nodig licht de school dit document toe bij het vervolgonderwijs, in afschrift aan of in aanwezigheid van de leerling en zijn ouders/verzorgers.

4.6 Communicatie bij (ernstige) rekenproblemen en/of dyscalculie

- De school heeft heldere afspraken gemaakt over de interne communicatie met betrekking tot documentatie en overdracht van informatie en ervaringen naar allen die binnen de school bij het rekenonderwijs betrokken zijn.
- De school heeft vastgelegd hoe de interne communicatie verloopt tussen alle betrokkenen bij het rekenonderwijs. Daarbij moet de leerling zelf niet worden overgeslagen.
- De school heeft in een procedure vastgelegd hoe de informatievoorziening verloopt over de condities voor rekenopdrachten in toetsen, schoolexamens en centrale examens. Deze informatie is gericht aan alle personen die binnen de school bij het rekenonderwijs betrokken zijn en aan de leerling en zijn ouders/verzorgers.
- De school heeft in een procedure vastgelegd op welk moment contact wordt opgenomen met de ouders/verzorgers van de leerling en op welke wijze zij bij de begeleidings- en eventuele onderzoekstrajecten van hun zoon of dochter worden betrokken.

4.7 Plaatsing van leerlingen bij binnenkomst in het eerste leerjaar

Zie voor toelichting de paragrafen 14.1, 14.2 en 14.3 in deel 4.

- De school biedt, vooruitlopend op een nadere behoeftenanalyse, de leerlingen direct bij aanvang van het schooljaar de (individuele) begeleiding die zij nodig hebben. Vanuit de overdracht po-vo is bekend welke leerlingen in aanmerking komen voor *intensieve begeleiding op maat* (begeleidingscategorie 2) en voor *zeer intensieve begeleiding op maat* (begeleidingscategorie 3) bij

rekenen (zie afbeeldingen 4.2 en 4.3). Ieder van hen wordt ingedeeld in begeleidingscategorie 2 of 3 (zie respectievelijk paragraaf 4.11 en paragraaf 4.12). Dit gebeurt ook vooruitlopend op een eventuele nadere behoeftenanalyse, als daartoe aanleiding lijkt.

- De school maakt een vervolselectie van leerlingen op basis van hun scores bij een nulmeting die aan alle leerlingen wordt afgenomen.
- Op grond van het resultaat van de nulmeting en zijn rekengeschiedenis in het basisonderwijs wordt de leerling in de best passende begeleidingscategorie ingedeeld.
- De school stelt een individueel handelingsplan op voor leerlingen die in aanmerking komen voor begeleidingscategorie 2 en 3, zie respectievelijk paragraaf 4.11 en paragraaf 4.12. (In sommige gevallen kan de school voortbouwen op het individuele handelingsplan dat de leerling vanuit het basisonderwijs 'meeneemt'.)

4.8 Signalering van (ernstige) rekenproblemen

- De school heeft een interne procedure voor de signalering van leerlingen die gedurende de schoolperiode in het vo rekenachterstand oplopen.
- Alle leraren hebben binnen deze procedure een actieve rol en melden eventuele problemen bij de mentor.
- De mentor bespreekt de problemen met de rekenleraar en/of de rekenspecialist. Dit overleg leidt tot vervolgstappen.

4.9 Begeleiding bij (ernstige) rekenproblemen en dyscalculie

Zie voor toelichting paragraaf 14.3 en 14.4 in deel 4 en voor een samenvattend overzicht afbeelding 4.3.

- Alle (bij rekenactiviteiten betrokken) leraren dragen gezamenlijk verantwoordelijkheid voor een optimale begeleiding (van de rekenontwikkeling) van alle leerlingen.
- De school heeft een interne procedure voor de begeleiding van leerlingen. Deze procedure omvat het in kaart brengen van de begeleidingsbehoefte van elke leerling en het op basis daarvan bij rekenproblemen geven van adequate begeleiding aan leerlingen (volgens de drie begeleidingscategorieën in dit protocol).
- De school onderscheidt drie categorieën in de begeleiding van leerlingen bij hun rekenontwikkeling. Afhankelijk van hun onderwijsbehoeften op het gebied van rekenen worden leerlingen bij een van deze categorieën ingedeeld en krijgen daarbij passende ondersteuning vanuit het primaire proces, de eerstelijns-, tweedelijns- of derdelijns-ondersteuning.

4.10 Begeleiding in categorie 1

Begeleidingscategorie 1: *begeleiding van leerlingen binnen de reguliere lessen.*
Zie voor toelichting de hoofdstukken 14 en 15 in deel 4.

- Alle (bij rekenactiviteiten betrokken) leraren zijn deskundig om leerlingen te observeren bij rekenactiviteiten en mogelijke rekenproblemen te signaleren. Op basis hiervan kunnen zij waar nodig differentiëren.
- De rekenleraar is deskundig op het gebied van rekeninhoud en rekendidactiek. Hij geeft les, observeert rekenactiviteiten, houdt korte rekengesprekken, signaleert (mogelijke) rekenproblemen, analyseert resultaten (toets, observatie en leerlingwerk) en interpreteert de analyse om de vorderingen van leerlingen te volgen en te beoordelen.
- De rekenleraar stemt de leerstof en zijn didactische aanpak af op de ontwikkeling van de leerlingen die geringe rekenproblemen op deelgebieden ervaren. Hij differentieert tijdens de rekenles. Waar nodig vraagt hij advies aan de rekenspecialist.
- De rekenleraar stelt in overleg met de rekenspecialist de doelen vast met inachtnaam van het beoogde referentieniveau van de betreffende leerroute. Hij zorgt daarbinnen voor voldoende mogelijkheden tot differentiatie en afstemming op de ontwikkeling van alle leerlingen.
- De rekenleraar en de rekenspecialist beoordelen in overleg met de mentor – na analyse van toetsresultaten, observaties en leerlingwerk – of er sprake is van voldoende, onvoldoende of geen vooruitgang van de rekenontwikkeling van een leerling.
Bij onvoldoende of geen vooruitgang zet de rekenspecialist in overleg met de ondersteuningscoördinator vervolgvorderingen in gang volgens de interne procedure. Deze leerlingen worden ingedeeld bij begeleidingscategorie 2.

4.11 Begeleiding in categorie 2

Begeleidingscategorie 2: *begeleiding van leerlingen op basis van een individueel handlingsplan bij ernstige rekenproblemen.*

Zie voor toelichting op de begeleiding in categorie 2 de hoofdstukken 14 en 16 in deel 4 en op het diagnostisch rekenonderzoek hoofdstuk 18 in deel 5.

- De school heeft een interne procedure afgesproken voor de aanmelding voor, het uitvoeren van en het rapporteren en communiceren over het diagnostisch rekenonderzoek. Door middel van een diagnostisch rekenonderzoek worden de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling bepaald.
- De school heeft vastgelegd wie het initiatief neemt tot overleg met de leerling en zijn ouders/verzorgers. Doel van dit overleg is hen te informeren over het diagnostisch rekenonderzoek.
- De rekenspecialist voert het diagnostisch rekenonderzoek uit volgens de interne procedure.

- De rekenspecialist stelt met de rekenleraar op basis van het onderzoeksverslag het individuele handelingsplan op voor de verdere begeleiding van de leerling. Dit doet hij in overleg met de mentor en de ondersteuningscoördinator. In bepaalde gevallen kan worden volstaan met het actualiseren van het in een al eerder traject opgestelde individueel handelingsplan. Zie hoofdstuk 16 voor het opstellen, uitvoeren en evalueren van het individuele handelingsplan.
- De ondersteuningscoördinator stelt de betrokken leraren op de hoogte van de specifieke onderwijsbehoeften van de betreffende leerling en tot welke begeleidingscategorie deze daardoor behoort. De school heeft een procedure voor het maken van afspraken over de begeleiding van de leerling en de afstemming van het onderwijsaanbod op de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling.
- De school biedt de leerling begeleiding in categorie 2 op basis van het individuele handelingsplan. De intensieve en deskundige begeleiding van de leerling vindt plaats door de rekenleraar binnen en door de rekenspecialist buiten de rekenlessen.
- De rekenspecialist en de rekenleraar evalueren na een half jaar het effect van de begeleiding. Een analyse van de resultaten (toetsen, observaties, geleverd werk) van de leerling maakt hier deel van uit. De rekenspecialist stelt in overleg met de ondersteuningscoördinator het individuele handelingsplan bij. Daarnaast is het mogelijk om in overleg met de ondersteuningscoördinator vervolgvacaties in gang te zetten, waarbij hij de interne procedure volgt. Bij aantoonbaar voldoende vooruitgang gaat de rekenspecialist na of er voldoende condities aanwezig zijn om de leerling al terug te plaatsen naar begeleidingscategorie 1. Indien dat niet het geval is blijft de leerling in categorie 2. Bij aantoonbaar onvoldoende of geen vooruitgang wordt de leerling geplaatst in begeleidingscategorie 3.

4.12 Begeleiding in categorie 3

Begeleidingscategorie 3: intensieve en structurele begeleiding op basis van een individueel handelingsplan bij ernstige en hardnekkige rekenproblemen.

Zie voor toelichting op de begeleiding in categorie 3 de hoofdstukken 14, 16 en 17 in deel 4 en op het psychodiagnostisch onderzoek hoofdstuk 19 in deel 5.

- De rekenspecialist actualiseert een eerder opgesteld handelingsplan of stelt een nieuw handelingsplan op, dat is gebaseerd op de adviezen uit de rapportage over een psychodiagnostisch onderzoek. De rekenspecialist doet dit in afstemming met de rekenleraar, de mentor en de ondersteuningscoördinator, zo mogelijk in overleg met de diagnosticus of andere (externe) deskundigen.
- De school stelt de bij de leerling betrokken leraren op de hoogte van zijn specifieke onderwijsbehoeften. De school heeft een procedure voor het maken van afspraken over de begeleiding van de leerling en de afstemming van het onderwijsaanbod op de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling.
- De school biedt de leerling blijvende begeleiding in categorie 3 op basis van het individuele handelingsplan. De zeer intensieve en deskundige (individuele) begeleiding van de leerling vindt plaats binnen en buiten de groep door de rekenleraar en de rekenspecialist, maar kan in

specifieke gevallen ook plaatsvinden door of in nauwe samenwerking met een vakleraar. Dat laatste gebeurt in gevallen dat de context van het vak de leerling nadrukkelijk helpt (een deel van) zijn problemen te overwinnen.

- De rekenspecialist evalueert volgens de interne procedure voor begeleiding het effect van de begeleiding. Hij doet dit samen met de rekenleraar, de mentor en de ondersteuningscoördinator, zo mogelijk in overleg met de diagnosticus. Een analyse van de resultaten (toetsen, observaties, leerlingwerk) van de leerling maakt daarvan deel uit. Zij stellen de begeleiding en/of het individuele handelingsplan zo nodig bij.

4.13 Traject 'psychodiagnostisch onderzoek'

Zie voor toelichting op het psychodiagnostisch onderzoek in begeleidingscategorie 3 hoofdstuk 19 in deel 5.

- De ondersteuningscoördinator neemt het initiatief tot overleg met de leerling en zijn ouders/verzorgers. Doel van dit overleg is hen te informeren over de noodzaak van een psychodiagnostisch onderzoek. Tevens moet dit overleg leiden tot formele toestemming voor het uitvoeren van dit onderzoek (op grond van het reglement persoonsgevoelige gegevens) en voor het informeren van de school over het resultaat. Deze toestemming wordt in het dossier van de leerling opgenomen.
- De school heeft een interne procedure volgens HGD opgesteld voor de aanmelding voor, het uitvoeren van, het advies uitbrengen aan en het rapporteren en communiceren over het psychodiagnostisch onderzoek.
- De diagnosticus voert het psychodiagnostisch onderzoek uit volgens de interne procedure en zijn beroepscode.
- De rekenspecialist stelt op basis van de analyse en de handelingsadviezen uit het onderzoeksverslag van de diagnosticus een individueel handelingsplan op.
- De school biedt de leerling in begeleidingscategorie 3 zeer intensieve en deskundige (individuele) begeleiding op maat op basis van het individuele handelingsplan. Gedurende de begeleidingsperiode wordt – indien nodig – tussentijds overleg gevoerd met de diagnosticus aan de hand van tussentijdse rapporten.
- De diagnosticus evalueert na een half jaar het effect van de begeleiding. Een analyse van de resultaten (toetsen, observaties, leerlingwerk) van de leerling maakt daar deel van uit. Het resultaat van de evaluatie van de begeleiding kan het volgende betekenen:
 - 1 De leerling blijft in begeleidingscategorie 3 en krijgt daar begeleiding onder de vastgestelde, tot (enig) resultaat leidende condities. Zie verder paragraaf 4.12 voor de begeleiding in categorie 3.
 - 2 De leerling laat zo veel vooruitgang zien, dat de condities van begeleidingscategorie 2 toereikend zijn. De ondersteuningscoördinator zet hiervoor vervolgvactiteiten in gang, waarbij hij de interne procedure volgt. Zie verder paragraaf 4.11 voor de begeleiding in categorie 2.

- 3 Als er sprake is van dyscalculie, blijkend uit de hardnekkigheid van de ernstige rekenproblemen, blijft de leerling onder de condities van begeleidingscategorie 3.

4.14 Vaststellen van dyscalculie en het verlenen van een dyscalculieverklaring

Zie voor toelichting op het verlenen van een dyscalculieverklaring in begeleidingscategorie 3 paragraaf 19.6 in deel 5.

- De diagnosticus stelt vast welke specifieke onderwijsbehoeften de leerling heeft; mogelijk zijn er aanwijsbare oorzaken voor de ernstige rekenproblemen of is er sprake is van dyscalculie.
 - Ongeacht of de diagnosticus dyscalculie vaststelt, blijft de leerling vanwege de geconstateerde ernstige rekenproblemen in categorie 3 voor permanente, specifieke en intensieve (individuele) begeleiding. De ondersteuningscoördinator zet hiervoor vervolgvactiteiten in gang, waarbij hij de interne procedure volgt. Zie verder paragraaf 4.12 voor de begeleiding in categorie 3.
 - De diagnosticus kan op basis van het onderzoek dyscalculie vaststellen als naast de inhoudelijke kenmerken en het al genoemde criterium van hardnekkigheid ook aan bepaalde voorwaarden wordt voldaan (zie paragraaf 19.6). Indien hieraan is voldaan kan de diagnosticus de leerling een dyscalculieverklaring verlenen.
- De school informeert alle leraren volgens de interne procedure dat de diagnosticus een leerling een dyscalculieverklaring heeft verleend. Volgens de daarvoor geldende regels en/of afspraken maakt de school hiervan melding aan andere instanties.

Overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties	
Taken	Aanduiding functie/rol en aanbevolen kwalificatie (cursief)
Management	
<p><i>Initiëren en vaststellen van rekenbeleid:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • scheppen van randvoorwaarden voor rekenonderwijs, -begeleiding en -ondersteuning; • faciliteren dat aan deze randvoorwaarden wordt voldaan (onder andere deskundigheidsbevordering). 	<p>Schoolleider/afdelingsleider als eindverantwoordelijke voor de vertaling van het algemene schoolbeleid naar het rekenbeleid van de school c.q. de eigen afdeling</p> <p><i>PM</i></p>
<p><i>Scheppen van randvoorwaarden voor het primaire proces en voor begeleiding en ondersteuning (op basis van rekenbeleid):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • implementeren van schoolbreed ontwikkeld rekenbeleid binnen de leerroutes; • bijdragen aan tot stand komen en evalueren van het rekenbeleid binnen de school c.q. afdeling; • monitoren en evalueren van het begeleidingsproces binnen de verschillende leerroutes; • coördineren van en rapporteren over de activiteiten in de eerstelijns-, tweedelijns- en derdelijns-ondersteuning met betrekking tot het rekenbeleid (organisatorisch en randvoorwaardelijk); • faciliteren van de eerstelijns, tweedelijns- en derdelijns-ondersteuning (onder meer tijd, informatievoorziening, voorlichting, deskundigheidsbevordering); • aanschaffen van leermaterialen. 	<p>Rekenspecialist / ondersteuningscoördinator (mogelijk) als staflid/beleidsmedewerker</p> <p><i>PM</i></p>
Primaire proces (in de eerste lijn)	
<p><i>Als onderdeel van onderwijsactiviteiten (rekenmethode volgend; 2F/3F in acht nemend):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • voorbereiden van leerlingen op de centrale rekentoets; • signaleren (rekenproblemen) en observeren (rekenactiviteiten); • aansluiten op rekenstrategieën van de leerlingen (inhoudelijk differentiëren); • analyseren van leerresultaten op (mogelijke) rekenproblemen; • inlichten van de mentor bij (mogelijke) rekenproblemen. <p>Zie voor de begeleidingsactiviteiten binnen de groep (subgroepjes) bij 'ondersteuning vanuit de eerste lijn'.</p>	<p>Rekenleraar als vakbekwame leraar</p> <p><i>Eerste- of tweedegraads bevoegdheid met specialisatie rekenen</i></p>
<p><i>Als onderdeel van onderwijsactiviteiten in de andere vakken:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • expliciteren van de rol van rekenen binnen het eigen vak; • afstemmen op de rekendidactiek en -aanpak van de school; • signaleren (rekenproblemen) en observeren (rekenactiviteiten); • aansluiten op rekenstrategieën van de leerlingen (inhoudelijk differentiëren); • analyseren van toetsresultaten op (mogelijke) rekenproblemen; • inlichten van de mentor en de rekenleraar bij (mogelijke) rekenproblemen; • opvolgen van de adviezen van de rekenspecialist (en de rekenleraar) over afstemming (begeleidingscategorie 1, 2 en 3). 	<p>Leraar andere vakken als vakbekwame leraar</p> <p><i>Eerste- of tweedegraads bevoegdheid</i></p>

Overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties

Overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties	
Ondersteuning (vanuit de eerste lijn)	
<p><i>Bij (resultaatgerichte) begeleiding van de leerlingen in zijn mentor-groep:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • coachen op koers, keuzes, planning, voortgang en op motivationeel-affectief gebied; • monitoren van de studievoortgang (leerresultaten en reken-niveau); • analyseren en interpreteren van toetsresultaten; • signaleren van rekenproblemen (hulpvraag leerling en/of (reken)leraar); • actualiseren van de (digitale) leerlingdossiers in het leer-lingadministratiesysteem. <p><i>Bij begeleiding van leerlingen die rekenproblemen ervaren: in begeleidingscategorie 1:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • coördineren van de begeleiding van de leerlingen in de eerste-lijnsondersteuning; • bespreken van leerlingen die rekenproblemen ervaren (regu-liere leerlingbesprekingen); • communiceren met de leerling en zijn ouders/verzorgers in overleg met de rekenleraar of de rekenspecialist; • communiceren met de rekenleraar en de betrokkenen in de tweedelijnsondersteuning (afstemming onderwijsbehoeften en voortgang); • regelen van doorverwijzingen naar de tweedelijnsondersteu-ning. <p><i>in begeleidingscategorie 2 en 3:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bijdragen aan het opstellen, evalueren en bijstellen van indivi-duele handelingsplannen (begeleidingscategorie 2 en 3); • bijdragen aan het voorbereiden van de diagnostische rekenon-derzoeken in begeleidingscategorie 2 (hulpvragen inbrengen); • eventueel bijdragen aan het voorbereiden van psychodiagnos-tische onderzoeken in begeleidingscategorie 3 (hulpvragen inbrengen). 	<p>Mentor als eerste aanspreekpunt voor de leerling bij studie- of persoonlijke problemen</p> <p><i>Eerste of tweedegraads bevoegdheid met specialisatie coachingsvaardigheden</i></p>
<p><i>Als onderdeel van de onderwijsactiviteiten (rekenmethode volgend; 2F/3F in acht nemend):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • uitvoeren van de begeleiding in categorie 1 in subgroep; • afstemmen op de verschillen in onderwijsbehoeften in de subgroep (differentiëren); • signaleren (rekenproblemen) en observeren (rekenactiviteiten); • voeren van korte rekengesprekken; • analyseren van leerresultaten (toets, rekengesprek, observa-ties); • uitvoeren van de begeleiding in categorie 2 en 3 naast de rekenspecialist (subgroep). <p><i>Bij onderzoek en individuele handelingsplannen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bijdragen aan het opstellen, evalueren en bijstellen van indivi-duele handelingsplannen (begeleidingscategorie 2 en 3); • bijdragen aan het voorbereiden van de diagnostische rekenon-derzoeken in begeleidingscategorie 2 (hulpvragen inbrengen); • eventueel bijdragen aan het voorbereiden van psychodiagnos-tische onderzoeken in begeleidingscategorie 3 (hulpvragen inbrengen). 	<p>Rekenleraar als differentiërende leraar</p> <p><i>Eerste- of tweedegraads bevoegdheid met specialisatie rekenen</i></p>
<p><i>Bij instroom van leerlingen (administratieve intake):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verzamelen van gegevens vanuit de basisschool met betrek-king tot rekenproblematiek; • registreren van rekenproblematiek in de (digitale) leerlingdos-siers van het leerlingadministratiesysteem. 	<p>Mentor/(leerjaar)coördinator</p> <p>PM</p>

Overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties

Overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties	
Ondersteuning (vanuit de tweede lijn)	
<p><i>Bij (resultaatgerichte) begeleiding in categorie 2:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • coördineren van de begeleiding van de leerling in de tweede-lijnsondersteuning; • communiceren met betrokkenen in de eerstelijns-, tweede-lijns- en derdelijnsondersteuning. <p><i>Bij (resultaatgerichte) begeleiding van de leerlingen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • uitvoeren van de (zeer) intensieve begeleiding op basis van individuele handelingsplannen (begeleidingscategorie 2 en 3), buiten de reguliere rekenlessen; • evalueren en bijstellen van de individuele handelingsplannen in overleg met de rekenleraar, de mentor en de ondersteuningscoördinator (begeleidingscategorie 2); • idem voor begeleidingscategorie 3 in overleg met de ondersteuningscoördinator, de rekenleraar, de mentor en andere (externe) betrokkenen; • adviseren over afstemming aan de (reken)leraren (begeleidingscategorie 2 en 3); • communiceren met de leerling en zijn ouders/verzorgers in overleg met het ondersteuningsteam (begeleidingscategorie 2). <p><i>Bij onderzoek en individuele handelingsplannen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • uitvoeren van de diagnostische rekenonderzoeken volgens HGD (begeleidingscategorie 2); • bijdragen aan het voorbereiden van de psychodiagnostische onderzoeken in begeleidingscategorie 3; • opstellen van de individuele handelingsplannen in overleg met de rekenleraar en de mentor (begeleidingscategorie 2); • idem voor begeleidingscategorie 3 in overleg met de gedragswetenschapper/diagnosticus en de ondersteuningscoördinator, de rekenleraar, de mentor en andere (externe) betrokkenen. <p><i>Inzet voor team en school:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ondersteunen van de (reken)leraren over rekendidactiek en -aanpak (tips en adviezen); • adviseren over de aanschaf van leermaterialen. 	<p>Rekenspecialist als ondersteuner van collega's en leerlingen</p> <p><i>Eerste- of tweedegraads bevoegdheid en Master Special Educational Needs (Master SEN) met specialisatie rekenen en rekenproblemen</i></p>
<p><i>Bij (resultaatgerichte) begeleiding in categorie 2 en 3:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • coördineren van de begeleiding van de leerling in de derde-lijnsondersteuning; • communiceren met betrokkenen in de eerstelijns-, tweede-lijns- en derdelijnsondersteuning. <p><i>Bij (resultaatgerichte) begeleiding van de leerlingen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bijdragen aan het evalueren en bijstellen van individuele handelingsplannen (begeleidingscategorie 2 en 3); • adviseren van de rekenspecialist (pedagogische adviezen); • coachen van de leerling (<i>mental coach</i>), bijvoorbeeld in verband met beperking keuze vervolgopleiding; • geven van voorlichting over de aard en de consequenties van ernstige rekenproblemen aan alle betrokkenen; • communiceren met de leerling en zijn ouders/verzorgers in overleg met het ondersteuningsteam (begeleidingscategorie 3). <p><i>Bij onderzoek en individuele handelingsplannen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • regelen van doorverwijzingen naar en coördineren van de derdelijnsondersteuning; • bijdragen aan het voorbereiden van de diagnostische rekenonderzoeken en de psychodiagnostische onderzoeken in begeleidingscategorie 2 en 3 (hulpvragen inbrengen); • bijdragen aan het opstellen van individuele handelingsplannen (begeleidingscategorie 2 en 3). 	<p>Ondersteuningscoördinator als adviseur van collega's en coach van leerlingen</p> <p><i>Master SEN specialisatie leerproblemen en gedragsproblemen</i></p>

Overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties	
Ondersteuning (vanuit de derde lijn)	
<p><i>Uitvoeren van en adviseren vanuit psychodiagnostisch onderzoek (HGD volgend):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • uitvoeren van psychodiagnostisch onderzoek bij ernstige en hardnekkige rekenproblemen in samenwerking met de rekenspecialist van de school/afdeling (handelingsadviezen); • evalueren van de begeleiding na het psychodiagnostisch onderzoek bij een vermoeden van dyscalculie en vaststellen of er sprake is van dyscalculie (wel/geen dyscalculieverklaring); • uitvoeren van aanvullend psychodiagnostisch onderzoek op het gebied van leervoorwaarden voor rekenen, zo nodig in samenwerking met de rekenspecialist van de school/afdeling (handelingsadviezen); • (eventueel) adviseren bij de vertaling van de resultaten naar de praktijk van de leerroute waarin de leerling functioneert (in samenwerking met de ondersteuningscoördinator en de rekenspecialist). 	<p>Gedragswetenschapper als diagnosticus</p> <p><i>BIG-registratie als GZ-psycholoog of NIP-registratie als Kinder- en Jeugd-psycholoog of NVO-registratie als Orthopedagoog-Generalist</i></p>

Afbeelding 4.1 Samenvattend overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties

Kleur fasen in po	Omschrijving van de fasen in onderwijsbehoeften bij het leren rekenen
	<p>Fase blauw: leerling die een zeer goede en snelle rekenontwikkeling heeft doorgemaakt</p> <p>Uit schriftelijke overdracht po-vo zijn bekend:</p> <ul style="list-style-type: none"> • resultaten uit het leerlingvolgsysteem en de eindtoets; • tot hoever de leerling is gekomen op het niveau van 1S; • aanvullende informatie over de leerling.
	<p>Fase groen: leerling die een 'normale' rekenontwikkeling heeft doorgemaakt</p> <p>Uit schriftelijke overdracht po-vo zijn de volgende gegevens bekend:</p> <ul style="list-style-type: none"> • resultaten uit het leerlingvolgsysteem en de eindtoets; • tot hoever de leerling is gekomen op het niveau van 1F/1S; • aanvullende informatie over de leerling.
	<p>Fase geel: leerling die op deelgebieden (geringe) rekenproblemen heeft ervaren</p> <p>Uit schriftelijke overdracht po-vo zijn bekend:</p> <ul style="list-style-type: none"> • gegevens zie fase groen; • beschrijving van bij welke onderdelen van het rekenonderwijs extra begeleiding is gegeven.
	<p>Fase oranje: leerling die ernstige rekenproblemen ervaart en op dat gebied specifieke onderwijsbehoeften heeft</p> <p>Uit schriftelijke en mondelinge overdracht po-vo zijn bekend:</p> <ul style="list-style-type: none"> • gegevens zie fase groen; • beschrijving van welke specifieke begeleiding is gegeven; • stand van zaken van en informatie over het diagnostisch rekenonderzoek bij de leerling.
	<p>Fase rood: leerling die ernstige, maar tevens hardnekkige rekenproblemen ervaart (dyscalculie)</p> <p>Uit schriftelijke en mondelinge overdracht po-vo zijn bekend:</p> <ul style="list-style-type: none"> • gegevens zie fase groen; • beschrijving van welke specifieke begeleiding is gegeven; • stand van zaken van en informatie over het psychodiagnostisch onderzoek bij de leerling; • of wel of (nog) geen dyscalculieverklaring aan de leerling is verleend.

Afbeelding 4.2 Overzicht informatieoverdracht bij de overgang po-vo

Samenvattend overzicht van begeleidingscategorieën 1(a en b), 2 en 3			
Fasen in onderwijsbehoefte in po	Signalering in vo	Observatie en onderzoek in vo	Begeleiding in vo
Primaire proces (in de eerste lijn)			
	Begeleidingscategorie 1a Signalering (S1a): bij rekenontwikkeling zonder problemen.	Begeleidingscategorie 1a Observatie en onderzoek (O1a): - observatie, - begeleiding B1a. Aantoonbaar resultaat: +: leerling blijft in B1a o/:- leerling naar O1b	Begeleidingscategorie 1a Begeleiding (B1a): in de reguliere rekenlessen zonder extra voorzieningen (volgen van rekenmethode; met inachtnaam van referentieniveaus 2F/3F).
Ondersteuning (vanuit de eerste lijn)			
	Begeleidingscategorie 1b Signalering (S1b): bij vermoeden of vastgestelde rekenproblemen. <i>Probleem kan van tijdelijke aard zijn en/of op slechts een onderdeel betrekking hebben.</i>	Begeleidingscategorie 1b Observatie en onderzoek (O1b): - observatie op onderdelen van de lesstof, - korte rekengesprekken, - begeleiding B1b, - evaluatie na 0,5 jaar. Aantoonbaar resultaat: +: leerling gaat naar B1a o/:- leerling naar O2	Begeleidingscategorie 1b Begeleiding (B1b): in de reguliere rekenlessen (subgroep en hele groep) op basis van observaties en gesprekken met behulp van rekenmethode.
Ondersteuning (vanuit de tweede lijn)			
	Begeleidingscategorie 2 Signalering (S2): bij vermoeden van of vastgestelde ernstige rekenproblemen.	Begeleidingscategorie 2 Observatie en onderzoek (O2): - diagnostisch rekenonderzoek, - individueel handelingsplan, - begeleiding B2, - evaluatie na 0,5 jaar. Aantoonbaar resultaat: +: leerling naar B1, mits condities oké o/:- leerling naar O3	Begeleidingscategorie 2 Begeleiding (B2): individueel en in de (sub)groep op basis van individueel handelingsplan.
Ondersteuning (vanuit de derde lijn)			
	Begeleidingscategorie 3 Signalering (S3): bij vermoeden van of vastgestelde ernstige en hardnekkige rekenproblemen (dyscalculie) of bij ernstige rekenproblemen met geringe of geen vooruitgang.	Begeleidingscategorie 3 Observatie en onderzoek (O3): - psychodiagnostisch onderzoek; indien gericht op vaststellen dyscalculie bij voorkeur alleen in eerste en tweede leerjaar, - individueel handelingsplan, - begeleiding B3, - evaluatie na 0,5 jaar en (indien van toepassing) diagnose vaststellen wel/geen dyscalculie; handelingsplan bijstellen. Aantoonbaar resultaat: +: leerling gaat naar B2, mits condities oké o/:- leerling blijft in B3	Begeleidingscategorie 3 Begeleiding (B3): individueel handelingsplan, instructies buiten de les en begeleiding bij het oefenen zo mogelijk in de reguliere rekenlessen.

Afbeelding 4.3 Samenvattend overzicht van begeleidingscategorieën 1 (a en b), 2 en 3

80

Deel 2

Rekenen

- 5 Rekenen in het vo
- 6 Hoofdlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming
- 7 Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures
- 8 Hoofdlijn 3: vlot rekenen en onderhouden
- 9 Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen

5 Rekenen in het vo

Om het rekenonderwijs goed te kunnen afstemmen op de ontwikkeling van leerlingen bieden wij in deel 2 inzicht in de vier Hoofdpijnen van rekenen. Dit hoofdstuk biedt een overzicht van de vier Hoofdpijnen.



5.1 Vier Hoofdpijnen bij leren rekenen

Goede kennis van het ontwikkelingsproces binnen rekenen biedt de leraar mogelijkheden om het rekenonderwijs optimaal af te stemmen op de ontwikkeling van de leerlingen. Tevens biedt het mogelijkheden om een goed ontwikkelingsperspectief te bieden voor individuele leerlingen.

In dit hoofdstuk introduceren wij vier Hoofdpijnen bij leren rekenen. Deze Hoofdpijnen vormen de basis waarmee leraren het rekenonderwijs kunnen laten aansluiten op de ontwikkeling van de leerling. Zij kunnen daarmee leerstofinhouden, instructie, oefening en begeleiding afstemmen op de kennis en vaardigheden van de leerlingen.

In de volgende hoofdstukken worden deze vier Hoofdpijnen verder uitgewerkt.

De vier Hoofdpijnen in de ontwikkeling van rekenkennis en -vaardigheden zijn:

- begripsvorming (conceptontwikkeling, rekentaal en het verlenen van betekenis);
- ontwikkelen van oplossingsprocedures;
- vlot leren rekenen (oefenen, automatiseren en memoriseren);
- flexibel toepassen (van kennis en vaardigheden).



Afbeelding 5.1 Vier Hoofdpijnen bij leren rekenen

In het rekenonderwijs komen deze vier Hoofdpijnen steeds voor. Elke Hoofdpijn geeft richting en inhoud aan het onderwijs dat een leraar geeft. Elke Hoofdpijn veronderstelt tegelijkertijd dat leerlingen een actieve inbreng hebben in hun eigen leerproces. De Hoofdpijnen volgen elkaar op in een cyclisch proces. De vier Hoofdpijnen haken als het ware als opeenvolgende schakels aan elkaar. Binnen deze cyclus kunnen zowel de leraar als de leerlingen op eerdere stappen teruggrijpen als blijkt dat een leerling bepaalde leerstof nog niet begrijpt of beheerst.

Het verwerven van nieuwe leerstof begint met *begripsvorming* (Hoofdpijn 1). Hiermee bedoelen wij de geleidelijke ontwikkeling van rekenconcepten door middel van het uitvoeren van rekenhandelingen in combinatie met de ontwikkeling van bijbehorende rekentaal. Deze rekentaal heeft de leerling nodig in de communicatie met de omgeving (ouders/verzorgers, leraren, medeleerlingen, familie, vrienden). De leerling leert betekenis te verlenen aan rekenhandelingen.

Bij het onderwerp breuken bijvoorbeeld ontwikkelt de leerling conceptuele kennis over hele getallen (1, 2, 3, 4, 5 enzovoort) en getallen die ontstaan als een kleiner getal wordt gedeeld door een groter getal ($\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{7}$). De leerling leert een breuk kennen als een verhoudingsgetal (een deel van iets, bijvoorbeeld de helft, een kwart of driekwart van iets) en als resultaat van een deling (bijvoorbeeld 3 pizza's delen met 6 personen: 3 delen door $6 = \frac{1}{2}$). De leerling leert de begrippen teller en noemer en kan daar betekenis aan geven. De leerling kan de waarde van een breuk benoemen ten opzichte van het totaal.

Geleidelijk aan en vaak tegelijkertijd met Hoofdlijn 1 ontwikkelt de leerling *oplossingsprocedures* (Hoofdlijn 2). De leerling leert bewerkingen uitvoeren om iets te kunnen uitrekenen. Goede oplossingsprocedures zijn gebaseerd op een goede conceptuele ontwikkeling. De leerling *begrijpt* wat hij doet. Bij breuken bijvoorbeeld leert de leerling optellen en aftrekken, vereenvoudigen, vermenigvuldigen met en delen door breuken. De leerling begrijpt bij vermenigvuldigen met breuken waarom het antwoord kleiner is dan het te vermenigvuldigen getal, bijvoorbeeld: $\frac{2}{3} \times 6 = 4$. Omgekeerd begrijpt hij ook waarom bij delen door breuken het antwoord groter is dan het te delen getal, dus $4 : \frac{2}{3} = 6$. De leerling kan dit tekenen of verwoorden.

Om *vlot te kunnen rekenen* (Hoofdlijn 3) is regelmatig oefenen en gebruiken van deze kennis en oplossingsprocedures (vaardigheden) in veel verschillende situaties noodzakelijk. Dit leidt tot automatiseren en memoriseren. De ene leerling heeft meer oefentijd nodig dan de andere. Optimaal oefenen betekent niet alleen meer tijd besteden aan oefeningen, maar ook didactisch juist afstemmen van de oefeningen op de onderwijsbehoeften van leerlingen.

Het uiteindelijke doel van het rekenonderwijs is dat leerlingen hun kennis en vaardigheden *flexibel kunnen toepassen* (Hoofdlijn 4) in functionele situaties. Daarvoor is het nodig dat zij betekenis kunnen geven aan rekensituaties en begrijpen welke kennis en vaardigheden zij op dat moment het beste kunnen gebruiken om een berekening aan te pakken en uit te voeren. Dit noemen we 'strategisch denken en handelen'.

In de dagelijkse onderwijspraktijk lopen altijd meerdere Hoofdlijnen naast elkaar. Leerlingen hebben bijvoorbeeld conceptuele kennis ontwikkeld over breuken (Hoofdlijn 1) en beheersen de basisbewerkingen met breuken (Hoofdlijn 2). Zij hebben deze bewerkingen nog niet volledig geautomatiseerd. Er komen nog nieuwe bewerkingen bij, zoals bijvoorbeeld met samengestelde breuken. Daarnaast wordt bij het metriek stelsel gewerkt aan conceptontwikkeling van decimale getallen (Hoofdlijn 1). Zij leren meten en wegen. Zij leren dat 1000 gram een kilogram is en dat 750 gram hetzelfde is als 0,75 kilogram. Zij leren rekenen met grammen en kilogrammen (Hoofdlijn 2). Vervolgens leren de leerlingen ook dat $\frac{3}{4}$ kilogram evenveel is als 0,75 kilogram (conceptontwikkeling, Hoofdlijn 1).

Voor velen lijkt dit vanzelfsprekend, maar rekenzwakke leerlingen kunnen hier veel moeite mee hebben. Als het leerproces (te) snel verloopt zonder voldoende aandacht voor conceptontwikkeling en met onvoldoende oefentijd, kunnen rekenzwakke leerlingen afhaken. In het onderwijs verwachten we nogal snel dat als ingewikkelde concepten eenmaal zijn uitgelegd de leerlingen ze dan ook begrijpen, er vlot mee kunnen rekenen en ze kunnen gebruiken in allerlei situaties.

Rekenzwakke leerlingen hebben in het basisonderwijs wel kennisgemaakt met de leerstof van de bovenbouw, zoals breuken en het metriek stelsel, maar de meesten van hen zijn nog onvoldoende

vertrouwd met deze materie. Zij hebben meer tijd en begeleiding nodig voor een goede conceptontwikkeling en oefening. Zij zijn aangewezen op verdere ontwikkeling in het vo.

Met de invoering van het *Referentiekader taal en rekenen* heeft het vo de plicht te werken aan een doorgaande lijn voor verdere ontwikkeling van rekenkennis en vaardigheden van de leerlingen voor het behalen van de rekentoetsen 2F en 3F. In het Referentiekader ligt de nadruk voor het vo op *verder ontwikkelen, consolideren, onderhouden* en *verdiepen* van rekenkennis en -vaardigheden. Daarbij gaat het tevens om *paraat hebben, functioneel gebruiken* en *weten waarom*.

Deze componenten zijn onderdeel van de vier Hoofdpijnen. In de volgende paragrafen beschrijven wij de samenhang.

Het ultieme doel van het rekenonderwijs is te komen tot functionele gecijferdheid op een passend niveau voor elke leerling. Uiteindelijk heeft elke leerling als toekomstige volwassene rekenen nodig om te kunnen functioneren in de maatschappij. De Europese Unie heeft geletterdheid en gecijferdheid als kerncompetenties voor de ontwikkeling van Europa als meest concurrerende kenniseconomie boven aan op de Europese onderwijsagenda staan (OECD 2008, 2010; Europese Commissie, 2010; Europese Unie, 2010). Nederland heeft zich daarbij aangesloten. Het streven naar een beroepsbevolking op minimaal de niveaus 2F en 3F is een belangrijke stap in die richting. De centrale rekentoetsen zijn een belangrijk doel en vereisen een grote inspanning van de school.

Bovenstaande betekent in het algemeen dat vo-scholen een goed programma ontwikkelen om deze doelen te bereiken. Daarnaast vereist het van de leraren een professionele didactische aanpak in het algemeen en een specifieke, deskundige begeleiding van rekenzwakke leerlingen in het bijzonder (zie volgende hoofdstukken).

5.2 Hoofdpijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming

In het basisonderwijs hebben de leerlingen elementaire rekenkennis en -vaardigheid ontwikkeld op alle domeinen. Bij de instroom in het vo tonen de leerlingen grote variatie in het niveau waarop zij deze beheersen.

Het vo biedt onderwijs dat aansluit op de voorkennis en de mogelijkheden van de leerlingen. De aandacht voor conceptuele ontwikkeling van rekenkennis zal in de diverse leerroutes verschillen. In de praktijk zal de noodzaak van het *verder ontwikkelen* van nieuwe kennis gebaseerd op inzicht met name spelen bij leerlingen in de leerroutes vmbo-bbl en vmbo-kbl. De ervaring leert echter dat ook veel leerlingen in de leerroutes vmbo-gl en vmbo-tl de leerstof van de basisschool nog onvoldoende (inzichtelijk) beheersen. Het gaat hierbij niet alleen om de basiskennis en de bijbehorende basisbewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen). Het blijkt dat vooral ook conceptontwikkeling op het domein verhoudingen en het domein meten en meetkunde zwak is. Denk hierbij aan bijvoorbeeld het verschil weten tussen ‘één op de vier’ en ‘één op vier’, het begrijpen van schaalberekeningen, kennis van en inzicht in breuken, procenten, decimale getallen, het metriek stelsel en de samenhang tussen de verschillende (sub)domeinen.

Dit geldt ook voor de leerlingen in havo en vwo. De meesten hebben een goed begrip ontwikkeld met betrekking tot de basisschoolleerstof. Toch zien we ook hier regelmatig leerlingen die nog onvoldoende inzicht in de leerstof hebben ontwikkeld en ‘trucmatig’ rekenen. Ook zij hebben nog

regelmatig instructie en oefening nodig. Tevens zal bij deze groep nog een slag gemaakt moeten worden voor verdere ontwikkeling naar niveau 2F en 3F.

5.3 Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures

Vanwege beperkte of fragmentarische begripsontwikkeling beheersen veel leerlingen ook nog niet de standaard oplossingsprocedures (algoritmes) voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Voor leerlingen in vmbo-bbl en vmbo-kbl kunnen we de vraag stellen of het zinvol is om deze standaardprocedures te beheersen. Er zijn meerdere manieren om de basisbewerkingen uit te voeren. Van leerlingen in de overige leerroutes wordt verwacht dat zij deze standaardprocedures wel beheersen, omdat deze procedures het algoritmisch denken stimuleren. Toch zijn er veel leerlingen, ook in vmbo-tl en havo, die hier nog veel moeite mee hebben. De leraar in het vo zal nog regelmatig aandacht moeten besteden aan het verder ontwikkelen en consolideren.

Ook het maken van berekeningen op papier en uit het hoofd op basis van eigenschappen van en relaties tussen getallen en bewerkingen vraagt nog veel aandacht. De leerlingen raken bijvoorbeeld in de war bij het uitvoeren van berekeningen met grotere getallen. Zij kunnen onvoldoende gebruik maken van de structuur van getallen (honderdtallen, tientallen en eenheden) bij de basisbewerkingen. Voor de leerlingen die deze procedures wel beheersen is het van belang ze te *consolideren*. Veel leerlingen hebben nog veel tijd nodig om op basis van begrip hun oplossingsprocedures verder te ontwikkelen en te consolideren.

5.4 Hoofdlijn 3: vlot rekenen en onderhouden

Om vlot te kunnen rekenen is regelmatig en systematisch oefenen en gebruiken van rekenkennis en -vaardigheden noodzakelijk. Alleen zo komen leerlingen tot automatiseren, memoriseren en paraat hebben van hun kennis en vaardigheden.

Uit ervaring blijkt dat leerlingen hun vaardigheid verliezen als zij deze niet onderhouden. Daartoe geeft het Referentiekader scholen voor vo de taak om te werken aan het onderhouden van deze kennis en vaardigheden. De centrale rekentoetsen 2F en 3F aan het einde van het vo dwingen de scholen zelfs hiertoe.

Onderhouden betekent meer dan alleen sommen maken uit rekenboeken. De beste manier van onderhouden is *functioneel gebruiken*. Rekenen is een kernvak. Daarom is het van belang om rekenen in het vo als speerpunt op te nemen in alle vakken, met name ook in de andere vakken dan wiskunde. Theorie- en praktijkvakken bieden juist mogelijkheden om het rekenen actief te gebruiken. De leraren in praktijkvakken kunnen leerlingen opdrachten laten uitwerken waarin rekenactiviteiten zijn opgenomen. Zeker als leerlingen bij opdrachten zelf kunnen bepalen wat er berekend moet worden en hoe zij dat kunnen doen, blijft hun rekenkennis actief aanwezig en onderhouden zij hun rekenvaardigheid. Ook in theorievakken kunnen leraren situaties creëren waarbij leerlingen probleemoplossend werken. Denk bijvoorbeeld aan het vergelijken van bevolkingsdichtheid van landen door het aantal inwoners per vierkante meter uit te rekenen. Een leraar Engels kan de leerlingen laten rekenen met tijd en met kilometers en 'miles per hour'.

Als leraren de rekenactiviteiten in hun vakgebied(en) in kaart brengen, kunnen zij met elkaar doelgericht en systematisch werken aan het vlot leren rekenen en onderhouden van rekenkennis en -vaardigheden. Daardoor ontwikkelen leerlingen ook parate kennis en vaardigheden.

5.5 Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen

Van alle leerlingen wordt verwacht dat zij uiteindelijk hun kennis en vaardigheden flexibel en adequaat kunnen gebruiken in allerlei functionele situaties. Zij kunnen keuzes maken en weten waarom ze die keuze maken. Zij kunnen uitleggen waarom hun keuze in een bepaalde situatie een adequate keuze is.

Van leerlingen die meer aankunnen mag worden verwacht dat zij bij probleemoplossend rekenen de samenhang doorzien en verbanden kunnen leggen tussen bijvoorbeeld breuken, procenten en decimale getallen. Ook begrijpen zij de structuur van het metriek stelsel. Zij begrijpen eigenschappen van bewerkingen, bijvoorbeeld het effect van vermenigvuldigen met breuken, en kunnen daarvan gebruik maken bij het uitvoeren en controleren van hun berekeningen. Zij kunnen zelfstandig of in samenwerking met andere leerlingen complexe rekenopdrachten oplossen, waarbij zij meerdere denkstappen moeten zetten. Zij kunnen uitleggen wat ze doen. Dit leidt tot *verdieping* van kennis en een nog beter begrip van bewerkingen.

Dit probleemoplossend werken is onderdeel van 3F en dus onderdeel van rekenactiviteiten in havo en vwo. Dit vraagt meer dan alleen onderhouden van kennis en vaardigheden. Ook voor leerlingen in het vmbo is het van belang dat zij probleemoplossend leren werken en een verdiepingsslag kunnen maken, wellicht met minder complexe opgaven en op het niveau van 2F.

Dit betekent dat leraren vooral uitdagende opdrachten geven aan de leerlingen om hen aan het denken te zetten. Deze opdrachten zijn gerelateerd aan de reële werkelijkheid, maar kunnen ook meer wiskundig van aard zijn. Het rekenkundig en wiskundig redeneren bij probleemoplossend werken is een belangrijk onderdeel hiervan. Juist dit leidt tot *verdieping*.

5.6 De vier Hoofdlijnen bij rekenen in het vo

Het rekenonderwijs in het vo richt zich op vier samenhangende activiteiten: verder ontwikkelen, consolideren, onderhouden en verdiepen. Dit vraagt van de school een goede opbouw van leerstof in de diverse leerroutes en een professionele didactische aanpak. Deze activiteiten zullen in de diverse leerroutes verschillende accenten hebben. In vmbo-bbl en vmbo-kbl zal de nadruk voornamelijk liggen op verder ontwikkelen, consolideren en onderhouden. In vmbo-gl, vmbo-tl, havo en vwo ligt het accent meer op onderhouden en verdiepen, maar ook op verder ontwikkelen. De weg naar 2F is voor veel leerlingen nog een lastige. De leerlingen in havo en vwo moeten zich nog inspannen om 3F te bereiken.

Bovenstaande activiteiten hebben wij opgenomen in de vier Hoofdlijnen voor rekenen. Bij alle Hoofdlijnen staat het *begrijpen* en dus het *weten waarom* centraal.

De vier Hoofdlijnen kunnen wij voor het vo dan als volgt invullen.



Afbeelding 5.2 Vier Hoofddlijnen in de rekenontwikkeling in het vo

In de volgende hoofdstukken van dit deel 2 besteden wij uitgebreid aandacht aan de vier Hoofddlijnen en bieden wij aandachtspunten voor de begeleiding van rekenzwakke leerlingen in de klas. De inhoud van deze hoofdstukken biedt de rekenleraar handvatten om zijn didactisch handelen af te stemmen op de ontwikkeling en onderwijsbehoeften van de leerlingen in begeleidingscategorie 1 (zie deel 4).

5.7 Inzet van IT bij het rekenonderwijs

Het huidige rekenonderwijs is niet meer denkbaar zonder IT. De ontwikkelingen met betrekking tot het interactieve digibord en educatieve software bieden interessante mogelijkheden voor alle vormen van instructie en oefenen. Interne netwerken en interactieve borden in de lokalen zijn bruikbare hulpmiddelen in het onderwijs voor het verzamelen en aanbieden van goede leerstof. De leraar kan functionele en betekenisvolle contexten, denkmodellen, voorbeelden van standaardalgoritmes enzovoort voorbereiden en opslaan op zijn computer. Hij kan deze oproepen tijdens de les via het interactieve bord. Bovendien kan hij tekeningen en uitgewerkte procedures bewaren die tijdens de les op het bord worden geschreven en getekend. Deze kan hij in een volgende les weer oproepen. De leraar kan eigen oefenstof opslaan en een complete database van goede rekenelementen aanleggen. Dit kan uiteraard ook in een gezamenlijke database op teamniveau gebeuren. Zo wordt een goed en volledig systeem van contexten, denkmodellen en voorbeelden van goede oefeningen verzameld. Een gestructureerde en gevulde database is de helft van een goede rekenles en ondersteunt effectieve instructie tijdens de lessen aan groepen leerlingen. Ook bij hulp aan kleine groepjes leerlingen en aan individuele leerlingen kan deze database worden gebruikt (differentiatie). De leraar blijft echter de cruciale schakel voor de afstemming van de leerstof op de onderwijsbehoeften van leerlingen.

De meeste uitgevers bieden bij al hun materiaal steeds beter bruikbare IT-ondersteuning. Meestal is dit materiaal bedoeld voor oefenen, minder vaak voor instructie. Geleidelijk aan komt steeds meer digitaal ondersteuningsmateriaal beschikbaar in de vorm van betekenisvolle contexten en denkmodellen. Hiermee kan de leraar zijn instructie visueel (en auditief) ondersteunen.

De leerling kan bij het rekenen ook *verstandig* gebruik maken van de rekenmachine. Het uitgangspunt blijft echter dat de leerling zelf goed kan rekenen, dus zonder rekenmachine. Dit staat nadrukkelijk beschreven in de referentieniveaus en zal worden getoetst bij de centrale eindtoets rekenen. De rekenmachine kan worden gebruikt voor het snel en accuraat uitvoeren van berekeningen bij complexe opdrachten. Tevens kan de rekenmachine een hulpmiddel zijn voor de leerling die minder rekenvaardig is. Voorwaarde is echter wel dat hij begrijpt wat hij doet op de rekenmachine en weet wanneer hij de rekenmachine als hulpmiddel functioneel kan inzetten.

Tot slot bevelen wij het rekenen met spreadsheets aan als basis voor het werken met rekenprogramma's in toekomstige beroepen. Opdrachten met onder andere Excel of andere spreadsheets zijn daarvoor heel geschikt. Het leren denken in en het systematisch werken met (zelfbedachte) formules vraagt een andere manier van denken over rekenen.

6 **Hoofdlijn 1:** **verder ontwikkelen van** **begripsvorming**

Rekenen is geen doel op zich. Kunnen rekenen is belangrijk om de wereld beter te *begrijpen* en greep te krijgen op dagelijkse situaties waarin wordt gerekend. Een goede ontwikkeling van rekenconcepten in combinatie met het kunnen uitvoeren van daarbij passende oplossingsprocedures is daarvoor de basis.



6.1 Begripsvorming

Bij het uitvoeren van rekenactiviteiten en rekenopdrachten is het nodig dat leerlingen begrip blijven ontwikkelen van wat ze doen en waarom ze dat doen. Dit betekent dat de leerling zich iets kan voorstellen bij een rekenactiviteit in een bepaalde situatie en begrijpt wat er gebeurt in die situatie. Dit noemen we ‘betekenis verlenen’. Inzicht in *rekenconcepten* is nodig om adequaat te kunnen handelen in rekensituaties. Hiervoor is het beheersen van *rekentaal* onmisbaar. Leerlingen gebruiken deze rekentaal om te kunnen vertellen hoe zij denken en handelen en om over rekenen te kunnen communiceren. Juist in het vo is het van groot belang dat leerlingen over rekenen redeneren en discussiëren met de leraar en met elkaar. Daarom is het nodig dat zij hun rekentaal blijven ontwikkelen en herhalen.

Bij het (verder) ontwikkelen van rekenbegrippen spelen dan ook drie zaken een rol:

- verlenen van betekenis aan rekenhandelingen;
- ontwikkelen van rekenconcepten;
- ontwikkelen van rekentaal.

Wij bespreken deze drie componenten na elkaar, maar zij zijn nauw met elkaar verbonden. In paragraaf 6.5 bespreken wij hoe zij met elkaar samenhangen.

KERN

Rekenzwakke leerlingen

Voor rekenzwakke leerlingen blijft begripsvorming een voortdurend punt van aandacht. Gebrekkige begripsvorming kan leiden tot fragmentarische kennis en soms tot stagnatie in hun rekenontwikkeling.

6.2 Verlenen van betekenis aan rekenhandelingen

Rekenen in het dagelijks leven is altijd ingebed in functionele situaties. Het handelen van leerlingen (en volwassenen) in werkelijkheidssituaties heeft steeds een doel en een betekenis. In deze situaties zijn zij zélf de handelende persoon. Zij kopen bijvoorbeeld iets in een winkel. Zij gebruiken maten, beoordelen de ruimte en lezen de tijd af op de klok, hun mobieltje of horloge. Zij lezen de kilometerborden langs de weg en gebruiken zo de begrippen afstand en snelheid (bijvoorbeeld: 45 kilometer naar Utrecht, dat is ongeveer een half uur rijden). Alles gaat heel vanzelfsprekend doordat zij zelf deel van de werkelijkheidssituatie zijn. Zij beleven de ervaring zelf (subjectgebonden). Tijdens dit handelen ontwikkelen leerlingen spontaan rekenconcepten en (persoonlijke) referenties. Vanwege de combinatie van de werkelijkheidssituatie met het handelen zijn deze concepten betekenisvol. Leerlingen begrijpen wat ze doen en begrijpen daardoor ook het onderliggende concept. Deze begrippen zijn in eerste instantie situatie- en subjectgebonden. Door toepassing in verschillende vergelijkbare situaties worden concepten meer losgekoppeld van specifieke situaties en hierdoor breder inzetbaar.

Op school leren leerlingen rekenen uit een boek, maken zij ‘kale sommen’ en komen zij rekenopdrachten tegen in andere vakken. De opdrachten zijn kunstmatig, omdat ze zijn ontworpen voor gebruik op school. Dergelijke opdrachten bestaan meestal uit tekst en afbeeldingen, als weergave van de werkelijkheid. Leerlingen kunnen pas betekenis verlenen aan de rekenopdracht als de opdracht herkenbaar voor hen is. Die kans is het grootst als opdrachten aansluiten bij hun werkelijke leven of als zij in staat zijn zich te verplaatsen in de (kunstmatige) situatie die in de opdracht is

aangegeven. Dit vraagt van de leerlingen dat zij die situatie begrijpen door de objectieve feiten en niet alleen door het herkennen van de (subjectieve) beleving. Dit type opdrachten noemen we ‘objectgebonden’. Naarmate leerlingen ouder worden, kunnen zij beter afstand nemen van zichzelf. Ze kunnen zich beter verplaatsen in opdrachten die een werkelijkheidssituatie beschrijven waarvan zij zelf geen deel uitmaken.

Wat is de reistijd van huis naar school?

De afstand van huis naar school is ongeveer km

Hoelang doe je er ongeveer over?

a. met de auto

b. op de fiets

c. lopend

d. met de scooter

e. met openbaar vervoer

Afbeelding 6.1 Subjectgebonden rekenopdracht

Wat is de reistijd van Utrecht CS naar Bunnik NS?

Zoek op internet bij de ANWB de route van Utrecht CS naar Bunnik NS.

Hoelang doe je er ongeveer over?

a. met de auto

b. op de fiets

c. lopend

d. met openbaar vervoer



The map shows a route from Utrecht CS (Utrecht Central Station) to Bunnik NS (Bunnik Station). The route is highlighted in red and passes through several towns and roads. Utrecht is on the left and Bunnik is on the right.

Afbeelding 6.2 Objectgebonden rekenopdracht

Leerlingen functioneren in twee werelden: de werkelijke wereld waarin getallen voor hen een persoonlijke betekenis hebben (subjectgebonden) en de schoolwereld, die door anderen bedacht is en waarin getallen altijd een didactisch doel dienen (objectgebonden). Om deze twee werelden te verbinden maken auteurs van rekenboeken gebruik van ‘contexten’.

Contexten zijn weergaven van werkelijkheidssituaties. Ze zijn op de eerste plaats bedoeld om betekenis te kunnen verlenen aan de informatie waarmee de leerlingen gaan rekenen. Op de tweede plaats worden specifieke contexten geboden voor het (verder) ontwikkelen en gebruiken van rekenconcepten met bijbehorende oplossingsprocedures. Het tweede type contexten heeft meer een probleemkarakter, dat uitdaagt tot nadenken, onderzoeken en handelen op verschillende niveaus.

Goede contexten passen bij het doel waarvoor de leraar ze wil inzetten. Dat betekent dat de ene keer de betekenisverlening vooropstaat en een andere keer het ontwikkelen van oplossingsprocedures of de complexiteit van het probleem. Een context bestaat meestal uit een afbeelding van een (herkenbare) situatie, soms in combinatie met tekst. Contexten die alleen uit tekst bestaan doen een groter beroep op het voorstellingsvermogen (en het taalvermogen) van de leerling en vormen daarmee voor bepaalde leerlingen een struikelblok. Contexten helpen leerlingen het formele rekenen te begrijpen.

KERN Het rekenonderwijs kan niet zonder contexten

- Contexten vormen de brug tussen het formele rekenen op school en de wereld buiten de school.
- Zij zijn bruikbaar als zij passen bij de belevingswereld van de leerling.
- Zij activeren de leerling tot vertellen (verwoorden), visualiseren en redeneren, bij voorkeur in interactie met anderen.
- Zij zijn bedoeld voor het ontwikkelen van betekenisvolle rekenconcepten.
- Zij ondersteunen de leerling bij het (verder) ontwikkelen van oplossingsprocedures.
- Zij helpen de leerling bij het betekenis verlenen aan rekenhandelingen.

Naarmate leerlingen ouder worden, kunnen contexten complexer worden en kan er ook meer (en soms afleidende) informatie in zitten. Dit komt beter overeen met de overdosis informatie waar zij zich in het dagelijks leven doorheen moeten werken om de kern van een situatie te achterhalen. Leerlingen leren zo relevante informatie te herkennen en selecteren.

KERN Rekenzwakke leerlingen

Sommige leerlingen hebben moeite om zich te kunnen verplaatsen in situaties die zij niet zelf hebben meegemaakt. Opdrachten in rekenboeken of in andere boeken blijven opdrachten uit een boek. Zij kunnen hun eigen informele ervaringen niet direct koppelen aan de (formele) schoolse opdrachten. Zij ervaren dat als twee gescheiden werelden. Dit maakt dat zij moeite kunnen hebben met het begrijpen van rekenopdrachten in een boek. Voor leerlingen die bovendien veel moeite hebben met het lezen en begrijpen van teksten kan dat een struikelblok zijn.

Hier ontstaat een didactische valkuil. Bij deze rekenzwakke leerlingen maakt de leraar soms snel de stap naar 'kale sommen'. Dit leidt tot betekenisloos rekenen (goochelen met getallen) en kan de rekenzwakke leerling juist (verder) in verwarring brengen. De leerling verliest het doel (het kunnen toepassen in de echte wereld) uit het oog omdat hij zich niets bij de bewerking (oplossingsprocedure) kan voorstellen. Het rekenen bestaat dan alleen uit formele rekentaal.

Juist voor rekenzwakke leerlingen is het belangrijk dat zij de rekenopdrachten begrijpen door de inzet van goede (= voor hen betekenisvolle) contexten. Alleen zulke contexten helpen hen de stap te maken van het informele betekenisvolle rekenen naar het formeel rekenen (berekeningen uitvoeren en sommen maken). Hierbij spelen de ontwikkeling van taal, het visueel voorstellen en het begrijpen van oplossingsprocedures een cruciale rol.

Als een context van een rekenopdracht uit veel tekst bestaat, wordt de rekenopdracht een leesopdracht. Vaak gaat het hier alleen om een toelichting bij een (visuele) context. Bij een goede, visueel sterke context is tekst als toelichting overbodig. Voor rekenzwakke leerlingen kan veel of afleidende informatie in een context belemmerend werken. Voor hen is het beter om contexten te gebruiken met een goede afbeelding en weinig tekst, zodat zij de opdracht sneller doorzien en minder ballast in hun werkgeheugen hoeven op te slaan.



Hoe reist Nederland dagelijks naar het werk?

Ruim vijf miljoen mensen gaan elke dag naar hun werk. Zes op de tien mensen stappen dagelijks in de auto. Een kwart gaat met de fiets en 3 procent gaat lopend naar het werk. Nog geen 10 procent reist met het openbaar vervoer. Automobilisten rijden gemiddeld ruim 22 kilometer en doen daar een half uur over. Treinreizigers leggen met ruim 47 kilometer gemiddeld de langste afstand af en zijn daarvoor 67 minuten onderweg. Mensen die lopen zijn tien minuten bezig.
(Uit: CBS - 17/02/04)

Afbeelding 6.3 Visueel beeldende context en talige context

6.3 Ontwikkelen van rekenconcepten







Van oudsher is het rekenonderwijs sterk gericht op het aanleren van oplossingsprocedures om het goede antwoord op een som te vinden. In die benadering lijkt het alsof de leerling zich de benodigde rekenconcepten vanzelf eigen maakt door en tijdens het oplossen van rekenopdrachten. De didactiek van 'Zo doe je dat!'. Wellicht dat een sterke rekenaar dat op eigen kracht kan, maar de meeste leerlingen hebben hierbij gerichte ondersteuning nodig. Als een leerling procedures leert zonder de onderliggende rekenconcepten te begrijpen, doet dat een groot beroep op zijn geheugen in plaats van op zijn begrip. De kans op fouten en op vergeten 'hoe het moet' wordt groter.

De didactiek die dit protocol voorstaat, werkt anders. De leerling krijgt opdrachten vanuit goede contexten. Dit is een voorwaarde voor het ontwikkelen van betekenisvolle rekenconcepten. Hierdoor ontwikkelt de leerling inzicht. Dit inzicht dient vervolgens als basis om de aanpak van een bepaald type opdracht in herinnering te roepen.

Een voorbeeld is de manier waarop inzicht in en rekenen met breuken en verhoudingen worden geïntroduceerd. Deze start gebeurt dikwijls met behulp van de 'pizzacontext'. De hierbij behorende oplossingsprocedures worden aanvankelijk geoefend met afbeeldingen. Deze zijn een weergave van verschillende situaties waarin pizza's eerlijk worden verdeeld onder een aantal personen. De leerlingen leren daarbij berekeningen uitvoeren door te tekenen en resultaten te noteren. Afgeleid van dergelijke concrete contexten ontwikkelen leerlingen denkmodellen die het oplossen van rekenvraagstukken rondom breuken ondersteunen.

Rekenboeken bieden denkmodellen aan die zijn gebaseerd op dergelijke contexten, zoals bijvoorbeeld het denkmodel van de pizzacontext (het pizzamodel). Aanvankelijk zijn denkmodellen vrij concreet: het object of de situatie is zichtbaar of voorstelbaar. Daarna worden de modellen meer schematisch en de oplossingsprocedures steeds formeler. Geleidelijk aan raken leerlingen steeds meer vertrouwd met de formele bewerkingen met breuken en neemt het schematiseren af. Dan kunnen zij ook zonder contexten en zonder ondersteuning van tekeningen of denkmodellen formele bewerkingen uitvoeren.

Hoeveel krijgt ieder?

	 $\frac{1}{2}$ ieder krijgt pizza
	 $\frac{1}{4}$ ieder krijgt pizza
	 $\frac{1}{3}$ ieder krijgt pizza

Afbeelding 6.4 Het pizzamodel

Naarmate een leerling meer rekenervaring heeft opgebouwd kan hij meer afstand nemen van de concrete situatie (objectiveren, objectgebonden). Hij kan zelf een afbeelding of een model maken of er een gebruiken. Hiermee kan hij de situatie voorstellen of visualiseren via bijvoorbeeld een foto of tekening, een strook, een lijn of een cirkel. Naarmate de leerling verder vordert in rekenen, kan hij zich steeds gemakkelijker voorstellen wat er gevraagd wordt en begrijpen wat de onderlinge relatie is tussen de gegevens (de getallen) uit de opdracht.

Bij het herhalen en verder ontwikkelen van rekenconcepten (bijvoorbeeld breuken en procenten) is het nodig om deze stappen telkens weer opnieuw uit te voeren. De leraar laat de leerling zich eerst inleven in de situatie (subjectgebonden), vervolgens laat hij hem zich deze situatie concreet voorstellen en daarna weergeven in een afbeelding of een model (objectgebonden). Deze stappen koppelt hij vervolgens of tegelijkertijd aan het formele rekenen.

KERN Rekenzwakke leerlingen

Rekenzwakke leerlingen in het vo hebben vaak vanaf de eerste jaren dat ze hebben leren rekenen in het basisonderwijs een zwakke basis opgebouwd voor het formele rekenen. Zij hebben moeite met het begrijpen van rekenopdrachten en met name om zelf te herkennen en verwoorden hoe zij het meer concrete informele handelen kunnen koppelen aan of vertalen in formele bewerkingen. Hierdoor ontstaan onvolledige, gebrekkige concepten die leiden tot fragmentarische kennis en een zwakke rekenkundige basis. Deze zwakke basis is belemmerend voor het ontwikkelen van meer complexe begrippen als breuken, procenten, oppervlakte en 'rekenen met schaal'.

Rekenzwakke leerlingen blijken minder in staat te zijn om het geleerde in relevante, associatieve netwerken (paragraaf 8.2) op te slaan in hun geheugen. Dit komt doordat zij de onderlinge samenhang tussen bepaalde concepten missen. Zij zien bijvoorbeeld de samenhang niet tussen tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Of de samenhang tussen breuken en decimale getallen. Hierdoor kunnen zij de informatie gebrekkig onthouden. Dit belemmert het verder ontwikkelen en gebruiken van deze rekenconcepten.

Voor rekenzwakke leerlingen blijft het vormen en verbinden van rekenconcepten een belangrijk aandachtspunt gedurende hun hele schoolloopbaan.

6.4 Ontwikkelen van rekentaal

Rekenen kan niet zonder taal. Taal is het middel om de betekenis van situaties en rekenhandelingen te benoemen en daarover te communiceren (semantiseren). Deze taal is ook nodig om na te denken over rekensituaties en verbanden te leren herkennen.

De ontwikkeling van taal en rekenen gaan hand in hand door spontane interactie en communicatie tussen leerlingen en volwassenen en tussen leerlingen onderling. In het onderwijs wordt bij het rekenen naast de algemene (meer informele) *communicatietaal* ook specifieke *rekentaal* gebruikt. Leraren gebruiken bovendien een meer formele *instructietaal* (schooltaal) tijdens de lessen.

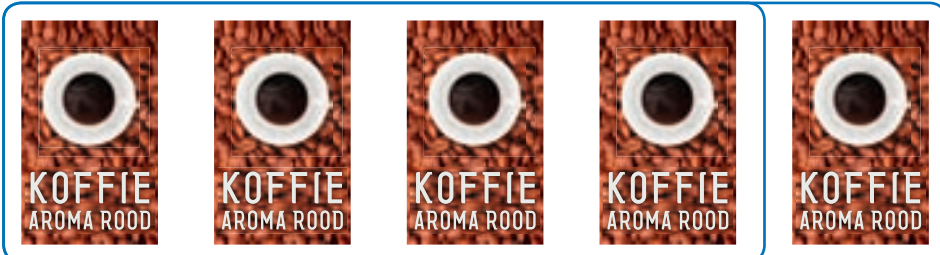
In het algemeen gebruiken leerlingen *communicatietaal* om te vertellen wat ze doen en om met elkaar te overleggen. Daarbinnen gebruiken ze de *rekentaal* om rekenconcepten te verduidelijken en om formele bewerkingen, notaties en de daarbij behorende symbolen te benoemen (optellen, aftrekken, breuken, procenten; +, -, $\frac{1}{2}$, %, =, ≈, >, < enzovoort). Rekentaal gebruikt de leerling voor het begrijpen van en het verlenen van betekenis aan situaties waarin rekenhandelingen en bewerkingen worden uitgevoerd. Rekentaal ontwikkelt zich (verder) door dergelijke rekenhandelingen en bewerkingen te verrichten en erover te praten.

Rekenkundig denken speelt zich af in het hoofd van de leerling. De leraar probeert de leerling te laten expliciteren wat hij zich bij een situatie (context) voorstelt en hoe hij een opdracht uitwerkt. Hij laat de leerling vertellen, hardop denkend een opdracht uitvoeren (bijvoorbeeld de lengte en breedte van het lokaal opmeten) en laat hem tekenen of schematiseren. Daarmee laat de leerling *zien* of hij een situatie begrijpt. Aan de taal die de leerling gebruikt om zijn rekenactiviteiten toe te lichten kan de leraar *horen* of de leerling de situatie (context), het doel van de rekenopdracht en de gebruikte oplossingsprocedure begrijpt.


Een leerling heeft echt begrepen wat er in een opdracht gevraagd wordt als hij zelf een formele bewerking kan toelichten en daar een voorbeeld (context) bij kan bedenken en de context eventueel kan tekenen.

Discussies tussen leerlingen over rekenactiviteiten, bijvoorbeeld hoe zij een probleem oplossen, stimuleert de ontwikkeling en het gebruiken van rekentaal en daardoor tevens het rekenkundig redeneren.

Welke aanbieding heb je liever?



1 Vijf halen, vier betalen!
2 Vier betalen plus één gratis!



Afbeelding 6.5 Rekenkundig redeneren

Tijdens de lessen maken de leraar en de leerlingen gebruik van *instructietaal*. Dit is de taal die de leraar gebruikt om iets uit te leggen, opdrachten te geven en te bespreken (bijvoorbeeld huiswerk). Het is ook de taal om samen met de leerlingen te reflecteren op wat zij hebben gedaan en hoe, en om het resultaat te beoordelen. Voor leerlingen die auditief en verbaal zwak zijn, is het van belang mondelinge instructie visueel te ondersteunen met voorwerpen en gebaren, afbeeldingen, schema's en woorden op het bord. Digiborden zijn een uitstekend hulpmiddel voor visuele ondersteuning bij instructie.

Rekenzwakke leerlingen

Communicatietaal, rekentaal en instructietaal worden altijd door elkaar gebruikt tijdens de rekenles. Voor leerlingen die zwak zijn in taal en problemen hebben met lezen is visuele ondersteuning belangrijk.

Voor rekenzwakke leerlingen is het van belang dat zij rekentaal en instructietaal leren onderscheiden. De leraar maakt systematisch verschil tussen beide. Hij gebruikt rekentaal om bijvoorbeeld concepten op te roepen (*Waarom denk je als je $\frac{1}{3}$ ziet?*). Instructietaal gebruikt de leraar om iets uit te leggen en om opdrachten te geven (*Kun je een tekening maken bij deze opdracht?*). Bij rekentaal is het belangrijk dat de begrippen eenduidig worden gebruikt. Ook instructietaal moet helder en duidelijk zijn en wordt bij voorkeur visueel ondersteund. Communicatietaal is spontaan en flexibel.

6.5 Samenhang bij begripsvorming als geheel

Het verlenen van betekenis, het ontwikkelen en gebruiken van rekenconcepten en van rekentaal vormen één geheel. Dit noemen we 'begripsvorming'. In deze paragraaf bespreken wij de samenhang.

Leerlingen ontwikkelen geleidelijk aan steeds meer begrip van belangrijke rekenconcepten. Zij ontdekken de betekenis van het getallensysteem, eigenschappen van en verbanden tussen getallen en bewerkingen (Dolk, 2005). Leerlingen verwerven deze inzichten in betekenisvolle situaties. Bij veel leerlingen ligt het *begrijpen* nog vaak op het niveau van het ervaren in een werkelijke situatie (subjectgebonden). Begrip ontstaat geleidelijk door experimenteren, reflectie, interactie (uitleggen aan iemand anders), toepassen in andere situaties (transfer) en door oefenen (subjectgebonden). Naarmate leerlingen meer concrete ervaringen opdoen, kunnen zij op een meer voorstelbare manier omgaan met die ervaringen. Ze hebben deze concrete situaties minder nodig en het wordt makkelijker om complexere en meer abstracte begrippen te ontwikkelen (objectgebonden).

Bij een doorgaande rekenontwikkeling gaan toenemende *begripsontwikkeling* en *semantisering* (ontwikkeling van rekentaal) hand in hand (Nelissen, Boswinkel & De Goeij, 2007). Leerlingen maken zich steeds meer rekenconcepten eigen en gaan de eigenschappen van en relaties tussen getallen en bewerkingen op een steeds formeler niveau begrijpen. Zij ontwikkelen getalnetwerken die zij gebruiken voor het uitvoeren van oplossingsprocedures. Deze ontwikkeling start in het basisonderwijs en zet zich voort in het vo. Dit is de basis voor functionele gecijferdheid.

Voorbeelden van eigenschappen van en relaties tussen getallen en bewerkingen zijn:

- de rekenconcepten rondom eenheden, tientallen, honderdtallen, de betekenis van de nul en het doorzien van getalstructuren (verschil tussen 3047 en 347);
- het onderscheid en de samenhang tussen hele getallen, breuken en decimale getallen;
- de samenhang tussen breuken, decimale getallen en procenten als onderdeel van verhoudingen;
- het matensysteem van lengte, gewicht en inhoud en de onderlinge relatie van deze maten binnen het metriek stelsel;
- rekenen met geld, tijd en temperatuur;
- concepten als oppervlakte, schaal, kwadraat, kubieke meter, snelheid per uur, windkracht enzovoort.

6.6 Signalering bij begripsvorming

S1 – Problemen met het verlenen van betekenis

Rekenzwakke leerlingen hebben moeite met het verlenen van betekenis aan getallen. Contexten helpen de leerling de stap te maken van het informele betekenisvolle rekenen naar het formele, abstracte rekenen (berekeningen uitvoeren en sommen maken). Hierbij spelen de ontwikkeling van taal, het visueel voorstellen en oplossingsprocedures een cruciale rol.

S2 – Gebrekkige conceptvorming

Rekenzwakke leerlingen hebben vaak moeite met de ontwikkeling van goede rekenconcepten. De koppeling van het concrete handelen aan formele bewerkingen en de daarbij passende rekentaal gaat niet vanzelf. Hierdoor kunnen gebrekkige concepten ontstaan. Een zwakke basis kan met name belemmerend zijn bij het ontwikkelen van complexere begrippen als breuken en procenten. Voor rekenzwakke leerlingen blijft conceptvorming een struikelblok gedurende hun hele schoolloopbaan. Dit is een signaal voor mogelijke stagnatie in de rekenontwikkeling.

6.7 Begeleiding bij begripsvorming

- Bij begeleiding in de klas gaat het er in de eerste plaats om een omgeving te creëren waarin leerlingen met plezier rekenen en kunnen experimenteren met materialen en modellen. De volgende algemene adviezen kunnen hierbij van dienst zijn.
 - Breid de instructietijd zodanig uit dat er voldoende gelegenheid is om aanvullende, specifieke instructie te geven, afgestemd op de individuele leerling.
 - Zorg voor een cultuur waarin het verlenen van betekenis en het koppelen van het informele rekenen aan het formele rekenen een vanzelfsprekend onderdeel is.
 - Benut concrete ervaringen van de leerlingen en toepassingen in andere vakken als contexten.
 - Zorg voor voldoende tijd en rust zodat de leerlingen een nieuw onderwerp in de vingers kunnen krijgen. Belangrijk is dat leerlingen hierbij redeneren, (aan elkaar) uitleggen, fouten durven maken, afwisselend alleen en in tweetallen/groepjes werken, zelfstandig nadenken en ook zelf oplossingen bedenken.
 - Besteed zorgvuldig aandacht aan rekentaal. Laat de leerlingen vertellen/verwoorden in combinatie met doen, tekenen en schematiseren (visualiseren/voorstellen). Dit gebeurt in gesprek met de leraar en medeleerlingen. Rekenzwakke leerlingen hebben belang bij eenduidig taalgebruik; gebruik steeds dezelfde omschrijving van eenzelfde begrip.
 - Wees uitnodigend, bevragend en spiegelend. Stimuleer de leerling, opper mogelijke procedures die aansluiten bij wat hij al weet en help hem nieuwe procedures ontdekken. *Kan het ook anders?*
 - Maak gebruik van aanknopingspunten die rekenboeken bieden bij bepaalde activiteiten.
 - Besteed aandacht aan het associatief oefenen. Laat de leerling voortdurend de samenhang tussen de verschillende rekenconcepten en bewerkingen zien en ervaren. Bijvoorbeeld de samenhang tussen breuken, decimale getallen en procenten. Weten dat $\frac{3}{4}$ hetzelfde is als 0,75 of 75%. Hierdoor ontwikkelen leerlingen steeds weer betekenisvolle associatieve getallennetwerken.
- Houd er rekening mee dat bij de begeleiding van rekenzwakke leerlingen verbetering van hun begripsvorming altijd aandacht nodig heeft. Dit geldt zowel voor de betekenisverlening als voor het ontwikkelen van de rekenconcepten en het gebruik van rekentaal.

- Besteed gericht aandacht aan het onthouden van informatie tijdens de verkenning van nieuwe onderwerpen. Sluit aan bij de voorkennis van de leerlingen, maar laat hen die wel eerst zelf activeren. Oefen met het bewust benoemen van de samenhang tussen de verschillende concepten en laat hiermee ook associatief oefenen. Hierbij gaat het met name om de volgende punten:
 - Het verwerven van inzicht in getalstructuren, eigenschappen van getallen en de basisbewerkingen, procedures van de basisbewerkingen cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, breuken en decimale getallen, verhoudingen en procenten, het metriek stelsel, het bepalen van referentiepunten bij schattend rekenen.
 - Het verwerven van inzicht in de samenhang daartussen, bijvoorbeeld tussen de basisbewerkingen onderling, verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten, de maateenheden binnen het metriek stelsel.

7 **Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures**

Goede oplossingsprocedures vormen de basis van goede rekenvaardigheid.



7.1 Oplossingsprocedures

De eerste Hoofdlijn (zie afbeelding 5.2) bij het leren rekenen is het verlenen van betekenis aan reken-situaties en de conceptontwikkeling. In de schoolsituatie gebeurt dat door te werken met 'contexten'. Contexten bieden de leerling de mogelijkheid om oplossingsprocedures te ontwikkelen die gebaseerd zijn op begrip. Daardoor krijgt het formele rekenen betekenis voor de leerlingen. Contexten verbinden de eerste Hoofdlijn met de tweede. De tweede Hoofdlijn is het (verder) ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures. De oplossingsprocedures waar het hier om gaat zijn:

- basisbewerkingen;
- complexere bewerkingen;
- hoofdrekenen en rekenen op papier;
- schatten en precies rekenen;
- werken met een rekenmachine en met een spreadsheet.

Het beheersen van de basisbewerkingen (tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) is voorwaarde voor het kunnen uitvoeren van alle berekeningen. Na de basisbewerkingen volgen de (complexere) bewerkingen met verhoudingen, breuken, decimale getallen, procenten en berekeningen met tijd, geld en maateenheden. Veel rekenopdrachten bestaan uit samengestelde bewerkingen waarbij leerlingen meer denkstappen en handelingen moeten uitvoeren.

Bij het uitvoeren van bewerkingen op papier onderscheiden we enerzijds het gebruik maken van standaardalgoritmes en anderzijds het 'handig rekenen'. Bij handig rekenen bedenken de leerlingen zelf berekeningen bij rekenopdrachten en rekenen zij deze op een eigen wijze uit. Bij een goede rekenvaardigheid is het handig rekenen gebaseerd op kennis van eigenschappen van en inzicht in relaties tussen getallen en bewerkingen.

Bij alle bewerkingen maken we onderscheid tussen schatten en precies rekenen. Het rekenen met mooie getallen is de basis voor schattend rekenen. In het dagelijks leven zijn verschillende situaties denkbaar waarin schattend rekenen voldoende is, zoals tijdens het winkelen overzien of je genoeg geld bij je hebt om de boodschappen in je winkelwagen te betalen. Dit schattend rekenen doen we meestal uit ons hoofd.

Bewerkingen op papier zijn meestal bedoeld voor het uitvoeren van precieze berekeningen. Hierbij is het van belang dat we een bewerking kiezen waarvan we van tevoren weten dat het antwoord gaat kloppen als we de berekening goed uitvoeren. Soms is daarvoor een algoritme de juiste keuze. In een andere situatie kan het zijn dat handig rekenen tot een snel en goed antwoord leidt.

Naast het rekenen uit het hoofd en op papier is het ook van belang dat de leerling een rekenmachine kan gebruiken bij het uitvoeren van bewerkingen. Ook kan de leraar overwegen om leerlingen met een spreadsheet te laten werken. Dit doet een beroep op goed ontwikkelde rekenconcepten en leidt tot werkelijke verdieping van rekenkennis en vaardigheden. In havo en vwo zijn leerlingen zeker in staat om hiermee aan de slag te gaan.

7.2 Basisbewerkingen

De basisbewerkingen van oplossingsprocedures bestaan uit tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Kennis van en inzicht in het tientallig stelsel (eenheden, tientallen, honderdtallen, duizendtallen enzovoort) is voorwaarde om de basisbewerkingen te kunnen uitvoeren. Alle leerlingen hebben hiermee leren werken in het basisonderwijs. In het vo wordt ervan uitgegaan dat leerlingen de waarde van de cijfers in een getal kunnen benoemen. Zij begrijpen wat er gebeurt als getallen worden opgeteld, afgetrokken, vermenigvuldigd of gedeeld. Tevens wordt verondersteld dat zij vlot kunnen tellen vanaf elk willekeurig getal. De betere leerlingen beschikken meestal over een goede kennis van het getallensysteem. Zij beheersen de basisbewerkingen. Voor hen is het voldoende om de basisbewerkingen te consolideren en te onderhouden.

KERN

Rekenzwakke leerlingen

Rekenzwakke leerlingen hebben over het algemeen nog veel behoefte aan visuele ondersteuning bij het formele rekenen. Zij hebben vaak nog onvoldoende inzicht ontwikkeld in het getallensysteem, met name bij het rekenen met getallen boven de honderd en duizend. Zij hebben hierdoor een zwak fundament voor het uitvoeren van de basisbewerkingen.

Leerlingen die de structuur van getallen niet begrijpen, kunnen moeite hebben met het uitspreken en schrijven van grotere getallen en met het maken van berekeningen. Een getal als tienduizend vierentwintig, bijvoorbeeld, schrijven zij als 1024 in plaats van 10.024. Het HTE-model (honderdtallen, tientallen, eenheden) en de daarop aansluitende vervolgmogelijken zoals het DHTE- en het TDHTE-model kunnen ondersteuning bieden bij het uitvoeren van bewerkingen. De leraar kan deze modellen ook gebruiken bij optellen, aftrekken en vermenigvuldigen.

HTE-model en DHTE-model

H	T	E
321		
3	0	0
	2	0
		1

D	H	T	E
4321			
4	0	0	0
	3	0	0
		2	0
			1

Afbeelding 7.1 HTE-model en DHTE-model

Als de leerling de basisbewerkingen onvoldoende beheerst, wordt ook het leren en gebruiken van de tafels problematisch. Rekenzwakke leerlingen tonen soms gebrekkige kennis van de tafels.

Rekenzwakke leerlingen hebben vaak fragmentarische kennis en gebrekkige oplossingsprocedures ontwikkeld. Daardoor missen zij de basis en worden zij min of meer geforceerd om zonder inzicht op een formeel niveau te werken. Wanneer zij proberen om onbegrepen procedures uit te voeren, gaan zij goochelen met getallen. Dit levert een grote belasting van het geheugen op, waardoor verwarring kan ontstaan.

Een gebrekkige beheersing van de basisbewerkingen kan leiden tot een stagnerende ontwikkeling van het rekenen.

7.3 Complexere bewerkingen

Beheersing van de basisbewerkingen is voorwaarde om complexere bewerkingen uit te voeren. Complexere bewerkingen bestaan uit onderlinge combinaties van basisbewerkingen. Dit kunnen bijvoorbeeld combinaties zijn van basisbewerkingen met bewerkingen uit de domeinen verhoudingen, meten en meetkunde en tot slot verbanden. Hierbij gaat het met name om berekeningen met breuken, decimale getallen, procenten en om schaalberekeningen. Kennis en begrip van verhoudingentaal is hierbij voorwaardelijk, bijvoorbeeld het verschil weten tussen één op de vier en één op vier.

Bij breuken en decimale getallen gaat het om het verwerven van inzicht in en het rekenen met kernbegrippen als de helft, een kwart, een tiende, een vijfde, een derde. Dit gebeurt in het basisonderwijs op informele wijze en met ondersteuning van afbeeldingen en denkmodellen. In het vo is herhaling hiervan nog vaak gewenst en soms noodzakelijk.

Het verwerven van inzicht in decimale getallen, bijvoorbeeld, wordt meestal gekoppeld aan het rekenen met geld en aan meten. Het is niet vanzelfsprekend dat de leerling tegelijkertijd ook de samenhang met breuken en procenten leert begrijpen. De leraar moet die samenhang steeds blijven benadrukken. De leerling weet bijvoorbeeld dat een halve euro hetzelfde is als 50 cent en dat je dat schrijft als € 0,50. Zo ook dat 10 cent geschreven wordt als € 0,10 en dat dit een tiende deel is van een euro. De leerling leert ook dat $\frac{1}{10}$ deel hetzelfde is als 10% van iets. Bij het uitvoeren van berekeningen op de rekenmachine kan de leerling hierbij vermenigvuldigen met decimale getallen, bijvoorbeeld 0,10 keer een getal om een percentage van 10% uit te rekenen of 0,9 keer een bedrag om een prijs met een korting van 10% uit te rekenen.

Het uitvoeren van bewerkingen met breuken, decimale getallen en procenten kan alleen tot goede resultaten leiden als leerlingen ook echt inzicht hebben in deze concepten en de onderlinge samenhang doorzien.

Bij het domein meten en meetkunde is het van belang dat leerlingen zelf voldoende experimenteren met lengte, gewicht en inhoud. Zij leren maten aflezen, benoemen en vergelijken en kunnen berekeningen met maten uitvoeren. Zij raken zo steeds beter vertrouwd met meten en maten. Het metriek stelsel blijkt voor veel leerlingen een ingewikkeld systeem te zijn. Bij rekenen met maten komen ook complexere berekeningen aan de orde, zoals het berekenen van omtrek en oppervlakte, rekenen met schaal, rekenen met inhoud en volume. Veel leerlingen hebben hier nog veel moeite mee. Ook het omrekenen van maten vraagt blijvend onderhoud. Denk bijvoorbeeld aan het omrekenen van kilometers naar meters en omgekeerd, of van centiliters naar liters. Dit geldt ook voor het rekenen met geld en tijd.

Kennis van en gevoel voor referentiematen kunnen de leerling helpen bij het rekenen met maten. Weten dat een liter water of een liter melk in een melkpak van 1 liter (1000 ml) past en dat dit een kilo (= 1000 gram) weegt. Verbindingen leggen tussen een halve kilo en een halve liter. Ook weten dat een kilometer even lang is als 1000 meter en dat een deur ongeveer 2 meter hoog is.

KERN

Rekenzwakke leerlingen

Met name voor rekenzwakke leerlingen is het van belang om een zorgvuldig uitgelĳnd programma aan te bieden waarbij zij systematisch kennismaken en leren rekenen met de basiskennis binnen het domein verhoudingen en het domein meten en meetkunde.

Voldoende aandacht en tijd voor conceptontwikkeling is voorwaarde om complexere berekeningen op het terrein van breuken, procenten, verhoudingen, decimale getallen en meten te kunnen uitvoeren. Het leren van oplossingsprocedures bij complexere bewerkingen vraagt veel zorgvuldige aandacht en kost tijd.

7.4 Hoofdrekenen en rekenen op papier

Alle leerlingen hebben in het basisonderwijs leren hoofdrekenen. Deze vaardigheid is van belang bij het uitvoeren van snelle berekeningen in dagelijkse situaties, met name met mooie getallen. Hierbij is veel aandacht besteed aan het kunnen gebruiken van eigenschappen van getallen en bewerkingen en van relaties tussen bewerkingen. Dit leidt tot *handig rekenen*. Zie bijvoorbeeld afbeeldingen 7.2 en 7.3.

$$8 \times 250 = 4 \times 500 = 2 \times 1000 = 2000$$

Afbeelding 7.2 Verdubbelen en halveren

Getallen die eindigen op een 0 of een 5 zijn altijd deelbaar door 5.
 Als je een getal met 5 vermenigvuldigt, eindigt de uitkomst altijd op een 0 of een 5.
 Bij het vermenigvuldigen van oneven getallen met 5 eindigt de uitkomst altijd op een 5.
 Bij het vermenigvuldigen van even getallen met 5 eindigt de uitkomst altijd op een 0 (een tiental).

Bij de even getallen die worden vermenigvuldigd met een 3 (3, 13, 23, 33 enzovoort) is de uitkomst altijd een even getal.
 Bij de oneven getallen die worden vermenigvuldigd met een 3 (3, 13, 23, 33 enzovoort) is de uitkomst altijd een oneven getal.

De regel hierbij is:

even x even = even
 oneven x oneven = oneven
 even x oneven = even

Afbeelding 7.3 Eigenschappen van bewerkingen

Bij het hoofdrekenen met grotere getallen en complexere bewerkingen mogen leerlingen een kladblaadje gebruiken. Verondersteld wordt dat een leerling bewerkingen als 5×125 uit het hoofd kan uitrekenen. Hierbij kan hij tussenstappen onthouden of even noteren op een kladblaadje, bijvoorbeeld: $500+125$ of $250+250+125$.

Daarnaast heeft de leerling geleerd om bewerkingen op papier uit te voeren. Dit kan op basis van standaardprocedures en algoritmes (cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) of aan de hand van vrije bewerkingen. Cijferen wordt uitgevoerd met behulp van *algoritmes*. Een algoritme is een vaste procedure die altijd leidt tot de juiste oplossing. De stappen binnen een algoritme worden in een vaste volgorde uitgevoerd.

Bij het traditionele cijferen en ook bij het kolomsgewijs cijferen blijft inzicht een noodzakelijke basis. Een belangrijk aanknopingspunt is dat de leerling kan vertellen wat er gebeurt tijdens het uitvoeren van het algoritme. Welke stappen neemt hij en waarom?

Goed uitgevoerde algoritmes zijn efficiënt omdat ze leiden tot het juiste antwoord. Onbegrepen algoritmes zijn foutgevoelig en doen een groot beroep op het geheugen.

Van belang is bijvoorbeeld dat de leerling doorziet dat er bij een staartdeling helemaal niet wordt gedeeld. Het grootste getal wordt wel gedeeld door het kleinste getal (de deler) of omgekeerd, maar de uitvoering van de procedure bestaat alleen uit vermenigvuldigen en aftrekken.

Staartdeling

3704:8 =

Lange staart	Korte staart	Traditionele staartdeling
$\begin{array}{r} 8 \overline{) 3704} \\ \underline{3200} \\ 504 \\ \underline{400} \\ 104 \\ \underline{80} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \overline{) 3704} \\ \underline{3200} \\ 504 \\ \underline{480} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \overline{) 3704} \quad 463 \\ \underline{32} \\ \underline{50} \\ \underline{48} \\ \underline{24} \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$
$\begin{array}{r} 400 \\ 50 \\ 10 \\ 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 400 \\ 60 \\ 3 \end{array}$	
$\begin{array}{r} 463 \\ 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 463 \\ 3 \end{array}$	

Afbeelding 7.4 Staartdeling

De betere leerling zal deze procedures beheersen. De vaardigheid bij zowel het hoofdrekenen als het rekenen op papier vraagt om blijvend oefenen, onderhouden en consolideren. Dat geldt voor alle leerlingen. Daarnaast kunnen leerlingen bij complexere bewerkingen ter ondersteuning een rekenmachine gebruiken (zie paragraaf 7.6).

KERN

Rekenzwakke leerlingen

Voor rekenzwakke leerlingen kan hoofdrekenen een groot probleem zijn. Leerlingen die onvoldoende vertrouwd zijn met het getallensysteem en die de basisbewerkingen onvoldoende beheersen, kunnen onzeker raken. Voor hen is een kladblaadje altijd wenselijk. Hiermee hangt samen dat rekenzwakke leerlingen problemen ervaren met het verwerven van complexe procedures zoals algoritmes. Zij lopen vast bij het uitvoeren daarvan. Voor hen kan de rekenmachine een goed alternatief zijn. Toch is het raadzaam om ook de rekenzwakke leerlingen vooral bij bewerkingen met ‘mooie getallen’ eerst uit het hoofd of op papier te laten rekenen en daarna hun berekening te laten controleren met de rekenmachine.

7.5 Schatten en precies rekenen

Goede rekenaars zijn in staat om in een situatie te bepalen of zij een precieze berekening moeten uitvoeren of dat een schatting voldoet. Schattend rekenen is ook van belang om te kunnen bepalen of een precieze berekening tot de juiste uitkomst heeft geleid. Goed kunnen schatten is echter niet hetzelfde als raden. Een goede schatting is gebaseerd op kennis van eigenschappen van getallen en bewerkingen en op referentiepunten en referentiematen. Zie bijvoorbeeld afbeeldingen 7.2 en 7.3. Hiervoor is het nodig dat leerlingen kunnen rekenen met mooie ronde getallen, afronden, verdubbelen en halveren, tweelingsommen maken ($4 \times 6 = 6 \times 4$), vermenigvuldigen met een factor 10 enzovoort. Zij kunnen in een situatie waarin geschat moet worden snel bepalen welke referentiepunten zij nodig hebben en welke berekening daarbij past.

KERN

Rekenzwakke leerlingen

Voor rekenzwakke leerlingen is schattend rekenen een groot probleem. Door hun gebrekkige kennis van het getallensysteem en onvoldoende beheersing van de basisbewerkingen is het voor hen haast ondoenlijk om op adequate wijze een schatting te maken. Alleen bij eenvoudige bewerkingen zoals optellen van twee getallen die mooi kunnen worden afgerond, bijvoorbeeld $96 + 196$, is een schatting op basis van afronden nog te overzien. Afronden op honderdtallen of tientallen lukt nog wel. Bij complexere bewerkingen zullen deze leerlingen meer baat hebben bij precieze berekeningen of een rekenmachine.

7.6 Werken met de rekenmachine

Voor het uitvoeren van complexere bewerkingen zijn veel leerlingen gebaat bij het goed kunnen inzetten van de rekenmachine. Om het trucmatig handelen te voorkomen is het van belang dat de leraar voortdurend koppelingen legt met hoofdrekenen en met bewerkingen op papier. Daarbij doet hij een beroep op onderliggend inzicht in oplossingsprocedures. Zonder dit inzicht is het niet mogelijk zinvol en effectief gebruik te maken van de rekenmachine.

Het gebruiken van een rekenmachine is voor de meeste leerlingen vooral een hulpmiddel voor:

- het controleren van berekeningen op papier en uit het hoofd;
- het snel en met inzicht kunnen rekenen;
- het uitvoeren van complexere berekeningen en rekenen met lastige getallen, vooral in functionele situaties;

- het compenseren van onvoldoende beheerste oplossingsprocedures;
- het controleren van schattingen.

Berekeningen uitvoeren met de rekenmachine gaat vaak ook veel sneller dan het uitvoeren van berekeningen op papier of uit het hoofd. De uitkomsten zijn ook betrouwbaar, mits de leerling de handelingen goed weet uit te voeren.

Om effectief en adequaat gebruik te kunnen maken van de rekenmachine is beheersing van de basisbewerkingen noodzakelijk. Het gebruiken van een rekenmachine zonder elementaire kennis van de onderliggende principes, rekenregels en basisbewerkingen, kan leiden tot trucmatig handelen.

KERN Elementaire rekenkennis

Met elementaire rekenkennis wordt, conform centrale richtinggevende documenten zoals de kerndoelen, TAL, TULE en het Referentiekader Rekenen, bedoeld:

1. begrip van getallen en bewerkingen;
2. basiskennis ten aanzien van elementaire rekenfeiten en hoofdrekenstrategieën in het getallengebied tot 100 en daarboven;
3. kennis van rekenprocedures op papier (cijfermatig of minder verkorte vormen daarvan) voor gehele getallen, en voor eenvoudige kommagetallen, breuken en procenten;
4. kennis van schatstrategieën, werkwijzen bij het afronden van getallen en procedures om de ene getalsoort (breuken) om te zetten in een andere (decimale getallen).

Dit alles geldt zowel met betrekking tot kale opgaven als toepassingssituaties.

Ceciteerd naar SLO (2012, p. 6).

Bij het uitrekenen van bijvoorbeeld 10% korting met behulp van een rekenmachine heeft de leerling inzicht in het begrip korting en procenten. Hij kan uit zijn hoofd of op papier met mooie percentages rekenen (bijvoorbeeld 10%, 20%, 50%, 25%).

De betere leerlingen zijn in staat om bijvoorbeeld 10% korting zelf uit het hoofd of op papier uit te rekenen en daarna het nieuwe bedrag te berekenen. Zij kunnen dit doen door bijvoorbeeld het bedrag te delen door 10 en daarna het percentage (de korting) af te trekken. Zij kunnen daarbij ter controle de rekenmachine gebruiken.

Op de rekenmachine hoeft de leerling alleen maar in te tikken: bedrag – 10%. De rekenmachine geeft vervolgens het juiste antwoord. Ook kan de berekening worden uitgevoerd via de 1%-regel (delen door 100 x percentage). Daarna volgt altijd nog de laatste stap voor het bepalen van het juiste antwoord: het aftrekken. Een andere mogelijkheid is gebruik te maken van decimale getallen: bedrag x 0,9. Begrijpt de leerling waarom hij hier 0,9 kan intikken?

De rekenmachine bevordert zo het ‘handig rekenen’. Ook voor complexe berekeningen kan de leerling leren om de rekenmachine verstandig te gebruiken. Het is niet de bedoeling dat de leerling klakkeloos alle bewerkingen met de rekenmachine gaat uitvoeren. Het is echter ook niet verstandig om de leerling te verbieden met de rekenmachine te werken. Een verstandig gebruik en afwisselend rekenen uit het hoofd, op papier en met de rekenmachine, of combinaties daarvan, is wenselijk. Stimuleer vooral het hoofdrekenen met mooie ronde getallen, ook als schatting voorafgaand aan een precieze berekening of ter controle van een berekening.

KERN
Rekenzwakke leerlingen

Rekenzwakke leerlingen mogen de rekenmachine gebruiken ter compensatie van onvoldoende beheerste oplossingsprocedures. Dit zijn vaak de leerlingen die er niet in slagen de basisbewerkingen voldoende te automatiseren en te memoriseren, zoals bijvoorbeeld de tafels, maar die wel inzicht hebben in rekenen. Het zijn meestal de leerlingen die een goed begrip hebben van en inzicht in bijvoorbeeld concepten als breuken en procenten. Zij gebruiken de rekenmachine omdat ze niet in staat zijn om berekeningen op papier of uit het hoofd foutloos uit te voeren. De rekenmachine biedt hen goede mogelijkheden om toch goed te rekenen. Doordat alle leerlingen regelmatig met de rekenmachine werken, zijn de rekenzwakke leerlingen die de rekenmachine ter compensatie gebruiken, geen uitzondering in de groep en vallen zij minder op tijdens de rekenles. Dit bevordert hun zelfvertrouwen.

7.7 Signalering bij oplossingsprocedures

S₃ – Problemen met het verwerven en consolideren van de basisbewerkingen

Rekenzwakke leerlingen bouwen een zwakke basis op voor het formele rekenen omdat de begripvorming gebrekkig verloopt. Een rekenzwakke leerling blijkt vaak slecht in staat te zijn om oplossingsprocedures te begrijpen. Hij ontwikkelt fragmentarische kennis en houdt lang vast aan procedures die ondoelmatig zijn en weinig perspectief bieden, zoals tellen. Daardoor ontstaat een gebrekkige basis voor het leren optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

S₄ – Problemen met het automatiseren en memoriseren van de tafels

Een leerling die de basisbewerkingen onvoldoende beheerst, valt vaak op doordat hij problemen heeft met het onthouden van de tafels. Dit belemmert hem bij het uitvoeren van berekeningen. Bij een rekenzwakke leerling kan hierdoor de rekenontwikkeling stagneren.

S₅ – Problemen met het uitvoeren van complexere bewerkingen

Het verwerven van meer complexe rekenconcepten blijkt moeizaam te verlopen. Rekenzwakke leerlingen komen niet of moeizaam tot begripvorming en ontwikkeling van complexere oplossingsprocedures op het gebied van breuken, procenten, verhoudingen, decimale getallen en meten.

S₆ – Problemen met het verwerven van algoritmes

Rekenzwakke leerlingen blijken vaak moeite te hebben met het verwerven van de complexe procedures van algoritmes.

7.8 Begeleiding bij het verder ontwikkelen van oplossingsprocedures

Zwakke rekenaars hebben goede begeleiding nodig bij het oefenen, onderhouden en het verder ontwikkelen van oplossingsprocedures. Dit houdt onder meer het volgende in:

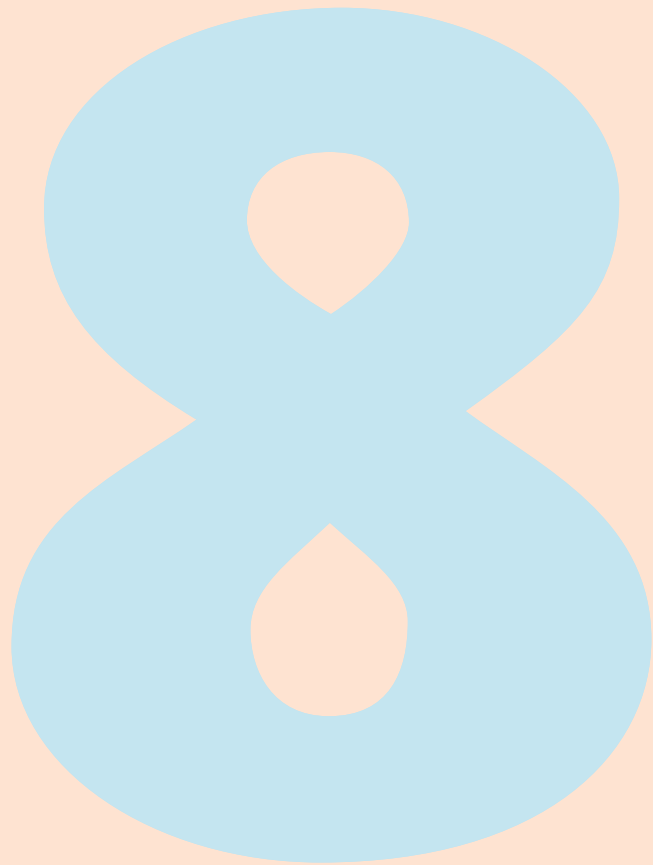
- Stimuleer actief leren tijdens de instructie.
- Stimuleer en begeleid het zelfstandig denken bij oplossingsprocedures.
- Structureer gesprekken met en tussen leerlingen waarin ze aan elkaar kunnen uitleggen hoe ze denken en rekenen.
- Leer de leerlingen hun aanpak te visualiseren met passend modelmateriaal, bijvoorbeeld een verhoudingstabel. Dit gebruiken leerlingen om zich bewust te worden van hun eigen aanpak en om hun uitleg aan anderen te ondersteunen.
- Spits de instructie toe op de noodzakelijke onderliggende rekenconcepten in combinatie met de beoogde oplossingsprocedures.
- Bouw met de instructie voort op de aanwezige begrepen voorkennis en concepten van de leerling.
- Zorg dat de instructie op het juiste moment en op de juiste manier wordt aangeboden.

8

Hoofdlijn 3:

vlot rekenen en onderhouden

Om vlot te kunnen rekenen is regelmatig en systematisch oefenen en gebruiken van rekenkennis en rekenvaardigheden noodzakelijk.



8.1 Oefenen

Veel leerlingen in het vo hebben al voldoende of een goede vaardigheid ontwikkeld. Zij kunnen vlot rekenen. Deze leerlingen zien we met name in de opleidingen vmbo-tl, havo en vwo. Voor hen is het vooral nodig dat zij hun rekenkennis en -vaardigheden consolideren en onderhouden. Daartoe is regelmatig oefenen een vereiste.

Leerlingen in vmbo-bbl, vmbo-kbl en vmbo-gl hebben echter nog veel vaardigheden onvoldoende geautomatiseerd en gememoriseerd. Ook in vmbo-tl kunnen nog leerlingen zijn met gebrekkige rekenvaardigheden. In het algemeen kunnen we aannemen dat leerlingen die 1F nog niet hebben gehaald nog veel systematische en gerichte oefening nodig hebben. Oefening is gericht op automatiseren en memoriseren van kennis en vaardigheden om vlot te leren rekenen. Er zijn diverse oefenvormen om de leerlingen te activeren en hun motivatie te stimuleren.

Bij oefenen onderscheiden wij:

- betekenisvol oefenen;
- productief oefenen;
- associatief en flexibel oefenen;
- multi-channel oefenen;
- effectief oefenen;
- systematisch oefenen;
- regelmatig oefenen.

8.1.1 Betekenisvol oefenen

Oefenen begint bij het werken met contexten. Contexten dienen om leerlingen de brug te laten slaan naar werkelijkheidssituaties. Hierdoor krijgt het rekenen betekenis en ontwikkelen leerlingen oplossingsprocedures die zij begrijpen. Als leerlingen daarbij ook hun eigen ervaringen kunnen inzetten, zullen zij beter gemotiveerd zijn en begrijpen zij het rekenen ook beter. Zij leren daardoor betere en snellere oplossingsprocedures te gebruiken. Sommige leerlingen hebben daar meer tijd voor nodig dan andere. Door leerlingen te laten vertellen en visualiseren (zich voorstellen) kan de leraar horen en zien of en in welke mate zij de context en de oplossingsprocedure begrijpen.

‘Betekenisvol oefenen’ is bedoeld om de leerling oplossingsprocedures ofwel bewerkingen zich eigen te laten maken, gebaseerd op inzicht. Het oefenen van ‘kale sommen’ daarentegen draagt niet bij aan betekenisverlening. ‘Kale sommen’ zijn alleen geschikt voor het ontwikkelen van vaardigheid als de leerling de bewerking al begrijpt. Als het accent alleen maar of grotendeels ligt op oefenen met ‘kale sommen’, verdwijnt de betekenis van het rekenen naar de achtergrond en raakt verloren.

KERN

Betekenisvol oefenen is de sleutel voor functioneel rekenen

Bij betekenisvol oefenen besteedt de leraar voortdurend aandacht aan de betekenis van het rekenen in het dagelijks leven. Daarvoor zijn contexten noodzakelijk.

Als de leerling een formele bewerking op basis van inzicht kan uitvoeren, kan hij de context geleidelijk loslaten (zie het Handelingsmodel in hoofdstuk 10). De leraar kan het uitvoeren van formele bewerkingen ('kale sommen') regelmatig ondersteunen met denkmodellen en koppelen aan contexten. Dit draagt ertoe bij dat de leerling de betekenis van rekenen niet uit het oog verliest.

8.1.2 Productief oefenen

Betekenisvol oefenen gaat samen met 'productief oefenen'. Bij productief oefenen construeren leerlingen zelf passende bewerkingen (tekeningen, schema's, sommen) bij een context. Dit doet een beroep op hun inzicht in de rekensituatie en op hun conceptuele kennis.

Inkopen doen voor een feestje

Een klas van 18 leerlingen organiseert een feestavond. Zij spreken af dat iedere leerling 4 euro betaalt voor drankjes en hapjes.

Enkele leerlingen gaan samen naar de supermarkt en besteden het totaalbedrag aan stokbrood, frisdrank, blokjes kaas, borrelnoten, warme hapjes, chips enzovoort.

Zij kiezen uit onderstaande lijst. Bedenk wat zij kunnen kopen voor het totaalbedrag van de leerlingen.

De supermarkt in de buurt heeft de volgende aanbiedingen:

Alle soorten **BORRELOTEN** en **PINDA'S** naar keuze.
1 bakje van 250 gram € 1,95
2 bakjes voor € 3,50

1.95 **3.50**

Verse STOKBRODEN!
Per 2 stuks € 1,00

1.00

1 zak **SUPER CHIPS** van 200 gram voor € 1,15
Per kilo € 5,00

1.15 **5.00**

JONGBELEGEN KAAS
350 gram € 3,50

3.50

FRISDRANK
Cola, 7-up of sinas, fles 1,5 liter
Per fles € 1,25
2 flessen voor € 2,00

1.25 **2.00**

BAKJES SALADE naar keuze
Kip-kerrie salade
Sellery salade
Eiersalade
Zalmsalade
Per bakje 200 gram
Per bakje € 1,75
2 bakjes voor € 3,00

1.75 **3.00**

POPCORN 2 zakken à 250 gram € 1,25

1.25

Borrelballen
Naturel, kip of saté
Per zak 20 stuks voor € 1,90

1.90

Afbeelding 8.1 Productief oefenen 1

<p>Wat kunnen de afmetingen zijn van een plantenbak?</p> <p>Teken drie verschillende plantenbakken met een inhoud van 1200 liter.</p> <p>Benoem de maten in centimeters.</p>	<p>Tekening:</p>
---	-------------------------

Afbeelding 8.2 Productieoefenen 2

8.1.3 Associatief en flexibel oefenen

Bij 'associatief oefenen' ontwikkelt de leerling geordende netwerken van samenhangende rekenkennis en -vaardigheden. De leraar biedt binnen een oefening opdrachten aan in onderlinge samenhang, bijvoorbeeld over breuken en procenten. Dit helpt de leerling om de samenhang te ontdekken en biedt hem steun bij het georganiseerd opslaan in zijn geheugen van deze samenhang. Hij zal nieuwe inzichten koppelen aan voorkennis en aan relevante andere oefenstof. Dit stimuleert het ontwikkelen van geordende, associatieve netwerken van rekenkennis en -vaardigheden.

Door associatief te oefenen leert hij om verworven kennis en vaardigheden flexibel in te zetten in andere situaties waarin gerekend moet worden. De leerling raakt vertrouwd met vergelijkbare oefeningen in verschillende contexten en situaties. Zie ook hoofdstuk 9.

8.1.4 Multi-channel oefenen

Bij 'multi-channel oefenen' worden alle zintuigen optimaal ingezet. In de meeste onderwijssituaties gaat het hierbij om spreken, luisteren en zien. In praktijksituaties kan het ook gaan om doen, voelen, ruiken en proeven. De leerling verwerft en verwerkt de leerstof actief. In praktijkvakken waar leerlingen actief aan het werk zijn met materialen en machines zijn alle zintuigen ingeschakeld. Als leerlingen een muurtje bouwen, planken zagen, kleding ontwerpen, haren knippen, voedsel bereiden of foto's vergroten en verkleinen, zijn zij tevens actief met rekenen bezig. Dit zijn ideale situaties om leerlingen op verschillende manieren te stimuleren tot rekenen. Door de maten van muurtjes, planken, kleding, foto's, hoeveelheden voedsel of de lengte van het haar te veranderen, worden leerlingen ongemerkt gestimuleerd hun rekenvaardigheid in te zetten. Hierbij gaat het niet alleen om centimeters en millimeters maar vooral ook om het denken en redeneren in verhoudingen. De leraar kan hier een actieve rol spelen bij de begeleiding van leerlingen die meer ondersteuning nodig hebben.

Bij rekenen in de rekenles zijn multi-channel oefeningen geschikt om zowel verbale, auditieve als visuele vaardigheden naast elkaar te stimuleren. Leerlingen maken bij voorkeur gebruik van hun sterke kanten. Een leerling die sterk visueel is zal deze vaardigheid voortdurend inzetten tijdens het oefenen. Daardoor wordt het visueel waarnemen en interpreteren steeds beter, maar de ontwikkeling van de verbale en auditieve vaardigheden blijven achter.

De leraar kan de zwakke kanten versterken door oefeningen op verschillende wijzen aan te bieden. Hij stimuleert een visueel sterke leerling om zijn berekening ook mondeling toe te lichten. Hij

stimuleert een verbaal sterke leerling door hem tekeningen en denkmodellen aan te bieden of te laten maken en die te laten beredeneren. Digiborden en goede software kunnen dit proces ondersteunen. Vaardigheden die niet worden gestimuleerd, nemen uiteindelijk af.

KERN
Verbaliseren en visualiseren

Leerlingen die verbaal zwak zijn en visueel sterk, moeten aangemoedigd worden om hun handelingen goed te verwoorden. En andersom: leerlingen die verbaal sterk zijn en visueel zwak, hebben extra stimulans nodig om te visualiseren.

8.1.5 Effectief oefenen

Alle leerlingen zijn gebaat bij effectieve instructie en effectief oefenen. Voor rekenzwakke leerlingen geldt dit des te meer. Hoe meer rendement zij uit elke inspanning halen, hoe sterker zij gemotiveerd worden.

De huidige didactiek van het rekenonderwijs gaat uit van het begeleid (her)ontdekken van rekenconcepten en -vaardigheden. Oefeningen die hierop zijn gericht, noemen wij 'effectieve oefeningen'. Dit soort oefeningen laat de leerling actief zijn eigen kennis en vaardigheden construeren en reconstrueren. Deze oefeningen maken gebruik van uitdagende en begrijpelijke contexten. De oefeningen zetten de leerling aan om eigen denkmodellen en eigen oplossingsprocedures te ontwerpen. Geleidelijk aan ontwikkelt de leerling hieruit formele bewerkingen en standaardprocedures. Zelf denkmodellen en creatieve oplossingsprocedures ontdekken doet echter een groot beroep op het inzicht en het zelfvertrouwen van de leerling. Goede begeleiding van dit proces vraagt veel deskundigheid en goede instructievaardigheden van de leraar (zie verder deel 4).

8.1.6 Systematisch oefenen

Met 'systematisch oefenen' bedoelen wij dat alle leerstof systematisch aan bod moet komen. Vooral rekenzwakke leerlingen hebben hier behoefte aan. De leerling slaat leerstof die niet systematisch en regelmatig wordt geoefend minder goed op dan leerstof die wel systematisch en regelmatig aan bod komt.

De leraar analyseert de rekenboeken of rekenmethode waarmee hij werkt om te bepalen of en hoe systematisch wordt geoefend. Hoe is de opbouw van de leerstoflijn en de oefenstof? Komen alle domeinen en leerstofonderdelen systematisch in de methode voor? Daar waar hij gaten constateert, is aanvullende oefenstof voor rekenzwakke leerlingen noodzakelijk.

8.1.7 Regelmatig oefenen

Regelmatig oefenen is een *must*. De school bepaalt hoeveel tijd er in bepaalde leerroutes besteed wordt aan rekenen. Het lijkt vanzelfsprekend dat leerlingen in vmbo-bbl, vmbo-kbl en vmbo-gl meer tijd nodig hebben dan leerlingen in vmbo-tl of havo/vwo. Het is echter van essentieel belang dat leerlingen regelmatig oefenen. Dit kan op school, maar leerlingen kunnen ook zinvolle opdrachten als huiswerk krijgen. De leraar bespreekt vervolgens het gemaakte huiswerk met de leerling.

Oefenen bestaat niet uit het maken van vele bladzijden (kale) sommen, maar uit een gevarieerd en *multi-channel* aanbod. Dit kan de leraar invullen met gevarieerde rekenopdrachten, spelletjes of rekenopdrachten op de computer. De inhoud moet aansluiten bij het niveau van de leerling.

8.2 Automatiseren en memoriseren

Automatiseren en memoriseren zijn activiteiten waarbij het geheugen een centrale rol speelt. Door te oefenen ontwikkelt de leerling ook functies en vaardigheden die gebruik maken van het werkgeheugen en het langetermijngeheugen. In bijlage A zijn enkele functies beschreven van het werkgeheugen (*inhibitie, shifting en updating*). Deze functies beïnvloeden het ontwikkelen van goede concepten en procedures. Ook het georganiseerd opslaan van kennis in en het oproepen van kennis uit het langetermijngeheugen spelen hierbij een belangrijke rol.

Daar komt bij dat iedereen alleen die kennis en vaardigheden opslaat in het geheugen die voor hem betekenisvol zijn. Daarmee construeert iedereen zijn eigen geheugen. Voorkennis en eigen interpretatie spelen hierbij een belangrijke rol.

Leerlingen leren beter en vlotter rekenen als nieuwe kennis en procedures worden gekoppeld aan reeds begrepen kennis en procedures die opgeslagen zijn in 'associatieve netwerken'. De opgedane kennis wordt georganiseerd in het geheugen opgeslagen en is daardoor meestal vrij snel weer op te roepen en goed te gebruiken. Hierdoor ontstaat 'parate kennis'. Boekaerts en Simons (1995) onderscheiden de volgende associatieve netwerken:

Declaratieve kennis:

feitenkennis, conceptuele kennis en semantische kennis.

Weten dat...

Procedurele kennis:

geautomatiseerde kennis, procedures en vaardigheden.

Weten hoe...

Afbeelding 8.3 Associatieve netwerken

8.2.1 Declaratieve kennis

Onder ‘declaratieve kennis’ verstaan wij kennis die is gememoriseerd en direct oproepbaar uit het langetermijngeheugen. Met *memoriseren* bedoelen wij uit het hoofd leren van:

- feitenkennis (niet gebaseerd op begrip);
- conceptuele kennis (gebaseerd op begrip en geautomatiseerde kennis);
- semantische kennis (gebaseerd op begrip, maar niet op geautomatiseerde kennis).

Onder ‘feitenkennis’ verstaan we kennis van losse feiten waarbij niets te begrijpen valt, bijvoorbeeld: telefoonnummers, geboortedata, een postcode, een huisnummer, de namen van klasgenoten, weten dat Amsterdam de hoofdstad van Nederland is en Parijs de hoofdstad van Frankrijk. Feitenkennis is ook het opzeggen van de (onbegrepen) tafelrijen als een versje uit het hoofd.

Het leren van losse feiten doet een groot beroep op het werkgeheugen, omdat het niet associatief wordt opgeslagen. Ook onbegrepen kennis wordt ervaren als losse feiten en dus niet associatief opgeslagen. Deze (fragmentarische) kennis wordt makkelijker weer vergeten, zeker als zij niet regelmatig wordt gebruikt. Denk bijvoorbeeld aan het uit het hoofd leren van telefoonnummers.

Onder ‘conceptuele kennis’ verstaan we kennis die is gebaseerd op begrip en inzicht. Deze kennis kan eerst geautomatiseerd zijn en daarna gememoriseerd.

Als de tafels goed zijn aangeleerd is deze kennis geleerd op basis van inzicht en in onderlinge samenhang door activiteiten als groeperen, structureren, herhaald optellen, verdubbelen en halveren, werken met tweelingsommen ($6 \times 3 = 3 \times 6$). De tafels zijn hierbij eerst geautomatiseerd en daarna als conceptuele kennis gememoriseerd.

Het vermenigvuldigen van grotere getallen, bijvoorbeeld, is gebaseerd op associatieve netwerken van conceptuele kennis. Een voorbeeld: de leerling weet dat $4 \times 25 = 2 \times 50 = 100$. De leerling weet ook de samenhang tussen vermenigvuldigen en delen. Hij weet dat $4 \times 25 = 100$ en $100 : 4 = 25$. Datzelfde geldt ook voor berekeningen als 4×250 en $1000 : 4$.

Ook het geautomatiseerd splitsen van getallen hoort hier bij. Weten dat 10 is $1+9$, $4+6$, $3+7$, $5+5$, maar ook dat 100 is $10+90$ enzovoort. Bij optelsommen kunnen de getallen worden omgedraaid: $90+10 = 10+90$, $80+20 = 20+80$. Bij afreksommen kan dat niet. Waarom niet? Maar ook weten dat $8+7 = 15$ en $28+7 = 35$ en dat $280+70 = 350$.

‘Semantische kennis’ is gememoriseerde kennis gebaseerd op afspraken, begrip en inzicht maar niet op automatiseren. Voorbeelden zijn kennis van het kalendersysteem en het systeem van uren, minuten en seconden. Ook weten wat breuken, decimale getallen en procenten zijn en dat $\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$ zijn voorbeelden van semantische kennis.

Het werken met het metriek stelsel is eveneens gebaseerd op semantische kennis. Bijvoorbeeld weten dat een kilometer gelijk is aan 1000 meter, dat meter, liter en gram de standaardmaten zijn voor lengte, inhoud en gewicht en dat een kwart liter evenveel is als 25 centiliter, 250 ml en 2,5 dl.

8.2.2 Procedurele kennis

‘Procedurele kennis’ is kennis die opgebouwd is uit geautomatiseerde handelingen en procedures, bijvoorbeeld het cijferen op basis van algoritmes. Procedurele kennis is in het onbewuste geheugen opgeslagen. We kunnen die kennis en bijbehorende procedures direct uit het geheugen oproepen en gebruiken in rekensituaties wanneer dat nodig is, bijvoorbeeld bij het uitrekenen van 8×12 (zie afbeelding 8.4).

Automatiseren is het proces van het zich eigen maken van kennis en vaardigheden door begrijpen, oefenen en toepassen, zoals bij het cijferen. Deze kennis gebruiken we om rekenvraagstukken op te lossen. Om vlot te kunnen rekenen moeten rekenaars snel kunnen beschikken over zowel declaratieve als procedurele kennis.

Een som als 8×12 kunnen we uit het hoofd weten: **96**
(direct oproepbaar – memoriseerd: declaratieve kennis)

Maar we kunnen het ook snel uitrekenen, gebruik makend van memoriseerde kennis: 8×10 en $8 \times 2 = 80 + 16 = 96$ (procedurele kennis).

Ook het uitvoeren van standaardalgoritmes (cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) en het werken met formules (oppervlakte = lengte \times breedte) is procedurele kennis.

Afbeelding 8.4 Declaratieve en procedurele kennis

KERN

Rekenzwakke leerlingen

Als leerlingen goede associatieve netwerken hebben ontwikkeld en als het proces van automatiseren en memoriseren goed verloopt ontwikkelen leerlingen parate kennis.

Wanneer een leerling problemen ondervindt bij oefenen, kan dit leiden tot problemen bij het automatiseren en memoriseren. De leerling is het meest gebaat bij oefeningen die de leraar afstemt op de onderwijsbehoeften van deze leerling.

Bij oefenen, automatiseren en memoriseren gebruiken we het werkgeheugen en het langetermijngeheugen. Problemen bij het automatiseren kunnen ontstaan door overbelasting van het werkgeheugen, door afleidende informatie en door het wisselen van taken. In deze gevallen wordt nieuwe informatie onvoldoende verwerkt en vervolgens gebrekkig opgeslagen in het langetermijngeheugen. De rekenzwakke leerling die de basiskennis en basisbewerkingen onvoldoende heeft geautomatiseerd en memoriseerd, beschikt daardoor vaak over fragmentarische kennis. Hij heeft geen of weinig associatieve, geordende netwerken van kennis ontwikkeld. Dit belemmert deze leerling bij het oproepen van relevante (voor)kennis uit het langetermijngeheugen wanneer hij opdrachten uitvoert en nieuwe informatie verwerkt.

Bij complexere taken raakt de rekenzwakke leerling de weg kwijt omdat zijn werkgeheugen sneller overbelast raakt. Deze leerling is onvoldoende in staat tijdens het werken relevante informatie uit het langetermijngeheugen op te roepen en daarmee aan het werk te gaan.

Onderzoek op dit terrein is nog in volle gang (Van Lieshout, 2006; Goswami, 2007; Kroesbergen, Van der Ven, Kolkman, Van Luit & Leseman, 2009).

8.3 Vlot rekenen: onderhouden en consolideren

In het algemeen geldt voor alle leerlingen in het vo dat regelmatig oefenen in allerlei gebruikssituaties essentieel is voor het onderhouden en consolideren van rekenkennis en rekenvaardigheden. Dit is de basis voor het ontwikkelen van parate kennis. De in paragraaf 8.1 beschreven vormen van oefenen kunnen alle voor dit doel worden gebruikt. Het is met name zinvol dat ook leraren van andere vakken bewust met rekenkennis en rekenvaardigheden omgaan en deze expliciet een plek geven in hun lessen. Op deze wijze leren leerlingen dat rekenen belangrijk en zinvol is. Over de wijze waarop dit gebeurt, kunnen in de school afspraken worden gemaakt.

8.4 Signalering bij vlot (leren) rekenen

S7 – Onbegrepen procedures en losse feitenkennis in de basisvaardigheden leiden tot fragmentarische kennis en vaardigheden

Onbegrepen kennis en procedures worden niet of onvoldoende opgeslagen in het geheugen. De leraar kan dit waarnemen als een leerling gaat ‘goochelen met getallen’ tijdens het uitvoeren van de basisvaardigheden optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Dit leidt tot fragmentarische kennis en vaardigheden waardoor een zwakke basis ontstaat (‘gatenkaas’).

S8 – Problemen met het automatiseren van standaardalgoritmes en complexe procedures belemmeren het vlot leren rekenen

Fragmentarische kennis en vaardigheden bij de basisbewerkingen worden zichtbaar als een leerling problemen heeft met het automatiseren van complexere procedures, zoals de algoritmes en bij bewerkingen met verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten.

S9 – Problemen met het automatiseren en memoriseren zijn het gevolg van het niet goed georganiseerd opslaan van informatie

Het ontwikkelen van associatieve kennis leidt tot georganiseerd opslaan in het geheugen. Daardoor is deze kennis sneller oproepbaar. Niet goed opgeslagen kennis leidt tot problemen bij het automatiseren en memoriseren. Als blijkt dat een leerling minder snel informatie kan oproepen uit zijn geheugen of deze is vergeten, kan dit een signaal zijn dat hij de informatie niet goed georganiseerd heeft opgeslagen in zijn geheugen.

Vergelijk dit met archiveren op de harde schijf. De gebruiker organiseert de harde schijf in mappen. Hij slaat informatie op in een map met bij elkaar horende bestanden. Hierdoor vindt hij die informatie makkelijker terug.

8.5 Begeleiding bij vlot (leren) rekenen

Voor het stimuleren van oefenen, automatiseren en memoriseren is het van belang een goed oefenprogramma op te stellen. Zo’n programma past bij de leerling en sluit zo veel mogelijk aan bij de activiteiten van de klas waar de leerling in zit. Voorbeelden van goed oefenen zijn beschreven in paragraaf 8.1.

Leerlingen oefenen echter het best op momenten dat zij rekenactiviteiten ook werkelijk gebruiken, zoals bijvoorbeeld bij sport- en spelactiviteiten en in allerlei dagelijkse buitenschoolse situaties.

9 **Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen**

In het dagelijks leven is rekenen altijd ingebed in functionele situaties. We gebruiken onze rekenkennis en rekenvaardigheden als gereedschap bij het uitvoeren van onze alledaagse activiteiten.



9.1 Flexibel toepassen

In de praktijk van het rekenonderwijs ligt de nadruk op het vlot rekenen (Hoofdpijn 3) als vaardigheid op zich en veel minder op de gebruikswaarde ervan (Hoofdpijn 4).

Contexten zijn bedoeld om de gebruikswaarde te verhogen door de brug te slaan naar de wereld buiten school. Als de leraar niet expliciet aandacht aan contexten in relatie tot het buitenschoolse leven schenkt, blijven deze contexten onderdeel van rekenen uit een lesboek. Veelal wordt verondersteld dat leerlingen vanzelf de link met het 'gewone leven' leggen en zelf de brug kunnen maken. Dat is echter niet vanzelfsprekend.

Dit betekent dat de school de gebruikswaarde van rekenen expliciet in de doelen van het rekenonderwijs moet opnemen. De commissie Meijerink noemt dit ook nadrukkelijk in haar hoofdrapport *Over de drempels met taal en rekenen* (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen, 2008).

Bij het flexibel toepassen van rekenkennis en rekenvaardigheden onderscheiden wij twee componenten:

- adequaat kunnen gebruiken van verschillende oplossingsprocedures om rekenvraagstukken op te lossen, afgestemd op de situatie (zie Hoofdpijn 2 en 3);
- strategisch denken en handelen om keuzes te kunnen maken en beslissingen te nemen bij het oplossen van rekenvraagstukken.

Oplossingsprocedures zijn de ingrediënten van het strategisch denken en handelen om rekenproblemen in het dagelijks leven en in beroepssituaties te kunnen oplossen. Om dergelijke problemen op een effectieve manier aan te kunnen pakken is het van belang dat we als burgers en werknemers beschikken over meerdere oplossingsprocedures en hieruit goede keuzes kunnen maken. We weten wat we kunnen en welke oplossingsprocedures in aanmerking komen voor het effectief oplossen van een specifiek rekenprobleem. We kunnen snel kiezen en de berekening juist uitvoeren. Daarbij zorgen we dat we onze berekeningen controleren.

De keuzes die iemand maakt zijn afhankelijk van zijn reken capaciteiten en van zijn inzicht in het probleem (betekenis verlenen). Dit doet een beroep op zijn zelfkennis en zijn zelfvertrouwen. Elke persoon stuurt zijn eigen strategisch denken en handelen aan. In het onderwijs wordt in het algemeen weinig aandacht besteed aan het strategisch denken en handelen. Waarschijnlijk wordt aangenomen dat leerlingen deze sturing vanuit zichzelf ontwikkelen en toepassen. Bij rekenzwakke leerlingen is dit niet zo vanzelfsprekend en is gerichte aandacht hiervoor wenselijk.

9.2 Flexibiliseren en verdiepen van rekenkennis en rekenvaardigheden

Het uiteindelijke doel van het rekenonderwijs is dat de leerlingen hun rekenkennis en rekenvaardigheden kunnen gebruiken in functionele situaties.

Neem bijvoorbeeld het inrichten van een slaapkamer. Bij de benodigde meet- en rekenactiviteiten worden geen sommen maar wel berekeningen gemaakt. Er wordt gemeten en gerekend. Dit doen we om te bepalen waar het bed, een bureau en een kast komen te staan, hoeveel meter behang of vierkante meter muurverf nodig is en hoeveel meter vloerbedekking. Hoe hoog kan de kast zijn? Hoe breed, hoe diep? Kiezen we een scharnierdeur of past een schuifdeur beter? Hoeveel gaat het kosten? Is die aanbieding van de bouwmarkt echt voordeliger dan die bij de verfwinkel om de hoek? Staat er genoeg geld op de rekening om het allemaal te betalen?

Essentiële punten voor het flexibel toepassen zijn:

- in functionele situaties kunnen bepalen of en zo ja, welke rekenactiviteiten nodig zijn om adequaat te kunnen handelen;
- kunnen communiceren over rekenkundige onderwerpen;
- beslissingen kunnen nemen aan de hand van de resultaten;
- constructief kunnen samenwerken.

Processen die hierbij een rol spelen zijn onder meer de volgende:

- Het probleem begrijpen. Informatie verwerken en betekenis kunnen geven aan een situatie of een context. Wat wordt er gevraagd? Wat is het probleem?
- Informatie kunnen vertalen vanuit een alledaagse gebruikssituatie naar een rekenbewerking (horizontaal mathematiseren).
- Relevante kennis en vaardigheden oproepen uit het geheugen om te bepalen hoe het probleem het beste kan worden opgelost.
- Effectieve procedures kiezen en beslissen welke procedure in aanmerking komt (verticaal mathematiseren).
- Het probleem oplossen.
- Aan de hand van de situatie controleren of de oplossing past bij die situatie.

In dit protocol gebruiken wij het Drieslagmodel om deze processen te analyseren en observeren (zie verder hoofdstuk 11).

In de schoolsituatie wordt een 'voorstelbare' werkelijkheid gerepresenteerd met behulp van contexten. Deze zijn bedoeld voor het betekenisvol gebruiken van rekenconcepten. Zij openen tevens de weg voor het probleemoplossend werken. De leerlingen leren om hun probleemoplossend denken en handelen en hun kennis en vaardigheden flexibel in te zetten. Leerlingen kunnen zelf ook leren om te werken volgens het Drieslagmodel bij het probleemoplossend rekenen. Zie hiervoor afbeelding 11.8 van de leerlingkaart van het Drieslagmodel.

Bij het aanbieden van nieuwe onderwerpen in de klas is het van belang altijd te starten vanuit een context. Als de leerling vertrouwd is met deze basiscontext en daarbij passende oplossingsprocedures begrijpt en beheerst, kan de leraar beginnen met flexibiliseren.

Als de leerling bijvoorbeeld het concept procenten beheerst en weet hoe hij daarmee kan rekenen, kan de leraar dit op verschillende manieren flexibel oefenen. Dit kan hij doen met opdrachten over korting of over aanbiedingen waarin 'iets extra' wordt geboden. In het voorbeeld van afbeelding 9.1 kan de leraar oefeningen bedenken met het berekenen van het nieuwe gewicht bij 15% extra, vanuit het nieuwe gewicht terug naar het standaardgewicht of het berekenen van het percentage dat de klant extra krijgt. Door de context, het gewicht en/of het percentage te veranderen kan de leraar opnieuw variëren. Hierdoor kan hij het flexibel rekenen met percentages stimuleren. Ook hier kan het interactieve bord goede diensten doen. Als de leerlingen de veranderingen zien en kunnen vertellen wat zij doen, begrijpen zij ook wat ze doen.

Reken uit.

		
Inhoud standaard 400 gram. Nu:.....	Inhoud nu 460 gram. Standaard:.....	Inhoud standaard 400 gram. Nu: 460 gram

Afbeelding 9.1 Flexibiliseren 1

Als de leraar de leerlingen met wisselende contexten laat werken, en deze voortdurend koppelt aan de vorige activiteit, gaan leerlingen steeds beter flexibel denken. Leerlingen kunnen zelf actief worden betrokken bij het flexibiliseren. Zij kunnen andere getallen bedenken bij contexten, of andere contexten bij de getallen. Bijvoorbeeld bij de scooter (in afbeelding 9.2) bedenken wat de oorspronkelijke prijs is, de nieuwe prijs of het percentage korting. De leerlingen berekenen afwisselend de bedragen en het percentage.

Hoeveel procent korting krijg je?



Afbeelding 9.2 Flexibiliseren 2

Belangrijk bij al deze activiteiten is dat de leerlingen hun eigen oplossingsprocedures hardop toelichten en met elkaar bespreken tijdens de rekenles. De leerlingen krijgen dan ook zicht op oplossingsprocedures van andere leerlingen. Dit stimuleert dat leerlingen leren van en aan elkaar. Dit geldt voor alle leerroutes.

Aandachtspunten bij het bespreken van oplossingsprocedures zijn:

- een goede probleemaanpak;
- logisch denken en redeneren (oorzaak-gevolg, doel-middel-doel);
- rekenkundig communiceren;
- constructief samenwerken.

Complexe opdrachten en contexten zijn uitstekend geschikt voor het stimuleren van strategisch denken en handelen. De leerlingen kunnen daarbij in tweetallen of in kleine groepjes samen aan het werk gaan. In onderling overleg bespreken zij het probleem en bedenken ze hoe ze het kunnen oplossen. Ze bespreken mogelijke oplossingsmanieren en kiezen gezamenlijk de meest adequate manier om het probleem aan te pakken en op te lossen. Dat bevordert het rekenkundig communiceren en leidt tevens tot verdieping van rekenconcepten. Daarna voeren ze hun berekeningen uit en bespreken achteraf of de oplossing past binnen de context en of ze een juiste keuze hebben gemaakt met betrekking tot de oplossingsprocedure. Ze bespreken hun stappen aan de hand van het Drieslagmodel (zie hoofdstuk 11).

Na afloop presenteren zij hun bevindingen aan de andere leerlingen van hun groep. Als andere groepen aan hetzelfde onderwerp hebben gewerkt, kunnen zij hun ervaringen uitwisselen. Hierbij gaat het niet alleen om het vergelĳken van de juiste oplossingen, maar ook om het verduidelĳken van de gevolgde procedure. Bij de beoordeling van deze manier van werken kan de leraar de leerlingen in feite drie beloningen geven: één voor de juiste oplossing, één voor de samenwerking en één voor de presentatie.

Deze manier van werken kan ook gebruikt worden bij het uitvoeren van activiteiten tijdens bijvoorbeeld project- of themaweken. Via een informele weg hanteren en *managen* leerlingen situaties waarin wordt gerekend. In de maatschappij en ook in het vervolgonderwijs wordt voortdurend een beroep gedaan op het vermogen tot constructief samenwerken en op het vermogen rekenkennis flexibel in te kunnen zetten in allerlei situaties. Op school kan hiervoor een goede basis worden gelegd.

Het flexibel kunnen toepassen van de eigen rekenkennis en -vaardigheden bij contexten in school-situaties – maar juist ook in werkelijkheidssituaties – leidt uiteindelijk tot functionele gecijferdheid.

KERN Rekenzwakke leerlingen

In het dagelijks leven en in beroepssituaties hebben we allemaal te maken met situaties die voor ons meer of minder vertrouwd zijn, eenvoudig of meer complex zijn en die al of niet een beroep doen op rekenkennis en rekenvaardigheid. Afhankelijk van de mate van vertrouwdheid, de mate van complexiteit en van de rekenvaardigheid die we tot onze beschikking hebben kunnen we een rekenprobleem goed, minder goed of niet oplossen. Hierbij kunnen we ook nog kiezen om al dan niet samen te werken met anderen.

Bij rekenzwakke leerlingen is met name het probleemoplossend werken en het flexibel kunnen inzetten van eigen rekenkennis en -vaardigheden een probleem. De leerlingen kunnen vaak wel iets uitrekenen maar zijn minder goed in staat om een (complex) rekenvraagstuk te analyseren en vervolgens een adequate oplossingsprocedure te bedenken. Ook zijn ze minder goed in het logisch denken, redeneren en communiceren over rekenproblemen. Aandacht voor het ontwikkelen van een systematische probleemaanpak is voor deze leerlingen van belang. Zie hiervoor het Drieslagmodel in hoofdstuk 11.

9.3 Strategisch denken en handelen

Rekenen op school is de basis voor het functioneren in de maatschappij. Daarvoor moet de leerling in staat zijn datgene wat hij op school heeft geleerd flexibel toe te passen in functionele situaties. Rekenen wordt dan gebruikt als gereedschap om rekenvraagstukken op te kunnen lossen. Op school gebeurt dit in doe-activiteiten en aan de hand van (complexe) contexten. Het is de weg naar functionele gecijferdheid.

Het fundament voor functionele gecijferdheid wordt gelegd in het basisonderwijs. Daar wordt elke dag gerekend. Dit is de ideale plaats om rekenen als gereedschap te ontwikkelen zodat de leerling uiteindelijk kan functioneren in de maatschappij. Naarmate leerlingen vorderen in het onderwijsstelsel krijgt rekenen steeds minder expliciete aandacht. Men veronderstelt dat leerlingen het rekenen (flexibel) kunnen toepassen in andere vakken en in beroepsgerichte opleidingen. Flexibiliteit houdt dus ook de ‘transfer’ naar andere vakken in. Het is echter niet vanzelfsprekend dat alle leerlingen dit zomaar kunnen.

Transfer naar andere situaties kan worden bereikt door collega’s van andere vakken ook te betrekken bij het rekenonderwijs en onderwerpen op elkaar af te stemmen door een rekenleerlijn neer te zetten. Transfer wordt ook bereikt door de rekenleerlijn af te stemmen met de rekentaken uit de leerlijn van de beroepsgerichte vakken. Daarom is het nodig probleemoplossend leren en werken regelmatig te oefenen. Elke opdracht in welk vak dan ook is zinvol, mits rekenkennis en -vaardigheden geïntegreerd worden toegepast. Bij deze opdrachten gaat het met name om het ontwikkelen van competenties om in rekensituaties adequaat te kunnen handelen. Dit betekent onder meer het volgende:

- In een functionele situatie getallen en symbolen identificeren en er betekenis aan geven.
- Bepalen welke rekenhandelingen nodig zijn om een probleem op te lossen. Het oplossen hoeft niet altijd te bestaan uit iets uitrekenen. Het kan ook bestaan uit informatie opnemen en vervolgens een actie uitvoeren. Bijvoorbeeld op een reistijdentabel van de spoorwegen uitzoeken hoe laat een trein vertrekt en vanaf welk perron.
- Communiceren over rekenvraagstukken.
- Effectieve beslissingen nemen op basis van berekeningen, bijvoorbeeld bij de aankoop van meubilair.
- Een onderzoekende houding ontwikkelen voor het zelfstandig verwerven van nieuwe informatie.
- Reflecteren op het eigen handelen.
- Constructief kunnen samenwerken.

Een gecijferd persoon kan strategisch denken en handelen. Hij kan bepalen welke oplossingsprocedure in een bepaalde situatie het meest effectief is. Hij kiest bij voorkeur zijn eigen meest efficiënte manier om een probleem aan te pakken en op te lossen. Hij kan zijn kennis en vaardigheden flexibel toepassen.

KERN Rekenzwakke leerlingen

Op school wordt veel aandacht besteed aan cognitieve kennis en vaardigheden en veel minder – eigenlijk niet of nauwelĳks – aan strategisch denken en handelen. Men gaat er min of meer van uit dat dit vanzelf gebeurt, afhankelijk van de cognitieve vaardigheden. Rekenzwakke leerlingen beschikken echter meestal over minder zelfsturing. Hierdoor zijn zij minder goed in staat hun eigen cognitieve handelingen aan te sturen. Zij nemen nieuwe informatie gebrekkig op en ontwikkelen daardoor fragmentarische kennis of vergeten weer snel wat ze hebben geleerd. Het automatiseren en memoriseren lukt maar ten dele of helemaal niet. Doordat de kennis en vaardigheden niet beklĳven, komen zij ook niet toe aan flexibiliseren en aan probleemoplossend ofwel strategisch denken en handelen. Het gevolg daarvan is dat zij niet of nauwelĳks bruikbare rekenkennis en rekenvaardigheden ontwikkelen.

In elke fase van het rekenonderwijs wordt een beroep gedaan op het toepassen (gebruiken) van verworven kennis en vaardigheden. Over het algemeen wordt in het onderwijs te weinig tijd besteed aan een probleemoplossende aanpak. Met name de rekenzwakke leerling komt nauwelĳks toe aan het toepassen van verworven kennis en vaardigheden. De leraar verwacht dat de rekenzwakke leerling dit niet kan, en dat hij stap voor stap hulp van de leraar nodig heeft om problemen op te lossen. De leraar is al gauw bereid stap voor stap hulp te bieden bij het oplossen van rekenproblemen. De leerling krijgt minder kansen om zijn kennis en vaardigheden in werkelijkheidssituaties te gebruiken. Juist om hem te beschermen krijgt hij minder vaak moeilĳke contexten en dus minder uitdaging. Deze misvatting kan de leraar doorbreken door rekenzwakke leerlingen juist wel te laten werken aan motiverende opdrachten die passen bij het niveau van de leerling. Het betekent wel dat de leraar in de groep rekening moet houden met wie hij de rekenzwakke leerling laat samenwerken en welke opdrachten hij kan bieden. Ook bij het gezamenlijk bespreken geeft de leraar de leerling de ruimte die hij aankan.

9.4 Signalering bij flexibel toepassen

S10 – Gebrekkige oplossingsprocedures en tekorten in het strategisch denken en handelen belemmeren het flexibel toepassen

Op school wordt veel aandacht besteed aan het ontwikkelen van cognitieve kennis en vaardigheden en veel minder aan het ontwikkelen van strategisch denken en handelen.

De rekenzwakke leerling hanteert vaak gebrekkige oplossingsprocedures. Deze kan hij dus ook niet optimaal inzetten bij het uitwerken van complexere berekeningen. Dit belemmert de ontwikkeling van het strategisch denken en handelen.

9.5 Begeleiding bij flexibel toepassen en verdiepen

- Laat met name ook de rekenzwakke leerling probleemoplossend werken. Dit is noodzakelijk om hem in de toekomst als gecijferde volwassene door het leven te laten gaan. Taal en rekenen zijn hiervoor de basisingrediënten. Bij probleemoplossend werken leert hij zijn rekenkennis en -vaardigheden flexibel toepassen.
- Daag leerlingen uit om strategisch te denken en te handelen. Juist binnen het rekenonderwijs kan hier expliciet aandacht aan worden besteed. Ook spellen waarbij strategisch denken en handelen centraal staan, zijn daarvoor geschikt (bijvoorbeeld dammen, schaken, Vier-op-een-rij, Risk, diverse computerspellen).
- Stem het strategisch denken en handelen af op de leeftijd en de belevingswereld van de leerling. Rijke contextproblemen bieden hiervoor goede mogelijkheden, maar juist ook opdrachten die gerelateerd zijn aan het rekenen in buitenschoolse situaties. Tijdens projectweken of themaweken kunnen rijke rekenactiviteiten worden ingebouwd.
- Gebruik het Drieslagmodel (zie hoofdstuk 11) om systematisch aan het probleemoplossend denken en handelen van leerlingen te werken. Zie afbeelding 11.8 van de leerlingkaart van het Drieslagmodel.
- Geef rekenzwakke leerlingen niet voortdurend opdrachten waarbij het accent ligt op het technisch oefenen, oefenen en nog eens oefenen. Leerlingen ervaren stress en kunnen faalangst ontwikkelen als zij 'het steeds weer niet kunnen'. Dit geldt met name als zij voortdurend worden geconfronteerd met dergelijke opdrachten, bijvoorbeeld het maken van 'kale sommen' die zij niet begrijpen.
Met name goede opdrachten in contexten en in meer informele situaties dagen leerlingen uit hun aandacht te richten op andere vaardigheden (bedenken hoe je een probleem kunt oplossen) en minder op de technische rekenaspecten.
- Geef rekenzwakke leerlingen zo veel opdrachten mee dat het voor hen te overzien valt. Maak de hoeveelheid werk voor de leerling overzichtelijk.
- Zorg voor opdrachten met contexten waarbij juist de rekenzwakke leerling succes kan behalen. Laat hem in de groep werken, zodat strategisch denken en handelen en de samenwerking hierbij worden gestimuleerd. Dit verhoogt de motivatie en dat biedt weer andere kansen.
- Laat de rekenzwakke leerling op meer informele wijze en op zijn eigen manier rekenen. Laat hem gerust kiezen voor zijn eigen beste oplossingsprocedures, zelfs al is dit een oplossingsprocedure op een lager niveau dan het formele. Zo zal hij bijvoorbeeld meer tussenstappen maken bij een vermenigvuldiging. Dat is niet erg. In ieder geval laat hij dan zien wat hij kan in een functionele situatie. Dit bevordert de motivatie en het zelfvertrouwen van de leerling. De beste bijdrage leveren opdrachten die binnen de mogelijkheden van de leerling passen, zodat hij succeservaringen beleeft.

Deel 3

Afstemmen

10 Het Handelingsmodel

11 Het Drieslagmodel

12 Samenhang en afstemming tussen beide modellen

13 Aandachtspunten voor het signaleren van rekenproblemen

10 **Het Handelingsmodel**

Het Handelingsmodel is een model om de rekenontwikkeling van leerlingen te volgen, te stimuleren en te begeleiden. Het model biedt aanknopingspunten voor het observeren, analyseren en interpreteren van rekenhandelingen van leerlingen. Op grond hiervan kan de leraar vaststellen of er sprake is van knelpunten. Als de rekenproblematiek helder is, kan de leraar zijn onderwijsaanbod nauwkeurig afstemmen op de onderwijsbehoeften van zijn leerlingen.



10.1 De handelingstheorie

Het Handelingsmodel is afgeleid van de handelingstheorie. In de wetenschap bestaan diverse theorieën over het leren rekenen. Wij kiezen voor de handelingstheorie als de theoretische onderbouwing van de rekenontwikkeling. Het belangrijkste argument is dat het Handelingsmodel verhelderend werkt bij het in beeld brengen van deze ontwikkeling bij leerlingen (Van Groenestijn, 2002, 2009a, 2009b).¹ Zie bijlage A: achtergronden van leren rekenen en rekenproblemen.

De kern van de handelingstheorie is dat iedereen zelf kennis en vaardigheden ontwikkelt door interactie met anderen in informele en formele situaties. Het informele leren is de basis van het formele leren. Informeel leren bestaat vooral uit doen, waarnemen, zich iets kunnen voorstellen, communiceren en reflecteren, verwoorden en logisch ordenen van informatie. Hierop gebaseerd ontwikkelen leerlingen in formele (schoolse) situaties formele handelingen en bewerkingen. Het informele en het formele proces gaan samen en verlopen vaak tegelijkertijd. Informeel en formeel leren gaan hand in hand. Naarmate leerlingen meer informele (buitenschoolse) ervaringen opdoen en dit informele leren beter verloopt, leggen zij een betere basis voor het formele leren. De stimulans van volwassenen in de directe leef- en leeromgeving van de leerling is hierbij cruciaal.

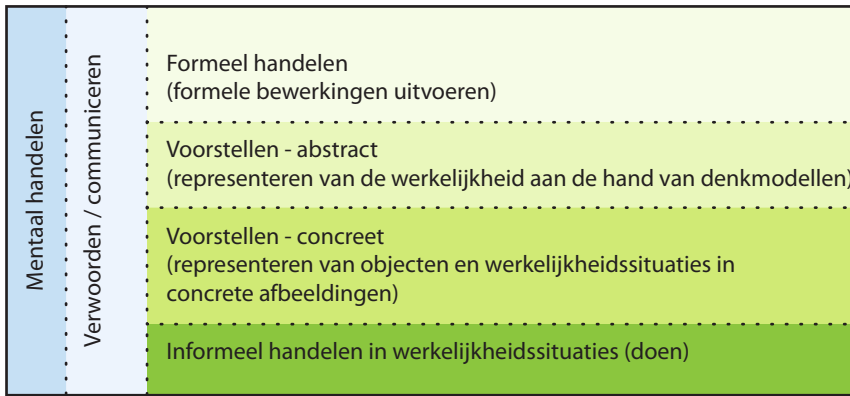
Naarmate leerlingen ouder worden, leren zij ook steeds meer van vrienden, van andere volwassenen in buitenschoolse situaties en later ook van collega's en werkgevers in beroepssituaties. De school is belangrijk voor het formeel en het beroepsgericht leren. De school neemt evenwel maar een deel van de dag in beslag. Een belangrijke taak van de school is om bij het verwerven van formele kennis en vaardigheden, zoals het uitvoeren van formele rekenbewerkingen, zo veel mogelijk de koppeling te maken met informele kennis en vaardigheden. Leerlingen leren hierdoor betekenis te geven aan opdrachten die horen tot het formeel leren. Ze leren hun formele kennis en vaardigheden gebruiken in allerlei dagelijkse, functionele situaties. In het vo kunnen de praktijkvakken, zoals techniek, gezondheidskunde en verzorging, een belangrijke schakel zijn tussen school en maatschappij en tussen het formele en informele (of wellicht het semiformele) leren.

Leren in informele situaties stopt nooit en is belangrijk voor het ontwikkelen van praktische kennis en vaardigheden die nuttig zijn voor het verdere leven. In de huidige maatschappij van een leven lang leren speelt het leren zich voor minstens driekwart van de tijd af in informele leersituaties.

10.2 Het Handelingsmodel

Het Handelingsmodel is (zie afbeelding 10.1) is een schematische weergave van de rekenontwikkeling die geldt voor alle leerlingen. Aan de hand van dit model kan de leraar gericht observeren en signaleren hoe de rekenontwikkeling van de leerlingen verloopt. Daardoor biedt het model ook aanknopingspunten voor het afstemmen van het rekenonderwijs op de ontwikkeling van de leerlingen.

¹ De rekenontwikkeling van leerlingen kan theoretisch worden onderbouwd en ondersteund met de handelingstheorie (Van Oers, 1987; Van Groenestijn, 2002). Het Handelingsmodel is afgeleid van de oorspronkelijke handelingstheorie van Galperin (Van Parreren & Nelissen, 1977).



Afbeelding 10.1 Het Handelingsmodel en de handelingsniveaus

Leerlingen leren van elkaar en van volwassenen op vier niveaus van handelen. Daarom spreken wij van ‘handelingsniveaus’.

- **Handelingsniveau 1: *informeel handelen in werkelijkheidssituaties (doen)***
Op dit laagste, eerste niveau, leren leerlingen op informele wijze door samen iets te doen.
- **Handelingsniveau 2: *voorstellen – concreet (representeren van objecten en werkelijkheidssituaties in concrete afbeeldingen)***
Op dit niveau leren zij door elkaar over een concrete situatie iets te vertellen en daarbij gebruik te maken van afbeeldingen van de werkelijkheid.
- **Handelingsniveau 3: *voorstellen – abstract (representeren van de werkelijkheid aan de hand van denkmodellen)***
Op het derde niveau leren zij op een meer abstract niveau te redeneren aan de hand van schematische voorstellingen van de werkelijkheid met denkmodellen, schema’s of werktekeningen.
- **Handelingsniveau 4: *formeel handelen (formele bewerkingen uitvoeren)***
Ten slotte leren zij op het hoogste, vierde niveau redeneren op basis van tekst, getallen of een combinatie van beide (formeel handelen door berekeningen uit te voeren of te symboliseren).

Dit proces is een wisselwerking tussen het *mentaal handelen* (denken) en het *werkelijke handelen* (doen, waarnemen). Het mentaal handelen stuurt het werkelijke handelen aan, maar het mentaal handelen wordt ook steeds verder ontwikkeld tijdens het doorlopen van deze vier niveaus. In *communicatie* met anderen leert de leerling zijn handelingen verwoorden, beargumenteren en logisch redeneren. Het verwoorden en logisch redeneren ondersteunt ook het mentaal handelen (Van Oers, 1987; Van Groenestijn, 2002). Zie ook paragraaf 10.4.

Bij het ontwikkelen van rekenconcepten en rekenvaardigheden doorlopen leerlingen deze handelingsniveaus. Een goede ontwikkeling op de onderste twee niveaus is de basis voor het handelen en functioneren op de bovenste twee.

Naarmate leerlingen ouder worden, functioneren zij (in het onderwijs) meer op de hoogste twee niveaus. De koppeling met de lagere, concrete niveaus blijft echter altijd belangrijk. Het informele handelen op deze niveaus is namelijk de schakel met het functioneren in het dagelijks leven en met het ontwikkelen van praktische kennis en vaardigheden. Met name voor leerlingen in het vmbo-bbl en vmbo-kbl maakt deze schakel het leren op school concreet en relevant voor de praktijk. Als zij zich iets kunnen voorstellen bij opdrachten op school, kunnen zij deze koppelen aan praktische, bruikbare kennis en vaardigheden. Zo krijgt rekenen voor hen betekenis. Leerlingen in vmbo-gl, vmbo-tl, havo en vwo kunnen meer afstand nemen van concrete situaties. Zij zijn beter in staat om op een meer abstract niveau te redeneren en problemen op te lossen. Zie bijlage B.

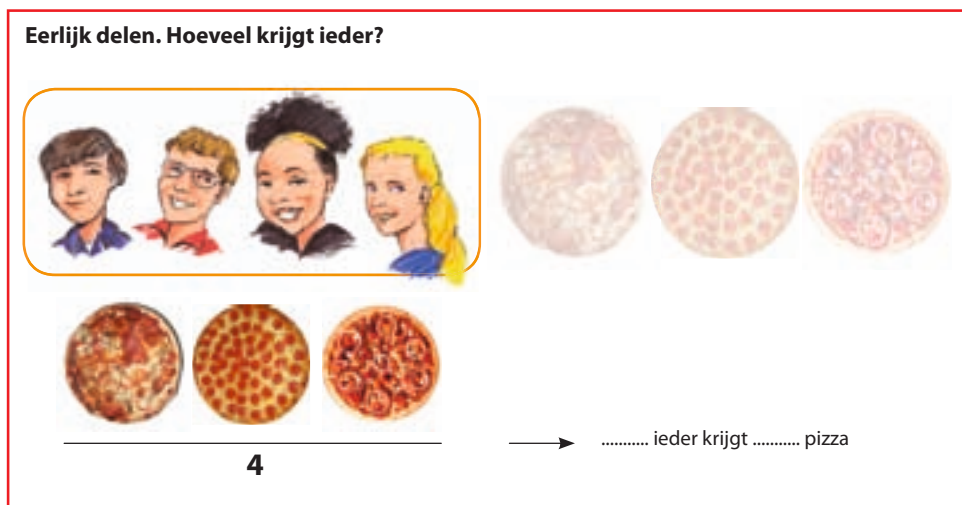
De vier handelingsniveaus zijn op iedereen van toepassing bij het leren rekenen. Het onderscheid in niveaus is kunstmatig maar uitermate geschikt om er praktische rekendidactiek op te baseren. Het model is een hulpmiddel voor de leraar om de ontwikkeling van leerlingen te kunnen volgen, eventuele problemen te analyseren en het onderwijs af te stemmen op dat wat een leerling nodig heeft.

10.3 Schakelen tussen handelingsniveaus

Voor de rekenzwakke leerling is het essentieel dat zijn rekenontwikkeling steeds begint vanuit het lagere handelingsniveau. Het is de taak van de leraar om de leerling abstracte onderwerpen, zoals breuken, decimale getallen en procenten, zich eerst concreet te laten voorstellen. Pas daarna kan hij ernaar toewerken dat de leerling op de hogere, abstractere handelingsniveaus leert rekenen.

De leerling zal steeds de koppeling willen maken naar concreet voorstelbare situaties waarop de rekenopdrachten voor hem van toepassing zijn. De leraar kan hiertoe gebruik maken van werkelijkheidssituaties. Hij hoeft meestal niet op handelingsniveau 1 te beginnen.

Wanneer de leraar een opdracht aanbiedt op handelingsniveau 2 (voorstellen – concreet), kan hij gebruik maken van afbeeldingen die verwijzen naar de leefwereld van de leerling. Bij het leren van breuken bijvoorbeeld kan hij pizza's, taarten, stokbrood, Turks brood, Italiaans brood van een lokale pizzeria of supermarkt laten zien. Hoe meer een afbeelding refereert aan werkelijkheidssituaties, hoe beter zij voor de leerling herkenbaar is. Breuken kan de leraar visueel en betekenisvol maken door de leerlingen een pizza te laten verdelen. Leerlingen kunnen al tekenend (voorstellen – abstract, niveau 3) verdelingen en berekeningen (formele bewerkingen, niveau 4) maken om de pizza eerlijk te verdelen. De leraar laat de leerlingen schakelen tussen de handelingsniveaus.



Afbeelding 10.2 Eerlijk delen

Afbeelding 10.2 geeft een voorbeeld om de opdracht te geven dat vier leerlingen drie pizza's eerlijk moeten delen. De opdracht schakelt tussen vier handelingsniveaus.

- Handelingsniveau 1: *informeel handelen in werkelijkheidssituaties*
De leraar maakt op dit niveau gebruik van pizza's van bijvoorbeeld karton. De leerlingen kunnen actief manipuleren met de pizza's. De leraar observeert wat er gebeurt en laat de leerlingen vertellen wat ze doen.
- Handelingsniveau 2: *voorstellen – concreet*
Op dit niveau maakt de leraar gebruik van een afbeelding (foto of tekening) van drie pizza's en vier leerlingen. Dit kan bijvoorbeeld op een interactief bord worden geprojecteerd. De leerlingen bespreken hoe zij de pizza's gaan verdelen en vertellen hoe zij rekenen.
- Handelingsniveau 3: *voorstellen – abstract*
Dit is het niveau van het presenteren van de werkelijkheid aan de hand van denkmodellen. De leerlingen maken op dit niveau gebruik van denkmodellen. In het voorbeeld is dit een cirkel, maar het kunnen ook vierkanten of rechthoeken of stroken zijn. De leerlingen tekenen de verdeling en bepalen het resultaat.
- Handelingsniveau 4: *formeel handelen*
Op dit niveau voeren leerlingen de formele bewerking uit. De leerlingen leren dat $3 \div 4 = \frac{3}{4}$.

Het is de taak van de leraar om de relatie te leggen (schakelen) tussen de verschillende handelingsniveaus. In een latere fase, als de leerlingen berekeningen of sommen maken, kan hij deze relaties weer oproepen door te verwijzen naar de pizzacontext. De leerlingen hebben hiermee een denkmodel gekregen waaraan ze kunnen refereren. Als de leraar beschikt over een digibord kan hij zo'n situatie snel weer tevoorschijn laten komen.

10.4 Verwoorden/communiceren en mentaal handelen

Dat de leerling vertelt en verwoordt hoe en waarom hij bepaalde handelingen verricht, draagt wezenlijk bij aan zijn rekenontwikkeling. In communicatie met anderen leert de leerling zijn gedachten logisch te ordenen en te verwoorden. Door de reacties van anderen gaat de leerling steeds beter logisch redeneren. Dit levert een essentiële bijdrage aan de beheersing van rekenvaardigheden die op dat moment aan de orde zijn (verinnerlijken, begrijpen). In het voorbeeld hierboven laat de leraar de leerlingen vertellen hoe ze de opdrachten aanpakken. Volgens het Handelingsmodel stuurt de leraar hiermee het *verwoorden/communiceren*. Dit is de rechter kolom in afbeelding 10.1.

De linker kolom is die van het *mentaal handelen*. Dit speelt zich af op cognitief niveau (denken). Het verzorgt de aansturing van elke handeling op elk van de niveaus én van het vertellen over en het verwoorden van deze handelingen. Het mentaal handelen stuurt cognitieve processen aan zoals waarnemen, observeren, identificeren, analyseren, structureren (ordenen), construeren, reconstrueren, redeneren, interacteren en reflecteren. Bij de rekenontwikkeling passen leerlingen deze algemene cognitieve vaardigheden specifiek toe op onderwerpen van rekenkundige aard.

Het doorlopen van de vier niveaus van rekenkundig handelen in combinatie met het erover communiceren draagt op zijn beurt weer bij aan de ontwikkeling van het mentaal handelen. Het mentaal handelen stuurt deze activiteiten aan, maar het werkt dus ook andersom. Het mentaal handelen wordt ontwikkeld door het uitvoeren van die andere activiteiten.

10.5 De betekenis van het Handelingsmodel voor rekenen

Bij het ontwikkelen van rekenconcepten en rekenvaardigheden doorlopen leerlingen de vier handelingsniveaus. Het Handelingsmodel staat in verband met de Hoofddlijnen in hoofdstuk 6 en 7. Hoofddlijn 1 is 'verder ontwikkelen van begripsvorming' en Hoofddlijn 2 is 'verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures'.

Bij jonge kinderen zien wij vooral een ontwikkeling die start bij niveau 1. Naarmate leerlingen meer kennis en vaardigheden hebben ontwikkeld, kunnen zij op willekeurig andere niveaus instappen. Een goede ontwikkeling op de onderste twee niveaus in afbeelding 10.1 is echter altijd noodzakelijk voor het betekenisvol handelen en functioneren op de bovenste twee niveaus van het Handelingsmodel.

Het model geeft de opbouw van en de samenhang tussen de verschillende niveaus van handelen systematisch en in detail weer. Het model biedt drievoudige ondersteuning.

- Het biedt de leraar ondersteuning bij het observeren van leerlingen tijdens het rekenen, waardoor hij de overgangen van het ene naar een volgend of vorig niveau van handelen kan herkennen.
- Het biedt aanknopingspunten om het onderwijsaanbod nauwkeurig af te stemmen op de onderwijsbehoeften van leerlingen bij het leren rekenen.
- Het biedt aanknopingspunten voor de begeleiding van de leerlingen die meer ondersteuning nodig hebben bij hun rekenontwikkeling.

De handelingstheorie leert ons twee zaken die met elkaar samenhangen. Zij leert dat leerlingen actief bij hun eigen ontwikkeling betrokken moeten zijn voor een optimaal leerrendement. Het tweede punt is dat leren betekenis moet hebben voor leerlingen.

Leren rekenen is niet alleen leren uit een boek en sommen maken. Experimenteren en ervaringen opdoen in samenwerking met anderen horen er ook bij. Dit vormt de basis om functionele kennis en vaardigheden te verwerven. Het is belangrijk dat de leraar in zijn onderwijsaanbod ruimte biedt voor experimenteren. De leraar wisselt dit af met meer sturende activiteiten als uitleggen, begeleiden, instrueren, voordoen-nadoen, samenwerkend leren. Hij laat de leerlingen ook (regelmatig) oefenen om de leerstof zelfstandig te verwerken. Hierdoor kunnen zij hun vaardigheid ontwikkelen, onderhouden, automatiseren en memoriseren. Ook dit is een onmisbaar deel in het leerproces.

De ene leerling heeft meer en andere ondersteuning en ook meer oefentijd nodig dan de andere leerling. De leraar zorgt voor variatie bij de oefeningen. Hij zorgt dat de leerling de verbinding kan maken tussen informeel en formeel leren. Oefenen vraagt ook opdrachten die schakelen tussen de verschillende handelingsniveaus.

De leraar is cruciaal om de leerling te laten schakelen tussen formeel leren op school en informeel leren in buitenschoolse situaties. Een leraar die zich hiervan bewust is, probeert informeel leren steeds in te bouwen in formeel leren. Tijdens het leerproces legt hij verbanden met buitenschoolse ervaringen van leerlingen en laat hij leerlingen experimenteren met werkelijkheidsmaterialen. Leren op school krijgt daardoor betekenis vanuit het dagelijks leven van de leerlingen en omgekeerd.

10.6 Het Handelingsmodel als model voor observatie (in de groep)

Het Handelingsmodel kan op de eerste plaats worden gebruikt om de ontwikkeling van leerlingen in de groep te volgen (observeren), eventuele knelpunten tijdig te signaleren en deze te analyseren. Dit is voorwaarde om het didactisch handelen te kunnen afstemmen op de onderwijsbehoeften van leerlingen, in het bijzonder van de rekenzwakke leerlingen.

Daarnaast kan dit model worden gebruikt voor individuele observaties, diagnostische gesprekken en ondersteuning van leerlingen die in begeleidingscategorie 2 en 3 vallen (zie deel 4).

In de klassensituatie is het van belang dat de leraar de ontwikkeling van alle leerlingen systematisch volgt, zeker die van de rekenzwakke leerlingen. Het Handelingsmodel biedt hem ondersteuning om eventuele knelpunten te analyseren en te beschrijven. Door vanuit het Handelingsmodel te kijken naar hoe leerlingen rekenen en naar de leerstof in de boeken kan de leraar zijn eigen didactisch handelen hierop afstemmen.

Met behulp van het Handelingsmodel kan de leraar achterhalen of een leerling rekenactiviteiten uitvoert op basis van begrip en inzicht. Als de leerling zelf goed kan uitleggen wat hij doet, laat hij horen dat hij begrijpt wat hij doet. Het is dan ook van belang dat de leraar leerlingen regelmatig laat verwoorden hoe zij hun berekeningen uitvoeren. Het is niet genoeg als de leraar alleen maar uitlegt en voordoet hoe zij berekeningen moeten uitvoeren.

Hierna volgt een voorbeeld van een observatie waarmee de leraar onderzoekt of leerlingen begrip hebben van het concept oppervlakte en de daarbij passende berekeningen kunnen uitvoeren.

Bij het voorbeeld in afbeeldingen 10.3 tot en met 10.6 kan de leraar via gerichte vragen tijdens de les leerlingen observeren of leerlingen een oppervlakte kunnen berekenen en zo ja, hoe zij dat doen. Met behulp van het Handelingsmodel kan de leraar systematisch analyseren en beschrijven welke knelpunten hij signaleert. Het gebruik van het model lijkt eenvoudig, maar in werkelijkheid vraagt dat om de nodige voorkennis en oefening. Het vraagt ook dat de leraar opdrachten aanbiedt die het de leerlingen mogelijk maken op de verschillende handelingsniveaus te handelen en dit te verwoorden.

- Handelingsniveau 1: *informeel handelen in werkelijkheidssituaties*

Op niveau 1 observeert de leraar de wijze waarop leerlingen de oppervlakte van hun eigen klaslokaal berekenen. Hij laat ze vertellen wat zij weten over het concept oppervlakte en hoe zij de oppervlakte bepalen. Welke oplossingsprocedures gebruiken zij? Kunnen zij de lengte en breedte van het lokaal meten? Hoe doen zij dat? Maken zij bijvoorbeeld schattend gebruik van het aantal ramen? Maken zij eventueel gebruik van de banen linoleum? Hoe rekenen zij als het lokaal niet rechthoekig is?

**De leerlingen meten de lengte en de breedte van het lokaal.
Zij bepalen vervolgens de oppervlakte van het lokaal.**

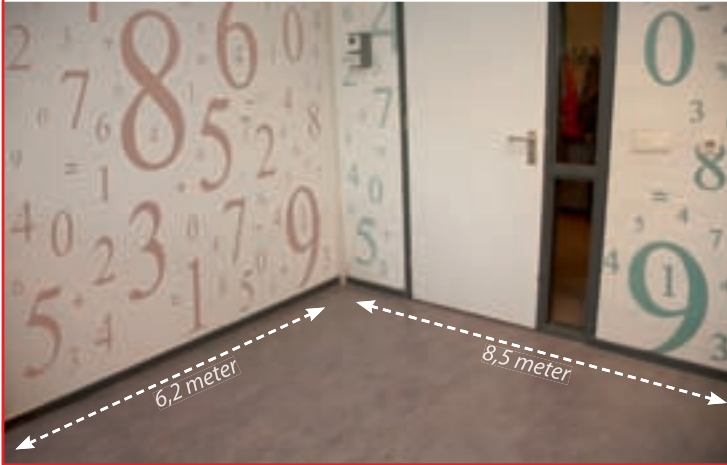


Afbeelding 10.3 *Handelingsniveau 1: informeel handelen in werkelijkheidssituaties*

- Handelingsniveau 2: *voorstellen – concreet*

Op niveau 2 is het de vraag of een leerling aan de hand van een foto of tekening met maten kan aangeven wat de oppervlakte van het lokaal is en hoe hij die bepaalt. Leerlingen maken hierbij gebruik van de kennis die zij al hebben. De leraar krijgt hier een indruk van wat de leerlingen al weten over oppervlakte. Welke begrippen en rekentaal gebruiken ze om te vertellen wat ze zien in de afbeelding?

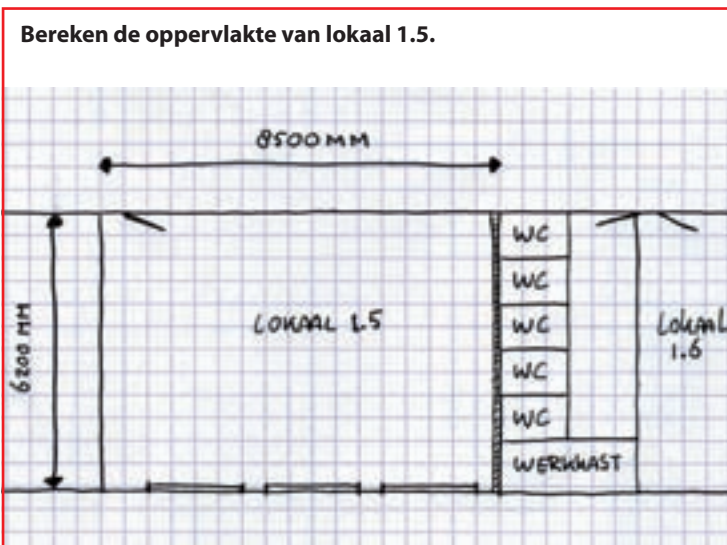
De lengte en breedte van het lokaal zijn gegeven aan de hand van een foto. De leerlingen berekenen de oppervlakte.



Afbeelding 10.4 Handelningsniveau 2: voorstellen – concreet

- Handelningsniveau 3: voorstellen – abstract

Op niveau 3 is het de vraag of een leerling in staat is (een weergave van) de werkelijkheid te vertalen naar een model of schematische tekening of, omgekeerd, achter zo'n model de werkelijke situatie te herkennen. Ook speelt op dit niveau de vraag of de leerling – zonder vertaling naar niveau 2 of 1 – de kenmerken van het model kan gebruiken om tot een passende redering of een juiste oplossing te komen.



Afbeelding 10.5 Handelningsniveau 3: voorstellen – abstract

De leerlingen hebben een plattegrond van de klas met maten erbij.

Kunnen alle leerlingen de begrippen lengte en breedte gebruiken? En van vierkante meters?

Kunnen zij vertellen hoeveel meter(s) er in de lengte en breedte gaan? Ook als het geen hele meters zijn? Kunnen zij de oppervlakte bepalen aan de hand van het aantal vierkante meters?

- Handelingsniveau 4: *formele bewerkingen uitvoeren*

Op niveau 4 ten slotte is het de vraag of de leerlingen spontaan een passende redenering kunnen gebruiken of de juiste procedure voor het berekenen kunnen toepassen. Met spontaan bedoelen we dat de leerlingen niet eerst terugschakelen naar de niveaus 3, 2 of 1.

Bereken de oppervlakte.

Oppervlakte = lengte x breedte

Maten: lengte = 8,5 m

breedte = 6,2 m

Afbeelding 10.6 Handelingsniveau 4: formele bewerkingen uitvoeren

Kunnen de leerlingen de formule lengte x breedte schrijven als som? Kunnen zij de oppervlakte uitrekenen? Kunnen zij beredeneren wat en hoe zij dit uitrekenen? Kunnen zij hun antwoord controleren en bepalen of dit juist is?

10.7 Het Handelingsmodel als model voor afstemming van de didactiek

Het rekenen op school speelt zich meestal af op het formele, vierde handelingsniveau (sommen maken). Rekenproblemen kunnen ontstaan als de leraar de leerlingen (te) snel op de hogere handelingsniveaus laat werken en (te) weinig aandacht besteedt aan de relaties tussen de verschillende niveaus. De onderliggende niveaus zijn de basis voor begrip en inzicht. Op het hoogste niveau worden het formele rekenen en de oplossingsprocedures geoefend. Hierbij gaat het om het leren automatiseren en memoriseren van de basisbewerkingen en van de tafels. Verder gaat het om het leren hoofdrekenen en het werken met algoritmes. Ook berekeningen met breuken, procenten, decimale getallen en met maten horen daarbij. Het begrijpen van formele oplossingsprocedures wordt ontwikkeld door voortdurende koppeling met de onderliggende niveaus.

KERN De leraar zorgt tijdens zijn rekeraanbod voor verschillende niveaus van handelen

Sommige leerlingen hebben veel moeite met de stap naar het formele niveau. Juist voor hen is het belangrijk om systematisch de relatie te blijven leggen met de onderliggende niveaus. De leraar koppelt bewerkingen op het formele niveau aan een context (een verhaal bedenken bij een som), hij laat de leerlingen visualiseren (een schets maken van het verhaal of probleem) of hij laat hen werken met denkmodellen en hulpmaterialen. Een systematische multi-channel aanpak in een tempo dat afgestemd is op de individuele leerling kan meer en beter resultaat opleveren dan het blijven aanbieden van oefeningen met sommen op het formele niveau.

Op basis van de interpretaties van zijn observaties zoals in paragraaf 10.6 beschreven kan de leraar tijdens de lessen met behulp van het Handelingsmodel het onderwijsaanbod nauwkeurig afstemmen op het handelingsniveau van de leerlingen. De vier niveaus van handelen vormen elk een ingang om in te spelen op de onderwijsbehoeften van leerlingen. Dit is met name van toepassing bij de ontwikkeling van begripsvorming (Hoofdlijn 1) en van oplossingsprocedures (Hoofdlijn 2).

De leraar start op het handelingsniveau waarvan hij zeker weet dat de leerlingen op dat niveau het rekenen beheersen, bijvoorbeeld op niveau 2 (concrete afbeeldingen van een situatie). Vervolgens zal hij de leerlingen stimuleren om op een hoger handelingsniveau te werken. Dan koppelt hij de uitwerking van de opdracht op het huidige niveau meteen aan het daarop aansluitende hogere niveau (schematiseren van de situatie). Stel dat in het bovenstaande voorbeeld van oppervlakte berekenen de leraar niveau 2 wil koppelen aan niveau 3. De leraar laat de leerlingen deze opdracht uitwerken (bijvoorbeeld in tweetallen) en laat hen daarna hun oplossingen toelichten. De leraar bewaakt het proces van het werken op voorstellingsniveau, het verwoorden en het formuleren en schrijven van een berekening op papier.

Voor het ontwikkelen van goede, inzichtelijke procedures en notatiesystemen is het noodzakelijk dat de leraar voortdurend de relatie legt tussen het concrete handelen, het concrete voorstellingsniveau, het schematiseren en de bewerkingen en dit regelmatig oefent met de leerlingen. Op alle niveaus is het verwoorden van de handelingen en het (rekenkundig) communiceren tijdens en over rekenhandelingen essentieel.

Onderstaande voorbeelden zijn illustraties bij het werken met het Handelingsmodel binnen verschillende onderwijssituaties.

1. Bereken de bevolkingsdichtheid van je eigen groep in jullie lokaal.

Hint:

Wat heb je daarvoor nodig?

- 1 Aantal leerlingen + leraar
- 2 Oppervlakte lokaal
- 3 Aantal vierkante meters per persoon

2. Bereken de bevolkingsdichtheid van Nederland.

**Je eet driekwart pizza.
Hoeveel van alle voedingsstoffen krijg je binnen?**

Pizza
Met pepers

1 Pizza contains				
kcal	sugars	fat	saturates	sodium
796	9.0g	33.8g	9.0g	1.90g
40%	10%	48%	45%	79%

percentage of the guideline amount for a 2000 kcal-diet

1 Pizza contains

kcal	sugars	fat	saturates	sodium
796	9.0 g	33.8 g	9.0 g	1.90 g
40%	10%	48%	45%	79%

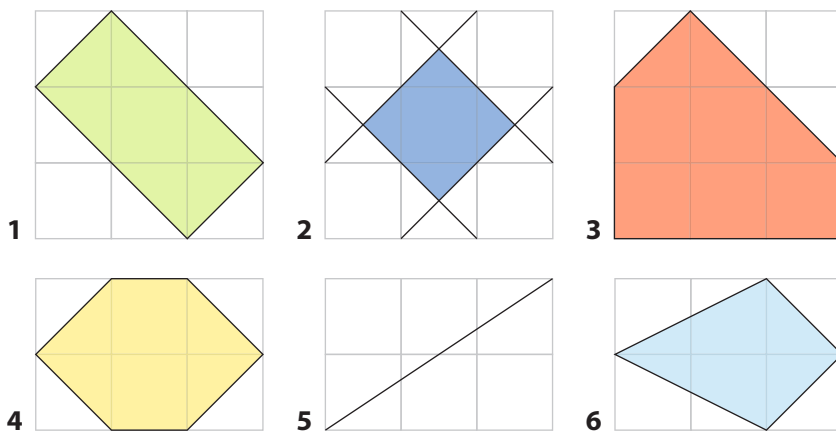
percentage of the guideline amount for a 2000 kcal-diet

Afbeelding 10.8 Werken met het Handelingsmodel 2

Hoeveel bekers van 25 cl kun je vullen uit een vol melkpak van 1,5 liter?

Inhoud
1,5 liter

Afbeelding 10.9 Werken met het Handelingsmodel 3

Bereken de oppervlakte van de gekleurde delen.Elk vierkantje in de tekening is 400 cm^2 .

Afbeelding 10.10 Werken met het Handelingsmodel 4

10.8 Het Handelingsmodel als model voor begeleiding

In de vorige paragrafen is het Handelingsmodel uitgelegd om de rekenontwikkeling van leerlingen in beeld te brengen en om de rekendidactiek te beschrijven. Wij hebben de normale rekenontwikkeling in de groep beschreven. Wanneer de leraar het rekenboek volgt, kan hij de meeste leerlingen voldoende afstemming bieden op hun onderwijsbehoeften.

KERN**De rol van de leraar**

Bij het leren uit een boek wordt verondersteld dat leerlingen als vanzelf de stap maken van werkelijkheid (niveau 1) naar concrete voorstellingen (niveau 2), schema's en denkmodellen (niveau 3) en sommen (niveau 4). Dit is echter niet zo vanzelfsprekend.

De leraar heeft hier een cruciale rol. Hij legt de verbindingen tussen de verschillende niveaus. Door interactie (communicatie) en het laten verwoorden van handelingen die de leerling doet, stuurt de leraar het mentale proces aan en begeleidt hij de leerling van het ene naar het andere niveau.

De leraar kan knelpunten achterhalen door tijdens de les korte rekengesprekken te voeren met de leerlingen over hun aanpak en hen uit te dagen om te vertellen wat ze doen en hoe ze het doen. Zo krijgt de leraar zicht op het leerproces van de leerlingen en kan hij bepalen of de leerstof en de instructie voldoende zijn afgestemd of moeten worden bijgesteld.

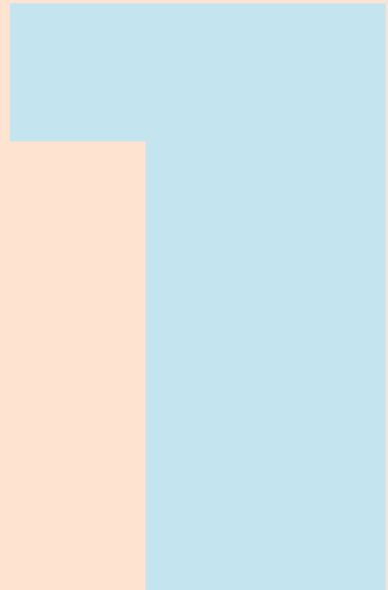
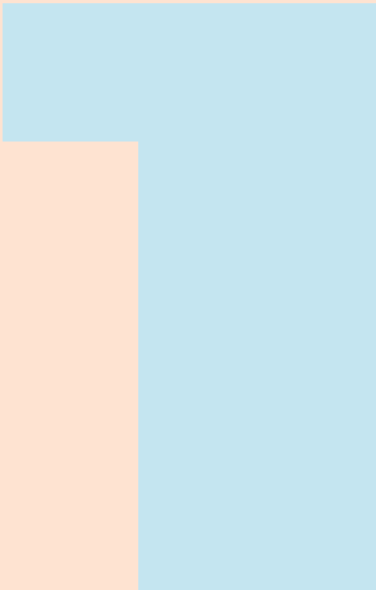
Bij de rekenzwakke leerling is het van belang dat de leraar zijn onderwijsaanbod nauwkeuriger afstemt op diens onderwijsbehoeften. Zijn aanbod zal dan op subgroepsniveau of zelfs individueel gericht zijn. Om aan te sluiten bij de ontwikkeling van deze leerling moet de leraar preciezer bepalen wat die nodig heeft. Hiertoe gebruikt hij gegevens afkomstig van observeren, analyseren en

interpreteren tijdens de les. Hij maakt ook een analyse van de toetsresultaten. De afstemming van zijn onderwijsaanbod maakt hij bij voorkeur in overleg met een rekenspecialist. Samen bepalen zij hoe de leerling op de verschillende handelingsniveaus functioneert, waar eventuele knelpunten zitten en wat de leraar daaraan kan doen.

11 **Het Drieslagmodel**

Dagelijkse situaties vragen doorgaans om probleemoplossend handelen. Rekenvaardigheid is hiervoor vaak een vereiste. Het oplossen van problemen gebeurt (onbewust) in een drietal stappen. Deze worden in dit hoofdstuk beschreven als het Drieslagmodel.

Deze stappen zijn in veel situaties gekoppeld aan enige mate van rekenvaardigheid. Dit hoofdstuk verbindt de drie stappen van probleemoplossing aan de vier Hoofdlijnen van rekenen.



11.1 Het Drieslagmodel als model voor probleemoplossend handelen

In het dagelijks leven wordt van jongeren en volwassenen verwacht dat zij kunnen handelen in situaties waarin gerekend wordt. Daarom moeten zij over goede en efficiënte oplossingsprocedures voor rekenen beschikken. Hiertoe behoren het kunnen identificeren en analyseren van de aard van de situatie en het kunnen toepassen van geautomatiseerde en gememoriseerde flexibele kennis en vaardigheden. Dit hebben wij beschreven bij de vier Hoofdpijnen in deel 2.

Het ultieme doel van het rekenonderwijs is functionele gecijferdheid. Dit houdt in dat leerlingen buiten school hun rekenvaardigheid optimaal kunnen gebruiken in dagelijkse situaties. Om probleemoplossend te kunnen handelen in dagelijkse situaties moeten zij in staat zijn zelfstandig beslissingen te nemen. Daarvoor is strategisch denken en handelen cruciaal. Dit is besproken in hoofdstuk 9.

In dit hoofdstuk koppelen wij de vier Hoofdpijnen aan het Drieslagmodel. Dit model gebruiken wij in dit protocol voor het analyseren van probleemoplossend handelen van de leerling (Van Groenestijn, 2002). Het biedt eveneens aanknopingspunten voor het didactisch handelen van de leraar.

Rekenen in het dagelijks leven is altijd ingebed in authentieke en functionele situaties. Zo'n situatie is vaak een complex, samenhangend geheel van tekst en beeld – soms in combinatie met geluid – waaruit informatie moet worden afgeleid (zoals in een reclamefolder, een tv-spot of een handleiding). Op basis hiervan neemt iemand een beslissing, geeft een reactie of voert een handeling uit (zie afbeelding 11.1).

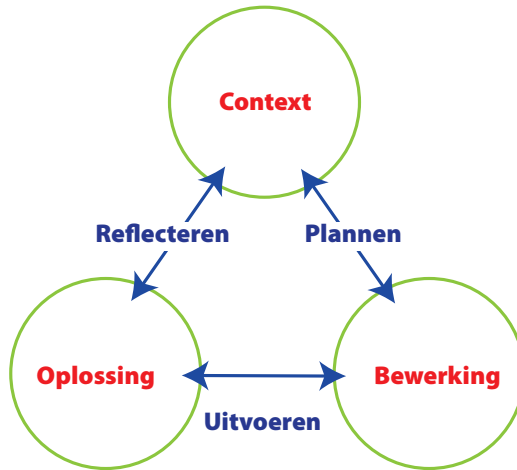
Om dat te kunnen doen moet hij de situatie eerst identificeren en begrijpen, de getalsmatige informatie eruit filteren en deze betekenis geven. Dat hij zelf deel uitmaakt van de situatie en er soms emotioneel bij betrokken is, maakt een analyse extra ingewikkeld.

Vervolgens bepaalt hij wat hij met de informatie gaat doen. In veel situaties zal hij daarbij iets moeten uitrekenen. Op grond van de uitkomst gaat hij al of niet tot actie over. Daarna kan hij beoordelen of zijn actie juist of verstandig is geweest.



Afbeelding 11.1 Televisie in de aanbieding

In dergelijke situaties doorloopt iedereen altijd drie vaste stappen: *plannen* (op basis van identificatie van de situatie), *uitvoeren* (iets doen, bijvoorbeeld uitrekenen) en *reflecteren* (nagaan of het resultaat van zijn actie klopt en past bij de situatie). Het eigenlijke rekenen is slechts een onderdeel van het probleemoplossend handelen, maar meestal wel essentieel voor het resultaat. Dit proces visualiseren we in het *Drieslagmodel* voor probleemoplossend handelen (zie afbeelding 11.2).



Afbeelding 11.2 Het Drieslagmodel

De *context* in het Drieslagmodel representeert een dagelijkse situatie, bijvoorbeeld een advertentie voor een televisie. De potentiële koper ziet de advertentie en bedenkt dat hij wel een nieuwe televisie nodig heeft.

Tijdens het *plannen* bedenkt hij wat hij allemaal moet weten en doen voordat hij de beslissing neemt de televisie aan te schaffen. Hij identificeert en analyseert getalsmatige informatie, tekst en symbolen in de advertentie en geeft daaraan betekenis. Onderdeel daarvan is het bedenken van de oplossingsprocedure. Hiervoor roept hij zijn kennis over procenten op uit zijn geheugen en bedenkt hoe hij de korting en de nieuwe prijs kan berekenen (*bewerking*). Vervolgens rekt hij de nieuwe prijs uit zoals hij dat het beste kan (*uitvoeren*) en komt tot een antwoord (*oplossing*). Hij relateert zijn antwoord aan de gegevens in de advertentie en bepaalt of het interessant is om deze televisie te kopen (*reflecteren*).

In het dagelijks leven gaan dit soort processen vrij snel. We zijn ons meestal niet bewust van de tussenstappen die we nemen, de interpretaties die we maken en de rekenactiviteiten die we uitvoeren. Het is een samenhangend geheel, de stappen zijn geïntegreerd. Het eigenlijke rekenen is onderdeel van dit proces.

In vertrouwde situaties maken we gebruik van bekende procedures die we eerder met succes hebben toegepast. Het toepassen van oplossingsprocedures verloopt heel snel en we bewaken (monitoren) voortdurend of het goed gaat. Meestal gaat het ook goed, maar er zijn momenten dat een oplossingsprocedure spaak loopt of dat we twijfelen over de oplossing. Meestal is dat binnen een context waarin we ons niet vertrouwd voelen (zoals voor het eerst een hypotheek afsluiten). Als er iets misgaat, worden we gedwongen na te denken over wat er misging, en hoe we het anders had-

den kunnen aanpakken. Als we ons onzeker voelen, denken we na over wat er zoal mis zou kunnen gaan en bedenken we alternatieven.

In veel situaties moeten we gedurende dit proces onze handelingen bijstellen. Als we halverwege een berekening constateren dat er iets niet klopt, beginnen we opnieuw. We reflecteren tussentijds op ons eigen handelen en we stellen ons handelen bij. Vervolgens voeren we onze berekening opnieuw uit of bedenken we een andere oplossingsprocedure. Daarna controleren we onze berekening nog een keer. Het bijsturen tijdens dit proces verloopt meestal in een flits, hooguit in enkele seconden (even nadenken). Als ervaren rekenaars gaan we voortdurend heen en weer in zo'n proces, zonder dat we ons dit bewust zijn. De pijlen in het Drieslagmodel wijzen daarom in twee richtingen: op alle momenten kunnen we teruggaan naar een andere stap.

11.2 Het Drieslagmodel als didactisch model

Het rekenen op school verloopt meestal anders dan buiten school. Op school wordt probleemoplossend handelen (impliciet) geleerd met behulp van rekenen met contextopdrachten. Dit leidt uiteindelijk tot functionele gecijferdheid. Het verschil met de dagelijkse werkelijkheidssituaties in de vorige paragraaf is dat het probleem niet echt, maar slechts 'voorstelbaar' is. De leerling is zelf (meestal) geen deel van de situatie. Rekenen met contexten is meestal ook niet doelbewust gericht op functionele gecijferdheid. Doorgaans hebben de contexten een didactisch doel. Het zijn betekenisvolle en voorstelbare situaties die de start zijn om nieuwe rekenkennis en -vaardigheden te leren, toe te passen of te oefenen.

Leerlingen hebben er echter baat bij om de problemen die in de contextopdrachten verwerkt zijn op een systematische en gestructureerde manier aan te pakken en op te lossen. Het Drieslagmodel biedt zo'n systematische aanpak voor probleemoplossend handelen (Van Groenestijn, 2002). De leraar doet er goed aan zijn leerlingen te leren hoe zij met behulp van dit model contextopdrachten kunnen oplossen. Leerlingen leren dit aan de hand van de volgende drie sleutelwoorden:

- plannen (identificeren, analyseren, betekenis verlenen, voorkennis activeren, oplossing bedenken, ...);
- uitvoeren (doen);
- reflecteren (controleren).

KERN

'Wat-vragen'

Het proces van het probleemoplossend werken start met 'wat-vragen'.

Stap 1: *Wat is het probleem? Wat moet je weten om het probleem op te kunnen lossen?*

Deze vragen leiden tot het plannen van een actie of een bewerking.

Stap 2: *Wat doe je? Wat doe je eerst?*

De uitvoering van de gekozen bewerking(en) leidt tot het vinden van een oplossing.

Stap 3: *Wat heb je gedaan? Wat betekent deze oplossing binnen de context waarmee je begon? Heb je de bewerking correct uitgevoerd?*

Bij stap 3 reflecteert de leerling op zijn oplossingsprocedure. Dit leidt tot het accepteren of bijstellen van de gevonden oplossing. Ook kunnen op grond hiervan zowel de leraar als de leerling een conclusie trekken over de manier van uitrekenen of over de interpretatie van het probleem.

De leerling leert aan de hand van deze vragen zijn rekenkundig redeneren en handelen te ordenen, te organiseren en systematisch te werken.

Stap 1: plannen

De leerling bestudeert de informatie in de context (tekst, beeld, eventueel geluid), haalt de rekenkundige (of getalsmatige) informatie uit de context, analyseert deze informatie en beoordeelt de informatie op relevantie. Daarmee geeft de leerling betekenis aan de informatie binnen deze context. Hij kan hierbij teruggrijpen op eerdere ervaringen en gebruik maken van verworven kennis. De problematiek krijgt hierdoor betekenis. Hij kan zich de situatie voorstellen en op zichzelf betrekken. Daarna kan hij bepalen wat hij met de relevante informatie gaat doen.

Hij stelt zich vragen als: *Wat is het probleem? Welke gegevens heb ik nodig? Welke gegevens uit de context zijn nuttig? Wat ga ik uitrekenen? Welke berekening past daarbij?*

KERN Leermoment bij het plannen

Bij het plannen doet de leerling een beroep op zijn voorkennis. Op het moment dat de benodigde voorkennis niet aanwezig is, ontstaat er een leermoment. De leerling heeft behoefte aan instructie.

Aan de hand van bovenstaande vragen maakt de leerling de stap van context naar bewerking. Dit proces van betekenis verlenen aan informatie, het analyseren van deze informatie uit een context en het omzetten daarvan naar een rekenbewerking of -actie, noemen we 'horizontaal mathematiseren' (Treffers, 1991, 2005; Gravemeijer, 1994, 2005). Het woord 'horizontaal' verwijst naar het feit dat het probleem niet verandert, maar wordt 'vertaald' naar een rekenactie: het blijft op hetzelfde handelingsniveau.

Stap 1: plannen

In afbeelding 11.1, *voorbeeld televisie in de aanbieding*, bedenkt de leerling dat hij 20% korting en de nieuwe prijs gaat uitrekenen en ook op welke wijze hij dat gaat doen. Hij activeert zijn kennis over procenten en bepaalt hoe hij dit probleem kan uitrekenen. Hierbij kan hij zich afvragen of hij dat uit het hoofd kan, op papier, met een rekenmachine.

Afbeelding 11.3 Stap 1 bij de probleemoplossing

Stap 2: uitvoeren

De leerling voert de bewerking uit en komt tot een oplossing. De berekening is gebaseerd op zijn eigen kennis en vaardigheden. Naarmate hij een efficiëntere procedure gebruikt, zal hij sneller tot een juiste oplossing komen. Elke leerling voert de rekenhandeling uit op de manier waarop hij dat beste kan doen. Dat kan op verschillende niveaus van handelen zijn. Zijn manier van oplossen past in het Handelingsmodel (zie paragraaf 10.2). Dit noemen we 'verticaal mathematiseren' (Gravemeijer, 1994, 2005). Het woord 'verticaal' verwijst naar het niveau van handelen tijdens het uitvoeren van een bewerking (zie afbeelding 10.1).

Tijdens het uitvoeren van de bewerking stelt de leraar zich vragen als: *Welke oplossingsprocedure gebruikt de leerling? Begrijpt hij die procedure? Voert hij de berekening goed uit? Het gaat hier om technisch rekenen. De gebruikte oplossingsprocedure is afhankelijk van zijn kennis en vaardigheden.*

Leermoment bij het uitvoeren

Bij het uitvoeren kan de leerling een nieuwe oplossingsprocedure leren of oefenen. Ook kan hij een rekenopdracht op verschillende manieren oplossen.

Stap 2: uitvoeren

In afbeelding 11.1, *voorbeeld televisie in de aanbieding*, kan de leerling op verschillende manieren de korting en het nieuwe bedrag uitrekenen.

20% korting op een tv van € 220,--

- via de 1% regel (het bedrag delen door 100 en dan keer 20);
- door eerst 10% uit te rekenen (delen door 10) en daarna te verdubbelen tot 20%;
- door het bedrag te delen door 5;
- door het bedrag te vermenigvuldigen met 0,2.

Tot slot mag de leerling niet vergeten om de korting af te trekken van het oorspronkelijke bedrag.

In dit voorbeeld worden vier oplossingsprocedures genoemd die alle vier efficiënt zijn. Iedereen kiest, min of meer vanzelfsprekend, de procedure die hij het beste beheerst.

Technische rekenvaardigheid staat hier centraal.

Afbeelding 11.4 *Stap 2 bij de probleemoplossing***Stap 3: reflecteren**

Ten slotte koppelt de leerling de oplossing terug naar het oorspronkelijke probleem binnen de oorspronkelijke context. *Begrijp ik wat het antwoord betekent? Is het antwoord juist?* Als het antwoord niet juist is, gaat de leerling na wat er fout is gegaan tijdens de oplossingsprocedure en voert hij de berekening opnieuw uit (terug naar stap 2). In sommige situaties kiest hij voor een ander type bewerking (terug naar stap 1) en een andere manier van uitrekenen (opnieuw stap 2). Ook kan hij ter controle de rekenmachine gebruiken (stap 3).

Leermoment bij het reflecteren

Juist tijdens de reflectie kan er een bewust leermoment optreden voor de leerling. Hij ervaart wat er goed of niet goed is gegaan tijdens deze hele procedure. Hij kan op basis daarvan in een volgende vergelijkbare situatie sneller en efficiënter handelen.

Juist bij leerlingen die problemen hebben met automatiseren en memoriseren is de reflectie een cruciale stap in het leerproces. Hij wordt zich bewust van wat hij heeft geleerd en kan daardoor het geleerde beter associatief opslaan in zijn geheugen. Naarmate de leerling beter in staat is het geleerde in een associatief netwerk van kennis en vaardigheden op te slaan, is de kans groter dat hij het geleerde onthoudt. Als hij bijvoorbeeld weet dat 75% hetzelfde betekent als driekwart van iets en als hij de berekening kan uitvoeren door te delen door vier en te vermenigvuldigen met drie.

Stap 3: reflecteren

In afbeelding 11.1, *voorbeeld televisie in de aanbieding*, is er slechts één juist antwoord: € 176,00. Leerlingen die als antwoord € 44,00 hebben (het antwoord van hun kortingsberekening), moeten in deze stap ontdekken dat dit nooit het gevraagde bedrag kan zijn.

De reflectie vraagt dus niet alleen of het berekende bedrag goed of fout is, maar ook of hiermee antwoord is gegeven op de vraag. In andere situaties kunnen er soms meerdere oplossingsmogelijkheden zijn of is de oplossing minder expliciet. In alle gevallen is het terugplaatsen in de context voorwaarde om te kunnen bepalen of de berekening en het antwoord kloppen.

Afbeelding 11.5 *Stap 3 bij de probleemoplossing*

Soms is het nodig tussentijds een berekening bij te stellen als de leerling merkt dat zijn berekening niet klopt. Dat is een moment van reflectie. Daarna gaat hij verder met de uitvoering. Hij kan ook opnieuw bedenken (plannen) of hij dezelfde berekening op een andere manier kan uitvoeren. Bij complexere berekeningen gaat de leerling meerdere keren door dit Drieslagmodel heen. Daarbij kan hij heen en weer gaan tussen plannen, uitvoeren en reflecteren, zoals de pijlen in het Drieslagmodel laten zien.

Het Drieslagmodel laat zien hoe een leerling de oplossingsprocedure doorloopt. De leerling gaat stapsgewijs van context naar een bewerking (plannen), vandaar naar een oplossing (uitvoeren van de bewerking) en van de oplossing terug naar het oorspronkelijke probleem (reflecteren).

KERN**Werken met het Drieslagmodel**

De leraar kan de leerlingen uitleggen hoe zij het model kunnen gebruiken, controleren of ze het Drieslagmodel begrijpen en systematisch toepassen en hen op hun handelen laten reflecteren. De leraar zal steeds de leerlingen onderzoekend bevragen en hen laten expliciteren (visualiseren of verwoorden) hoe ze tot een oplossing zijn gekomen. Daardoor kan hij nagaan in welke stap het goed of juist niet goed gaat en kan hij zijn didactisch handelen beter afstemmen op de leerlingen.

11.3 Het Drieslagmodel als model voor observatie en interventie

Het Drieslagmodel biedt tevens aanknopingspunten voor de leraar om het rekenen van de leerlingen bij contexten, maar ook bij 'kale bewerkingen', systematisch te analyseren en indien nodig in te grijpen in het leerproces. Dat kan door vragen te stellen tijdens het oplossingsproces. We onderscheiden hierbij twee typen hoofdvragen: 'wat-vragen' en 'hoe-vragen'.

De 'wat-vragen' die we in de vorige paragraaf hebben besproken, zijn de standaardvragen en helpen de leerling zijn denken te organiseren. Bij het voorbeeld van de aanbieding voor de televisie kan de leerling aangeven dat hij gaat rekenen met procenten.

'Hoe-vragen' richten zich op het proces. Hierbij vraagt de leraar om een kwalitatieve uitleg van het handelen van de leerling. Dit biedt aanknopingspunten om zijn instructie beter af te stemmen op dat wat de leerling al weet. Zijn afstemming hangt samen met het handelingsniveau van de leerling (zie paragraaf 10.2).

KERN
'Hoe-vragen'

Bij observeren en interveniëren gaat het er met name om dat de leraar ontdekt hoe een leerling handelt tijdens de drie stappen. Om greep te krijgen op het denkproces van een leerling kan de leraar 'hoe-vragen' stellen.

Stap 1: Hoe ga je het doen? Hoe ga je dit probleem oplossen?

Stap 2: Hoe doe je het? Hoe reken je het uit?

Stap 3: Hoe heb je het gedaan? Hoe heb je het uitgerekend?

Tijdens de reflectie probeert de leraar de leerlingen op een hoger handelingsniveau te brengen. Hij kan dit doen door de leerlingen hun oplossingen te laten vergelijken en te laten bedenken welke oplossingsmanieren efficiënt zijn door bijvoorbeeld de volgende vragen te stellen:

- *Kun je nog een andere manier bedenken om het probleem op te lossen?*
- *Kun je het ook op een andere manier uitrekenen?*
- *Kun je een kortere manier bedenken om het uit te rekenen?*

Door zulke vragen te stellen laat de leraar de leerling nadenken over de (misschien onbewust) gemaakte keuzes. Daarmee doet hij een beroep op de metacognitieve vaardigheden van de leerling en stimuleert daarmee het leren. Hij vraagt de leerling zijn verworven rekenconcepten toe te lichten en verbanden te leggen met andere kennis en vaardigheden die hij al eerder heeft verworven.

Als de leerling bijvoorbeeld bij de berekening van de korting op de prijs van de televisie (zie afbeelding 11.1) die korting heeft uitgerekend aan de hand van de 1%-regel, kan de leraar vragen om het via 10% uit te rekenen. Hij kan daarbij de leerling de koppeling laten maken met $\frac{1}{10}$ deel.

Ook kan hij de leerling uitdagen om hetzelfde probleem met de rekenmachine op te lossen. Hoe gaat het dan? Kan de leerling dit uitrekenen met de procenttoets? Kan de leerling gebruik maken van decimale getallen?

Wat gebeurt er als de leerling 0.8×220 invoert? En wat gebeurt er bij 0.9×220 ?

Kan de leerling dat uitleggen?

Hierbij doet de leraar een beroep op het rekeninzicht van de leerling. Door de leerling ook op een andere manier hetzelfde probleem te laten oplossen, werkt de leraar tevens aan het bouwen van associatieve netwerken. Daardoor is de kans groter dat de leerling nieuwe informatie georganiseerd opslaat in het langetermijngeheugen, zodat hij die de volgende keer weer snel kan oproepen.

Doordat de leraar met de leerling in gesprek gaat over zijn rekenkennis en -vaardigheden, leert de leerling beter kijken en reflecteren op zijn eigen handelen (monitoren). Op basis van zulke gesprekken kan de leraar bovendien zijn instructie beter afstemmen op de onderwijsbehoeften van de leerling.

Het Drieslagmodel biedt hem de mogelijkheid het strategisch denken en handelen en de oplossingsprocedures van de leerling te observeren, te waarderen en te beïnvloeden.

Om het denkproces van de leerling goed te analyseren kan de leraar zich tijdens dit proces bijvoorbeeld de volgende vragen stellen:

- Kan de leerling bij een context een bewerking bedenken?
- Kan de leerling tijdens het uitrekenen hardop vertellen/laten zien hoe hij rekent?
- Kan de leerling achteraf vertellen wat hij heeft gedaan en hoe hij het heeft gedaan?
- Kan hij ook toelichten waarom hij het zo heeft gedaan? Kan het ook anders?
- Wat heeft de leerling ervan geleerd?
- Weet de leerling van een vorige keer nog hoe hij toen een soortgelijke opdracht heeft uitgevoerd? Is hij daarin vooruitgegaan?
- Kan de leerling nieuwe kennis en vaardigheden koppelen aan reeds geleerde en geoefende kennis en vaardigheden?

Antwoorden op bovenstaande vragen leveren informatie op voor de leraar. Op basis daarvan kan hij zijn didactisch handelen bijstellen. Waar let hij zelf op? Welke accenten legt hij in het onderwijs? Voor het verkrijgen van antwoorden kan de leraar de leerling op verschillende manieren een contextopdracht laten uitvoeren.

De leraar kan met de leerling gericht oefenen door bij verschillende stappen van het Drieslagmodel te beginnen en bewust linken te leggen met een volgende of vorige stap.

Van stap 1 naar stap 2

De leraar start met een context en laat de leerling daarbij een bewerking bedenken en uitvoeren (van stap 1 naar stap 2). De leraar onderzoekt of de leerling de context kan lezen en of hij die begrijpt. Hij probeert erachter te komen of de leerling de informatie kan omzetten naar een rekenprobleem en een rekenkundige bewerking.

Hoeveel procent krijg je extra tijdens deze aanbieding?



Inhoud standaard 400 gram.
Nu: 460 gram

Afbeelding 11.6 *Van stap 1 naar stap 2*

Van stap 2 naar stap 1

De leraar start bij de uitvoering en biedt de leerling een 'kale som' aan. Hij vraagt de leerling een context bij die som te bedenken (een verhaal of een tekening). Hij gaat na of de leerling met die context betekenis kan geven aan de 'kale som'.

Bedenk een verhaal of tekening bij deze opgave.

Van 400 naar 460.

Hoeveel procent is erbij gekomen?

Kun je hier een verhaal bij bedenken?

Of: Kun je hierbij een tekening maken?

Afbeelding 11.7 Van stap 2 naar stap 1*Van stap 3 naar stap 2*

De leraar herhaalt een eerdere opdracht en start met reflectie op een vorige situatie met dezelfde opdracht. Hij vraagt bijvoorbeeld: *Weet je nog hoe je het de vorige keer hebt gedaan?* De leraar gaat na of de leerling het eerder geleerde kan terugroepen uit zijn langetermijngeheugen. Hij laat daarna de bewerking toepassen op een nieuwe opdracht. Hij maakt hierbij gebruik van andere getallen, bijvoorbeeld van 300 naar 360 of van 500 naar 600.

Van stap 3 naar stap 1

De leraar biedt een nieuwe opdracht aan en start met reflectie op een vorige situatie waarbij een vergelijkbaar probleem aan de orde was, bijvoorbeeld van 500 naar 600. Daarbij werkt de leraar naar een hoger handelingsniveau of naar een nieuw onderwerp, bijvoorbeeld naar het BTW-percentage.

Voor de leraar is het eveneens van belang te letten op de koppelingen tussen de drie stappen in dit proces. Kan de leerling de stap maken van context naar bewerking? Van bewerking naar context? Reflecteert de leerling echt op zijn eigen handelen? Kan de leerling het geleerde onthouden? Wat maakt dat hij iets goed kan onthouden? Wanneer lukt dat niet? Heeft de leerling tussenstappen nodig bij een complexe opdracht? Is hij zich daarvan bewust? Kan hij die hulpstappen zelf kiezen?

De leraar kan leerlingen een leerlingkaart van het Drieslagmodel geven. De leerling kan deze kaart gebruiken als hulpmiddel om zijn probleemoplossend werken te structureren.

KERN**'Ik-vragen'**

Stap 1. Het proces van het probleemoplossend werken start met de context. Je kunt jezelf de volgende vragen daarbij stellen: *Waar gaat het over? Wat weet ik al? Wat is nieuw? Wat ga ik doen?*

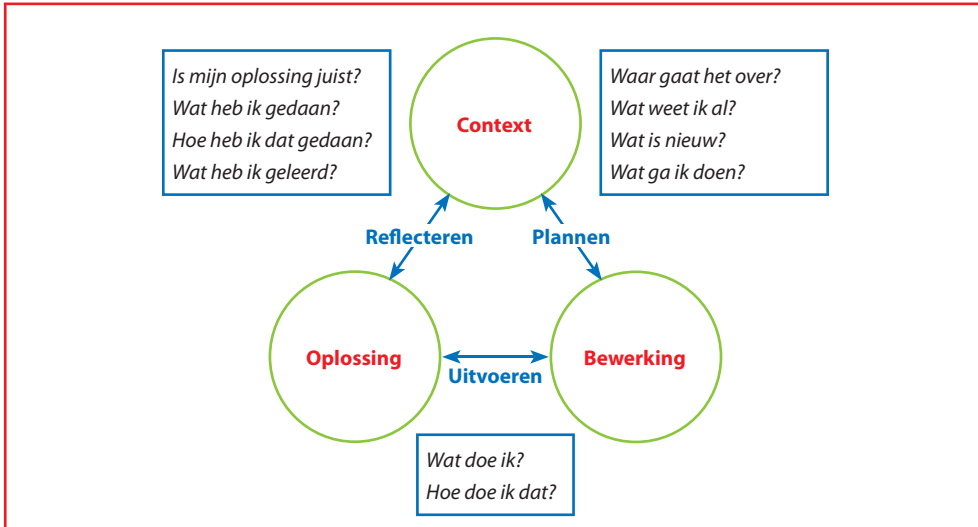
Je bepaalt een actie of kiest een bewerking om het rekenprobleem op te lossen (ga naar stap 2).

Stap 2. Het uitvoeren van de actie of een bewerking bij het antwoord uit stap 1 is de volgende stap. Je kunt jezelf de volgende vragen daarbij stellen: *Wat doe ik? Hoe doe ik dat?*

Als je de gekozen bewerking(en) hebt uitgevoerd, vind je een oplossing en kun je hierop reflecteren (ga naar stap 3).

Stap 3. Tijdens de reflectie kun je jezelf de volgende vragen te stellen: *Is mijn oplossing juist? Wat heb ik gedaan? Hoe heb ik dat gedaan? Wat heb ik geleerd?*

Als het antwoord of de oplossing niet klopt met de context ga je terug door het Drieslagmodel om te zien hoe je het anders kunt aanpakken. Dan begint het proces opnieuw.



Afbeelding 11.8 Kaart van het Drieslagmodel voor leerlingen

11.4 Wat betekent het Drieslagmodel voor rekenproblemen?

Nog altijd overheerst in het onderwijs de opvatting dat leerlingen het technisch rekenen moeten beheersen om contextproblemen te kunnen oplossen. In dit protocol gaan wij uit van nieuwe inzichten, waaruit het omgekeerde blijkt. Al langer is bekend dat bij leesproblemen juist het aanbieden van betekenisvolle contexten bevordert dat de (technische) leesvaardigheid zich verder ontwikkelt.

Bij rekenvraagstukken hebben we een vergelijkbare situatie. Veel rekenvraagstukken doen een beroep op begrijpend lezen. Voor het ontwikkelen van functionele gecijferdheid is het rekenen aan de hand van betekenisvolle contexten essentieel. Begrijpend lezen, informatie in een context analyseren, praten over contexten en, daarop aansluitend, berekeningen uitvoeren leiden tot inzichtelijke procedures. Dit is de basis voor de ontwikkeling van betekenisvolle rekenconcepten en oplossingsprocedures.

Wanneer leraar en leerling tijdens het rekenen met contexten met het Drieslagmodel werken, wordt het betekenisvol leren bevorderd. Ook het Handelingsmodel draagt hieraan bij. Zie hoofdstuk 12 voor de samenhang en afstemming tussen beide modellen.

Bij rekenproblemen wordt echter nog te vaak alleen gekeken naar de technische rekenvaardigheid van de leerling. Wanneer de leerling een bepaalde (technische) bewerking niet beheerst, herhaalt de leraar dezelfde (technische) bewerking steeds met nieuwe opdrachten. Vaak tevergeefs, want

herhalen heeft geen zin zolang de leerling geen blijk geeft van inzicht en begrip. Het Drieslagmodel helpt juist bij het verwerven van begrip en inzicht door (technische) opdrachten te verbinden met betekenisvolle contexten en dan daarop door de leerling te laten reflecteren.

Leren rekenen beperkt zich niet tot de onderste lijn in de driehoek (de technische stap 2: uitvoeren). Het Drieslagmodel laat zien dat de stappen plannen en reflecteren onlosmakelijk verbonden zijn met stap 2. Door hun samenhang dragen ze bij aan het verwerven van functionele gecijferdheid. Enerzijds leert de leerling zijn (technische) vaardigheid te verbinden met werkelijkheidssituaties (stap 1: plannen en betekenis verlenen). Anderzijds leert hij om gevonden oplossingen terug te koppelen naar de vertreksituatie (stap 3: reflecteren). Hij leert de relevantie of juistheid te beoordelen binnen de context en eventueel zijn oplossingsprocedure bij te stellen.

Rekenproblemen kunnen optreden op elk van de drie zijden van de driehoek. De leraar kan ze aanpakken door specifieke begeleiding, maar zal in zijn begeleiding steeds teruggrijpen op het geheel van de driehoek. Voor de leraar is het daarom van belang te analyseren waar de problemen (vooral) zitten. Heeft de leerling juist moeite met het verlenen van betekenis aan de context en met plannen van de rekenbewerking (stap 1) of gaat de uitvoering van de bewerkingen (stap 2) moeizaam? Dat vraagt in beide gevallen om een verschillende aanpak en specifieke begeleiding, afgestemd op de onderwijsbehoeften van de leerling.

Het Drieslagmodel biedt ook aanknopingspunten voor de leraar om te reflecteren op zijn eigen didactisch handelen. Hij kan zich afvragen op welke zijden van de drieslag hij voldoende of onvoldoende accenten legt of heeft gelegd. Hij weet dan waar hij de volgende keer meer aandacht aan moet besteden om een beter leerrendement te bewerkstelligen.

12 **Samenhang en afstemming tussen beide modellen**

Het Handelingsmodel en het Drieslagmodel grijpen in elkaar. Een leerling kan een rekenprobleem op verschillende handelingsniveaus en op verschillende manieren uitvoeren. Het Handelingsmodel kan als het ware binnen het Drieslagmodel worden geplaatst. Hierdoor worden de twee modellen met elkaar verbonden.

12

12.1 Samenhang

De leraar kan het Handelingsmodel en het Drieslagmodel beide gebruiken in reguliere lessituaties, maar ze zijn ook uitermate geschikt voor het observeren van leerlingen in onderzoekssituaties. Hij kan het Handelingsmodel en het Drieslagmodel met elkaar in verband brengen. Tijdens elke stap van het probleemoplossend werken voeren leerlingen hun rekenactiviteiten op verschillende handelingsniveaus uit. Dit gaat als volgt.

Bij stap 1: plannen

Het gebruik van het Drieslagmodel helpt om scherp te krijgen op welk terrein de problemen liggen. Soms heeft een leerling geen idee welke berekening hij kan uitvoeren bij een context. Dit betekent dat de leerling geen betekenis kan geven aan die context. Wanneer de leraar de leerling de informatie in de context laat tekenen, schematiseren of verwoorden, kan hij inzicht krijgen in het probleem. Hier worden de twee modellen met elkaar verbonden. Door te schakelen tussen de handelingsniveaus stimuleert de leraar de leerling tot nadenken op het formele niveau (Handelingsmodel) en kan hij de leerling een bewerking laten bedenken (Drieslagmodel). Hierdoor werkt de leraar aan begripsontwikkeling.

Bij stap 2: uitvoeren

Soms begrijpt de leerling wel wat hij moet doen, maar kan hij de berekening niet of niet goed of alleen op een lager handelingsniveau uitvoeren. Dit gaat om de technische rekenvaardigheid. Niet goed ontwikkelde concepten en onbegrepen procedures zijn hier belemmerend. Het Handelingsmodel biedt uitkomst doordat de leraar zijn leerling op verschillende handelingsniveaus laat werken en daarbij zelf de relaties tussen de niveaus laat leggen. Door de leerling uit te dagen de overstap te maken naar een hoger niveau van handelen, ervaart de leerling wat er voor hem te leren is in de 'zone van de naaste ontwikkeling'.

Bij stap 3: reflecteren

De terugkoppeling van het antwoord naar de context geeft informatie over wat de leerling heeft geleerd van de opdracht. Kan de leerling aangeven of het antwoord goed of fout is en waarom? Kan de leerling het antwoord visualiseren of verwoorden (in termen van het Handelingsmodel: tekenen, schematiseren of toelichten)? Als de leraar zijn leerling laat reflecteren, leert de leerling een relatie te leggen tussen de context, de getallen, de berekening en het antwoord. Hierdoor krijgt het rekenen voor hem betekenis.

Door het onderwijs met behulp van de handelingsniveaus en het Drieslagmodel zo goed mogelijk af te stemmen op de ontwikkeling en de onderwijsbehoeften van de leerling, kunnen al veel problemen worden voorkomen. Mocht de leraar toch problemen signaleren, dan bieden de twee modellen aanknopingspunten voor interventies.

12.2 Leerlingkenmerken en de samenhang met beide modellen

Bij goed onderwijs stemt de leraar het onderwijsaanbod zo goed mogelijk af op de onderwijsbehoeften van de leerling. In alle situaties heeft hij echter ook te maken met leerlingkenmerken. Juist bij rekenzwakke leerlingen spelen deze een grote rol. Voor een optimale afstemming is het van belang dat alle drie de factoren goed op elkaar aansluiten: het onderwijsaanbod, het didactisch handelen van de leraar en de leerlingkenmerken.

Leerlingen hebben sterke(re) en zwakke(re) kanten. Al deze leerlingkenmerken zijn in principe positieve ontwikkelingsfactoren. Zij kunnen gunstig bijdragen aan de ontwikkeling. Als een zwakke kant echter onvoldoende ontwikkeld wordt, kan dit belemmerend werken tijdens het leerproces. Bij het leren rekenen gaat het erom optimaal gebruik te maken van de sterkere leerlingkenmerken die het leerproces positief beïnvloeden. Tegelijkertijd moet ook energie gestoken worden in activiteiten die verbetering van de zwakkere leerlingkenmerken opleveren. De leraar besteedt bewust aandacht aan alle factoren die het leerproces beïnvloeden. Het Handelingsmodel en het Drieslagmodel kunnen hem hierbij ondersteunen.

De leerlingkenmerken die volgens huidige onderzoeken een belangrijke rol spelen voor een goede rekenontwikkeling zijn (zie bijlage A):

- de ontwikkeling van numerieke cognitie (gevoel voor getallen, getalbegrip);
- de taalontwikkeling;
- de ontwikkeling van het visueel waarnemen;
- geheugenfuncties:
 - het werkgeheugen (executieve functies);
 - het langetermijngeheugen (het georganiseerd opslaan van informatie en de oproepsnelheid);
- motivationeel-affectieve factoren (zelfvertrouwen, angst, weerstand).

Een goede ontwikkeling van numerieke cognitie is de basis voor het leren rekenen. Dit gaat samen met taalontwikkeling en de ontwikkeling van het visueel waarnemen. Door zowel verbale als visuele ondersteuning te bieden bij rekenopdrachten krijgen leerlingen optimale kansen een goed gevoel voor getallen, getalstructuren en relaties tussen getallen te ontwikkelen.

Het onderwijs is sterk talig ingesteld. Veel taken in het rekenonderwijs zijn talige taken, bijvoorbeeld het leren en het automatiseren en memoriseren van de tafels. Afbeeldingen (visueel) bij opdrachten (talig) in rekenboeken zijn vaak illustratief in plaats van functioneel en daardoor niet ondersteunend aan de opdracht. Leerlingen die talig zwak zijn maar visueel sterk, zijn hierbij dubbel in het nadeel. De tekst is voor hen bij voorbaat lastig en de illustratie biedt geen of nauwelijks ondersteuning.

Taalvaardigheid heeft een grote invloed op de ontwikkeling van rekenkennis en -vaardigheden. Het begrijpen van rekentaal is onderdeel van leren rekenen. Het kunnen koppelen van rekentaal aan ervaringen, getallen en formele bewerkingen is voorwaarde om rekenbewerkingen op het formele niveau te begrijpen en uit te voeren. Een goede technische leesvaardigheid en begrijpend lezen zijn een vereiste om opdrachten in rekenboeken te begrijpen. Als een leerling leesproblemen heeft, is het begrijpen van (context)opdrachten bij rekenen voor hem lastig. In zo'n geval kan ten onrechte de conclusie worden getrokken dat een leerling moeite heeft met leren rekenen.

Veel leerlingen hebben in het verleden frustraties opgelopen bij het rekenen. Sommigen hebben in de loop der jaren faalangst en rekenangst opgebouwd. Dit kan soms worden doorbroken en de leraar kan de leerling weer motiveren voor rekenen. De leraar moet dan met deze leerlingen veel aandacht besteden aan hun manier van denken en aan hun oplossingsprocedures. Hij zal daarbij met hen zoeken naar een manier voor het onthouden van rekenkennis en het uitvoeren van berekeningen die bij hen passen. Dit vraagt zorgvuldige en gerichte individuele begeleiding en afstemming (zie deel 4).

Bij sommige problemen hebben leerlingkenmerken een negatieve invloed op het onderwijsleerproces. Dan moet de leraar zoeken naar alternatieve manieren om de afstemming van het onderwijs op de ontwikkeling van de leerling te verbeteren. De leraar is hierbij de cruciale schakel. Het Handelingsmodel en het Drieslagmodel kunnen de leraar hierbij ondersteunen.

12.3 De samenhang in beeld

Wanneer een leerling een oplossingsprocedure uitvoert, spelen zowel zijn niveau van handelen (zie paragraaf 10.2) als zijn leerlingkenmerken een rol. Het Handelingsmodel helpt de leraar te zien tot op welk niveau een leerling oplossingsprocedures kan uitvoeren. Ook de wijze waarop de leerling zijn handelingen kan verwoorden geeft belangrijke informatie.

Het Drieslagmodel kan hij daarbij gebruiken om te zien hoe een leerling profiteert van de reeds opgedane kennis en vaardigheden en hoe hij nieuwe informatie opneemt, daarmee aan het werk gaat, in het geheugen opslaat en ook weer kan oproepen uit het geheugen in nieuwe situaties. Waar liggen dan de cruciale momenten?

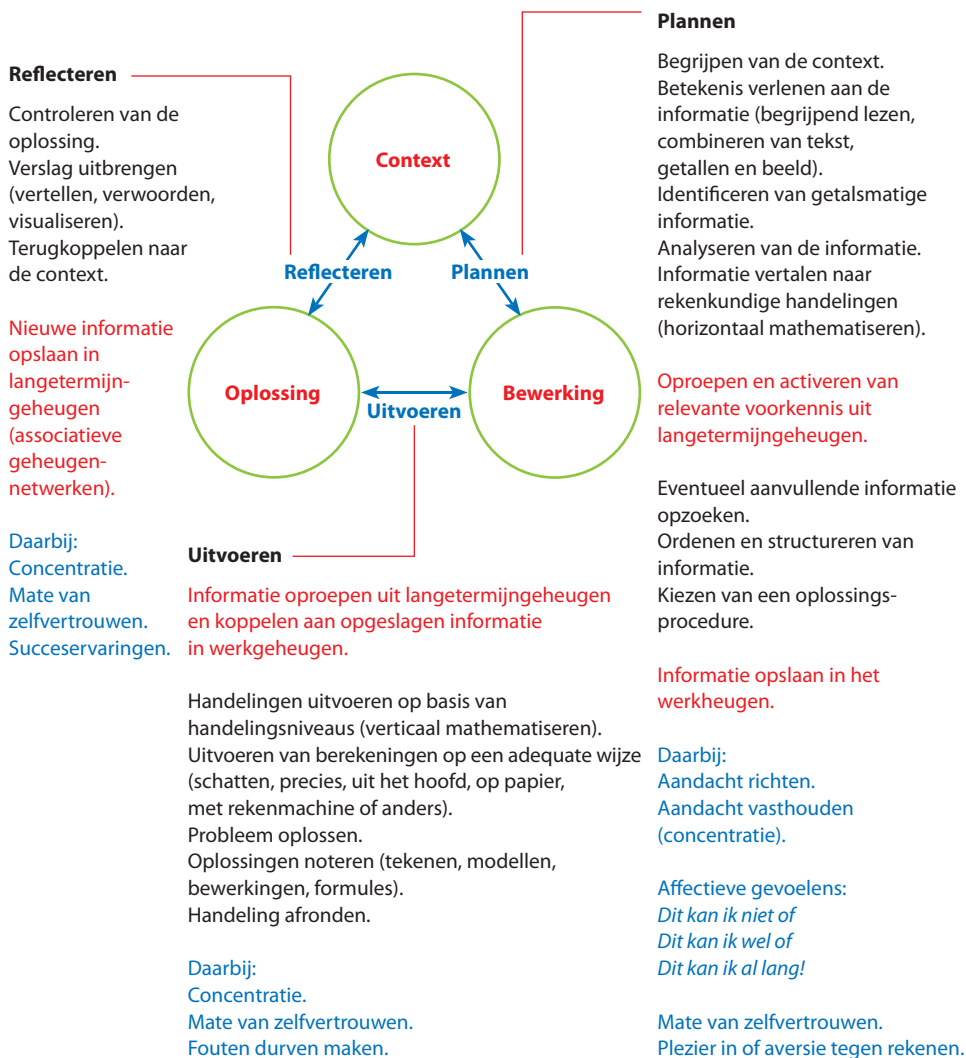
Een sterk analytisch vermogen bijvoorbeeld helpt de leerling bij het ontdekken van details in een contextopdracht. Bij een zwak analytisch vermogen neemt de leerling globaler waar en zal hij minder snel details ontdekken, waardoor hij relevante informatie in een opdracht kan missen.

Een goed werkgeheugen helpt de leerling de volgorde van tussentijdse bewerkingen te onthouden. Een zwak werkgeheugen kan juist belemmerend werken, omdat de leerling dan bijvoorbeeld de volgorde van de bewerkingen minder snel of onvolledig kan uitvoeren.

Georganiseerd opslaan in het langetermijngeheugen (in associatieve netwerken) helpt de leerling om opgeslagen kennis weer snel op te roepen.

In het totale proces van leren rekenen is het welbevinden van de leerling de meest cruciale factor. Hoe staat hij emotioneel in dit proces? Heeft hij plezier in rekenen? Heeft hij vertrouwen in zijn eigen kunnen? Hoe gaat hij om met succeservaringen en met fouten? Hoe begint hij aan een nieuwe taak? De mate van zelfvertrouwen van een leerling en zijn emotionele binding met of aversie tegen rekenen zijn de meest bepalende factoren voor het verwerven van nieuwe rekenkennis en -vaardigheden en tijdens het oplossen van rekenvraagstukken.

In afbeelding 12.1 laten we zien welke factoren een rol spelen tijdens het oplossen van rekenvraagstukken.



Afbeelding 12.1 De samenhang in beeld: combinatie van Drieslagmodel, Handelingsmodel en leerlingkenmerken

12.4 Reflectie en onthouden

Bij het plannen en uitvoeren van de handeling speelt het werkgeheugen een belangrijke rol (Van Lieshout, 2006, 2010; Van Lieshout & Berends, 2009). Bij complexere problemen kan een *overload* ontstaan voor het werkgeheugen waardoor de leerling fragmenten van informatie mist en verkeerde berekeningen uitvoert. Dit wordt soms geïnterpreteerd als 'slordig'. De leerling maakt 'vergeetfouten'. Bij het berekenen van de nieuwe prijs voor de tv met korting vergeet hij bijvoorbeeld de berekende 10% te verdubbelen en vervolgens de korting af te trekken van het oorspronkelijke bedrag, waardoor het antwoord niet klopt.

Tijdens de reflectie worden de voorafgaande acties in het geheugen opgeslagen. Hoe gebeurt dat? Welke informatie slaat de leerling op? In feite is het opslaan van het geleerde in het langetermijngeheugen een belangrijk moment van het leerproces. Als de leerling tijdens de reflectie nog kan vertellen wat hij gedaan heeft en hoe hij iets heeft uitgerekend, is de kans groter dat hij dit goed opslaat in het langetermijngeheugen. De kans daarop is groter als die leerling vooraf weet en onder woorden kan brengen wat en hoe hij het gaat aanpakken. Anders gezegd: als het handelen van de leerling doelgericht en bewust is, zal de kans op een zinvolle reflectie en opname in het langetermijngeheugen groter zijn. Als hij bovendien koppelingen kan maken met wat hij al weet, ontstaan er betere netwerken van kennis en vaardigheden. Bij een volgende rekenopdracht kan de leerling beter gebruik maken van hetgeen hij opgeslagen heeft in het langetermijngeheugen, zeker als hij wordt gestimuleerd die voorkennis eerst te activeren.

13 **Aandachtspunten voor het signaleren van rekenproblemen**

Tot slot bieden wij aandachtspunten voor het signaleren van rekenproblemen, gerelateerd aan beide modellen en ten aanzien van leerlingkenmerken. Wij nemen ook de signalen op die bij de vier Hoofdlijnen geformuleerd zijn (zie deel 2). Al deze elementen kunnen de leraar en de rekenspecialist behulpzaam zijn om het leren rekenen te analyseren.

13

13.1 Signaleringspunten bij de vier Hoofdlijnen

Bij de vier Hoofdlijnen hebben wij tien signaleringspunten beschreven bij het leren rekenen. Deze hebben wij aangeduid met S. Deze S staat voor signaal. De signalen zijn aandachtspunten waardoor leraren rekenzwakke leerlingen in beeld kunnen krijgen. Aan de hand van voorbeelden lieten wij zien waar en hoe rekenzwakke leerlingen vastlopen. Potentieel rekenzwakke leerlingen geven vaak nog meer en andere signalen af, ook bij andere vakken dan rekenen. Rekenzwakke leerlingen kunnen weerstand en faalangst ontwikkelen tijdens de rekenlessen. Ook op andere manieren laten zij in hun gedrag zien dat hun (reken)ontwikkeling niet vlekkeloos verloopt.

In deze paragraaf staan de signalen geordend bij elkaar. De genoemde knelpunten komen veelvuldig voor in de rekenontwikkeling van leerlingen. Het kunnen 'normale' problemen zijn bij het leren van rekenen. Deze zijn doorgaans van tijdelijke aard. Dezelfde signalen zien we echter ook bij rekenzwakke leerlingen en kunnen een voorbode zijn van ernstige problemen. Bij aanhoudende problemen raden wij dan ook aan snel en adequaat te handelen.

Het overzicht biedt aanknopingspunten voor signalering en aanpak van mogelijke rekenproblemen. Tijdig signaleren is de eerste stap om te kunnen ingrijpen en daardoor erger te voorkomen.

Hoofdlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming

S₁ – Problemen met het verlenen van betekenis

Rekenzwakke leerlingen hebben moeite met het verlenen van betekenis aan getallen. Contexten helpen de leerling de stap te maken van het informele betekenisvolle rekenen naar het formele, abstracte rekenen (berekeningen uitvoeren en sommen maken). Hierbij spelen de ontwikkeling van taal, het visueel voorstellen en oplossingsprocedures een cruciale rol.

S₂ – Gebrekkige conceptvorming

Rekenzwakke leerlingen hebben vaak moeite met de ontwikkeling van goede rekenconcepten. De koppeling van het concrete handelen aan formele bewerkingen en de daarbij passende rekentaal gaat niet vanzelf. Hierdoor kunnen gebrekkige concepten ontstaan. Een zwakke basis kan met name belemmerend zijn bij het ontwikkelen van complexere begrippen als breuken en procenten. Voor rekenzwakke leerlingen blijft conceptvorming een struikelblok gedurende hun hele schoolloopbaan. Dit is een signaal voor mogelijke stagnatie in de rekenontwikkeling.

Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures

S₃ – Problemen met het verwerven en consolideren van de basisbewerkingen

Rekenzwakke leerlingen bouwen een zwakke basis op voor het formele rekenen omdat de begripsvorming gebrekkig verloopt. Een rekenzwakke leerling blijkt vaak slecht in staat te zijn om oplossingsprocedures te begrijpen. Hij ontwikkelt fragmentarische kennis en houdt lang vast aan procedures die ondoelmatig zijn en weinig perspectief bieden, zoals tellen. Daardoor ontstaat een gebrekkige basis voor het leren optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

S₄ – Problemen met het automatiseren en memoriseren van de tafels

Een leerling die de basisbewerkingen onvoldoende beheerst, valt vaak op doordat hij problemen heeft met het onthouden van de tafels. Dit belemmert hem bij het uitvoeren van berekeningen. Bij een rekenzwakke leerling kan hierdoor de rekenontwikkeling stagneren.

S5 – Problemen met het uitvoeren van complexere bewerkingen

Het verwerven van meer complexe rekenconcepten blijkt moeizaam te verlopen. Rekenzwakke leerlingen komen niet of moeizaam tot begripsvorming en ontwikkeling van complexere oplossingsprocedures op het gebied van breuken, procenten, verhoudingen, decimale getallen en meten.

S6 – Problemen met het verwerven van algoritmes

Rekenzwakke leerlingen blijken vaak moeite te hebben met het verwerven van de complexe procedures van algoritmes.

Hoofdlijn 3: vlot rekenen en onderhouden

S7 – Onbegrepen procedures en losse feitenkennis in de basisvaardigheden leiden tot fragmentarische kennis en vaardigheden

Onbegrepen kennis en procedures worden niet of onvoldoende opgeslagen in het geheugen. De leraar kan dit waarnemen als een leerling gaat 'goochelen met getallen' tijdens het uitvoeren van de basisvaardigheden optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Dit leidt tot fragmentarische kennis en vaardigheden waardoor een zwakke basis ontstaat ('gatenkaas').

S8 – Problemen met het automatiseren van standaardalgoritmes en complexe procedures belemmeren het vlot leren rekenen

Fragmentarische kennis en vaardigheden bij de basisbewerkingen worden zichtbaar als een leerling problemen heeft met het automatiseren van complexere procedures, zoals de algoritmes en bij bewerkingen met verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten.

S9 – Problemen met het automatiseren en memoriseren zijn het gevolg van het niet goed georganiseerd opslaan van informatie

Het ontwikkelen van associatieve kennis leidt tot georganiseerd opslaan in het geheugen. Daardoor is deze kennis sneller oproepbaar. Niet goed opgeslagen kennis leidt tot problemen bij het automatiseren en memoriseren. Als blijkt dat een leerling minder snel informatie kan oproepen uit zijn geheugen of deze is vergeten, kan dit een signaal zijn dat hij de informatie niet goed georganiseerd heeft opgeslagen in zijn geheugen.

Vergelijk dit met archiveren op de harde schijf. De gebruiker organiseert de harde schijf in mappen. Hij slaat informatie op in een map met bij elkaar horende bestanden. Hierdoor vindt hij die informatie makkelijker terug.

Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen

S10 – Gebrekkige oplossingsprocedures en tekorten in het strategisch denken en handelen belemmeren het flexibel toepassen

Op school wordt veel aandacht besteed aan het ontwikkelen van cognitieve kennis en vaardigheden en veel minder aan het ontwikkelen van strategisch denken en handelen.

De rekenzwakke leerling hanteert vaak gebrekkige oplossingsprocedures. Deze kan hij dus ook niet optimaal inzetten bij het uitwerken van complexere berekeningen. Dit belemmert de ontwikkeling van het strategisch denken en handelen.

13.2 Aandachtspunten ten aanzien van het leerproces van de leerling

A1 – Waar let de leraar op bij een leerling met betrekking tot handelingsniveaus (Handelingsmodel)?

- Begrijpt de leerling rekenbegrippen? (Hoe) Kan hij daaraan betekenis verlenen?
- (Hoe) Kan de leerling hoeveelheden bepalen?
- (Hoe) Kan de leerling rekenhandelingen uitvoeren?
- (Hoe) Kan hij bij de situatie passende rekentaal gebruiken?
- (Hoe) Kan de leerling op een rekenkundige manier onderbouwen of beredeneren wat hij doet (wil gaan doen)?
- (Hoe) Kan de leerling rekenhandelingen uit- of afbeelden (voorstellingsniveau)?
- (Hoe) Kan de leerling overschakelen van het ene naar een ander (hoger/lager) handelingsniveau? Kan de leerling flexibel switchen tussen de niveaus?
- (Hoe) Kan de leerling gebruik maken van zijn gevoel voor getallen, getalstructuren en getalnetwerken bij het schakelen tussen de verschillende handelingsniveaus?

A2 – Waar let de leraar op bij een leerling met betrekking tot oplossingsprocedures (Drieslagmodel)?

Bij stap 1 (planning):

- Kan de leerling betekenis geven aan de rekenkundige informatie in een context?
- Kan de leerling informatie analyseren en ordenen?
- Kan de leerling relevante voorkennis oproepen uit zijn geheugen?
- Kan de leerling een passende berekening of oplossingsprocedure bedenken?

Bij stap 2 (uitvoering):

- Hoe organiseert de leerling de gekozen oplossingsprocedure?
- Is er sprake van gebrekkige of onbegrepen concepten en procedures?

Bij stap 3 (reflectie):

- Is de leerling voldoende in staat tot reflectie op het eigen handelen?
- Kan de leerling vertellen wat hij heeft gedaan en hoe hij de opdracht heeft uitgevoerd?

A3 – Wat neemt de leraar waar met betrekking tot leerlingkenmerken?

Met betrekking tot geheugen:

- Kan de leerling relevante voorkennis activeren (oproepen uit het langetermijngeheugen)?
- Kan de leerling resultaten van tussentijdse berekeningen onthouden (overload van het werkgeheugen)?
- Kan de leerling nieuwe rekenkennis onthouden?
- Kan de leerling oplossingsprocedures automatiseren en memoriseren (opslaan van nieuwe kennis in het langetermijngeheugen)?
- Kan de leerling een volgende keer de nieuw verworven kennis weer oproepen uit het geheugen?

NB. Maak onderscheid tussen niet goed begrepen concepten en procedures en fouten als gevolg van overbelasting van het werkgeheugen.

Met betrekking tot affectie, emotie en zelfreflectie (emotioneel welbevinden):

- Hoe begint de leerling aan een taak?
- Hoe gaat de leerling om met fouten?
- Hoe gaat de leerling om met succeservaringen?
- Hoelang kan de leerling zich concentreren op een taak?
- Geeft de leerling uiting aan emoties? Hoe en op welk moment? Is dat incidenteel of structureel? Denk aan opgewekt, weerstand, angst, faalangst, blokkade.

13.3 Aandachtspunten voor reflectie door de leraar

Welke vragen kan de leraar zichzelf stellen om te reflecteren op de afstemming van zijn onderwijsaanbod op de onderwijsbehoeften van leerlingen?

- Wordt in de methode voldoende geoefend op de verschillende handelingsniveaus?
- Bied ik in mijn instructie de leerstof aan op verschillende handelingsniveaus?
- Bied ik gerichte aandacht aan de overgang van het ene niveau naar een volgend niveau door te werken in combinaties van niveaus?
- Stem ik de handelingsniveaus af op de individuele leerling?
- Probeer ik met rekenzwakke leerlingen voldoende niveauverhogend te werken?
- Zie ik op welk niveau een leerling bepaalde leerstof beheerst?
- Zie ik voldoende ontwikkeling van informeel naar formeel niveau in het handelen van de leerling?
- Wordt er in de methode aandacht besteed aan de koppeling van context met bewerking?
- Op welke wijze laat ik de leerlingen oefenen? Alleen met (kale) sommen of ook op andere manieren?
- Besteed ik voldoende aandacht aan planning (horizontaal mathematiseren)?
- Besteed ik voldoende aandacht aan reflectie?
- Wat doe ik als ik zie dat een opdracht erg complex (overload) is voor een leerling?

Bij bovenstaande vragen is altijd de volgende vraag belangrijk: (Hoe) kan ik dat (nog verder) verbeteren? Hoe kan ik nog beter afstemmen op de onderwijsbehoeften van deze leerling?

Enkele aanbevelingen voor het didactisch handelen:

- Ga altijd met de leerling in gesprek en vraag na wat hem beweegt of wat hij doet of denkt.
- Onderzoek rekenproblemen niet alleen door het analyseren van rekenfouten bij 'kale sommen'. Analyseer ook oplossingsprocedures van leerlingen bij contextopdrachten.
- Leg daarbij de focus op het strategisch denken en handelen van de leerling tijdens het plannen, het uitvoeren en tijdens de reflectie.
- Bied betekenisvolle contexten aan. Het rekenen krijgt daardoor betekenis. De rekenvaardigheid wordt erdoor verbeterd.
- Leer effectieve planningsstrategieën en slimme controlestrategieën aan. Dat is net zo belangrijk als het aanleren van technische rekenvaardigheid.
- Wanneer er iets bijzonder opvalt bij een leerling, ga dan gericht observeren of er wellicht meer achterzit en raadpleeg collega's om te vernemen of hen ditzelfde ook is opgevallen.
- Neem zo nodig contact op met de ouders/verzorgers van de leerling, want zij kunnen waardevolle informatie geven.

Deel 4

Begeleiding

14 Begeleiding en ondersteuning bij rekenonderwijs

15 Begeleidingscategorie 1

16 Begeleidingscategorie 2

17 Begeleidingscategorie 3

14 **Begeleiding en ondersteuning bij rekenonderwijs**

Voor leerlingen die rekenproblemen ervaren is passende begeleiding en ondersteuning nodig. Zulke begeleiding start zo mogelijk vanaf de eerste dag dat leerlingen in het vo binnenkomen. Wij onderscheiden drie verschillende begeleidingscategorieën en de hierbij passende eerste-, tweede- en derdelijnsondersteuning.

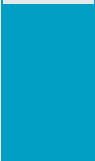
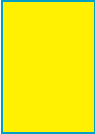
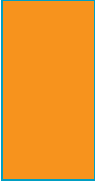



14.1 Rekengeschiedenis van de leerling bij overgang po-vo

Leerlingen die het vo instromen hebben in de voorgaande jaren vrijwel elke dag rekenles gehad. De basisschool heeft in haar rekenonderwijs gebruik gemaakt van een rekenmethode, met daarnaast het *Protocol ERWD₁*. De verschillen in rekenvaardigheid bij deze leerlingen is groot. Er zijn zowel heel sterke rekenaars als heel zwakke rekenaars, en alles daar tussenin. Vooral voor de rekenzwakke leerlingen is het van belang dat de begeleiding en ondersteuning die zij in het basisonderwijs kregen zo snel mogelijk in het vo wordt voortgezet. Continuïteit is noodzakelijk om terugval van de soms moeizaam verkregen resultaten te voorkomen. In dit *Protocol ERWD₂* geven wij aan hoe het vo de lijn kan doortrekken die in het basisonderwijs is begonnen. Deze continuïteit betreft enerzijds de inhoud van het rekenonderwijs: de doorgaande leerlijnen. Anderzijds gaat het om continuïteit in de aard van de begeleiding en ondersteuning die de school biedt.

Om te kunnen aansluiten bij de actuele rekenontwikkeling van de nieuwe brugklassers, zal het vo vooral kijken naar de individuele rekengeschiedenis van deze leerlingen. Het primair onderwijs onderscheidt op basis van het *Protocol ERWD₁* leerlingen naar hun onderwijsbehoeften bij leren rekenen. In het dossier dat van elke leerling bij de overdracht po-vo wordt overgedragen, staat aangegeven hoe de rekenontwikkeling van de leerling op dat moment is en hoe het verloop tijdens de basisschoolperiode is geweest. Mocht een leerling rekenproblemen ervaren of hebben ervaren, dan wordt verslag gedaan van de ondersteuning en begeleiding die door het basisonderwijs is geboden en het effect daarvan. Ook staat vermeld of een leerling een dyscalculieverklaring heeft. Het kan ook zijn dat een leerling op het moment van overdracht al in een onderzoekstraject zit, vanwege ernstige rekenproblemen. Het spreekt vanzelf dat ook dan continuïteit in begeleiding is geboden.

In de typering van de rekenontwikkeling, zoals die in *ERWD₁* staat beschreven, is sprake van vijf 'fasen in onderwijsbehoeften'. In onderstaande tabel hebben wij die vertaald naar de stand van zaken bij verlaten van het basisonderwijs. Deze fasen worden met de kleuren blauw, groen, geel, oranje en rood aangegeven. In dit overzicht staat steeds per fase vermeld wat de aard van de informatie is die een basisschool verstrekt bij de overdracht po-vo.

Kleur fasen in po	Omschrijving van de fasen in onderwijsbehoeften bij het leren rekenen
	<p>Fase blauw: leerling die een zeer goede en snelle rekenontwikkeling heeft doorgemaakt</p> <p>Uit schriftelijke overdracht po-vo zijn bekend:</p> <ul style="list-style-type: none"> • resultaten uit het leerlingvolgsysteem en de eindtoets; • tot hoever de leerling is gekomen op het niveau van 1S; • aanvullende informatie over de leerling.
	<p>Fase groen: leerling die een 'normale' rekenontwikkeling heeft doorgemaakt</p> <p>Uit schriftelijke overdracht po-vo zijn de volgende gegevens bekend:</p> <ul style="list-style-type: none"> • resultaten uit het leerlingvolgsysteem en de eindtoets; • tot hoever de leerling is gekomen op het niveau van 1F/1S; • aanvullende informatie over de leerling.
	<p>Fase geel: leerling die op deelgebieden (geringe) rekenproblemen heeft ervaren</p> <p>Uit schriftelijke overdracht po-vo zijn bekend:</p> <ul style="list-style-type: none"> • gegevens zie fase groen; • beschrijving van bij welke onderdelen van het rekenonderwijs extra begeleiding is gegeven.
	<p>Fase oranje: leerling die ernstige rekenproblemen ervaart en op dat gebied specifieke onderwijsbehoeften heeft</p> <p>Uit schriftelijke en mondelinge overdracht po-vo zijn bekend:</p> <ul style="list-style-type: none"> • gegevens zie fase groen; • beschrijving van welke specifieke begeleiding is gegeven; • stand van zaken van en informatie over het diagnostisch rekenonderzoek bij de leerling.
	<p>Fase rood: leerling die ernstige, maar tevens hardnekkige rekenproblemen ervaart (dyscalculie)</p> <p>Uit schriftelijke en mondelinge overdracht po-vo zijn bekend:</p> <ul style="list-style-type: none"> • gegevens zie fase groen; • beschrijving van welke specifieke begeleiding is gegeven; • stand van zaken van en informatie over het psychodiagnostisch onderzoek bij de leerling; • of wel of (nog) geen dyscalculieverklaring aan de leerling is verleend.

Afbeelding 14.1 Overzicht informatieoverdracht bij de overgang po-vo






Met deze informatie kan een vo-school direct bij aanvang van het schooljaar de leerlingen de (individuele) begeleiding bieden die zij nodig hebben. Dat waarborgt de doorgaande lijn die deze leerlingen zo hard nodig hebben. Zo spoedig mogelijk na het begin van het schooljaar kan voor alle brugklassers een nadere behoeftenanalyse plaatsvinden, bijvoorbeeld in de vorm van een nulmeting. Wij raden vo-scholen aan zo vroeg mogelijk in het schooljaar een vervolgselectie van leerlingen te maken op basis van hun scores bij zo'n nulmeting. Op grond van het resultaat van de nulmeting en de bekende rekengeschiedenis deelt de school de leerlingen in de best passende begeleidingscategorie in. Hierdoor kan de vo-school de verzamelde kennis over een leerling vertalen naar een doordacht plan voor de toekomstige begeleiding. Leerlingen die in het basisonderwijs niet zijn 'opgevalen' kunnen bij de nulmeting als 'risicoleerling' worden aangemerkt vanwege een vermoeden van een rekenprobleem.

14.2 Continuïteit in begeleiding van po naar vo

In het *Protocol ERWD2* maken wij onderscheid tussen drie begeleidingscategorieën.

- *Begeleidingscategorie 1* is voor leerlingen die geen of geringe rekenproblemen ervaren. Zij krijgen begeleiding in de reguliere lessen.
- *Begeleidingscategorie 2* is voor leerlingen die ernstige rekenproblemen ervaren. Zij krijgen intensieve en deskundige begeleiding op basis van een individueel handelingsplan. Deze begeleidingscategorie is ook bestemd voor leerlingen die al in het traject 'diagnostisch rekenonderzoek' zitten.
- *Begeleidingscategorie 3* is voor leerlingen die ernstige en tevens hardnekkige rekenproblemen ervaren (dyscalculie). Zij krijgen blijvende, zeer intensieve en deskundige begeleiding op basis van een individueel handelingsplan. Deze begeleidingscategorie is ook bestemd voor leerlingen die in het traject 'psychodiagnostisch onderzoek' zitten, vanwege het vermoeden van dyscalculie. Dit onderzoek vindt bij voorkeur niet later plaats dan in het tweede leerjaar van het vo.

Het onderscheid naar onderwijsbehoeften zoals het basisonderwijs die hanteert (blauw, groen, geel, oranje of rood), kan worden vertaald naar het vo (zie afbeelding 14.1). In de volgende tabel staan links de op de onderwijsbehoeften afgestemde begeleiding die het basisonderwijs heeft geboden en rechts de hierop aansluitende begeleiding die volgens *ERWD2* in het vo wenselijk is.

Begeleiding in po	Begeleiding in vo
 <i>Begeleiding in fase blauw: extra onderwijsaanbod.</i>	<i>Begeleidingscategorie 1a: geen extra ondersteuning.</i>
 <i>Begeleiding in fase groen (normaal, vrijwel ongestoorde rekenontwikkeling): geen extra ondersteuning.</i>	
 <i>Begeleiding in fase geel (geringe rekenproblemen): afstemming binnen de reguliere rekenlessen in subgroepjes.</i>	<i>Begeleidingscategorie 1b: extra, afgestemde instructie binnen de reguliere rekenlessen in subgroepjes en extra oefentijd.</i>
 <i>Begeleiding in fase oranje bij (vermoeden van) ernstige rekenproblemen: specifieke (individuele) afstemming op basis van individueel handelingsplan, intensieve en deskundige begeleiding.</i>	<i>Begeleidingscategorie 2: specifieke individuele instructie op basis van individueel handelingsplan buiten de groep; aanvullende instructie en extra oefentijd binnen de groep.</i>
 <i>Begeleiding in fase rood bij ernstige en (vermoeden van) hardnekkige rekenproblemen: zeer specifieke (individuele) afstemming op basis van individueel handelingsplan, zeer intensieve en deskundige begeleiding.</i>	<i>Begeleidingscategorie 3: begeleiding op maat; specifieke instructie op basis van individueel handelingsplan; daar waar mogelijk oefenen en aansluiten binnen de groep.</i>

Afbeelding 14.2 Begeleiding in po en vo

Bij de indeling let de vo-school in eerste instantie alleen op rekenvaardigheid. Met andere factoren zoals zelfvertrouwen, faalangst, weerstand en motivatie wordt nog geen rekening gehouden. Deze factoren kunnen later wel een rol spelen bij de begeleiding, met name bij leerlingen die bij het rekenen in het basisonderwijs veel negatieve ervaringen hebben opgedaan.

14.3 Begeleiding in het vo

Het onderscheid in drie begeleidingscategorieën is bruikbaar in alle leerjaren en alle leerroutes van het vo. Een leerling kan aan een andere categorie worden toegewezen op basis van toenemende of uitblijvende vorderingen. Zie voor een samenvattend overzicht afbeelding 4.3 van hoofdstuk 4. In alle gevallen communiceert de school met alle betrokkenen over plaatsing in, of wijziging van een begeleidingscategorie volgens de binnen de school afgesproken werkwijze en taakverdeling.

In dit hoofdstuk bespreken wij de drie begeleidingscategorieën in het kort. De belangrijkste overeenkomsten en verschillen komen aan bod. Wij beschrijven de rol van de eerste-, tweede- en derdelijnsondersteuning. In de volgende drie hoofdstukken concentreren wij ons op de kenmerken van elke begeleidingscategorie afzonderlijk.

- **Begeleidingscategorie 1: begeleiding van leerlingen binnen de reguliere rekenlessen**

- *Categorie 1a*

De leerlingen in deze categorie kunnen binnen hun leerroute in principe zonder problemen het rekenonderwijs aan. Voorwaarde is wel dat hun rekenvaardigheid door zorgvuldig uitgelijnde rekenactiviteiten op peil wordt gehouden en verder wordt uitgebreid. Zij hebben geen specifieke onderwijsbehoeften, maar hebben wel goed rekenonderwijs nodig om 2F of 3F te kunnen behalen.

Binnen deze categorie zitten ook leerlingen met een grote rekenvaardigheid. Zij hebben gerichte aandacht nodig in het vo. Deze groep leerlingen komt het meeste voor in het vwo. Zij hebben een goede stimulans en uitdaging nodig om te blijven presteren en onderpresteren te voorkomen. Oefenen bij wijze van onderhoud blijft ook voor hen van belang.

Vanwege het doel van het *Protocol ERWD2* gaan wij verder niet in op de onderwijsbehoeften van leerlingen in categorie 1a.

- *Categorie 1b*

In deze categorie zitten de leerlingen die op deelgebieden (geringe) rekenproblemen ervaren. Deze problemen kunnen van tijdelijke aard zijn. De leerlingen profiteren voldoende van het geboden rekenonderwijs om mee te kunnen komen. Voor sommige deelgebieden hebben zij op hun onderwijsbehoeften afgestemde instructie en meer oefentijd nodig. De begeleiding van deze groep leerlingen vindt plaats in de reguliere lessen, zo nodig in subgroepjes. De leerlingen in deze categorie kunnen op onderdelen wisselen van categorie 1b naar 1a en omgekeerd. Ze ervaren problemen op deelgebieden; zodra ze deze problemen hebben overwonnen, kunnen ze weer gewoon zonder specifieke begeleiding meedoen in de groep.

De rekenleraar en de rekenspecialist beoordelen of er sprake is van voldoende vooruitgang van de rekenontwikkeling van de leerlingen. Zij hebben hierbij overleg met de mentor. Zij baseren zich op een analyse van toetsresultaten, observatiegegevens en leerlingwerk. Is er voldoende vooruitgang, dan blijven zij in begeleidingscategorie 1. Bij leerlingen die aantoonbaar onvoldoende of zelfs geen vooruitgang laten zien, zet de rekenspecialist in overleg met de ondersteuningscoördinator vervolgvactiteiten in gang volgens de interne procedure. Deze leerlingen worden ingedeeld bij begeleidingscategorie 2.

- **Begeleidingscategorie 2: begeleiding van leerlingen op basis van een individueel handelingsplan bij ernstige rekenproblemen**

In deze categorie zitten leerlingen die ernstige rekenproblemen ervaren en op dat gebied specifieke ondersteuningsbehoeften hebben. Deze specifieke onderwijsbehoeften van een leerling worden bepaald tijdens een diagnostisch rekenonderzoek (zie hoofdstuk 18). Op grond van de resultaten van dit onderzoek worden handelingsadviezen geformuleerd. Deze adviezen worden vervolgens vertaald naar een individueel handelingsplan, waarin ook de aard van de begeleiding staat aangegeven. Deze begeleiding vindt plaats op basis van dat handelingsplan. Specifieke individuele instructie vindt plaats buiten de groep; aanvullende instructie en extra oefentijd binnen de (sub-)groep.

Leerlingen die vanuit het basisonderwijs binnenkomen en bij wie de procedure van een diagnostisch rekenonderzoek loopt, komen ook in begeleidingscategorie 2. De resultaten van het onderzoek en het daarbij passende handelingsplan stellen een rekenleraar in staat de adviezen over te nemen en uit te voeren.

De vorderingen van leerlingen in begeleidingscategorie 2 worden gevolgd en regelmatig geanalyseerd aan de hand van toetsresultaten, observatiegegevens en leerlingenwerk. De begeleiding wordt na een half jaar door de rekenspecialist geëvalueerd. Leerlingen met aantoonbaar voldoende vooruitgang gaan terug naar begeleidingscategorie 1. Dit is verantwoord, maar dan moet naar het oordeel van de rekenspecialist de rekenleraar tijdens de reguliere rekenlessen de condities kunnen vasthouden. Leerlingen die onvoldoende of geen vooruitgang laten zien gaan naar begeleidingscategorie 3. Zij komen in aanmerking voor verder onderzoek volgens de op school geldende procedures. Leerlingen bij wie de vorderingen nog beperkt zijn, of voor wie de noodzakelijke condities in de reguliere rekenlessen niet gerealiseerd kunnen worden, kunnen langer in categorie 2 blijven.

- **Begeleidingscategorie 3: intensieve en structurele begeleiding op basis van een individueel handelingsplan bij ernstige en hardnekkige rekenproblemen**

In deze categorie worden leerlingen geplaatst die ernstige en hardnekkige rekenproblemen ervaren. Deze leerlingen krijgen begeleiding op maat. Dit is specifieke instructie op basis van een individueel handelingsplan. Zij krijgen individueel of in kleine groepjes rekenonderwijs op maat, buiten de groep. Wanneer enigszins mogelijk wordt wel regelmatig aansluiting gezocht bij de groep.

Begeleidingscategorie 3 betreft de volgende leerlingen:

- 1 Leerlingen met een dyscalculieverklaring.
- 2 Leerlingen met ernstige rekenproblemen bij wie het vermoeden bestaat dat deze rekenproblematiek hardnekkig is. Zij krijgen een psychodiagnostisch onderzoek, gericht op het vaststellen van dyscalculie. Dit onderzoek vindt bij voorkeur niet later plaats dan in het tweede leerjaar. Zie hoofdstuk 19.
- 3 Leerlingen bij wie na een psychodiagnostisch onderzoek geen dyscalculie is vastgesteld, maar bij wie slechts geringe of geen vooruitgang kan worden vastgesteld, krijgen hier ook begeleiding op maat.

Leerlingen die vanuit het basisonderwijs binnenkomen en bij wie de procedure van een psychodiagnostisch onderzoek loopt, komen ook in deze categorie. De resultaten van het onderzoek en het daarbij passende handelingsplan worden door de vo-school overgenomen en uitgevoerd.

Leerlingen die permanent onder begeleidingscategorie 3 vallen, hebben over het algemeen een structureel probleem met rekenen en hebben daardoor blijvend specifieke ondersteuning op maat nodig. Bij deze leerlingen spelen zelfbeeld en motivatie vaak een belangrijke rol. In dat geval kunnen zij zich op den duur nog wel verder ontwikkelen, maar dat vraagt zowel rekendidactische deskundigheid als pedagogische vaardigheid.

De vorderingen van leerlingen die in verband met een psychodiagnostisch onderzoek in begeleidingscategorie 3 zijn geplaatst, vanwege een vermoeden van dyscalculie, worden op initiatief van de diagnosticus een half jaar na het onderzoek geëvalueerd.

De andere leerlingen in deze categorie worden eveneens gevolgd en de resultaten worden regelmatig geëvalueerd volgens de afgesproken procedures. Bij de analyse maken de rekenspecialist en de ondersteuningscoördinator gebruik van toetsresultaten, observatiegegevens en leerlingenwerk. Leerlingen die een duidelijke vooruitgang laten zien gaan terug naar begeleidingscategorie 2. Leerlingen die slechts geringe of geen vooruitgang laten zien, blijven in begeleidingscategorie 3. Voor de leerlingen met een dyscalculieverklaring was bij hun diagnose al vastgesteld dat zij structureel in begeleidingscategorie 3 blijven.

14.4 Rollen, taken en deskundigheden

Naarmate de ernst van de rekenproblemen toeneemt, wordt de begeleiding van de leerling intensiever en meer gespecialiseerd. Men zegt wel: 'Hoe zwakker de leerling, hoe sterker de begeleiding die nodig is.' De deskundigheid die van de betrokken leraren gevraagd wordt, neemt dienovereenkomstig toe. Daarom moet in de school duidelijk zijn wie welke rollen en welke taken heeft bij de begeleiding van leerlingen en welke deskundigheid daarvoor is vereist.

Hierna bespreken wij achtereenvolgens de verschillende betrokkenen bij de begeleiding van leerlingen met rekenproblemen. Zie afbeelding 4.1 in hoofdstuk 4 voor een overzicht. Begeleiding is in essentie afstemming van het rekenonderwijs op de onderwijsbehoeften van de leerlingen. Naarmate de problematiek groter is, wordt de behoefte aan specifieke begeleiding groter. In dit *Protocol ERWD2* zien wij de begeleiding in de volle breedte. Namelijk van lichte begeleiding (categorie 1) als onderdeel van het gewone rekenonderwijs binnen de klas tot de intensieve begeleiding die buiten de klas plaatsvindt (categorie 3). Begeleiding begint bij het herkennen van en reageren op lichte signalen van mogelijke problemen tijdens de reguliere rekenles of bij rekenactiviteiten in andere vakken.

Wij onderscheiden een eerste-, tweede- en derdelijns-ondersteuning. Verschillende betrokkenen bieden verschillende mate en vormen van begeleiding aan de leerlingen die rekenproblemen ervaren.

14.4.1 Eerstelijns-ondersteuning binnen het primaire proces

De gewone lessen noemen wij het 'primaire proces'. Dit bestaat uit rekenen in de rekenles en rekenen in de (andere) vakken. In de eerste lijn van het primaire proces spelen de rekenleraar en de leraren van andere vakken een rol.

De *rekenleraar* geeft rekenles. Hij is een vakbekwaam leraar met een specialisatie in rekenen. Hij weet hoe hij zijn rekenlessen kan afstemmen op de ontwikkeling en onderwijsbehoeften van zijn leerlingen door te differentiëren. Hij volgt een rekenmethode. Hij is op de hoogte van de rekendidactiek in het *huidige* basisonderwijs. Hij kent het *Referentiekader taal en rekenen* en de ontwikkelingen met betrekking tot de rekentoetsen 2F en 3F.

De rekenleraar observeert tijdens de rekenles, signaleert, analyseert en interpreteert de (toets-) resultaten van zijn leerlingen. Hij voert tijdens de rekenles korte rekengesprekken met leerlingen om hun rekenkundig denken en handelen te stimuleren. Deze gesprekken dienen ook om bij leerlingen eventuele knelpunten in de stof te verhelderen of om deze leerlingen verder te helpen. Het reguliere rekenonderwijs is gericht op het voorbereiden van leerlingen op de centrale rekentoets. Binnen de eerste lijn is de ondersteuning naadloos afgestemd op wat nodig is in deze rekenlessen.

De *leraren van andere vakken* (vakleraren) kunnen ook te maken krijgen met rekenen. Rekenen blijft niet beperkt tot de rekenles of tot een onderdeel van de wiskundeles. Rekenen is een basisvaardigheid en daarmee, net als taal in de vakken, een essentieel onderdeel van veel vakken. De ene leraar heeft er meer mee van doen dan de ander. Zelfs de leraar Engels moet zich ervan bewust zijn dat een leerling met dyscalculie erg veel moeite kan hebben met kloktijden aflezen, zeker in combinatie met de Engelse woorden. Of de vakleraren actief betrokken zijn bij rekenen is afhankelijk van de beleidskeuzes die men op een school maakt.

Verwacht mag worden dat de vakleraren weten op welke wijze rekenen in hun vakgebied voorkomt. Zij stemmen de rekenactiviteiten binnen hun vak af met de rekenaanpak binnen de school. Zij maken de leerlingen duidelijk hoe rekenvaardigheid binnen hun eigen vak aan de orde komt. In de rekenactiviteiten spelen zij flexibel in op de rekenstrategieën van de leerlingen.

Wanneer vakleraren bij een leerling (mogelijke) rekenproblemen signaleren, lichten zij zowel de *mentor* als de rekenleraar van de betreffende leerling in. Omgekeerd worden zij geïnformeerd over leerlingen in hun klassen die (ernstige) rekenproblemen ervaren. Zij volgen de adviezen op die de rekenspecialist geeft voor de afstemming op de onderwijsbehoeften van deze leerlingen. Zij houden daarmee rekening door inhoudelijk te differentiëren tijdens hun lessen.

14.4.2 Eerstelijnsondersteuning vanuit de begeleiding

De begeleiding in de eerstelijnsondersteuning richt zich vooral op leerlingen in begeleidingscategorie 1b. Dit zijn de leerlingen die geringe rekenproblemen ervaren.

Naast de rekenleraar en de vakleraren die de onderwijsactiviteiten verzorgen, zijn het de mentor en opnieuw de rekenleraar die de feitelijke ondersteuning in de eerste lijn voor hun rekening nemen. Zij vervullen een sleutelrol bij de afstemming in de klas. Zij werken daarom nauw samen, met elkaar en met de collega's van de tweedelijnsondersteuning.

De *mentor* is, als eerste aanspreekpunt voor de leerling, de persoon die signalen krijgt van studie- of persoonlijke problemen. Hij bewaakt de studieplanning en -voortgang. Hij analyseert en interpreteert de toetsresultaten. Hij ziet erop toe dat de leerlingdossiers in het (digitale) leerlingadministratiesysteem bijgehouden worden. Hij coacht leerlingen op studiekeuzes en op motivatio-

neel-affectief gebied. Hij merkt daardoor of een leerling problemen ervaart met rekenen. Dergelijke signalen kan hij ook krijgen van zijn collega's en van de ouders/verzorgers van de leerling.

Hij bespreekt de rekenproblemen van leerlingen in een reguliere leerlingenbespreking met de betrokken rekenleraren en vakleraren. Zij spreken af hoe zij de eerstelijns-ondersteuning inzetten. De mentor heeft de coördinatie van deze inzet en hij heeft hierover contact met de leerling en zijn ouders/verzorgers. Wanneer deze inzet onvoldoende resultaat oplevert, schaaft hij op naar de tweedelijns-ondersteuning die vanaf nu de begeleiding overneemt.

De uitvoering van de ondersteuning voor begeleidingscategorie 1b ligt in de handen van de *rekenleraar*. Hij zet zijn expertise in om binnen de groep differentiërend les te geven, waarbij hij gebruik maakt van de rekenmethode en ook het gewenste referentieniveau van de leerroute in acht neemt. Opnieuw zal hij de leerlingen – maar nu nog gericht – observeren bij hun rekenactiviteiten en rekenproblemen en knelpunten signaleren. Hij voert korte rekengesprekken en analyseert de resultaten van toetsen, rekengesprekken en observaties. Hij overlegt met de ondersteuners in de tweede lijn hoe hij bepaalde leerlingen kan begeleiden binnen de groep. Bij deze ondersteuning gebruikt de leraar de rekenmethode en geeft hij specifieke instructie in subgroepjes.

Komt het tot een diagnostisch rekenonderzoek (begeleidingscategorie 2), dan brengen de mentor en de rekenleraar de door hen gesignaleerde hulpvragen in bij de rekenspecialist. Na afloop van het onderzoek geven zij in overleg met de rekenspecialist invulling aan het individuele handelingsplan.

Komt het tot een psychodiagnostisch onderzoek (begeleidingscategorie 3), dan helpen de mentor en de rekenleraar eveneens bij het maken of herzien van individuele handelingsplannen.

Voor de rekenleraar geldt bovendien dat hij als eerstelijns-ondersteuner de begeleiding van leerlingen in categorieën 2 en 3 verzorgt. Hij voert deze begeleiding uit binnen de klas, door te differentiëren in subgroepjes. Hij krijgt dan op zijn beurt ondersteuning van de rekenspecialist en/of de ondersteuningscoördinator.

14.4.3 Tweedelijns-ondersteuning vanuit de begeleiding

De begeleiding in de tweedelijns-ondersteuning richt zich op leerlingen in begeleidingscategorie 2. Dit zijn de leerlingen waarbij ernstige rekenproblemen worden vermoed of al zijn aangetoond.

In de tweedelijns-ondersteuning spelen de rekenspecialist en de ondersteuningscoördinator de hoofdrol.

De *rekenspecialist* is een vakbekwaam leraar die op masterniveau is gespecialiseerd in rekenen en rekenproblemen. Hij fungeert als begeleider van leerlingen, onderzoeker van rekenproblemen, ondersteuner van collega's en adviseur voor het management. Hij is de spilfiguur in het rekenonderwijs van een school.

De rekenspecialist is belast met het opstellen, evalueren en bijstellen van handelingsplannen. Hij doet dat in overleg met de rekenleraar, de mentor en de ondersteuningscoördinator (begeleidingscategorie 2 en 3). De rol die elk van hen vervult hangt af van aard en ernst van de problematiek. De rekenspecialist voert als ondersteuner op basis van individuele handelingsplannen de begeleiding uit van leerlingen in de begeleidingscategorie 2 en 3. Hij verzorgt de op hun onderwijsbehoeften

afgestemde instructie aan leerlingen. Deze vindt plaats buiten de reguliere rekenles, indien mogelijk in kleine groepjes. Hij kan bepaalde activiteiten van de begeleiding aansturen die tijdens de rekenles plaatsvinden. Zo kan de leerling bijvoorbeeld oefeningen doen onder begeleiding van de rekenleraar en eventueel via computerprogramma's.

De rekenspecialist is ook degene die diagnostische rekenonderzoeken volgens HGD (handelingsgerichte diagnostiek) uitvoert voor leerlingen in begeleidingscategorie 2 (zie hoofdstuk 18). Zijn specialisatie op het gebied van rekenen en rekenproblemen is onmisbaar, naast zijn bekwaamheid op het terrein van diagnostiek. Daarom kan hij ook bijdragen aan het voorbereiden en uitvoeren van de rekendiagnose bij psychodiagnostische onderzoeken in begeleidingscategorie 3.

Hij is de rekendidactische ondersteuner en adviseur van de (reken)leraren. Zo kan hij een rol spelen bij de selectie en aanschaf van leermateriaal voor rekenen. Hij coördineert de begeleiding in de tweedelijnsondersteuning en is het aanspreekpunt voor alle betrokkenen, met name voor de leerling zelf en zijn ouders/verzorgers.

Om de begeleiding van leerlingen organisatorisch optimaal te kunnen regelen werkt de rekenspecialist nauw samen met de ondersteuningscoördinator. In sommige situaties oefent de rekenspecialist beide functies uit.

De *ondersteuningscoördinator* is meestal een gedragsdeskundige. Hij is de *facilitator* die vanuit de schoolorganisatie de eerste-, tweede- en derdelijnsondersteuning mogelijk maakt.

Taken van de ondersteuningscoördinator zijn afhankelijk van de organisatie en de grootte van de school of locatie. Ze zijn op de eerste plaats gericht op het optimaal functioneren van de organisatie van de (individuele) begeleiding van leerlingen en van de communicatie hierover. Als coördinator van de ondersteuning zorgt hij dat de ondersteuningsactiviteiten binnen de schoolorganisatie mogelijk zijn (inroosteren van tijd, stimuleren van deskundigheidsbevordering) en op elkaar afgestemd worden. Als gedragsdeskundige kan hij inhoudelijke bijdragen leveren aan de voorbereidingen van de onderzoeken en aan de individuele handelingsplannen (begeleidingscategorieën 2 en 3). Verder kan hij pedagogische adviezen geven aan de rekenspecialist.

Ook bij andere taken speelt hij een rol, zoals interne en externe voorlichting en communicatie over het rekenbeleid van de school en over de aanpak en gevolgen van rekenproblematiek.

Meestal coördineert hij de begeleiding van leerlingen in de derdelijnsondersteuning, omdat deze begeleiding doorgaans van buiten de eigen organisatie komt. Hij coördineert ook de vertaling van de adviezen vanuit de derde lijn naar de tweedelijnsondersteuning binnen de eigen organisatie.

14.4.4 Derdelijnsondersteuning vanuit de (externe) begeleiding

De begeleiding in de derdelijnsondersteuning richt zich op leerlingen in begeleidingscategorie 3. Dit zijn de leerlingen waarbij ernstige en hardnekkige rekenproblemen worden vermoed of al zijn aangetoond.

De diagnosticus die hierbij wordt ingeschakeld is bevoegd tot het (laten) uitvoeren en het interpreteren van psychodiagnostisch onderzoek. Hij is gebonden aan de beroepscode van de eigen beroepsvereniging. Als hij zelf geen rekenspecialisatie bezit, werkt hij samen met de rekenspecialist van de school. In grote scholen kan de diagnosticus deel uitmaken van het ondersteuningsteam.

Hij voert in begeleidingscategorie 3 het psychodiagnostisch onderzoek uit en geeft advies over de specifieke begeleiding van leerlingen. De tweedelijnssteun vertaalt dit advies naar een individueel handlingsplan, in samenwerking met de diagnosticus. De ondersteuningscoördinator regelt de uitvoering binnen de tweede- en de eerstelijnssteun.

Na evaluatie van de begeleiding kan de diagnosticus onder bepaalde voorwaarden een dyscalculieverklaring afgeven.

14.4.5 Randvoorwaarden

De randvoorwaarden voor de ondersteuning worden gecreëerd door het (lijn)management van de organisatie.

De *schoonleider/afdelingsleider* is verantwoordelijk voor de vertaling van het algemene schoolbeleid naar het rekenbeleid van de school ofwel de eigen afdeling. Hij is aanspreekbaar op het initiëren, vaststellen, uitvoeren en evalueren van het rekenbeleid. Hij scheidt de randvoorwaarden voor rekenonderwijs, -begeleiding en -ondersteuning. Hij bevordert dat aan deze randvoorwaarden wordt voldaan (onder andere door gerichte deskundigheidsbevordering).

Ook de *rekenspecialist/ondersteuningscoördinator* kan in zijn rol van stafid of beleidsmedewerker een bijdrage leveren aan de randvoorwaarden voor het primaire proces en voor de eerste-, tweede- en derdelijnssteun. Dit omvat onder andere de volgende taken:

- implementeren van schoolbreed ontwikkeld rekenbeleid binnen de leerroutes;
- monitoren en evalueren van de ondersteuning binnen de verschillende leerroutes;
- coördineren van en rapporteren over de (organisatie en de uitvoeringen van) de begeleiding aan leerlingen (categorie 1, 2 en 3) en de effecten daarvan;
- vanuit eigen specialisme bijdragen aan de deskundigheidsbevordering van rekenleraren en vakleraren;
- bijdragen aan het tot stand komen en evalueren van het rekenbeleid binnen de school, respectievelijk afdeling.

14.5 De leerling

Het succes van begeleiding en ondersteuning staat of valt met de betrokkenheid van de leerling zelf. Het is de taak van de school om hem hierbij te stimuleren en motiveren. De leerling zélf is zo veel mogelijk 'eigenaar' van zijn eigen leerproces. Hij heeft en krijgt vertrouwen om zijn leerproces in eigen hand te nemen. Daarvoor heeft hij inzicht nodig in het belang van rekenen en de betekenis van de rekentoets. Dan beseft hij welk referentieniveau hij aan het einde zijn leerroute minimaal zal moeten bereiken en welke rekentoets hij moet kunnen maken: 2F of 3F. Dit vraagt om inzicht in wat hij kan op het gebied van rekenen en waaraan hij nog moet werken.

Het verwerven van dit inzicht en het volgen van het verloop van zijn rekenontwikkeling is afhankelijk van de begeleidingscategorie waarin hij zich bevindt. Voor een leerling in categorie 1a is dat overzichtelijker dan voor een leerling in categorie 3. De leerling kan gebruik maken van de instrumenten en mogelijkheden die bestaan voor ondersteuning en begeleiding. Dit kan variëren van een doelenlijst die hij zelf bijhoudt tot een handlingsplan op maat. De leerling voelt zich veilig om hulp te vragen. Hij merkt dat hij kan rekenen op begrip en steun van de leraren en andere betrokkenen. Hij weet dat de ondersteuning er mede op is gericht dat hij geen 'buitenbeentje' in de groep wordt.

Zeker de leerling met ernstige rekenproblemen, met of zonder dyscalculieverklaring, kan sociaal-emotionele problemen ondervinden. Deze kunnen het resultaat zijn van de vele negatieve ervaringen die hij tijdens zijn schoolloopbaan al heeft opgedaan. Dit kan zich uiten in onzekerheid en faalangst, zich afhankelijk opstellen van de leraar, weerstand of gelatenheid. De leerling is gebaat bij een goede afstemming en samenwerking tussen alle betrokkenen. Door een consistente benadering kan deze leerling zich meer vertrouwd gaan voelen en meer zelfvertrouwen krijgen.

Het ontwikkelen van zelfvertrouwen en van een positieve houding ten aanzien van rekenen blijft een steeds terugkerend aandachtspunt in de totale ontwikkeling van de leerling (De Vries, 1998).

14.6 Vastleggen van vorderingen en evaluatie

De school gebruikt een digitaal leerlingadministratiesysteem waarin leerlingdossiers zijn opgenomen. Dit administratiesysteem sluit aan bij de *planning- & controlcyclus* van de school. Het is onder meer ingericht om de kengetallen te produceren voor sturingsinformatie en/of voortgangsrapportages. De dossiers van leerlingen zijn toegankelijk voor allen die betrokken zijn bij het rekenonderwijs en bij de eventuele ondersteuning van deze leerlingen.

De rekenleraar legt alle vorderingen (behaalde doelen) van de leerling in begeleidingscategorie 1 vast in dit digitale leerlingadministratiesysteem.

Bij een leerling in begeleidingscategorie 2 en 3 houden de rekenleraar, de rekenspecialist, de mentor en de ondersteuningscoördinator ieder hun bevindingen met een leerling bij in het leerlingdossier. In dit dossier worden naast het handelingsplan ook toetsresultaten, relevant leerlingenwerk, en verslagen van onderzoek, observaties en rekengesprekken opgenomen. Op basis van deze informatie kunnen betrokkenen de ontwikkeling van de leerling volgen en hun begeleiding afstemmen. Tevens leent het dossier zich voor evaluatie van de kwaliteit van de signalering, het rekenonderzoek en de begeleiding bij rekenproblemen, zowel afzonderlijk, als in samenhang.

Binnen elke begeleidingscategorie wordt op vaste momenten geëvalueerd. Deze momenten zijn vastgelegd in de structuur van de jaarplanning en in de individuele handelingsplannen. Op basis van de vorderingen van de leerlingen stelt de rekenspecialist in overleg met het ondersteuningsteam de handelingsplannen bij.

15 **Begeleidingscategorie 1**

Begeleidingscategorie 1 is voor de leerlingen die aan het reguliere onderwijsaanbod in de rekenlessen genoeg hebben om resultaat te behalen. In zijn lessen volgt een rekenleraar het normale rekenonderwijsprogramma. Wanneer leerlingen (op deelgebieden) geringe problemen ervaren, speelt de rekenleraar hierop in door te differentiëren naar subgroepjes binnen de groep.



15.1 Verschillen binnen het vo

Het reguliere rekenprogramma dat in de verschillende leerroutes wordt aangeboden houdt rekening met verschillen tussen leerlingen. Dit onderscheid is gebaseerd op kennis over:

- het rekenniveau van de leerlingen bij instroom;
- het minimaal te beheersen referentieniveau aan het einde van een leerroute;
- de cognitieve capaciteiten van de leerlingen;
- de aard van de leerroute (van meer praktisch tot theoretisch, van beroepsvoorbereidend tot voorbereidend wetenschappelijk).

De hierop gebaseerde verdeling van leerlingen over leerroutes leidt echter niet tot een homogeniteit in rekenvaardigheid binnen een klas. Met name binnen de leerlingenpopulatie in vmbo-bbl en vmbo-kbl is de diversiteit in rekenkennis en -vaardigheden groot. Binnen deze leerroutes zijn de verschillen veel groter dan in het vwo. Uiteraard komen er binnen alle leerroutes van het vo verschillen in rekenvaardigheid voor. In elke klas zitten zowel (relatief) sterke als zwakke rekenaars, vergeleken met hun medeleerlingen binnen dezelfde leerroute.

Om aan deze diversiteit aan leerlingen recht te doen is binnen elke leerroute afstemming op deze verschillen nodig. Om dit waar te kunnen maken is voor elke leerroute specifieke deskundigheid wenselijk van alle betrokkenen in de eerste-, tweede- en derdelijnsondersteuning.

15.2 De leerlingen in begeleidingscategorie 1

Begeleidingscategorie 1 is bedoeld voor leerlingen die genoeg hebben aan het reguliere aanbod, zoals de rekenleraar dat zelf kan realiseren in de klas. Daarbinnen maken wij onderscheid tussen de categorieën 1a en 1b.

Wij spreken van begeleidingscategorie 1a wanneer de leerling in staat is om het rekenonderwijs in de klas te volgen en daardoor de beoogde resultaten te behalen. Dit gebeurt in de reguliere rekenlessen waarbinnen de rekenleraar een op de leerroute afgestemd programma uitvoert. In principe volgt de hele groep dezelfde lessen. Alle leerlingen gaan mee in de opeenvolgende behandeling van de leerstoflijn. De rekenleraar stemt de lessen af op de voorkennis waarmee de leerlingen binnenkomen in zijn groep. Dit kan zijn bij de instroom vanuit het basisonderwijs, maar ook bij de start van een volgend schooljaar. Overigens blijft gedurende het hele schooljaar de uitdaging voor een rekenleraar om aansluiting te vinden bij de voorkennis van de leerlingen.

Vanzelfsprekend kan de leraar dit alleen realiseren wanneer hij de rekenactiviteiten van zijn leerlingen op de voet volgt. Hij is voortdurend alert op signalen die erop kunnen wijzen dat een leerling ergens 'de boot mist'. In hoofdstuk 13 staan aandachtspunten die de leraar hierbij behulpzaam zijn. Deze komen voort uit de pijlers van het *Protocol ERWD2*: het Handelingsmodel, het Drieslagmodel, de Hoofdlijnen voor rekenen en een typering van leerlingkenmerken.

Uitgangspunt is dat alle leerlingen in de groep in min of meer hetzelfde tempo door de stof gaan. Zij zouden zich dan allemaal de geplande leerinhouden eigen moeten kunnen maken.

Om de leerlingen in de groep mee te laten gaan met de lesstroom kan het nodig zijn dat de rekenleraar binnen het reguliere programma sommige leerlingen of zelfs de hele groep een extra zetje geeft. Hij kan dit doen door bijvoorbeeld extra instructie te plannen of de leerlingen (computerondersteunde) oefeningen te laten doen, de leerlingen met (extra) huiswerk te laten oefenen of door

te variëren in het gebruik van lesmateriaal en opdrachten. In principe is het programma zo haalbaar voor deze leerlingen.

Wanneer dit echter voor bepaalde leerlingen niet toereikend blijkt te zijn, spreken we van begeleidingscategorie 1b. Een enkele leerling zal op onderdelen wel moeite hebben met rekenen. Bepaalde leerstofonderdelen van rekenen beheerst zo'n leerling dan nog onvoldoende. Het vergt extra inspanning om het tempo van de groep te blijven volgen. Hij heeft daar dan extra instructie en oefening voor nodig. Voor die onderdelen krijgt hij, binnen de reguliere rekenlessen, een vorm van begeleiding die past bij zijn onderwijsbehoeften op dat moment. Zie voor aandachtspunten hoofdstuk 13.

De rekenleraar kan inspelen op deze onderwijsbehoeften binnen zijn klas, door subgroepjes te onderscheiden en daartussen te differentiëren. Hoe hij dit doet hangt af van de situatie op dat moment. In havo/vwo kan een subgroepje bestaan uit zelfs maar een enkele leerling. Het kan zijn dat de rekenleraar aan zo'n klein groepje extra huiswerk meegeeft of een bijspijkerles organiseert. In vmbo-bbl kan die bijspijkerbehoefte zelfs de hele groep betreffen. Wij spreken in al die gevallen van begeleidingscategorie 1b. Het betreft immers een beperkte en dikwijls tijdelijke aanpassing van het reguliere programma op basis van gesignaleerde behoeften. De rekenleraar is in staat dit zelf op te lossen binnen zijn les.

Enkele voorbeelden:

- Een leerling in vmbo-kbl heeft nog onvoldoende inzicht in breuken, procenten en het metriek stelsel. Voor deze onderdelen heeft hij meer en beter afgestemde instructie nodig dan de rekenleraar binnen de reguliere les biedt. Voor deze leerling geldt dan begeleidingscategorie 1b. Dit leidt tot extra en specifiekere afgestemde instructie in een subgroepje en meer oefentijd dan zijn medeleerlingen.
- Een leerling in vmbo-tl heeft behoefte aan verdere ontwikkeling van rekenconcepten en oplossingsprocedures (zie Hoofdpijnen 1 en 2). Hij heeft niveau 1F nog niet gehaald en zijn kennis en vaardigheden op deelgebieden zijn nog fragmentarisch. Hierdoor valt hij in categorie 1b en krijgt hij extra en specifiekere afgestemde instructie in een subgroepje tijdens reguliere rekenlessen.
- Een leerling in het eerste leerjaar havo/vwo beheerst het rekenen met breuken en procenten nog onvoldoende. Deze leerling heeft nog herhaling van instructie nodig en meer oefentijd dan andere leerlingen. Dit maakt extra ondersteuning nodig binnen de reguliere lessen. Daardoor valt deze leerling in categorie 1b.

In al deze voorbeelden is het doel van de extra begeleiding de leerling inhoudelijk te laten meedoen met de rest van de groep.

Daarnaast kunnen er in een klas ook leerlingen zitten, die ernstige rekenproblemen ervaren. Zij doen waar mogelijk mee met hun klas, maar hebben verder ook eigen opdrachten en krijgen hun instructie buiten de rekenles. Zij vallen onder de begeleidingscategorieën 2 en 3, die worden besproken in de hoofdstukken 16 en 17.

15.3 Hanteren van doelen

De meeste doelen behalen leerlingen niet in één rekenles, maar in een reeks van lessen. Een overzicht van te behalen doelen helpt zowel de leraar als de leerlingen om daar gericht aan te werken. De rekenleraar kiest voor elke les aan welke aspecten van deze doelen hij aandacht gaat besteden. Natuurlijk laat hij hierbij ook de voorkennis van de leerlingen in een bepaalde klas meewegen. Hierdoor kan hij de differentiatie binnen categorie 1 een herkenbare plek geven.

Het is van belang dat rekenleraren zowel de lessenreeks, als de afzonderlijke lessen evalueren. Hiervoor zijn de doelen enerzijds en de reacties en de 'producties' van de leerlingen anderzijds essentiële elementen. Bij het laatste denken we niet alleen aan antwoorden op de toets, maar ook aan gedemonstreerde oplossingsprocedures en ingevulde kladblaadjes uit de lessen. Op grond van zijn evaluatie en analyse van resultaten en processen trekt hij conclusies. Die kunnen leiden tot het bijstellen van zijn lesdoelen of van zijn werkwijze bij instructie of begeleiding. Ook kan het ertoe leiden dat hij lichte signalen doorgeeft aan de mentor. In ernstiger gevallen geeft hij ze ook door aan de ondersteuningscoördinator, met een vraag om nader diagnostisch rekenonderzoek door de rekenspecialist.

Een leerling die begeleiding krijgt in categorie 1b heeft natuurlijk een andere doelenlijst dan leerlingen die genoeg hebben aan begeleiding in 1a. Belangrijk is dat de leerling zelf nadrukkelijk betrokken is bij het opstellen van die lijst. Daartoe kan hij samen met de mentor en de rekenleraar deze doelen formuleren in concrete en haalbare stappen. De leerling kan zich daardoor verantwoordelijk voelen voor zijn eigen leerproces.

De rekenleraar zorgt ervoor dat de doelen van leerlingen in 1b afgestemd blijven op die in 1a en dus op de leerstoflijn van de lessenserie. Hierdoor kunnen deze leerlingen in categorie 1b zinvol in de groep blijven meedoen, wat hun zelfvertrouwen stimuleert.

De rekenleraar evalueert regelmatig de extra doelen met deze leerlingen. Dit is niet alleen belangrijk als feedback aan de leerlingen. Het is ook van belang om te kunnen signaleren of de begeleiding in categorie 1b toereikend is om voortgang en motivatie te handhaven. Signalen die hieruit naar voren komen kunnen aanleiding zijn om in een volgende les het handelen van die leerlingen gericht te observeren en/of een rekengesprek met hen te voeren.

15.4 Opzet van een rekenles

Een reguliere rekenles in categorie 1 is een doordachte les. Zowel met de inhoud als in de opbouw houdt de rekenleraar rekening met wat de leerlingen nodig hebben om tot leerrendement te komen. Concreet betekent dit een vorm van instructie waarin alle leerlingen actief kunnen zijn en waaruit duidelijk wordt wat er daarna te oefenen is. Het oefenen in elke les gebeurt in een vorm die past bij het te bereiken doel. Dat betekent dat lang niet altijd leerlingen individueel en schriftelijk bezig zullen zijn. Juist regelmatig en gezamenlijk nabespreken is nodig. Hierdoor worden de leerlingen zich bewust van hun ervaringen tijdens het oefenen. Ze ervaren dat oefenen tot resultaat moet leiden, maar vooral ook hoe dat het beste lukt. Zo kunnen zij de verworven inzichten geordend opslaan in hun langetermijngeheugen. De leraar biedt door deze elementen structuur, maar vooral een klimaat waarin het leren tot een gezamenlijke ervaring kan leiden.

Een rekenles is effectief als de leraar:

- zich goed voorbereidt op een leerstofblok en van daaruit op de les;
- zorgt voor een aangenaam *leer*klimaat;
- de leerlingen duidelijk aangeeft welke doelen in een les of leerstofblok aan de orde zijn;
- evenwicht laat zien tussen voorspelbaarheid en verrassing;
- op een aantal momenten aandacht kan schenken aan subgroepen en/of individuele leerlingen terwijl andere leerlingen (in subgroepen) met hun eigen oefenwerk bezig zijn;
- bij het doel passende werkvormen kiest;
- korte, maar activerende instructies geeft;
- oefenwerk afstemt op de te behalen doelen;
- met de klas en/of met de subgroepen reflecteert op het effect van de les.

Wij geven een voorbeeld van de opzet van drie typen rekenlessen. Een rekenleraar kiest bij het plannen van een lessenserie wanneer en voor wie instructie en oefenen zinvol zijn en de omvang daarvan. Bij het oriënteren, nader onderzoeken of oefenen kan hij kiezen tussen alleen en schriftelijk of op de computer werken of juist samen met anderen en mondeling bezig zijn. In deze voorbeelden zijn wij uitgegaan van lessen van 50 minuten.

Lesopbouw met accent op instructie (differentiatie is in kleur)		
Duur	Activiteiten en aandachtspunten	
	1a Doel(en) van de les basisgroep	1b Specifiek(e) doel(en) voor enkele of individuele leerlingen
5 min	Activeren voorkennis door opdracht aan alle leerlingen	
15 min	Gezamenlijke instructie nieuwe kennis en vaardigheden (of verdere ontwikkeling van...)	
20 min	Zelfstandig oefenen (kan ook in tweetallen)	Afgestemde instructie in subgroepjes met waar nodig individuele accenten (tweemaal 10 min)
10 min	Nabespreking en afspreken huiswerk op maat (staat al beschreven in de planning)	

Afbeelding 15.1 Voorbeeld lesopzet 1

Lesopbouw bij individueel werken (differentiatie is in kleur)		
Duur	Activiteiten en aandachtspunten	
	1a Doel(en) van de les basisgroep	1b Specifiek(e) doel(en) voor enkele of individuele leerlingen
5 min	Activeren voorkennis bij alle leerlingen, gevolgd door bespreken doel(en) van de les (voortvloeit uit de voorkennis)	
40 min	Zelfstandig oefenen, onder andere met behulp van de computer	Leraar geeft instructie in subgroepjes (driemaal 10 min) Aanvullend individuele ondersteuning voor leerlingen die dat nodig hebben
5 min	Reflectie en huiswerk op maat (staat al beschreven in de planning)	

Afbeelding 15.2 Voorbeeld lesopzet 2

Lesopbouw voor samenwerkend leren (differentiatie is in kleur)		
Duur	Activiteiten en aandachtspunten	
	1a Doel(en) van de les basisgroep	1b Specifiek(e) doel(en) voor enkele of individuele leerlingen
5 min	Activeren voorkennis bij alle leerlingen, gevolgd door bespreken doel(en) van de les (voortvloeiend uit de voorkennis) Bespreken afspraken voor effectieve samenwerking bij oefenen/onderzoeken	
10 min	Samenwerkend leren in subgroepen aan contextopgave 1	Leraar begeleidt of observeert één van de subgroepjes
10 min	Gezamenlijk bespreken van oplossingsprocedures (manieren van oplossen)	
10 min	Samenwerkend leren in subgroepen aan contextopgave 2	Leraar begeleidt of observeert één van de subgroepjes
10 min	Gezamenlijk bespreken van oplossingsprocedures (manieren van oplossen)	
5 min	Reflectie op de opbrengst van de les en huiswerk op maat (staat al beschreven in de planning)	

Afbeelding 15.3 Voorbeeld lesopzet 3

Naast de vorm kan een rekenleraar vanzelfsprekend ook de inhoud van de lessen variëren, zoals naar aantal, inhoud en duur van de opdrachten. In een vmbo-bbl-groep zal hij eerder twee keer een korte opdracht geven van 10 minuten met tussentijdse bespreking. In een vmbo-tl- of havogroep kan hij een complexere opdracht geven waaraan de leerlingen zelfstandig in subgroepen 30 minuten werken. In alle gevallen creëert de leraar ruimte om subgroepjes te begeleiden of te observeren. De rekenleraar sluit de les altijd af met een gezamenlijke nabespreking. Deze dient niet om antwoorden te vergelijken of na te kijken, maar om ieders aanpak of manier van oefenen te evalueren.

De subgroepjes zijn geen vaste groepen maar een combinatie van leerlingen die de leraar op een gegeven moment wil laten werken aan eenzelfde problematiek (begeleidingscategorie 1b). Wanneer het accent meer ligt op leren met en van elkaar kan hij ook (naar rekentaalvaardigheid) gemengde groepjes samenstellen.

15.5 Instructievormen

Bij afstemming is het bieden van goede instructie van essentieel belang. Wij maken hierbij onderscheid tussen vier hoofdvormen:

- directe instructie;
- sturende instructie;
- banende instructie;
- samenwerkend leren.

Directe instructie

Deze vorm van instructie bestaat uit de kernelementen voordoen, nadoen/meedoen, zelf doen. De rekenleraar activeert relevante voorkennis van de leerlingen. De leerlingen weten bijvoorbeeld dat 50% de helft is van 'iets'. Aansluitend doet de leraar een (nieuwe) rekenhandeling voor, bijvoorbeeld het bepalen van 25% van 'iets'. De leraar doet voor hoe 25% van een mooi bedrag, bijvoorbeeld 100 euro, kan worden berekend. Hij gebruikt hierbij een strookmodel.

--	--	--	--

Afbeelding 15.4 Strookmodel 1

De leerlingen doen de handeling na op precies dezelfde wijze. De rekenleraar kan deze activiteit nog een keer herhalen. Als leerlingen de handeling begrijpen, biedt de rekenleraar nog een keer dezelfde activiteit aan met een ander bedrag, bijvoorbeeld 80 euro. Daarna voeren de leerlingen de opdracht zelf uit.

Als de stap van het zelf doen niet lukt, biedt de rekenleraar een tussenstap aan: meedoen. De rekenleraar doet de handeling voor, daarna doen de rekenleraar en de betreffende leerlingen het samen. Vervolgens doen die leerlingen het zelf.

Dit patroon kan worden herhaald totdat de leerlingen de activiteit zelf kunnen uitvoeren.

Directe instructie als voordoen-nadoen komt ook wel voor in dagelijkse, buitenschoolse situaties. Het wordt ook wel 'stap-voor-stap-instructie' genoemd. Directe instructie is te vergelijken met het lezen van de handleiding om een zelfbouwmeubel in elkaar te zetten. In die handleiding staat elke stap vermeld. Als de gebruiker elke stap op de voet volgt, kan het in elkaar zetten niet fout gaan. Bij het leren plakken van een lekke fietsband is voordoen-nadoen en daarna zelf doen een effectieve instructie. Op school is het daarom vooral bruikbaar voor procedures die in een vaste volgorde uitgevoerd moeten worden. Er valt een kanttekening te plaatsen bij de effectiviteit. Doordat de leraar 'het' (de weg naar de oplossing) voordoet, is de leerling afhankelijk van de leraar. De kans is groot dat zonder onderhoud de zo verworven vaardigheid alweer spoedig (gedeeltelijk) vervaagt.

Sturende instructie

Deze vorm van instructie bestaat uit het geven van aanwijzingen die leiden tot verhoging van het handelingsniveau of tot het verwerven van nieuwe rekenconcepten en rekenvaardigheden.

De rekenleraar weet dat de leerlingen 50% en 25% van een bedrag kunnen uitrekenen. Hij laat de leerlingen nu een percentage uitrekenen van 10% van hetzelfde bedrag. De leerlingen kunnen dit zelf tekenen met behulp van de strook.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Afbeelding 15.5 Strookmodel 2

De leerlingen voeren de actie uit. Als het niet lukt, verwijst de rekenleraar naar de manier waarop de leerlingen het een vorige keer hebben gedaan. Hij pakt eventueel de oefenstof van de vorige keer erbij. De vraag die hij kan stellen is bijvoorbeeld: *Weet je nog hoe je het de vorige keer deed bij 25%?* Als de leerlingen het weten kunnen zij de nieuwe stap zelf zetten en kan de rekenleraar doorgaan met een volgende opdracht. Als leerlingen het niet meer weten, wordt de oefening van de vorige keer herhaald. Dan volgt de nieuwe opdracht en laat de rekenleraar de leerlingen zelf bepalen hoe zij het kunnen uitvoeren.

Lukt het wel, dan kan de rekenleraar een volgende stap zetten en de leerlingen zelf een korting laten bedenken en uitrekenen, bijvoorbeeld 20% van 80 euro.

Hij begeleidt de leerlingen met vragen als: *Hoe kun je dit tekenen? Welke som kun je hierbij schrijven?* De rekenleraar stuurt het proces van niveauverhoging aan, maar laat de leerlingen zelf bedenken hoe zij het uitvoeren. Als de leraar steeds de goede vragen stelt zijn de leerlingen minder afhanke-

lijk van hem. Als een leerling het echt niet meer weet, kan de leraar de leerling verder proberen te helpen met directe instructie.

Banende instructie

Bij deze vorm van instructie biedt de rekenleraar de leerlingen de ruimte om zelf een oplossingsprocedure te bedenken. De rekenleraar bepaalt de leerstofinhoud en vraagt de leerlingen zelf een manier te bedenken om het rekenvraagstuk op te lossen. Als leerlingen vastlopen of dreigen vast te lopen, kan de rekenleraar hen een tip geven (*Weet je nog...?* of: *Als je nu eens ...*). Deze wijze van instructie geven kan met name worden toegepast bij contextopdrachten. De rekenleraar activeert op deze manier het zelf denken van de leerlingen, waardoor zij in volgende situaties zelf de aard van het probleem kunnen herkennen. Tegelijkertijd helpt het de leraar zicht te krijgen op de reeds verworven rekenkennis en -vaardigheden van de leerlingen en hoe zij deze weten in te zetten. Dit geeft weer informatie voor de verdere ontwikkeling en volgende lesdoelen. Tijdens het oplossen bevrageet de rekenleraar de leerlingen met behulp van het Drieslagmodel. Tijdens de reflectie worden de gekozen oplossingsprocedures besproken. De rekenleraar en de leerlingen analyseren samen of de gekozen procedures effectief zijn en hoe het eventueel beter kan.

Een volgende les biedt de rekenleraar een vergelijkbaar rekenvraagstuk aan dat past in de leerstoflijn. Hij verwacht dan op basis van de eerdere observaties dat de leerlingen het vraagstuk op een passende manier kunnen oplossen en die manier ook kunnen toelichten.

Bij deze wijze van instructie wordt het probleemoplossend vermogen en het zelfvertrouwen van de leerlingen sterk gestimuleerd. Door een goede opbouw van de leerstofinhouden worden de leerlingen uitgedaagd hun reeds verworven kennis goed te ordenen en te onderhouden en nieuwe kennis en procedures te ontwikkelen. De expertise van de rekenleraar blijkt uit het bieden van de juiste leerstappen en het stellen van passende vragen aan de hand van het Drieslagmodel.

Samenwerkend leren

In sommige situaties kan het zelfvertrouwen ook worden gestimuleerd door de leerlingen in een subgroepje (of per duo daaruit) een contextopgave voor te leggen en de leerlingen zelf te laten bedenken hoe zij deze het beste kunnen oplossen. Zie voor voorbeelden Hoofdlijn 2 (hoofdstuk 7). Het samenwerkend leren biedt mogelijkheden voor het ontdekken van eigen (creatieve) oplossingsprocedures, passend bij hun voorkennis en het beheerste handelingsniveau. Het bespreken daarvan in kleine groepjes dwingt hen om bij die oplossingen stil te staan en er woorden aan te geven. De leerlingen leren zo te reflecteren op hun eigen procedures en die te vergelijken met die van anderen. Van belang is dat de leerling in deze groepssituatie positieve leerervaringen opdoet. Daarom is zorgvuldigheid geboden bij het kiezen van rekenactiviteiten en het samenstellen van groepjes. De groepjes bestaan uit tweetallen of drietallen, waarin alle leden een bijdrage kunnen leveren. De leraar sluit het samenwerkend leren altijd af met een reflectie op de oplossingsprocedures door de leerlingen zelf. Hierbij geven de leerlingen aan welke oplossingsprocedure volgens hen het meest efficiënt was. Ook hier is het Drieslagmodel voor probleemoplossend handelen de leidraad voor de bespreking. De leraar zet de leerlingen aan het denken met vragen als *Wat heb je gedaan? Waaraan herkende jij welke aanpak je kon kiezen? Hoe heb je het opgelost? Kan het ook anders? Kun je het op een snellere manier uitrekenen?* Deze vragen zetten de leerlingen aan het denken. De rekenleraar bewaakt dat elke leerling zijn zelf gevolgde oplossingsprocedure bespreekt en zich niet gedwongen voelt te gaan werken op een manier waarvoor de leerling de bouwstenen nog niet beheerst. Hierdoor kan deze werkvorm het zelfvertrouwen van de leerlingen bevorderen.

Bovenstaande vormen van instructie variëren van een gesloten naar een steeds meer open vorm. Bij de keuze welke vorm geschikt is, gaat het niet in de eerste plaats om de voorkeur van de leraar, maar eerder om de onderwijsbehoeften van de leerlingen. Wie afhankelijk gedrag en onzekerheid wil tegengaan en leerlingen wil stimuleren tot meer initiatief kan beter niet te vaak de directe instructie inzetten. Om rekenzwakke leerlingen te stimuleren kan directe instructie wel een start zijn, als de inhoud van de les maar daarbij past. De uitdaging is om de opdrachten zo te kiezen dat deze leerlingen in een meer open vorm toch succeservaringen opdoen.

Bij leerlingen die al meer zelfvertrouwen hebben kiest de leraar juist wel banende instructie of samenwerkend leren. Daar is het aandachtspunt eerder dat de uitwerking voldoende diepgang heeft en de nabespreking er niet bij inschiet.

15.6 Oefenen

Na een gerichte instructie en vanuit heldere doelen kunnen leerlingen resultaatgericht oefenen. In hoofdstuk 8 (Hoofdpijn 3) staan diverse vormen van oefenen beschreven. De leraar kiest voor elke rekenles effectieve oefenvormen. Effectief betekent hier dat ze aansluiten bij de instructie en dat ze de leerlingen merkbaar helpen hun doelen te realiseren. Als dit de effectiviteit vergroot, zal de rekenleraar zorgen voor variatie in de gebruikte oefenvormen. Naast de oefeningen uit een (reken) methode kunnen opdrachten ook uit andere bronnen komen, mits ze effectief zijn. De leraar kiest natuurlijk even zorgvuldig passende oefenstof als leerstofinhoud voor die oefenvormen.

De leraar stemt de oefeningen voor de onderscheiden subgroepjes af op hun specifieke onderwijsbehoeften. Oefeningen zijn zo altijd betekenisvol voor deze leerlingen. Alleen dan kunnen ze ook effectief zijn. Door gebruik te maken van het Handelingsmodel stimuleert de leraar deze leerlingen tot niveauverhoging.

Voorbeeld van een opbouw van betekenisvol en niveauverhogend oefenen:

- *Context met ondersteuning van concrete materialen en afbeeldingen.*
De leerlingen lezen bijvoorbeeld gewichten af op verpakkingen en wegen de verpakkingen op een weegschaal. Daarna noteren zij op een werkblad met concrete afbeeldingen van de verpakkingen het gewicht in grammen of kilogrammen. Hier worden de niveaus 1 en 2 van het Handelingsmodel met elkaar verbonden.
- *Context en visuele ondersteuning van een denkmodel.*
De leerlingen maken hun berekeningen met behulp van een denkmodel (bijvoorbeeld werken met breuken volgens het pizzamodel). Hier worden niveau 2 en 3 van het Handelingsmodel gekoppeld.
- *Context, denkmodel en formele bewerkingen (sommen).*
Hier worden drie niveaus van het Handelingsmodel gekoppeld: van informeel, via voorstellen, naar formeel.
- *Context en formele bewerkingen (sommen).*
Bij deze opdrachten oefenen de leerlingen het uitvoeren van berekeningen op basis van een context (ter ondersteuning), met behulp van tekeningen en denkmodellen (zie paragraaf 8.1.2, voorbeelden 8.1 en 8.2). Hier worden de niveaus 2, 3 en 4 van het Handelingsmodel gekoppeld.
- *Formele bewerkingen met ondersteuning van denkmodellen.*
Bijvoorbeeld berekeningen uitvoeren aan de hand van percentages in een cirkeldiagram of ongelijknamige breuken vergelijken aan de hand van het pizzamodel en verhoudingstabellen. Hier worden de niveaus 3 en 4 van het Handelingsmodel gekoppeld.

- *Formele bewerkingen waarbij de leerlingen zelf een context bedenken.*
Bijvoorbeeld het bedenken van een verdeelsituatie met behulp van het pizzamodel bij het gelijknamig maken van breuken. Hier worden de niveaus 4 en 3 of 2 van het Handelingsmodel gekoppeld.
- *Formele bewerkingen ('kale sommen', rijtjes, tafels).*
Bij deze opdrachten is het van belang sommen aan te bieden die onderling samenhangen en waarbij de leerling die samenhang moet ontdekken of direct ervan gebruik kan maken (niveau 4 van het Handelingsmodel).

Het oefenen kan samen (bijvoorbeeld met concrete materialen) of alleen gebeuren. Afwisseling tussen samen oefenen en alleen oefenen biedt mogelijkheden om elke leerling zo veel mogelijk binnen de groep te laten participeren. Bovendien is samen oefenen van belang voor het onder woorden leren brengen van ervaringen en aanpakken. Tijdens het zelf oefenen (zelfstandig werken) kan de leerling heel gericht werken aan eigen doelen. Ook goede software kan hierbij helpen.

Effectief oefenen leidt tot leerresultaten. Die effectiviteit is alleen mogelijk als de rekenleraar duidelijke doelen voor ogen heeft. Vanuit categorie 1b vraagt dat ook om afstemming van de *instructie*, de *oefenstof* en de *oefenvorm* op de doelen die de leerlingen in subgroepen moeten bereiken. De organisatie van effectief leren binnen de klas ligt bij de leraar. (Gelderblom, 2008)

15.7 Reflectie

De rekenleraar sluit elke rekenles af met een korte reflectie. Hierbij laat hij de leerlingen kort vertellen en noteren wat zij gedurende de les hebben geleerd en of de doelen zijn bereikt. Zij bespreken daarbij de goede leerervaringen en ook de knelpunten die zij hebben ervaren. Was de lesstof begrijpelijk? Zijn er onderdelen die nog onvoldoende zijn besproken en geoefend? De leerlingen noteren daarna hun eigen leerdoelen. Reflectie mag niet verworden tot het routinematig plaatsen van kruisjes op een formulier. Mondelinge uitwisseling is in deze lesfase leidend.

Door te werken volgens bovenstaande aanwijzingen kunnen zowel de instructie als het oefenen voor alle leerlingen veel aan effectiviteit winnen. Het blijft belangrijk om de resultaten van de leerlingen regelmatig vast te leggen en hun ontwikkeling systematisch te evalueren.

15.8 Evaluatie

De leraar evalueert op vaste momenten per jaar de voortgang van het leerproces van de leerlingen. Dit doet hij samen met de mentor. De leerlingen in begeleidingscategorie 1 kunnen afwisselend participeren in de hele groep en in subgroepjes. De leraar houdt de ontwikkeling van iedere leerling zorgvuldig bij. Afhankelijk van de resultaten blijft een leerling in deze situatie en participeert ook in de reguliere groep of gaat, bij aantoonbaar onvoldoende vorderingen, na een half jaar door naar begeleidingscategorie 2.

16 **Begeleidingscategorie 2**

Begeleiding in categorie 2 is voor leerlingen die ernstige rekenproblemen ervaren. Zij krijgen intensieve en deskundige begeleiding vanwege hun specifieke onderwijsbehoeften, met behulp van een individueel handelingsplan. Deze leerlingen worden binnen de groep begeleid door de rekenleraar en buiten de groep door de rekenspecialist.

16

16.1 De leerlingen in begeleidingscategorie 2

Begeleidingscategorie 2 is voor leerlingen bij wie specifieke onderwijsbehoeften zijn vastgesteld na een diagnostisch rekenonderzoek. Dit diagnostisch rekenonderzoek is uitgevoerd door de rekenspecialist, in zijn rol van onderzoeker. De rekenspecialist heeft zijn bevindingen vastgelegd in een verslag. Hierin beschrijft hij zijn analyse en de daarop gebaseerde conclusies. Deze bieden positieve aanknopingspunten voor de verdere rekenontwikkeling. Verder gaat hij kort in op leerling- en omgevingskenmerken en geeft hij op basis van dit alles zijn handelingsadviezen.

De rekenspecialist stelt op basis van deze adviezen, in overleg met de rekenleraar, een handelingsplan op. Hierin staan de doelen geformuleerd, die stuk voor stuk zijn vertaald in concrete en haalbare stappen. Hierbij kan het behalve om leerstofdoelen ook gaan om leerdoelen die te maken hebben met motivatie, zelfvertrouwen en inspanning.

Begeleidingscategorie 2 is ook bestemd voor leerlingen die vanuit categorie 3 naar categorie 2 zijn verwezen. Zij hebben duidelijke vooruitgang geboekt met de begeleiding die hen in deze categorie 3 is geboden. Zij lijken nu in staat zich verder te ontwikkelen onder de condities van categorie 2. Zij worden in categorie 2 begeleid met behulp van een individueel handelingsplan. Bij zo'n overstap zijn ook de ondersteuningscoördinator en de mentor betrokken.

Het doel van de begeleiding in categorie 2 is leerlingen hun rekenproblemen te helpen overwinnen en hun rekenachterstanden weg te werken. Het perspectief blijft dat deze leerlingen het bij hun leerroute passende referentieniveau halen. In samenspraak met de mentor en de rekenspecialist stellen leerlingen in categorie 2 een eigen doelenlijst op. Deze leerdoelen zijn gebaseerd op hun handelingsplan. De mentor en de leerling houden ieder voor zich de vorderingen bij en bespreken die van tijd tot tijd met elkaar. Juist ook hier is het belangrijk dat deze leerlingen de doelen waaraan ze werken, als eigen en haalbaar ervaren.

16.2 Afstemming

De rekenspecialist biedt leerlingen in categorie 2 specifieke instructie op een ander moment dan de voor hun klas geplande rekenles. Waar mogelijk begeleidt hij leerlingen met vergelijkbare problemen als groepje. Daarnaast biedt de rekenleraar deze leerlingen aanvullende instructie en extra oefentijd tijdens hun reguliere rekenlessen.

De aanpakken die de rekenspecialist voor deze leerlingen kiest zijn gebaseerd op in het *Protocol ERWD2* gegeven handreikingen. Ook in categorie 2 gaat het om de toepassing van het Handelingsmodel, het Drieslagmodel, de vier Hoofdlijnen van het leren rekenen en de bijbehorende lijst met signalerings- en aandachtspunten. Deze handreikingen zijn gericht op de kenmerken van afstemming: signaleren (opmerken), gericht observeren, interveniëren (gericht op resultaat) en evalueren. De rekenspecialist is vanuit zijn expertise vertrouwd met deze vormen van begeleiding en kan daardoor de rekenleraar zo nodig ondersteunen. Het is in ieder geval van belang dat zij nauw samenwerken.

16.3 Resultaat van een diagnostisch rekenonderzoek

Een diagnostisch rekenonderzoek levert een verslag van de onderzoeker (de rekenspecialist) op. Het verslag bevat onder meer de volgende onderdelen:

- een beeld van wat de leerling al kan, van wat hij zich al heeft eigen gemaakt op het gebied van rekenen en ook van wat een zinvolle volgende stap is in de zone van de naaste ontwikkeling;
- een beeld van de mate waarin het rekenen van de leerling stagneert;
- inzicht in de factoren die de verdere rekenontwikkeling zowel kunnen stimuleren en activeren, als belemmeren en zelfs blokkeren;
- informatie over de hulp waar de leerling van profiteert en over de aanpak die het rekenen van de leerling ondersteunt;
- een perspectief op langere termijn;
- handelingsadviezen op basis van de gemaakte analyse.

Het verslag van het diagnostisch rekenonderzoek wordt door de rekenspecialist in overleg met de rekenleraar vertaald naar een handelingsplan voor de leerling. Dit handelingsplan bevat altijd de volgende componenten:

- doelen op lange en korte termijn (waartoe?);
- leerstofinhoud (wat?);
- leeractiviteiten (hoe?);
- uitvoering (wanneer en door wie?);
- evaluatie (doelen bereikt?).

Deze componenten komen hierna stuk voor stuk aan bod.

16.4 Doelen op lange en op korte termijn

De rekenspecialist bepaalt in overleg met de rekenleraar welke doelen passend zijn voor de lange termijn en welke al haalbaar lijken op korte termijn.

• Doelen op lange termijn

De langetermijndoelen beschrijven de verwachte ontwikkelingslijn van de leerling op vakoverstijgende en vakspecifieke gebieden. Deze doelen beslaan een periode van een half jaar tot een jaar, soms langer.

- *Vakspecifieke langetermijndoelen* beschrijven in meer algemene termen de verwachte rekenontwikkeling van de leerling. Een perspectief op lange termijn voor vakspecifieke doelen is bijvoorbeeld *het vlot kunnen rekenen met de basisbewerkingen op papier en met de rekenmachine met getallen tot 10.000 of inzicht hebben in (opbouw en samenhang van) het metriek stelsel*. Hierbij wordt als perspectief op de lange termijn geformuleerd dat de leerling niveau 2F bereikt.
- *Vakoverstijgende langetermijndoelen* betreffen de totale ontwikkeling van de leerling. Hier kan bijvoorbeeld specifieke begeleiding worden gezet op de reductie van faalangst en op het bevorderen van zelfvertrouwen. Een voorbeeld van zo'n doel is: *de leerling weet zeker hoe hij dit type rekenopdrachten kan maken*.

- *Doelen op korte termijn*

- *Vakspecifieke kortetermijndoelen* zijn gericht op het verbeteren of het weer op gang brengen van het proces van het leren rekenen. De rekenspecialist formuleert daarom concrete leerdoelen die aansluiten bij wat de leerling al kan. Het gaat om afgebakende doelen die de leerling binnen een afzienbare periode kan bereiken en die getoetst kunnen worden. De leerdoelen worden zorgvuldig uitgelijnd als stappen op weg naar het langetermijndoel.

De leerdoelen worden expliciet in verband gebracht met de vier Hoofdpijnen, de vier niveaus van het Handelingsmodel en/of de denkstappen in het Drieslagmodel (zie deel 2 en 3).

- *Vakoverstijgende kortetermijndoelen* zijn niet of nauwelijks te formuleren, aangezien vakoverstijgende doelen per definitie een langere periode vragen om gerealiseerd te kunnen worden. Ze vragen bovendien om een andere manier van bewijsvoering dan via een toets. Het gaat om relatief stabiele leerlingkenmerken die slechts heel geleidelijk veranderen en waarbij de nadruk vaak meer ligt op afleren dan op aanleren zoals het reduceren van faalangst of het opbouwen van zelfvertrouwen in het omgaan met getallen.

Bij de vakspecifieke langetermijndoelen staat als voorbeeld: *de leerling kan vlot rekenen met de basisbewerkingen op papier en met de rekenmachine met getallen tot 10.000*. Op basis hiervan kan als doel op korte termijn worden geformuleerd: *de leerling kan getallen aanvullen tot 10.000*.

Hierbij kunnen de tussenstappen zijn:

- 1 met honderdtallen aanvullen tot 1000 of met duizendtallen aanvullen tot 10.000;
- 2 met een combinatie van tientallen, honderdtallen of duizendtallen aanvullen tot 10.000.

Bij de vakoverstijgende langetermijndoelen staat als voorbeeld: *faalangst reduceren*. Zo'n doel kan alleen bereikt worden als de leerling via de vakspecifieke kortetermijndoelen herhaaldelijk succeservaringen beleeft en die durft toe te schrijven aan eigen kunnen. Ook het vertrouwen in de leraar vanuit een gevoel van verbondenheid (Deci & Ryan, 1985) kan bijdragen aan het reduceren van zijn faalangst.

Het laatste voorbeeld laat zien dat verschillende soorten doelen verband houden met elkaar. Door ze bewust te koppelen en op elkaar af te stemmen, kunnen leraren het rendement van een handelingsplan versterken. Zo'n mix van leerdoelen is daardoor zowel afgestemd op de brede ontwikkeling van de leerling (vakoverstijgend) als op zijn rekenontwikkeling (vakspecifiek).

16.5 Leerstofinhoud

De vakspecifieke kortetermijndoelen (leerdoelen) worden ingevuld met leerstof en de hierbij passende leeractiviteiten. De leerstofinhoud en de leeractiviteiten zijn samen het leer materiaal waarmee de leerling aan het werk gaat en waarop de begeleiding in categorie 2 is gericht. Deze leerstof is natuurlijk ook afgeleid van het programma van de betreffende leerroute en houdt rekening met het bijpassende referentieniveau.

De geformuleerde leerdoelen sluiten aan op het ontwikkelingsniveau van de leerling zoals dat in het diagnostisch rekenonderzoek in kaart is gebracht. Anders gezegd: de doelen van het handelingsplan sluiten aan bij wat de leerling al kan, weet en begrijpt. Deze doelen bepalen de keuze en de volgorde van de leerstofinhouden. De leerstofinhouden voldoen aan de volgende kenmerken, zowel elk afzonderlijk als in samenhang:

- *De leerstof past binnen de vier Hoofdlijnen*

De keuze en de volgorde van de leerstofinhouden zijn beide in overeenstemming met de vier Hoofdlijnen. Dit zijn:

- Hoofdlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming (conceptontwikkeling en het verlenen van betekenis aan (nieuwe) kennis en vaardigheden).
- Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures.
- Hoofdlijn 3: vlot leren rekenen en onderhouden.
- Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen van kennis en vaardigheden.

Wanneer de leerdoelen een nieuw onderwerp aansnijden, dan is de leerstof eerst gericht op Hoofdlijn 1. Indien de leerling de basisbegrippen al beheerst, kan vlot leren rekenen het doel zijn. In dit geval start de aanpak via Hoofdlijn 2, zodat de leerling de condities voor vlot rekenen (Hoofdlijn 3) van daaruit verder kan ontwikkelen.

- *De leerstof past bij de niveaus van het Handelingsmodel*

De keuze en de volgorde van de leerstofinhouden passen bij de vier handelingsniveaus:

- Handelingsniveau 1: informeel handelen in werkelijkheidssituaties.
- Handelingsniveau 2: voorstellen – concreet.
- Handelingsniveau 3: voorstellen – abstract.
- Handelingsniveau 4: formeel handelen.

Deze handelingsniveaus dienen om de koppeling te maken tussen wat een leerling al kan en wat hij gaat leren. Bij elk leerdoel wordt bepaald op welk handelingsniveau de leerling instapt. De rekenleraar kiest de leerstof zo dat de leerling geleidelijk wordt uitgedaagd op een hoger niveau te werken tot het niveau van het leerdoel is bereikt.

- *De leerstof past bij de drie stappen van het Drieslagmodel*

De keuze en de volgorde van de leerstofinhouden passen bij het Drieslagmodel voor probleemoplossend handelen. Dit zijn de volgende drie stappen:

- 1 plannen (identificeren, analyseren, betekenis verlenen, voorkennis activeren, oplossingsprocedure bedenken, ...);
- 2 uitvoeren (berekening maken op het passende handelingsniveau);
- 3 reflecteren (nagaan of de stappen 1 en 2 op een effectieve manier tot het gewenste resultaat hebben geleid).

Doordat de leraar daarmee in de keuze van de leerstofinhouden al rekening houdt, leert de leerling dit model systematisch toe te passen. Dit betekent dat, ongeacht de stap uit het Drieslagmodel die in de leerstof het accent krijgt, ook de andere twee stappen aan de orde komen. Hierbij is de leerlingenkaart van het Drieslagmodel inzetbaar als geheugensteun (afbeelding 11.8).

16.6 Leeractiviteiten

De rekenleraar kiest in overleg met de rekenspecialist bij elk leerstofonderdeel de bijpassende leeractiviteiten. Bijpassend wil hier zeggen: ze passen bij het doel, de leerling wordt erdoor geactiveerd en ze veroorzaken dagelijks resultaat; tegelijk zijn de activiteiten ook praktisch uitvoerbaar. Bij de keuze van activiteiten houdt hij ook rekening met de vakoverstijgende langetermijndoelen. Door de vorm zorgvuldig af te stemmen op die doelen stelt hij de leerling in staat ook daarin te groeien. Om leeractiviteiten op gang te brengen gebruikt de rekenleraar in het kader van het handelingsplan passende vormen van instructie, zoals beschreven in hoofdstuk 15.

Een goed afgestemde instructie is met name van belang bij het verder ontwikkelen van begripvorming (Hoofddlijn 1) en bij het (verder) ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures (Hoofddlijn 2). Gericht oefenen is noodzaak voor een resultaatgerichte begeleiding (Hoofddlijn 3). Flexibel toepassen is steeds van belang om het geleerde ook buiten de rekenles te kunnen gebruiken (Hoofddlijn 4). Zie daarvoor deel 2.

Deze opbouw van de begeleiding waarin de leerdoelen, de leerstofinhouden en de leeractiviteiten naadloos op elkaar aansluiten, is kenmerkend voor een werkend handelingsplan.

16.7 Uitvoering (planning en organisatie)

De *rekenspecialist* geeft, in overleg met ondersteuningscoördinator en de mentor in het onderdeel 'planning en organisatie' van het handelingsplan aan, wie verantwoordelijk is voor welk onderdeel van het plan. Het plan geeft antwoord op vragen als: *Wie doet wat? Wanneer? Hoe intensief?*

Wie doet wat?

De rolverdeling binnen de begeleiding en ondersteuning staat beschreven in hoofdstuk 14.

In sommige situaties kan in overleg met de ouders/verzorgers van de leerling nog extra begeleiding worden georganiseerd, zoals extra remedial teaching buiten de schooluren of specifieke faalangsttraining. Met het oog op de effectiviteit verdient het aanbeveling dit goed af te stemmen met wat al op school gebeurt.

Wanneer?

De ondersteuningscoördinator plant in overleg met de rekenspecialist en de rekenleraar begeleidingsactiviteiten voor de komende lesperiode. Aan het eind van elke lesperiode plant hij een bijeenkomst voor tussentijdse evaluatie. Alle activiteiten staan overzichtelijk vermeld in het handelingsplan. Hier staan ook de bij elke activiteit betrokken personen genoemd. De geplande extra begeleiding door de rekenspecialist wordt bij voorkeur zo veel mogelijk binnen de schooltijden ingeroosterd.

De rekenspecialist is verantwoordelijk voor de inhoudelijke planning. Hij plant concrete lesdoelen bij de begeleidingsactiviteiten. Hij overlegt met de rekenleraar om deze activiteiten af te stemmen op de reguliere rekenlessen. Daarnaast bespreekt hij de doelen en activiteiten met de betreffende leerling.

Hoe intensief?

Als vuistregel geldt dat leerlingen in begeleidingscategorie 2 per week minimaal één uur extra individuele begeleiding krijgen van een rekenspecialist. Dit komt boven op de reguliere rekenles door de rekenleraar. Daarin biedt de rekenleraar deze leerlingen extra ondersteuning bij het oefenen en geeft eventueel aanvullende instructie in zijn rekenles.

16.8 Evaluatie van het individuele handelingsplan

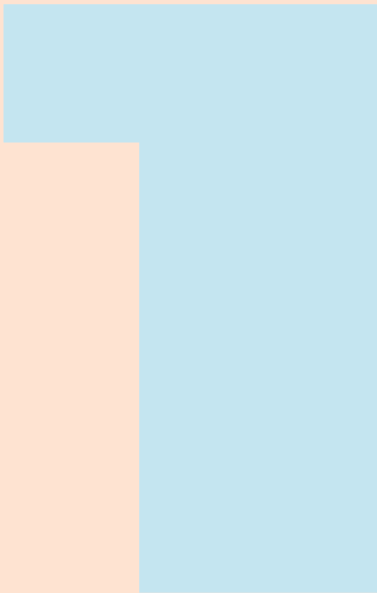
Onderdeel van de begeleiding zijn regelmatige en geplande evaluaties. De nadruk op 'geplande' is om te voorkomen dat het evaluatiemoment afhangt van toevalligheden of incidenten. Het is van belang nadrukkelijk ook de leerling in de evaluatie een rol te geven. Bovendien verdient het aanbeveling niet alleen naar toetsresultaten te kijken bij de vraag of er vooruitgang is, maar ook naar de totale ontwikkeling van de leerling. Met het oog op de continuïteit is een goede verslaglegging onontbeerlijk. Na elke activiteit doet de rekenleraar of de mentor kort verslag in het leerlingadministratiesysteem. Hij geeft aan of het doel van de activiteit is bereikt en noteert eventuele opmerkingen en aandachtspunten over de manier waarop het resultaat tot stand is gekomen en de emotie die dit bij de leerling heeft opgeroepen.

16.9 Vervolgstappen na de begeleiding in categorie 2

Als een leerling zo aantoonbaar vooruitgaat in begeleidingscategorie 2 dat de rekenproblemen niet meer 'ernstig' te noemen zijn, gaat hij terug naar begeleidingscategorie 1 en sluit hij aan bij de reguliere groep. Bij aantoonbaar geringe of geen vooruitgang na een half jaar intensieve begeleiding gaat de leerling naar categorie 3. Soms kan de school overwegingen hebben een leerling nog enige tijd in begeleidingscategorie 2 te handhaven. Criterium is dan altijd dat de leerling hierdoor de optimale begeleiding geboden kan worden en voldoende stimulans krijgt om eigen doelen na te streven.

17 **Begeleidingscategorie 3**

Begeleiding in categorie 3 is voor leerlingen die ernstige en hardnekkige rekenproblemen ervaren of voor leerlingen met dyscalculie. Vanwege hun specifieke onderwijsbehoeften krijgen zij structureel intensieve begeleiding, passend bij een daartoe opgesteld handelingsplan. Deze leerlingen worden buiten de groep begeleid door de rekenspecialist en zo mogelijk binnen de groep door de rekenleraar.



17.1 De leerlingen in begeleidingscategorie 3

Begeleidingscategorie 3 betreft de volgende leerlingen:

- 1 Leerlingen met een dyscalculieverklaring.
- 2 Leerlingen met ernstige rekenproblemen bij wie het vermoeden bestaat dat deze rekenproblematiek hardnekkig is. Zij komen in aanmerking voor een psychodiagnostisch onderzoek, gericht op het vaststellen van dyscalculie (zie hoofdstuk 19). Dit onderzoek vindt bij voorkeur niet later plaats dan in het tweede leerjaar. Gedurende het onderzoekstraject vallen zij al onder deze begeleidingscategorie 3.
- 3 Leerlingen bij wie nauwelijks of geen vooruitgang kan worden geconstateerd ondanks intensieve begeleiding, maar die niet in aanmerking komen voor een dyscalculieverklaring. Dit kan zijn omdat het leerlingen zijn uit de bovenbouw. Het kunnen ook leerlingen zijn bij wie de hardnekkigheid onvoldoende kan worden aangetoond. Er kan ook uit het psychodiagnostisch onderzoek zijn gekomen dat sprake is van andere factoren waardoor de rekenontwikkeling stagneert.

De begeleiding in categorie 3 is beduidend intensiever en iets anders opgezet dan in categorie 2. De aanpak en de structuur van de begeleiding is voor beide categorieën overeenkomstig met wat in hoofdstuk 16 staat beschreven. In onderstaande tabel zetten wij de verschillen op een rij. Verder gaan wij in dit hoofdstuk met name in op de verschillen ten opzichte van categorie 2.

Versillen tussen begeleidingscategorie 2 en 3	
Begeleidingscategorie 2	Begeleidingscategorie 3
<ul style="list-style-type: none"> • leerling ervaart ernstige rekenproblemen 	<ul style="list-style-type: none"> • leerling ervaart ernstige en hardnekkige rekenproblemen (eventueel dyscalculie)
<ul style="list-style-type: none"> • leerling heeft specifieke onderwijsbehoeften 	<ul style="list-style-type: none"> • leerling heeft zeer specifieke onderwijsbehoeften
<ul style="list-style-type: none"> • rekenspecialist verricht diagnostisch rekenonderzoek 	<ul style="list-style-type: none"> • diagnosticus verricht psychodiagnostisch onderzoek
<ul style="list-style-type: none"> • handelingsadviezen met gerichte aandacht voor rekenproblematiek en enige aandacht voor condities waaronder leren succesvol is (directe factoren) 	<ul style="list-style-type: none"> • handelingsadviezen met gerichte aandacht voor condities waaronder leren succesvol is (ook indirecte factoren) en aandacht voor specifieke rekenproblematiek
<ul style="list-style-type: none"> • rekenspecialist en rekenleraar stellen individueel handelingsplan op 	<ul style="list-style-type: none"> • rekenspecialist en ondersteuningscoördinator stellen een individueel handelingsplan op, aangevuld met handelingsadviezen voor in de klas, vanwege de condities die uit het onderzoek noodzakelijk zijn gebleken
<ul style="list-style-type: none"> • leerdoelen, -inhouden, -activiteiten op basis van diagnostisch rekenonderzoek 	<ul style="list-style-type: none"> • leerdoelen, -inhouden, -activiteiten op basis van diagnostisch rekenonderzoek én psychodiagnostisch onderzoek
<ul style="list-style-type: none"> • begeleiding buiten en binnen de rekenles 	<ul style="list-style-type: none"> • begeleiding grotendeels buiten de rekenles, waar mogelijk ook activiteiten binnen de rekenles
<ul style="list-style-type: none"> • begeleiding is intensief en specifiek, zo lang als nodig 	<ul style="list-style-type: none"> • begeleiding is zeer intensief en specifiek, zo lang als nodig of zelfs blijvend
<ul style="list-style-type: none"> • doel is rekenproblemen overwinnen en rekenachterstanden wegwerken, reeds verworven inzichten, kennis en vaardigheden onderhouden 	<ul style="list-style-type: none"> • doel is rekenkennis en rekentaalvaardigheid verder uitbreiden en rekenproblemen zoveel mogelijk overwinnen, al verworven inzichten, kennis en vaardigheden onderhouden
<ul style="list-style-type: none"> • doel is ook emotionele blokkades voorkomen 	<ul style="list-style-type: none"> • doel is ook emotionele blokkades voorkomen of verminderen

Verschillen tussen begeleidingscategorie 2 en 3	
Begeleidingscategorie 2	Begeleidingscategorie 3
<ul style="list-style-type: none"> rekenspecialist initieert de evaluatie van de begeleiding na een half jaar 	<ul style="list-style-type: none"> diagnosticus initieert de evaluatie van de begeleiding na een half jaar diagnosticus stelt vast of sprake is van dyscalculie en geeft eventueel een dyscalculieverklaring af. Dit onderzoek vindt bij voorkeur niet later plaats dan in het tweede leerjaar

Afbeelding 17.1 Verschillen tussen begeleidingscategorie 2 en 3

17.2 Het belang van psychodiagnostisch onderzoek

Het doel van de begeleiding in categorie 3 is de leerling optimaal kansen te bieden zijn rekenkennis en rekenvaardigheid verder uit te breiden en zijn rekenproblemen zo veel mogelijk te overwinnen. Het uiteindelijke streven in begeleidingscategorie 3 blijft het bereiken van minimaal het referentieniveau dat hoort bij de leerroute. Het resultaat op de bijbehorende centrale rekentoetsen is immers medebepalend voor het behalen van het diploma.

De afstemming in categorie 3 lukt alleen als duidelijk is wat de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling zijn. Naast een diagnostisch rekenonderzoek levert een psychodiagnostisch onderzoek daarvoor informatie op. Dit onderzoek kan gericht zijn op het vaststellen van dyscalculie en vindt bij voorkeur plaats voor het einde van het tweede leerjaar. Bij oudere leerlingen is het niet goed mogelijk onderscheid te maken tussen de invloed van leerlingkenmerken en die van omgevingskenmerken als oorzaak van de rekenproblemen. Een diagnose 'dyscalculie' in een hoger leerjaar is daardoor niet meer valide. Een psychodiagnostisch onderzoek kan in die hogere leerjaren wel zinvolle informatie opleveren over de aanpak van de begeleiding.

In aanvulling op het diagnostisch rekenonderzoek, dat de actuele rekeninzichten en -vaardigheden van een leerling in kaart brengt, is het psychodiagnostisch onderzoek meer gericht op achtergronden en oorzaken van de rekenproblematiek (zie voor voorbeelden paragraaf 17.3). Het onderzoek omvat veelal ook een IQ-bepaling. Een extra aandachtspunt bij zo'n onderzoek is comorbiditeit. Dit is het vóórkomen van bijvoorbeeld dyslexie naast dyscalculie of dyscalculie naast faalangst. Dit onderzoek wordt uitgevoerd door een *geregistreerd gedragswetenschapper in de rol van diagnosticus*. Het is van belang dat deze diagnosticus vertrouwd is met rekenonderwijs en met de huidige reken-didactiek. Dat kan als hij zelf gespecialiseerd is in rekenen of als hij gewend is nauw samen te werken met een rekenspecialist. Juist dan is het handelingsadvies vanuit een psychodiagnostisch onderzoek handelingsgericht en toepasbaar in de schoolpraktijk.

Op basis van de resultaten van het onderzoek stelt de diagnosticus een verslag op met relevante informatie voor de begeleiding van de leerling. Hij gaat in op algemene en vakspecifieke leerlingkenmerken en de condities die de ontwikkeling van het rekenen bevorderen of belemmeringen tegengaan. Hij geeft richtlijnen voor specifieke begeleiding en doelen die op lange termijn haalbaar lijken. Hij geeft aan welke leerlingkenmerken de komende periode aandacht vragen. Hij geeft handelingsadviezen die ingaan op de wijze waarop de school hieraan aandacht kan schenken.

17.3 Adviezen vanuit het psychodiagnostisch onderzoek

Bij *vakoverstijgende aspecten* beschrijft de diagnosticus specifieke leerlingkenmerken die van invloed zijn op de totale ontwikkeling van de leerling. De leerlingkenmerken die een positieve invloed op het leren rekenen hebben, bieden aanknopingspunten voor verdere ontwikkeling. Daarom dienen deze gestimuleerd te worden. De leerlingkenmerken die een negatieve invloed op de ontwikkeling kunnen hebben, vragen juist om een omzichtiger aanpak. Het verslag kan dan aanbevelingen doen die moeten voorkomen dat de leerling in situaties komt waar deze kenmerken de overhand krijgen. Daarnaast kan de diagnosticus aangeven hoe de leerling kan leren omgaan met zulke situaties. Hierbij kan men denken aan situaties waarin de leerling zich belemmerd voelt om de geleerde aanpak van opdrachten uit te voeren vanwege de vergelijking met andere leerlingen of de overtuiging van het eigen falen.

Een ander vakoverstijgend leerlingkenmerk is het werkgeheugen. Bij het automatiseren en memoriseren van kennis en vaardigheden speelt het werkgeheugen een belangrijke rol. Als uit het onderzoek problemen met het werkgeheugen naar voren zijn gekomen kan de diagnosticus in zijn verslag advies geven hoe hiermee om te gaan. Zo kan hij richtlijnen geven voor een vorm van training, waarin zowel het ontlasten als juist het belasten van het werkgeheugen worden geoefend. Daarnaast zal een diagnosticus in zo'n geval ook aangeven welke condities in de les de concentratie kunnen bevorderen, zoals bijvoorbeeld het beperken van het aantal opgaven. Verder zal een diagnosticus aanbevelen om bij deze leerlingen overbelasting van het werkgeheugen te voorkomen door de complexiteit van de opgaven te beperken. Dat kan bijvoorbeeld door tussenstappen aan te geven. Als dit helpt, kan de complexiteit van opdrachten worden opgevoerd. De mogelijkheden om hierin te ontwikkelen zijn mede afhankelijk van de leerbaarheid van de leerling.

Het rendement van oefeningen met het werkgeheugen wordt vergroot wanneer deze aandacht schenken aan het langetermijngeheugen. Het gaat dan om oefeningen die bepaalde functies versterken, zoals het opslaan van informatie en het vervolgens weer kunnen oproepen uit het langetermijngeheugen. Dit kan door het stimuleren van associatieve netwerken. Hierdoor leert de leerling informatie in samenhang en geordend op te slaan. Dit vergemakkelijkt vervolgens het weer oproepen van informatie uit het geheugen. De leraar zou kunnen starten met alle leerlingen actief hun voorkennis te laten ophalen (met een vraag als *Weet je nog...?*). Hierdoor oefenen leerlingen in geordend terugzoeken in hun geheugen. Denkmodellen kunnen een belangrijke schakel zijn in het bouwen van associatieve netwerken, bijvoorbeeld het strookmodel bij het leren van de samenhang tussen breuken, decimale getallen en procenten.

Het gebruik van zulke modellen veronderstelt een goed ontwikkeld visueel voorstellingsvermogen. Als een leerling daarin zwak is, kan hij wellicht moeilijker tot schematiseren komen. Denkmodellen dragen dan weinig bij aan het ontwikkelen van inzicht. Het advies kan dan zijn om bij het oefenen bewust gebruik te maken van het Handlingsmodel. Daarmee kan de koppeling tussen verbaliseren en visualiseren worden onderzocht en versterkt.

Het ontwikkelen van het strategisch denken en handelen en het nemen van beslissingen is bij het onderzoek meestal ook een aandachtspunt. Om leerlingen daarvan bewust te maken kan de diagnosticus aanbevelen om spellen in te zetten waarin het resultaat niet afhankelijk is van dobbelstenen. De leerling moet dan namelijk zelf beslissingen nemen en kan zich niet verschuilen achter 'het lot'. Voorbeelden van zulke spellen zijn: dammen, schaken, Vier-op-een-rij en allerlei goede computerspellen die het strategisch denken bevorderen. Dergelijke computerspellen hebben als bijkomend voordeel dat ze de concentratie bevorderen.

De diagnosticus geeft ook advies met betrekking tot de meer algemene competenties van de leerling. Hierbij kan hij ook buitenschoolse activiteiten betrekken in zijn advies, zoals deelnemen aan bepaalde sporten.

Vakspecifieke aspecten betreffen informatie die direct het leren rekenen beïnvloedt. De handelingsadviezen hebben betrekking op onder meer instructie, oefenen, automatiseren en memoriseren van oplossingsprocedures en rekenfeiten.

Deze vakspecifieke leerlingkenmerken zijn voor een groot deel al onderzocht door de rekenspecialist tijdens het diagnostisch rekenonderzoek. De begeleiding in categorie 3 bouwt voort op het individuele handelingsplan voor de leerling in categorie 2. In combinatie met de informatie vanuit het psychodiagnostische onderzoek, zoals bijvoorbeeld over het werkgeheugen, leiden al deze gegevens tot een onderwijsaanbod dat nog specifiek kan worden afgestemd op de onderwijsbehoeften van de leerling.

17.4 Het individuele handelingsplan

De ondersteuning in de tweede lijn vertaalt het verslag van het diagnostisch rekenonderzoek en de handelingsadviezen vanuit het psychodiagnostisch onderzoek naar een individueel handelingsplan voor de leerling. De *rekenspecialist* neemt hierbij het voortouw en overlegt met de *ondersteuningscoördinator* en de *rekenleraar*, en zo nodig met de *diagnosticus*. Elk handelingsplan bevat ook voor begeleidingscategorie 3 de volgende componenten:

- doelen op lange en korte termijn (waartoe?);
- leerstofinhoud (wat?);
- leeractiviteiten (hoe?);
- uitvoering (wanneer en door wie?);
- evaluatie (doelen bereikt?).

Deze componenten zijn besproken in hoofdstuk 16. De rekenspecialist koppelt het handelingsadvies van de diagnosticus aan het al eerder opgestelde handelingsplan voor rekenen vanuit begeleidingscategorie 2. Alle overwegingen worden opnieuw tegen het licht gehouden op basis van de nieuwe handelingsadviezen. Het bestaande plan wordt hiermee geactualiseerd of er wordt een nieuw plan opgesteld. De leerdoelen, de leerstofinhouden en de leeractiviteiten worden op maat gemaakt voor deze leerling en met de leerling besproken.

17.5 Evaluatie van begeleidingscategorie 3

Een leerling (in de eerste twee leerjaren vo) kan in begeleidingscategorie 3 zijn geplaatst in afwachting van een mogelijke diagnose 'dyscalculie'. Na een half jaar vindt op initiatief van de diagnosticus de evaluatie plaats. De vraag is dan of er in dat half jaar sprake blijkt te zijn van 'hardnekkigheid' van de ernstige rekenproblemen. De diagnose 'dyscalculie' kan alleen worden gesteld als duidelijk blijkt dat de afstemming op de onderwijsbehoeften optimaal was, maar dat er desondanks niet of nauwelijks vooruitgang heeft plaatsgevonden, en dat er geen andere aantoonbare oorzaken zijn aan te wijzen.

Is een leerling (ook) met andere aandachtspunten in categorie 3 geplaatst, dan zal ook daarover evaluatie plaatsvinden. Dan is de vraag of de vooruitgang groot genoeg is om te mogen verwachten

dat voortzetting van de begeleiding binnen categorie 2 voldoende ontwikkelingsperspectief biedt. In dit geval gaat de begeleiding verder vanuit categorie 2. In alle andere gevallen zal de structurele en intensieve begeleiding in categorie 3 worden voortgezet, al dan niet met een bijgesteld handlingsplan. Dit is afhankelijk van de uitkomst van de evaluatie.

17.6 Vervolgactiviteiten

Een leerling die in begeleidingscategorie 3 blijft, krijgt structurele intensieve individuele begeleiding gedurende zijn hele verdere schoolloopbaan in het vo. De rekenspecialist, de rekenleraar, de ondersteuningscoördinator en de mentor volgen de ontwikkeling van de leerling. Zij zullen blijven zoeken naar ingangen die de betreffende leerlingen in staat stellen vooruitgang te boeken, misschien slechts op bepaalde deelgebieden van rekenen. Hierbij moet met name worden gedacht aan het inzetten van andere vakken als context voor rekenen. Een voor de leerling interessant vak of een vak dat hoort bij zijn geambieerde beroepsperspectief kan contexten leveren waarbij hij zich mentale voorstellingen kan maken. Dat kan helpen getallen een herkenbare betekenis te geven en bovendien motiveren om zich extra in te spannen.

Deel 5

Onderzoek

18 Diagnostiek in begeleidingscategorie 2 (diagnostisch rekenonderzoek)

19 Diagnostiek in begeleidingscategorie 3 (psychodiagnostisch onderzoek)

18 Diagnostiek in begeleidingscategorie 2 (diagnostisch rekenonderzoek)

Het diagnostisch rekenonderzoek vindt plaats bij een leerling bij wie het vermoeden bestaat van ernstige rekenproblemen. Dit onderzoek is bedoeld om het 'repertoire' (inzicht, kennis en vaardigheden op het gebied van rekenen) van de leerling in kaart te brengen. De onderzoeksvraag, met daarbij specifieke aandachtspunten, stemt de onderzoeker af op het veronderstelde niveau van de leerling. De kwaliteit van het onderzoek neemt toe naarmate de onderzoeker meer verfijnde kennis heeft van leerstoflijnen en van didactiek. Belangrijk is daarbij dat de onderzoeker openstaat voor en nieuwsgierig is naar de eigen oplossingsvarianten en de (subjectieve) concepten van de leerling, ook al zijn die niet of maar ten dele correct.



18.1 Welke leerling komt in aanmerking?

Een leerling komt in aanmerking voor een diagnostisch rekenonderzoek zodra hij doorverwezen is van begeleidingscategorie 1 naar begeleidingscategorie 2. De afstemming van het onderwijsaanbod op zijn onderwijsbehoeften in begeleidingscategorie 1 heeft niet het gewenste effect gehad op zijn rekenontwikkeling. Bij deze leerling bestaat het vermoeden van ernstige rekenproblemen.

De begeleiding in categorie 2 start met een diagnostisch rekenonderzoek. De school brengt de ouders/verzorgers van de leerling en natuurlijk ook de leerling op de hoogte van dit rekenonderzoek. Het diagnostisch rekenonderzoek wordt uitgevoerd door de rekenspecialist in de rol van onderzoeker. In dit hoofdstuk spreken wij verder van 'de onderzoeker' en van 'het rekenonderzoek'.

18.2 Een rekenonderzoek

Het rekenonderzoek is een onderzoek naar het repertoire van de leerling op het gebied van rekenen: welke inzichten, kennis en vaardigheden heeft hij inmiddels en waar liggen de grenzen daarvan? Een diagnostisch gesprek met de leerling vormt de kern van het onderzoek. Soms zijn meerdere gesprekken met de leerling nodig om dat repertoire in kaart te brengen. Een rekenonderzoek is per definitie niet gestandaardiseerd, maar adaptief, inspeland op wat de leerling weet, doet en zegt.

De onderzoeker voert dit gesprek wel in een min of meer formele setting en niet 'even tussendoor'. Het resultaat heeft immers onmiddellijke consequenties voor de inrichting van het onderwijs.

Een rekenonderzoek wordt uitgevoerd als er een duidelijke hulpvraag aan de orde is. Deze kan zich voordoen als een of meer van de volgende situaties zijn ontstaan. De leerling:

- maakt onvoldoende vorderingen in begeleidingscategorie 1, wat blijkt uit onder andere observatie- en toetsresultaten;
- profiteert onvoldoende van het geboden onderwijs;
- blijft achter ten opzichte van het (referentie)niveau dat van de leerling mag worden verwacht;
- is weinig actief met rekenen, voelt zich weinig competent;
- reageert faalangstig of blokkeert tijdens de rekenles of rekenactiviteiten bij andere vakken.

Tijdens het rekenonderzoek gaat hij ook na welke directe invloed specifieke omgevingskenmerken (zoals de onderwijskenmerken en de thuis- en opvoedingssituatie) hebben en welke leerlingkenmerken zijn leerproces beïnvloeden. De onderzoeker interpreteert en bespreekt de resultaten van het onderzoek met de leerling, zijn ouders/verzorgers, de mentor en de ondersteuningscoördinator.

Er kunnen hulpvragen ter tafel komen die de competentie en/of bevoegdheid van de onderzoeker te boven gaat. In dit geval wordt de leerling doorverwezen naar begeleidingscategorie 3 (zie hoofdstuk 19).

18.3 Kenmerken van de diagnostiek bij het rekenonderzoek

Wij spreken van diagnostiek als het gaat om:

- een geplande interventie,
- met een duidelijke vraagstelling,
- in een systematisch gesprek met de leerling,
- waarbij geldt dat een interpretatie pas waar is als de leerling het heeft laten zien of heeft verteld,
- aan de hand van een weloverwogen selectie van rekenopdrachten en
- met de bedoeling beter te begrijpen hoe de leerling denkt en rekent.

De diagnostiek bij het rekenonderzoek vereist dat zij wordt uitgevoerd door een onderzoeker met ervaring in het voeren van diagnostische gesprekken. Hij heeft zowel pedagogische als rekendidactische kennis en vaardigheden. Dit betekent dat hij:

- in staat is een onderzoekssituatie te creëren waarin vertrouwen, veiligheid en gelijkwaardigheid gevoeld worden;
- vakdidactisch en vakinhoudelijk flexibel met de rekenstof kan omgaan. Dit blijkt uit:
 - zijn kennis van de ontwikkelingslijnen van leerlingen;
 - zijn techniek van vragen stellen;
 - vakoverstijgende rekenkennis en kennis van de vier Hoofdlijnen van het rekenen (zie deel 2);
 - de souplesse waarmee hij vanuit deze kennis inspeelt op wat de leerling zegt of doet;
 - de manier waarop hij de niveaus van handelen uit het Handelingsmodel hanteert (zie deel 3);
 - de techniek van vragen stellen die hoort bij de stappen van het Drieslagmodel voor probleemoplossend handelen (zie deel 3);
 - de preventieve maatregelen die hij neemt en de interventies die hij toepast;
- (naar inhoud en handelingsniveau) passende opdrachten kan selecteren en/of formuleren voor het onderzoek van juist deze leerling;
- leerlingkenmerken kan waarnemen, analyseren en beïnvloeden;
- op omgevingskenmerken kan inspelen;
- professionele afstand weet te bewaren en zich niet laat leiden door eigen emoties ten opzichte van de leerling.

De onderzoeker werkt volgens het model van handelingsgerichte diagnostiek (HGD) (Pameijer & Van Beukering, 2004).

KERN

Kenmerken van HGD

Het praktijkmodel handelingsgerichte diagnostiek (HGD) beschrijft een systematisch proces van besluitvorming. De diagnosticus onderkent en analyseert onderwijsleerproblemen en zoekt naar mogelijke verklaringen. HGD richt zich op relevante factoren van de leerling, de onderwijsleer- en opvoedingssituatie die hetzij risico's opleveren, hetzij juist beschermen tegen risico's. HGD start bij de hulpvraag van de school, de ouders/verzorgers en de leerling. De diagnosticus werkt doelgericht samen met de school, de ouders/verzorgers en de leerling. HGD resulteert in een verantwoord en bruikbaar advies. De advisering is afgestemd op optimale ontwikkelingskansen voor de leerling.

KERN

Uitgangspunten:

- HGD verloopt volgens systematische procedures;
- HGD is gericht op advisering;
- HGD hanteert een transactioneel¹ denkkader;
- HGD acht samenwerken met school, ouders/verzorgers en leerling cruciaal;
- HGD besteedt aandacht aan positieve kenmerken.

HGD verloopt systematisch (eventueel cyclisch) in fasen:

- 1 intake;
- 2 strategie;
- 3 onderzoek;
- 4 indicering;
- 5 advisering.

Vrij naar Pameijer en Van Beukering (2004).

Met de volgende onderzoekstechnieken (zie Van Eerde, 1996) gaat de onderzoeker de uitvoering van taken na:

- *Observeren*. De onderzoeker let op zowel verbale als non-verbale aanwijzingen. Welke rekenopdrachten (her)kent de leerling meteen? Zijn er aanwijzingen dat hij nog snelle tussenstappen maakt? Zijn er signalen van (snel) tellen?
- *Doorvragen*. De onderzoeker gaat niet alleen af op één voorbeeld rekenopdracht, maar checkt of er sprake is van een systematische aanpak of denkwijze. Welke basisautomatismen begrijpt en beheerst de leerling?
- *Structureren van de opgaven*. De onderzoeker helpt door tussenstappen te bieden en daarmee het werkgeheugen te ondersteunen (laten noteren van tussenantwoorden), de opdracht passend af te beelden (laten tekenen) en het aanreiken en laten uitproberen van passende oplossingsprocedures.
- *Variëren van de opgaven (vorm en handelingsniveau) en onderzoeken van de voorgaande stap*. Als de leerling de opdrachten niet goed uitvoert, gaat de onderzoeker na op welk niveau de leerling de opdracht wel kan oplossen, of hij begrijpt wat hij doet en of hij de formele notatie begrijpt. De onderzoeker varieert met behulp van de niveaus uit het Handelingsmodel.
- *Spiegelen*. Als de leerling niet of moeizaam kan vertellen wat hij doet, verwoordt de onderzoeker de handelingen die hij heeft gezien bij de leerling. Door de taal van de leerling te spreken en te herhalen wat de leerling zegt, kan de onderzoeker de leerling bewust maken van de huidige en gewenste aanpak.

De onderzoeker werkt aan de hand van de volgende stappen, waarbij het uitgangspunt is dat de leerling zich bevindt in begeleidingscategorie 2:

- Hij vormt zich een duidelijk beeld van de hulpvragen van de leerling.
- Hij vormt zich een beeld van de rekenontwikkeling, de rekenkennis en -vaardigheden van de leerling.

¹ In de transactionele benadering staat de wisselwerking tussen de leerling en zijn omgeving centraal, waarbij de leerling en omgeving veranderen als gevolg van de interactie (handelingen die in een spiraal van actie en reactie op elkaar volgen).

- Hij formuleert samen met de leerling het doel van het onderzoek en de onderzoeksvraag. Hij bespreekt deze met de rekenleraar (omdat deze bij de uitvoering van de begeleiding is betrokken), de ondersteuningscoördinator en de ouders/verzorgers van de leerling.
- Hij sluit aan bij de rekenkennis en -vaardigheden die de leerling al beheerst. De onderzoeker richt zich primair op wat de leerling al kan. Hij maakt hierbij gebruik van de vier Hoofdlijnen en van zijn kennis over leerstoflijnen.
- Hij voert het onderzoek uit in de vorm van een diagnostisch gesprek met de leerling. De onderzoeker zorgt dat hij zich verplaatst in het denken en handelen van de leerling. Hij 'kruipt in de huid van de leerling', maar interpreteert niet zonder check bij de leerling.
- Hij probeert uit tot hoever de leerling kan komen. Daarbij maakt de onderzoeker gebruik van de verschillende handelingsniveaus.
- Hij onderzoekt het gehele proces van het oplossen van een rekenopdracht aan de hand van de drie stappen van het Drieslagmodel: plannen, uitvoeren en reflecteren.
- Hij beschrijft welke leerling- en omgevingskenmerken in de loop van het onderzoek duidelijk zijn geworden.
- Hij trekt conclusies die antwoord geven op de onderzoeksvraag.
- Hij geeft onder meer passende en haalbare handelingsadviezen op basis van de conclusies en ervaringen vanuit het onderzoek.
- Hij legt de bevindingen en adviezen vast in een verslag.
- Hij bespreekt dit met de leerling, de ouders/verzorgers van de leerling, de rekenleraar en de ondersteuningscoördinator.

In de volgende paragrafen wordt een aantal van deze stappen verder toegelicht.

18.4 Doel van het rekenonderzoek en de onderzoeksvraag

De onderzoeker begint met 'inlezen' om zich een beeld te vormen van de rekenontwikkeling van de leerling. Hij analyseert opgeleverd werk van de leerling, gegevens uit observaties in korte reken-gesprekken in de klas, bevindingen tijdens leerlingbesprekingen en informatie over het werken in de verschillende vakken. In zijn analyse betreft hij de hulpvragen die leven bij alle betrokkenen. Dit zijn de rekenleraar, de vakleraren, zichzelf als onderzoeker, de leerling en/of zijn ouders/verzorgers. Ook analyseert hij de informatie van de voortgangstoetsen en gegevens uit het (digitale) leerlingdossier, waaronder ervaringen met eerdere hulp.

Door zijn analyse heeft de onderzoeker zich een beeld gevormd van wat de leerling kan en waar het vastloopt. Hij heeft dit inzicht nodig om het diagnostisch gesprek voor te bereiden en te bepalen wat passende opdrachten op verschillende handelingsniveaus zouden kunnen zijn. De onderzoeker bespreekt met de leerling het doel van het onderzoek en formuleert een onderzoeksvraag. De vier Hoofdlijnen (deel 2) kunnen als handvat dienen om de onderzoeksvraag te formuleren.

De onderzoeker bespreekt het doel van het rekenonderzoek en de onderzoeksvraag met de mentor, de ondersteuningscoördinator, de leerling zelf en zijn ouders/verzorgers.

18.5 Inhoud van het rekenonderzoek

Vervolgens stelt de onderzoeker op basis van de onderzoeksvraag een set rekenopdrachten samen. Hiervoor gebruikt hij opdrachten uit de rekenmethode (van de school) of juist uit ander materiaal. Zo nodig maakt de onderzoeker de opdrachten zelf. In zijn selectie komen altijd de domeinen getallen, verhoudingen, meten en meetkunde (metriek stelsel en klokkijken) voor. De onderzoeker houdt bij zijn selectie rekening met de verschillende handelingsniveaus.

Afhankelijk van de beschikbare tijd kiest de onderzoeker voor enkele specifieke opdrachten, afgestemd op het veronderstelde niveau van de leerling. Het is aan te bevelen een diagnostisch gesprek nooit langer dan een uur te laten duren. Is meer tijd nodig, dan moeten meer zittingen worden gepland.

De onderzoeker zorgt ervoor dat een deel van de rekenopdrachten passen bij het rekenniveau van de leerling, zoals dat uit het dossieronderzoek en de hulpvraag blijkt. Een ander deel maakt hij iets moeilijker, zodat dit aansluit bij de zone van de naaste ontwikkeling van de leerling. Aan de hand van deze opdrachten kan de leerling goed laten zien wat hij al zelf kan en wat hij kan met wat hulp. Dit laatste is dan de stof waaraan hij toe is. Het is van belang dat de onderzoeker hiervoor geschikte opdrachten kiest. Opdrachten die te moeilijk zijn, leveren te weinig informatie over rekenen op en veroorzaken wel ongewenste bijeffecten. Overvragen leidt al snel tot gebrek aan concentratie, een overbelast werkgeheugen en afnemende motivatie.

De onderzoeker selecteert zowel formele opdrachten (sommen) als functionele opdrachten (contexten). Met de formele opdrachten kan hij onderzoeken in hoeverre er in de verschillende domeinen sprake is van 'vlot rekenen' (Hoofdlijn 3). Hierdoor kan hij een beeld krijgen van de mate waarin de leerling oplossingsprocedures kent en begrijpt en deze flexibel kan toepassen. Ook de onderliggende concepten komen zo aan het licht.

De functionele opdrachten leveren vooral een beeld op van het probleemoplossend handelen. De onderzoeker gaat na hoe de leerling de drie stappen voor het probleemoplossend handelen (volgens het Drieslagmodel) aanpakt.

18.6 Pedagogische aspecten van een diagnostisch gesprek

De start en de afsluiting van het gesprek doen vooral een beroep op de pedagogische competenties van de onderzoeker.

De onderzoeker probeert een sfeer te creëren waarin de leerling en hijzelf zich bereid verklaren een open gesprek met elkaar aan te gaan. Binnen de (formele) setting van een diagnostisch gesprek is geen sprake van gelijkwaardigheid tussen leerling en onderzoeker. Toch is het van belang dat er een open sfeer ontstaat, waardoor de leerling 'zich laat zien'. Het moet de leerling vanaf de start (en eigenlijk al daarvoor) duidelijk zijn dat het geen toets is. Antwoorden kunnen niet 'fout' zijn, als ze maar echt weergeven hoe de leerling denkt en handelt. Dat vergt deskundig geregisseerde interactie. Dit begint al bij de start van het gesprek. De onderzoeker herinnert aan de bedoeling van en de aanleiding tot dit gesprek en hij vraagt hoe de leerling hierover denkt. Hij formuleert met de leerling de verwachtingen en de doelen van het gesprek.

De onderzoeker is bekwaam om de leerling op zijn gemak te stellen en het gesprek zodanig te sturen dat de doelstelling bereikt kan worden. Hij zorgt voor een sfeer van veiligheid en vertrouwen tijdens het gesprek, zodat de leerling zich betrokken kan voelen. Hij zorgt voor emotionele ondersteuning in het contact met de leerling. Hij toont zichzelf ook betrokken en nieuwsgierig naar de antwoorden, maar bewaart tegelijk professionele afstand. Hij is zich bewust van mogelijke emoties en (voor)oordelen die de leerling bij hem kan oproepen en probeert zich niet daardoor te laten leiden.

Door zijn vraagstelling nodigt de onderzoeker de leerling uit actief te zijn in het onderzoek en initiatief te tonen. De leerling neemt de onderzoeker als het ware mee in de eigen rekenwereld. De onderzoeker leeft zich in in het denken en handelen van de leerling. Dit vraagt een neutrale houding ten aanzien van de werkwijze van de leerling. Hij vermijdt reacties over goed of fout, en prijst de leerling als die zijn denkwijze duidelijk weet te maken. Hij beschikt over een gevarieerd repertoire aan interventies waarmee hij reacties van de leerling kan uitlokken die duidelijk maken hoe de leerling denkt en handelt.

De onderzoeker probeert de open sfeer van (diagnostische) interactie te behouden tot het einde van het gesprek. Hij sluit af door een terugblik samen met de leerling. Samen staan ze stil bij het proces: *Lukte het mij om met jou mee te denken?* Hij benoemt ook de opbrengst: *Hebben we bereikt wat we wilden bereiken? Is nu duidelijk geworden hoe jij denkt en doet als je rekenopdrachten hebt?* Hij gaat in op de succeservaringen en geeft de leerling feedback op zijn rol in het gesprek. Ten slotte vertelt hij wat hij met de uitkomsten gaat doen en hoe het nu verder gaat met rekenen.

Tijdens het gesprek neemt de onderzoeker allerlei kenmerken waar van het gedrag dat voor de leerling 'gewoon' is. Datzelfde geldt voor kenmerken van de schoolomgeving en de leefwereld van de leerling. Al deze, dikwijls impliciete informatie, accepteert de onderzoeker als een gegeven. Dergelijke kenmerken kunnen het leren rekenen bevorderen of juist belemmeren.

De onderzoeker zal positieve kenmerken benutten bij zijn handelingsadvies. Kenmerken die voor het leren rekenen belemmerend zijn, zullen ook in het onderzoek die rol kunnen vervullen. Het is aan de onderzoeker om dat vast te stellen en om na te gaan hoe hij erachter kan komen hoe hij de invloed van deze factoren kan verminderen. Als de hiermee opgeroepen vragen zijn competentie en/of zijn bevoegdheid te boven gaan, zal hij besluiten om deze informatie te laten verzamelen via psychodiagnostisch onderzoek.

Voor het inschakelen van een gedragswetenschapper als diagnosticus, ongeacht of deze in dienst is van de instelling of niet, is toestemming van de ouders/verzorgers van de leerling nodig.

18.7 Didactische aspecten van een diagnostisch gesprek

Om de essentie van een diagnostisch rekengesprek te kunnen pakken, beschikt de onderzoeker over een combinatie van pedagogische en vooral ook rekendidactische competenties. De kwaliteit van het gesprek neemt toe naarmate de onderzoeker meer gedetailleerde kennis heeft van leerstoflijnen en van rekendidactiek. Hierdoor kan hij mogelijke oplossingsvarianten die de leerling demonstreert direct plaatsen en daarop doorvragen en variëren.

Tijdens het diagnostisch gesprek legt de onderzoeker de leerling meerdere rekenopdrachten voor. Hij laat de leerling zo veel mogelijk hardop denken, vertellen en rekenen. Daardoor krijgt hij inzicht in hoe de leerling te werk gaat en redeneert. Het moet de leerling duidelijk zijn dat het de onderzoeker niet gaat om 'het goede antwoord'.

De onderzoeker gaat na welke basisautomatismen en oplossingsprocedures de leerling beheerst en welke inzichten de leerling heeft. Ook hier gaat het erom geschikte vraag- en observatietechnieken te gebruiken die antwoord geven op vragen als: herkent de leerling de kern van de rekenopdracht? Kan hij de elementen uit de opdracht met elkaar in verband brengen? Kan de leerling een formele opdracht ('kale som') verbinden met andere handelingsniveaus uit het Handelingsmodel? Bijvoorbeeld: kan de leerling een concrete situatie bedenken bij een som? Kan hij een som visualiseren met materiaal, door te tekenen of door een schema te maken?

De onderzoeker onderzoekt het gehele proces van het oplossen van een rekenopdracht aan de hand van de drie stappen van het Drieslagmodel. De opdrachten bestaan uit functionele rekenopdrachten (contexten) en uit formele bewerkingen ('kale sommen'). De onderzoeker stelt zichzelf vragen waarmee hij impliciet ook zijn eigen didactisch handelen toetst (zie paragrafen 13.2 en 13.3):

- Hoe gaat de leerling aan het werk met de opdracht?
- Kan de leerling zich iets voorstellen bij de inhoud van de opdracht?
- Is de leerling hierin actief?
- Kan de leerling de inhoudelijke informatie ordenen? En hoe doet hij dat?
- Hoe voert de leerling berekeningen uit?
- Kan de leerling reflecteren op de gevonden oplossing? En hoe doet hij dat?

Als de leerling vastloopt, biedt de onderzoeker hem ondersteuning. Hij helpt hem het proces te structureren via de stappen van het Drieslagmodel en door daar binnen de handelingsniveaus te variëren.

- In de eerste stap – het plannen – helpt de onderzoeker de leerling zich een voorstelling te maken van de context, om betekenis te geven aan de rekenopdracht (taal), een koppeling te leggen met andere lagen in het handelingsniveau of de gegevens te (re)organiseren.
- In de tweede stap – het uitvoeren – helpt de onderzoeker door de aanpak van de leerling te structureren, het werkgeheugen te ondersteunen (laten noteren van tussenantwoorden), de opdracht passend af te beelden (laten tekenen, schema's laten gebruiken), het aanreiken (en laten uitproberen) van passende oplossingsprocedures. Hij kan de opdracht variëren door de getallen minder complex te maken, bijvoorbeeld in plaats van 23,6% van € 224,50 naar 20% van € 225 of 20% van € 200.
- In de derde stap – het reflecteren – helpt de onderzoeker door terug te koppelen naar de vraag (*Klopt het nu? Was dit wat ik moest uitrekenen? Wat weet ik nu?*), door te structureren, door demonstreren te koppelen aan verwoorden (*Laat eens zien hoe je dit hebt uitgerekend?*).

Door dergelijke vragen en technieken te gebruiken komt de onderzoeker erachter welke werkwijze(n) de leerling hanteert. Zo krijgt hij inzicht in de denkstappen (Drieslagmodel) en de handelingsniveaus (Handelingsmodel) die de leerling heeft genomen tijdens de oplossingsprocedure. Hij kan hierdoor aangeven welk rekenniveau de leerling bereikt heeft.

De onderzoeker tast vervolgens af wat de zone van de naaste ontwikkeling van deze leerling is. Daarbij maakt hij gebruik van de verschillende handelingsniveaus. De onderzoeker gaat na wat de leerling al kan en biedt vervolgens een nieuwe rekenopdracht die daarop aansluit. Hij varieert de handelingsniveaus binnen deze opdrachten. Daarbij laat hij de leerling vertellen, tekenen en rekenen, of werken met tastbaar materiaal.

Hij biedt opdrachten aan binnen een domein, maar kan variëren per domein en switchen naar andere domeinen. Hij zorgt ervoor dat de opdrachten betekenisvol zijn. Bijvoorbeeld door te laten rekenen met geld. De onderzoeker kan de opdracht eenvoudiger of juist moeilijker maken door te variëren met getallen. Ook kan hij complexere opdrachten eventueel voorstructureren in tussenstappen.

In de zone van de naaste ontwikkeling kan de leerling laten zien hoe hij reageert als hij niet meteen een oplossing heeft en hoe hij profiteert van hulp die de onderzoeker heeft aangeboden.

Het onderzoek resulteert in een overzicht van rekenkennis en oplossingsprocedures die de leerling daadwerkelijk beheerst. Hij beschrijft daarbij de handelingsniveaus waarop de leerling de procedures al kan uitvoeren, of met hulp zou kunnen uitvoeren ('zone van naaste ontwikkeling'). Tevens beschrijft hij aan welke stof de leerling toe is en onder welke condities het meeste resultaat bereikt kan worden.

18.8 Opbrengst van het rekenonderzoek

Als laatste stap in het rekenonderzoek analyseert de onderzoeker de verkregen informatie, komt tot conclusies en stelt een verslag op. Hij beschrijft daarin zijn bevindingen en de analyse van het diagnostische gesprek, de positieve aanknopingspunten wat betreft rekenen, leerlingkenmerken, omgevingskenmerken en zijn handelingsadviezen.

Het verslag bevat onder meer:

- een beeld van wat de leerling al kan, van wat hij zich al heeft eigen gemaakt op het gebied van rekenen en ook van wat een zinvolle volgende stap is in de zone van de naaste ontwikkeling;
- een beeld van de mate waarin het rekenen van de leerling stagneert;
- inzicht in de factoren die de verdere rekenontwikkeling kunnen stimuleren, activeren, belemmeren of zelfs blokkeren;
- informatie over de hulp waar de leerling van profiteert en over vormen van begeleiding die aansluiten bij zijn behoeften, waardoor zijn zelfvertrouwen wordt versterkt;
- zicht op de rol die de leerling zelf heeft, maar ook die van de school en de ouders/verzorgers van de leerling (met name de rol die ouders/verzorgers hebben blijft vaak onderbelicht);
- een perspectief op langere termijn, zowel vakinhoudelijk als vakoverstijgend;
- eventueel advies over het inschakelen van een (externe) deskundige voor verder onderzoek of een specifieke training.

Dit verslag wordt besproken met de leerling en zijn ouders/verzorgers. Bij twijfel melden de ouders/verzorgers en de school de leerling aan voor bovenschoolse ondersteuning in het samenwerkingsverband. Het verslag en de afspraken met de leerling en de ouders/verzorgers van de leerling worden bewaard in het (digitale) leerlingdossier.

18.9 Vervolgactiviteiten

De verantwoordelijkheid om deze handelingsadviezen van de onderzoeker om te zetten naar intensieve en specifieke begeleiding van de leerling ligt bij de school. Op basis van het rapport stelt de rekenspecialist in overleg met de rekenleraar en de mentor een individueel handelingsplan op voor de begeleiding van de leerling op het gebied van rekenen.

Dit handelingsplan omvat altijd de volgende componenten:

- doelen op lange en korte termijn (waartoe?);
- leerstofinhoud (wat?);
- leeractiviteiten (hoe?);
- uitvoering (wanneer en door wie?);
- evaluatie (doelen bereikt?).

Zie hoofdstuk 16 voor informatie voor het opstellen en uitvoeren van een individueel handelingsplan. Het individuele handelingsplan van de leerling wordt besproken met de leerling en zijn ouders/verzorgers die daarin ook een verantwoordelijkheid hebben.

De leerling wordt gedurende een half jaar door de school verder begeleid conform het handelingsplan. In het gunstige geval gaat de rekenontwikkeling van de leerling gedurende deze periode weer aantoonbaar de goede kant op. Dan kan aan het eind van deze periode worden beslist of de leerling zonder of met minder hulp verder kan. Als dat het geval is dan kan hij terug naar begeleidingscategorie 1. Bij aantoonbaar weinig of geen vooruitgang komt de leerling in begeleidingscategorie 3 en kunnen de ouders/verzorgers van de leerling een psychodiagnostisch onderzoek aanvragen. Deze aanvraag kan ook al tijdens de periode van het half jaar begeleiding worden ingediend. Dit laatste is aan de orde wanneer voor het verstrijken van die periode al duidelijk is dat de leerling onvoldoende profiteert van de geboden hulp.

19 Diagnostiek in begeleidingscategorie 3 (psychodiagnostisch onderzoek)

Wanneer op basis van de analyse uit het diagnostisch rekenonderzoek en de daarop gebaseerde intensieve begeleiding te weinig vorderingen merkbaar zijn, kan de leerling in aanmerking komen voor een bredere analyse. Daarbij kan ook een vermoeden van dyscalculie een rol spelen. In zo'n geval kan men, na zorgvuldige analyse van het voorgaande traject, kiezen voor een psychodiagnostisch onderzoek. Dit onderzoek vindt plaats in begeleidingscategorie 3.

Het daarop gebaseerde verslag bevat een diagnose en een advies voor de verdere begeleiding van de leerling. Na een half jaar intensieve begeleiding aan de hand van een handelingsplan volgt een evaluatie met betrokkenen, waarbij de diagnosticus kan vaststellen of er sprake is van dyscalculie.



19.1 Welke leerling komt in aanmerking?

Een leerling kan in aanmerking komen voor een psychodiagnostisch onderzoek in begeleidingscategorïe 3 wanneer de evaluatie van de intensieve begeleiding in categorie 2 onvoldoende verklaring oplevert van de stagnatie in de rekenontwikkeling. Dan kan het vermoeden bestaan dat de rekenproblemen niet alleen ernstig, maar ook hardnekkig zijn en dat er sprake is van dyscalculie. Dit vermoeden moet onderbouwd kunnen worden vanuit het leerlingdossier. Dat betekent dat alle elementen uit het handelingsplan zijn beschreven, inclusief de evaluatie daarvan.

Wij adviseren nadrukkelijk om in het vo alleen in de eerste twee leerjaren psychodiagnostisch onderzoek te laten uitvoeren om een diagnose 'dyscalculie' te kunnen stellen en eventueel een dyscalculieverklaring te kunnen verlenen. De reden die wij hiervoor hebben is de volgende.

De invloed van de schoolervaringen is na ongeveer tien jaar onderwijs niet meer los te koppelen van de persoonskenmerken die de rekenontwikkeling beïnvloeden. Naarmate leerlingen ouder worden, wordt het steeds onduidelijker welke invloed het rekenonderwijs (en eventuele begeleiding) heeft gehad op de persoonsontwikkeling van de leerling. Het valt niet meer te bepalen hoe leerlingen mede door hun persoonskenmerken al of niet hebben kunnen profiteren van het geboden onderwijs. Oorzaak en gevolg zijn niet meer uit elkaar te halen. In de bovenbouw van het vo en in het mbo is het daarom steeds moeilijker dyscalculie in zijn zuivere vorm verantwoord vast te stellen. Daarom is ook het afgeven van een dyscalculieverklaring niet meer verantwoord.

Een dyscalculieverklaring is bovendien te beschouwen als een verbodentoegangsverklaring voor diverse vervolgopleidingen en beroepen. Ook om deze reden zijn wij van mening dat het verlenen van een dyscalculieverklaring na de basisschool beperkt zou moeten blijven tot de eerste twee leerjaren van het vo.

Voor sommige leerlingen kan psychodiagnostisch onderzoek ook na het tweede leerjaar wel gewenst zijn om handelingsadviezen te krijgen voor gerichte individuele begeleiding. Dit onderzoek richt zich vrijwel uitsluitend op de leervoorwaarden die de rekenontwikkeling beïnvloeden. Doel van het onderzoek is dan vooral het verzamelen van informatie die de begeleiding van de leerling bij de verdere ontwikkeling van het rekenen effectiever kan maken.

Leerlingen met ernstige rekenproblemen, met of zonder dyscalculieverklaring, hebben echter allen behoefte aan deskundige en voor hen effectieve begeleiding. Deze leerlingen kunnen in alle afdelingen en leerroutes van het vo voorkomen, dus ook in havo en vwo.

KERN Wanneer psychodiagnostisch onderzoek?

Het laten doen van psychodiagnostisch onderzoek kan geïndiceerd zijn wanneer:

- de intensieve begeleiding in categorie 2 de rekenontwikkeling van de leerling aantoonbaar onvoldoende vooruit helpt;
- zich ernstige problemen voordoen bij alle rekenactiviteiten van de leerling; dit kunnen ook problemen zijn op sociaal-emotioneel gebied die gelinkt kunnen worden aan rekenactiviteiten;
- al bij instroom in het vo vanuit de overdracht po-vo bekend is dat de leerling ernstige en mogelijk hardnekkige rekenproblemen ervaart.

19.2 Aanvraag en intakegesprek

De ouders/verzorgers van de leerling vragen in overleg met de school en de leerling het psychodiagnostisch onderzoek aan. In sommige situaties zullen de ouders/verzorgers van de leerling onafhankelijk van de school zelf contact zoeken met een particulier bureau voor onderzoek van hun zoon of dochter. Dit is geen gewenste situatie voor de school. Het is van belang dat er dan toch een gesprek ontstaat tussen ouders/verzorgers, school en het particuliere bureau.

De school doet in het aanvraagformulier verslag van de maatregelen die zij heeft getroffen. Voor voorbeelden van aanvraagformulieren verwijzen wij naar Pameijer en Van Beukering (2004, pp. 343-376).

De school voegt aan het aanvraagformulier een verslag toe over de rekenontwikkeling van de leerling en andere relevante informatie. Zij vermeldt verder de hulpvragen van de school, van de ouders/verzorgers en van de leerling of hun gezamenlijke hulpvraag. De school beschrijft de specifieke hulp die geboden is aan de leerling en de aantoonbare resultaten daarvan. Alle gegevens uit het rekenonderzoek binnen begeleidingscategorie 2 komen ter beschikking van de diagnosticus. Zie onderstaande punten voor het verslag van de school.

KERN

Verslag van de school bij aanmelding

- 1 De school formuleert de hulpvraag van de betrokkenen: de school, de leerling en zijn ouders/verzorgers. Welke klachten, zorgen, verwachtingen, ...?
- 2 De school geeft het beeld van het rekenen van de leerling in positieve en in negatieve zin. Wat lukt al wel en wat nog niet? Hoe is de rekenontwikkeling van de leerling tot nu toe verlopen?
- 3 De school beschrijft de geboden afstemming van het onderwijs op de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling: kijken naar de ervaringen binnen de les en naar de gegevens uit toetsen.
- 4 De school benoemt de resultaten van het diagnostisch rekenonderzoek (begeleidingscategorie 2).
- 5 De school geeft aanvullende informatie over de leerling. Welke ontwikkeling van de leerling zien we op het gebied van andere vakken? Welke leerlingkenmerken zijn bekend?
- 6 De school geeft aanvullende informatie over de omgevingskenmerken (school, het geboden onderwijs en eventueel de thuis- en opvoedingssituatie). Welke informatie over de leerling is voor deze hulpvraag van belang?

De diagnosticus ontvangt de aanvraag voor een onderzoek naar de rekenproblematiek van de leerling. Hij bereidt zich voor op een intakegesprek aan de hand van het materiaal dat hij met de aanvraag heeft ontvangen. Hij voert een intakegesprek met de leerling, de ouders/verzorgers van de leerling, de rekenspecialist, de ondersteuningscoördinator en de mentor.

In de intakefase analyseert de diagnosticus de vragen van de ouders/verzorgers van de leerling, de school en de leerling zelf die zijn hulp hebben ingeroepen. Hij verzamelt informatie die nodig is om een keuze te maken voor een passend diagnostisch traject. Hij onderzoekt of hij constructief kan samenwerken met school, ouders/verzorgers en leerling, en of zij dit onderling ook kunnen. Hij komt met de drie partijen tot een gemeenschappelijk beeld van hun afzonderlijke hulpvragen. Hij zorgt dat dit een helder en realistisch beeld is. Na deze intake start de diagnosticus met het psychodiagnostisch onderzoek.

19.3 Een psychodiagnostisch onderzoek

Een psychodiagnostisch onderzoek is een verzamelnaam voor allerlei typen onderzoek. Het kan gaan om een intelligentieonderzoek, waarin de diagnosticus systematisch observeert hoe een leerling omgaat met diverse taken, variërend van meer verbaal tot vooral handelend (performa). Naast het eventueel vaststellen van het IQ, gaat het dan vooral om aanknopingspunten te vinden in (relatief) sterke en zwakke aspecten van de leerling.

Andere onderzoeksonderdelen kunnen zijn gericht op onder meer het welbevinden, de zelfbeleving, sociaal inzicht, prestatiemotivatie of op de leerbaarheid. Deze informatie over mogelijkheden in het omgaan met diverse taken en omstandigheden van de leerling kan nuttig zijn bij het optimaal afstemmen op de onderwijsbehoeften van een leerling. Dat geldt ook bij leerlingen met ernstige rekenproblemen.

Het verschil met een diagnostisch rekenonderzoek is dat een psychodiagnostisch onderzoek gericht is op meer algemene aspecten in het functioneren van een leerling. Het focust op de achterliggende factoren bij het leren rekenen en de taalontwikkeling van de leerling, terwijl een diagnostisch rekenonderzoek vooral de rekenaspecten zelf in kaart brengt (hoofdstuk 18).

Er is daarvoor andere kennis en een andere opleiding nodig. Om deze gegevens vervolgens te kunnen vertalen in voor het onderwijs praktische adviezen, zeker als die moeten worden gecombineerd met de uitkomsten van het diagnostisch rekenonderzoek, vergt dat aanvullende specifieke deskundigheid van de diagnosticus.

Alleen een gedragswetenschapper die aan onderstaande eisen/voorwaarden voldoet, mag een psychodiagnostisch onderzoek afnemen. Wij gebruiken in dit protocol de term 'diagnosticus':

- Hij heeft een BIG-registratie als GZ-psycholoog, een NIP-registratie als Kinder- en Jeugdpsycholoog of een NVO-registratie als Orthopedagoog-Generalist.
- Hij is bovendien gespecialiseerd op het gebied van rekenen (Master Special Educational Needs (SEN) met specialisatie rekenen en rekenproblemen) of werkt bij het psychodiagnostisch onderzoek samen met een rekenspecialist.
- Hij werkt volgens de professionele standaarden en richtlijnen van zijn eigen beroepsvereniging en volgt de procedure voor handelingsgerichte diagnostiek zoals bijvoorbeeld beschreven door Pameijer en Van Beukering (2004).

De meerwaarde ten opzichte van een diagnostisch rekenonderzoek is dat de diagnosticus door zijn psychodiagnostisch onderzoek verklarende factoren probeert op te sporen. Dit zijn factoren buiten de eigenlijke rekenvaardigheid die van invloed kunnen zijn op het leren rekenen. Hij zal deze bevindingen betrekken in zijn diagnose en noemen in de rapportage. Van Luit, Bloemert, Ganzinga & Mönch (2012) onderscheiden in het *Protocol Dyscalculie: Diagnostiek voor Gedragsdeskundigen (Protocol DDG)* de onderstaande primaire verklarende factoren (pp. 39-42) en secundaire verklarende factoren (pp. 43-46):

- Primaire verklarende factoren voor rekenproblemen met betrekking tot het geheugen: executieve functies (planningvaardigheid en/of planningprocessen bij het uitvoeren van (reken)procedures), benoemsnelheid (algemeen, cijfers), verbaal en ruimtelijk visueel kortetermijn- en werkgeheugen (prestaties bij contextopgaven), aandacht (cognitieve taken) en aandachtfunctie (accuratesse en concentratie).
- Secundaire verklarende factoren voor rekenproblemen met betrekking tot de persoon en vanuit de fysieke, sociale en/of pedagogische omgeving: werkhouding en motivatie, competentiebeleving, (faal)angst, leesproblemen en sociaal-emotionele ontwikkeling.

Behalve ernstige rekenproblemen kan een leerling meer problemen ervaren. Er kan dan sprake zijn van comorbiditeit. Dat wil zeggen dat de diagnosticus twee of meer probleemgebieden tegelijkertijd kan vaststellen. Voorbeelden zijn combinaties van ernstige en hardnekkige rekenproblemen met dyslexie, ADHD en/of faalangst.

19.4 Opbrengsten van het psychodiagnostisch onderzoek

Na het onderzoekstraject komt de diagnosticus tot een verslag met zijn diagnose en een conceptadvies voor de verdere begeleiding van de leerling. In dit verslag geeft hij de opbrengsten van zijn onderzoek weer en schetst hij het vervolg.

De diagnosticus benoemt de gevonden primaire en secundaire verklarende factoren. Daarnaast doet hij verslag van de andere bevindingen uit het onderzoek, zoals een IQ-bepaling en een intelligentieprofiel. Als sprake blijkt van comorbiditeit vermeldt hij dat ook.

De diagnosticus beschrijft de vakspecifieke en vakoverstijgende onderwijsbehoeften van de leerling op het gebied van rekenen. Hierin betreft hij zo mogelijk de resultaten van het diagnostisch rekenonderzoek dat gelijktijdig of eerder - in begeleidingscategorie 2 - is uitgevoerd. Deze beschrijving bestaat uit onder meer de volgende onderdelen:

- inzicht in hoe de leerling denkt (redeneert) en rekt;
- de reken- en denkstappen die liggen in de zone van de naaste ontwikkeling;
- de specifieke onderwijsbehoeften van de leerling op basis van het Handelingsmodel en het Drieslagmodel;
- de specifieke onderwijsbehoeften op basis van de leerlingkenmerken en de omgevingskenmerken (onderwijskenmerken en thuissituatie);
- gegevens over de leerbaarheid van de leerling;
- de condities waaronder de leerling het meest optimaal kan functioneren.

De diagnosticus vermeldt de vakoverstijgende doelen (koersbepaling). In dit langetermijnperspectief maakt hij inschattingen over:

- het mogelijk te bereiken eindniveau op een bepaald meetmoment;
- het totale ontwikkelingsperspectief van de leerling gezien de mate waarin wordt voldaan aan de drie basisvoorwaarden voor leren en ontwikkelen: competentie (vertrouwen in eigen kunnen), autonomie (vertrouwen in zelfsturing) en relatie (vertrouwen in de verbondenheid met belangrijke anderen);
- het in de begeleiding benutten of versterken van de leerlingkenmerken. Voorbeeld 1: inzetten op het ontwikkelen van het visueel voorstellen en afbeelden (representeren), omdat dit vermogen tot nu toe zwak is ontwikkeld. Voorbeeld 2: aansluiten bij sterk ontwikkelde verbale vermogens van een leerling en daarvan gebruik maken;
- de leerbaarheid van de leerling, afgeleid van het Totaal IQ en het intelligentieprofiel.

De diagnosticus geeft in grote lijnen aan welke mix van maatregelen bij deze leerling zinvol is. De maatregelen hebben betrekking op de volgende begeleidingsactiviteiten:

- *Stimuleren van de leerling* met name wat betreft aspecten die niet zo sterk zijn ontwikkeld. De leerling activeren om zelf weer het leerproces op te pakken.
- *Compenseren van zwak ontwikkelde rekenkennis of vaardigheid*. Bijvoorbeeld het toestaan van het gebruik van een rekenmachine als de leerling slecht automatiseert en daardoor niet in staat is

om de standaardalgoritmes te leren. Met compenserende maatregelen kan de leerling toch verder in het leerproces of deelnemen aan een onderwijsactiviteit.

- *Remediëren in brede zin.* Het perspectief bij remediëren is altijd gericht op de totale ontwikkeling van de leerling. Remediëren is niet alleen gericht op het reduceren van rekenproblemen.

De diagnosticus geeft ook adviezen over instructieprincipes, vormen van feedback en effectief gebleken begeleidingsmethodieken. Over deze aspecten van lesgeven en begeleiden is op allerlei plekken in dit protocol informatie te vinden.

Wanneer de diagnosticus zijn verslag heeft afgerond, bespreekt hij het met de leerling, de ouders/verzorgers van de leerling, de rekenspecialist, de mentor en de ondersteuningscoördinator. In deze bespreking zitten alle partijen met elkaar aan tafel. De belangen van de leerling staan centraal en de diagnosticus bewaakt deze. De ondersteuningscoördinator zal in veel gevallen het gesprek leiden en proberen wenselijkheid en haalbaarheid te verenigen. Soms hebben partijen niet genoeg aan één gesprek om consensus te bereiken. Het uiteindelijke doel is namelijk dat alle partijen zich met de aanbevelingen in het verslag en de praktische consequenties daarvan kunnen verenigen. Zij moeten het erover eens zijn dat het advies wenselijk, nuttig, betekenisvol, geloofwaardig en haalbaar is. Het advies heeft betrekking op de verdere begeleiding in de school en/of hulpverlening buiten de school.

Op grond van deze bespreking kan de diagnosticus het verslag met zijn bevindingen en zijn conceptadvies nog wat bijstellen. In de definitieve rapportage staan de afgesproken passende en haalbare richtlijnen voor de specifieke begeleiding van de leerling in de komende periode.

19.5 Vervolgactiviteiten

De verantwoordelijkheid voor de uitvoering van de gezamenlijk afgesproken aanpak ligt vanaf dan bij de school. De betrokkenen binnen de school concretiseren de richtlijnen en bespreken dat met de leerling en zijn ouders/verzorgers. De aanpak slaagt immers alleen als de leerling zich ook verantwoordelijk kan voelen voor het eigen aandeel. Daartoe moet hij precies weten wat een en ander gaat inhouden.

Op basis van het verslag van de diagnosticus stelt de rekenspecialist in overleg met de ondersteuningscoördinator, de rekenleraar en de mentor een individueel handelingsplan op. Hij stuurt dat ter kennisname aan de diagnosticus. Dit plan geeft richting aan de activiteiten vanuit begeleidingscategorie 3.

De leerling wordt gedurende een half jaar door de school verder begeleid conform het individuele handelingsplan. Na een half jaar vindt de evaluatie door de diagnosticus plaats en worden afspraken gemaakt voor het vervolg. Bij de evaluatie zijn de leerling, zijn ouders/verzorgers, de rekenspecialist, de ondersteuningscoördinator en de mentor betrokken.

Ook daarna blijven deze leerlingen hetzij in begeleidingscategorie 3, hetzij bij aantoonbaar voldoende vooruitgang weer in categorie 2, nog steeds extra en intensieve begeleiding op school nodig hebben. Dat blijft van kracht gedurende hun verdere schoolloopbaan.

19.6 Dyscalculieverklaring

Een dyscalculieverklaring is bedoeld om de leerling perspectief te bieden voor zijn verdere schoolloopbaan. Met zo'n verklaring kan gericht worden gewerkt aan een uitstroomprofiel van de leerling voor de overgang van het vo naar het middelbaar of hoger beroepsonderwijs. De verklaring is geldig gedurende de verdere schoolloopbaan van de leerling. Zie voor een voorbeeld van een dyscalculieverklaring afbeelding 19.1.

Een dyscalculieverklaring heeft gevolgen voor de keuze van vervolgopleidingen. Sommige opleidingen zijn niet wenselijk voor leerlingen met een dyscalculieverklaring, doordat rekenvaardigheid vereist is in het beroep waartoe zij opleiden.

Dat wij aanbevelen voorzichtig te zijn met het verlenen van dyscalculieverklaringen, staat reeds nadrukkelijk beschreven in de eerste paragraaf van dit hoofdstuk.

Als onderdeel van het psychodiagnostisch onderzoek wordt ook een IQ-bepaling gedaan. Wij merken op dat voor het afgeven van een dyscalculieverklaring een Totaal IQ (TIQ) van 70 of hoger wordt gehanteerd. Dit is naar analogie van de voorwaarde bij een dyslexieverklaring. Rekenen is echter complexer dan lezen en schrijven. Het doet een beroep op hogere cognitieve functies, onder andere op begrijpend lezen, logisch denken en ordenen, op rekenkundig communiceren, reflecteren op het eigen handelen en conclusies trekken op basis van het eigen rekenkundig handelen. Daarom raden wij aan een dyscalculieverklaring pas af te geven vanaf TIQ = 85. Vanaf een TIQ van 85 mag worden aangenomen dat de leerling voldoende leerbaar is.

KERN De voorwaarden voor het afgeven van een dyscalculieverklaring

- De leerling beschikt over voldoende intelligentie (ons advies: vanaf TIQ 85).
- Er is een grote discrepantie tussen de ontwikkeling van de leerling in het algemeen en zijn rekenontwikkeling.
- De achterstand is hardnekkig. De leerling laat – ondanks gerichte – deskundige begeleiding, bijna geen vooruitgang zien. Dit is vastgesteld op grond van zowel een kwalitatieve als een kwantitatieve analyse van leerresultaten van de leerling.
- De problemen zijn ontstaan vanaf het verwerven van de basisvaardigheden in het domein getallen en beïnvloeden ook de ontwikkeling op het domein verhoudingen en het domein meten en meetkunde (inclusief de leerstoflijnen tijd en geld).

KERN Consequenties van dyscalculie

- Zowel in wiskunde, als in andere vakken (zoals natuurkunde, scheikunde, aardrijkskunde, economie, techniek) is gebrek aan basale rekenvaardigheid een handicap.
- Gedurende de hele schoolloopbaan én in het maatschappelijk verkeer blijft die beperkte rekenvaardigheid storend, vanwege het praktische ongemak en door de sociaal-emotionele gevolgen.
- Problemen met de basisvaardigheden blijven ook op latere leeftijd bestaan en daarmee de invloed op beroepsperspectieven en maatschappelijke redzaamheid.
- Sommige beroepsopleidingen zijn geblokkeerd en bepaalde beroepen zijn uitgesloten.

Internationaal wordt er gewerkt volgens de richtlijnen van DSM-IV-TR. Deze sluiten aan bij de hierboven beschreven criteria. DSM-IV-TR staat voor *Diagnostic Manual of Mental Disorders* (American Psychiatric Association, 2000).

KERN
Diagnostic criteria for 315.1 Mathematics disorder

- A. Mathematical ability, as measured by individually administered standardized tests, is substantially below that expected given the person's chronological age, measured intelligence, and age-appropriate education.
- B. The disturbance in Criterion A significantly interferes with academic achievement or activities of daily living that require mathematical ability.
- C. If a sensory deficit is present, the difficulties in mathematical ability are in excess of those usually associated with it.

Geciteerd naar American Psychiatric Association (2000, p. 54).

Alleen een diagnosticus die aan onderstaande eisen/voorwaarden voldoet, mag een dyscalculieverklaring verlenen.

- Hij heeft een BIG-registratie als GZ-psycholoog, een NIP-registratie als Kinder- en Jeugdpsycholoog of een NVO-registratie als Orthopedagoog-Generalist.
- Hij is bovendien gespecialiseerd op het gebied van rekenen (Master Special Educational Needs (SEN) met specialisatie rekenen en rekenproblemen) of werkt bij het psychodiagnostisch onderzoek samen met een rekenspecialist.
- Hij werkt volgens de professionele standaarden en richtlijnen van zijn eigen beroepsvereniging en volgt de procedure voor handelingsgerichte diagnostiek zoals bijvoorbeeld beschreven door Pameijer en Van Beukering (2004).

In een dyscalculieverklaring wordt beschreven welke specialistische begeleiding en facilitering de leerling nodig heeft. De verklaring maakt onderscheid tussen onderwijs, voortgangstoetsen en toetsen die deel uitmaken van het eindexamen. Bij toetsen in het kader van het eindexamen zijn extra hulpmiddelen alleen toegestaan als deze extra hulpmiddelen niet leiden tot het vervallen van een exameneis. Bij centrale examens en de (centrale) rekentoets vo zijn de toegestane hulpmiddelen vastgelegd in de regels van het College voor Examens, gebaseerd op het *Eindexamenbesluit VO*.

Onderstaande faciliteiten zijn in ieder geval van belang en gewenst bij onderwijs en toetsing, het laatste voor zover toegestaan:

- gebruik van een rekenmachine;
- bieden van voldoende tijd;
- het bieden van een rustige werkplek, met name ook bij toetsen en examens.

Ondergetekende verklaart dat aan:

naam:

geboortedatum:

geboorteplaats:

een dyscalculieverklaring is afgegeven volgens de criteria zoals beschreven in het *Protocol Ernstige RekenWiskundeproblemen en Dyscalculie voor vo en vso (ERWD2)*.

De problemen blijken vooral uit de volgende verschijnselen:

Op basis hiervan is behoefte aan de volgende maatregelen:

1. specialistische begeleiding in de vorm van:

2. facilitering in de vorm van:

Voor de onderbouwing van deze verklaring wordt verwezen naar het verslag van het psychodiagnostisch onderzoek door:

naam instelling:

naam onderzoeker:

functie:

kwalificaties:

registratie:

datum:

Afbeelding 19.1 Voorbeeld van een dyscalculieverklaring
(vrij naar Ruijsenaars, Van Luit en Van Lieshout, 2004, p. 293)

Bijlagen

Bijlage A Achtergronden van leren rekenen en rekenproblemen

Bijlage B De leerling in het voortgezet (speciaal) onderwijs

Bijlage A

Achtergronden van leren rekenen en rekenproblemen

De protocollen ERWD handelen over ernstige rekenproblemen. Dergelijke problemen hebben alles te maken met hoe leerlingen leren en hoe leraren rekenonderwijs verzorgen. In deze bijlage schetsen wij achtereenvolgens hoe theorieën over leren en onderwijzen met elkaar te maken hebben, wat achtergronden kunnen zijn van rekenproblemen en hoe deze kunnen bijdragen aan de kwaliteit van rekenonderwijs. Hiermee geven wij aan welke keuzes wij hebben gemaakt en tot welke visie op het onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie zij leiden.

1 Over de relatie tussen leertheorieën en onderwijspraktijken

De afgelopen eeuw hebben veel wetenschappers zich bezig gehouden met de vraag wat leren is en hoe een leerproces is te beïnvloeden. Wij bespreken hier enkele stromingen die het denken over leren, en in het verlengde daarvan ook over onderwijzen, tot op heden hebben beïnvloed. We beginnen met het behaviorisme en vervolgen met de cognitieve leerpsychologie (beide vanaf begin 20ste eeuw) en het constructivisme (vanaf circa 1960).

Behaviorisme

Het oorspronkelijke uitgangspunt bij het *behaviorisme* is dat leren alleen is af te lezen aan verandering van gedrag (vandaar de naam). Men spreekt wel van de 'black box': er is een aanleiding (*stimulus*) en er wordt een reactie in het gedrag zichtbaar (*respons*). Wat daar tussenin gebeurt is niet zichtbaar en dus niet bekend. Uit die tijd kennen we allerlei proeven met dieren, die reageerden op voedsel en zo leerden handeltjes weg te duwen en doelhoven te passeren, of die gingen kwijlen, zoals de hond van Pavlov.

Leren is hier: conditioneren, trainen van gedrag. In alle gevallen waren het beloning en straf (een sanctie of het uitblijven van beloning) die het gedrag deden veranderen. Als de beloning stopte of gewoon werd, nam het nieuwe gedrag weer af en verdween dit na enige tijd.

Toegepast op onderwijs benadrukt deze theorie de rol van de leraar als degene die het gewenste gedrag bedenkt en veroorzaakt. Doordat in het onderwijs leerlingen over het algemeen niet zelf kiezen wat ze willen leren en wanneer, is er externe invloed nodig. De consequentie is dat altijd een leraar nodig is om het gewenste gedrag op te roepen. De leraar biedt de te leren informatie kant en klaar aan. Leren is dan het resultaat van 'goed je best doen'. Dat resultaat wordt beloond met waardering en goede cijfers. Ongewenst gedrag en gebrek aan resultaat leiden tot overdoen, straf en slechte cijfers.

Niet zichtbaar is of de leerling ook werkelijk begrijpt wat hij heeft geleerd. Een voorbeeld hiervan is het leren van rekenregels zoals *delen door een breuk is hetzelfde als vermenigvuldigen met het omgekeerde van die breuk* en het uit je hoofd leren van *oppervlakte is lengte keer breedte* en *omtrek is twee keer lengte plus breedte*.

Het oorspronkelijke directe (en meestal klassikaal gebruikte) instructiemodel is hiervoor een bekende vorm geworden. Voordoen, nadoen, eventueel samen doen en dan zelf doen is typerend voor een behavioristische kijk op leren. Als kennis, vaardigheden of gedrag zo zijn aangeleerd is zeer regelmatig onderhoud nodig, om te voorkomen dat deze weer verdwijnen. Hier horen ook uitspraken bij als 'Je hoeft het niet te snappen, als je het maar kunt'.

Wie zo naar leerlingen kijkt, zal vooral de overeenkomsten tussen leerlingen willen benadrukken. Dit kan leiden tot de conclusie dat modaal gelijk staat aan normaal. Problemen bij het leren rekenen zijn dan een afwijking van het normale. Het wegwerken van afwijkingen op een behavioristische manier gebeurt door herhaling van de informatie of het voorbeeldgedrag (*Kom straks maar even bij me, dan leg ik het nog een keer uit*) en via straffen en belonen (de dikke onvoldoende of de pedagogische 6-).

Ook buiten het onderwijs leren mensen zo ander gedrag. Wie regelmatig een bekeuring krijgt voor eenzelfde soort verkeersovertreding, zal proberen die sanctie te vermijden en zijn gedrag aanpassen. Dit type leren zien we in allerlei contexten, zowel in informele als in formele leersituaties. Jongeren leren door de invloed van volwassenen, maar zeker ook minstens zo veel onder invloed van leeftijdgenoten en idolen, hoewel dit per leeftijd varieert.

Cognitivism

Psychologen als Piaget, Vygotsky en Gagné hebben, ieder vanuit hun eigen invalshoek, onderzoek gedaan naar de cognitieve ontwikkeling van kinderen en jongeren. Anders dan de behavioristen zien deze onderzoekers een mens al van jongs af aan als een actief wezen dat zelf op onderzoek uitgaat, experimenteert en zo als het ware 'hypotheses' toetst. De manier waarop de mens informatie verwerft en verwerkt staat bij hen centraal. Het is daardoor begrijpelijk dat het geheugen bij hen een belangrijke rol speelt. Termen als lange- en kortetermijngeheugen en werkgeheugen danken we aan het cognitivisme.

Piaget ontwikkelt een interactietheorie, waarbij hij zijn onderzoek vooral richt op de manier waarop kinderen grip krijgen op de fysische wereld van hoeveelheden, maten en vormen. Piaget onderscheidt onder meer een drietal mechanismen in de cognitieve ontwikkeling die het succes van een leerproces bepalen.

- a. *Assimilatie*, waarbij iemand nieuwe informatie inpast in het bestaande denkkader.
- b. *Accommodatie*, waarbij iemand het bestaande denkkader aanpast op grond van nieuwe informatie.
- c. *Equilibratie*, waarbij iemand voortdurend beide processen in evenwicht probeert te brengen, wat een voorwaarde blijkt voor een gezonde cognitieve ontwikkeling.

Dit laatste mechanisme kunnen we herkennen in rekenlessen, als leerlingen de gepresenteerde informatie niet kunnen koppelen aan en inbedden in hun voorkennis. Zo zijn er bijvoorbeeld leerlingen die het begrip 'aanvullen' alleen associëren met aanvullen tot een tiental. Alle instructie waarin dit begrip een rol speelt, leidt dan niet tot een aanpassing van hun definitie en dus ook niet tot het bijbehorende gedrag. Daardoor stagneert op dat punt hun ontwikkeling.

Vygotsky bestudeert de relatie tussen taal en denken bij kinderen. Als vertegenwoordiger van de sociaal-culturele theorie benadrukt hij het belang van sociale en culturele factoren voor de cognitieve ontwikkeling. Leraren en andere opvoeders zijn in zijn ogen daarbij onontbeerlijk. Het maakt wel uit wat zij doen en hoe. Hij introduceerde een tweetal begrippen die nog steeds bekend zijn.

Het ene is de ‘zone van de naaste ontwikkeling’ (de fase dat iemand een taak al bijna zelfstandig kan uitvoeren, maar nog wel de steun nodig heeft van iemand anders die de taak al beheerst). Die hulp vanuit de omgeving zorgt voor de uitdaging om zich verder te ontwikkelen. Het andere begrip is *scaffolding*, het gebruik van zogenaamde steigers. Steigers geven aanwijzingen en voorbeelden die de leerling helpen een bepaald probleem op te lossen en tegelijk helpen dat geleerde te generaliseren.

Galperin heeft dat idee van de zone van de naaste ontwikkeling, die aansluit bij de zone van de actuele ontwikkeling, verder uitgewerkt. Daarmee legde hij de basis voor wat we nu kennen als de handelingstheorie. Deze theorie stelt de interactie tussen individuen centraal. Het basisprincipe van leren wordt in deze theorie gevormd door vijf stappen:

- a. oriëntatie op de handeling;
- b. de materiële handeling;
- c. de verbale handeling;
- d. de mentale handeling;
- e. de verinnerlijking van de handeling.

Leren is in deze opvatting een actief proces waarbij de lerende zelf altijd de volgende stap neemt. Een sturende instructie, zoals beschreven in deel 4, past bij deze benadering van leren. In Nederland zijn de studies van Galperin beschreven door Van Parreren en Nelissen (1977). Vervolgstudies hebben de theorie over deze vijf stappen verfijnd, waardoor steeds meer nuance gebracht kan worden in het leerproces (Van Oers, 1987; Van Eerde, 1996; Van Groenestijn, 2002).

In de huidige uitwerking van de handelingstheorie is de interactie tussen de leerling en zijn omgeving nog altijd de basis voor ontwikkeling en leren. Leren is daardoor cultuurgebonden en sociaal ingebed. Via het concrete handelen en het visueel voorstellen van concrete handelingen, ontwikkelt de leerling concepten en komt hij tot mentaal handelen (denken). Daarbij is communicatie met anderen en het kunnen verwoorden van de handeling (vertellen wat je doet) cruciaal. Hierdoor is georganiseerd opslaan van informatie mogelijk en kan informatie kennis worden.

Concreet handelen is de basis voor mentaal handelen en is dus nodig voor de ontwikkeling van formele kennis en vaardigheden. Omgekeerd stuurt het mentaal handelen het concrete handelen aan. Ook het voorstellen wordt hierdoor beïnvloed.

We zien hier eenzelfde soort mechanisme als wat Piaget aanduidde met assimilatie en accommodatie. Interactie is altijd een iteratief proces: de ene handeling vloeit voort uit een voorafgaande handeling en wordt weer gevolgd door een volgende handeling. Van Geert (2008) benoemt dit als een ‘dynamisch systeem’, vanwege die voortdurende wederzijdse beïnvloeding. Zijn opvatting sluit ook aan bij deze handelingstheorie. Het in de protocollen ERWD gebruikte Handelingsmodel is eveneens een verdere uitwerking van principes van het cognitivisme.

Constructivisme

Het *constructivisme* als kennistheorie ligt ook aan de basis van cognitivistische theorieën. De kern is dat elk individu zelf actief kennis construeert. Op basis van eigen ervaringen, referentiekader, houding en voorkennis past iemand nieuwe informatie actief in bij reeds aanwezige kennis en vormt hij ze samen om tot nieuwe kennis. De consequentie is dat leerlingen die dezelfde informatie krijgen aangereikt, die allemaal op hun eigen manier zullen verwerken tot (nieuwe of meer uitgebreide) kennis. Hoe meer de nieuwe informatie aansluit bij al aanwezige voorkennis en bij het referentiekader van de leerling, hoe meer kans er is op leerrendement. We zien dit wanneer leerlingen leren in authentieke situaties (bijvoorbeeld vanuit eigen vragen of in een geambieerde

praktijkstage). Zulke situaties zijn voor hen betekenisvol en leiden daardoor tot een duurzamer resultaat (Von Glasersfeld, 1996).

De vertaling van constructivisme naar een leertheorie kennen we als ‘sociaal-constructivisme’. Door deze toevoeging wordt benadrukt dat leren (verwerven van nieuwe kennis) altijd plaatsvindt in interactie met de omgeving (Cobb, 1994). Door met anderen te communiceren reflecteert de leerling op de eigen kennis en vaardigheden. Dit leidt in veel gevallen tot nieuwe informatie (al was het maar door hetzelfde te bekijken vanuit een ander perspectief), waardoor de bestaande kennis wordt bijgesteld of uitgebreid. De leraar heeft hierin de taak om problemen (‘nieuwe stof’) zodanig te presenteren dat leerlingen zelf met elkaar oplossingen gaan bedenken. In eerste instantie doet ieder dat natuurlijk vanuit de eigen voorkennis. Door vergelijking en overleg met anderen en door de banende vragen van de leraar leren zij ook andere gezichtspunten, mogelijkheden en aanpakken kennen en proberen die uit. Een concrete vorm daarbij zijn coöperatieve werkvormen waardoor samenwerkend leren enigszins gestructureerd kan verlopen (Cobb, Yackel & Wood, 1992). Het leren van en aan elkaar in een klassensituatie en in samenwerking met de leraar stimuleert de cognitieve ontwikkeling. De leraar creëert een betekenisvolle leersituatie (‘krachtige leeromgeving’), daagt uit en stimuleert (Gravemeijer, 1995a, 1995b).

Anders dan bij het behaviorisme leiden dit type leerprocessen tot meer duurzame kennis. Dit komt doordat de leerling het probleem herkent dat aan zijn leerproces ten grondslag ligt. In nieuwe situaties kunnen leerlingen vanuit de identificatie van het probleem de oplossing als het ware opnieuw reconstrueren. Het Drieslagmodel voor probleemoplossend handelen is hierop gebaseerd. Bij deze benadering van leren passen banende instructie en vormen van samenwerkend leren, zoals beschreven in deel 4.

Het veelgebruikte model van directe (effectieve) instructie is tegenwoordig steeds vaker ingebed in een breder leerproces van activeren van voorkennis, voordoen – nadoen – meedoen – zelf doen, verwoorden en opslaan. Directe instructie gaat ook vaak samen met coöperatieve werkvormen. In dit geval is het model niet alleen behavioristisch van aard, maar heeft het ook cognitivistische en constructivistische kenmerken.

Behaviorisme, cognitivisme en constructivisme hebben ieder een specifieke kijk op leren. Als gevolg van die verschillende opvattingen over leerprocessen passen daar ook steeds andere vormen van lesgeven bij. Wij hebben deze variatie steeds verbonden met wisselende vormen van instructie geven. In het vervolg van deze bijlage zullen we zien hoe dat doorwerkt naar leren rekenen en de problemen die daarbij kunnen ontstaan.

2 Visies op rekenproblemen

Het is niet verrassend dat wetenschappers uit verschillende disciplines ook verschillende verklaringen hebben voor het ontstaan van rekenproblemen. Dat hoeft ons er niet van te weerhouden hun opvattingen te betrekken op de onderwijspraktijk.

In deze paragraaf gaan we na hoe vanuit de orthopedagogiek, de ontwikkelingspsychologie en de neurowetenschappen naar ernstige rekenproblemen wordt gekeken.

Leren rekenen, rekenproblemen en dyscalculie hebben – net als leren lezen, leesproblemen en dyslexie – een lange internationale en multidisciplinaire geschiedenis van onderzoek en discussie.

Wat maakt dat de ene leerling geen enkele moeite heeft met rekenen en de ander nauwelijks vooruitgang boekt? Ook anno 2012 is niet duidelijk wat de oorzaken van deze leerproblemen precies zijn. Allerlei nieuwe kennis over de ontwikkeling van het brein (Jolles et al., 2005) en lopend onderzoek over de rol van het geheugen geeft voeding aan de veronderstelling dat ernstige rekenproblemen wel eens minder statisch zouden kunnen zijn dan tot nu toe werd gedacht.

Er is geen verschil van mening dat het leren van taal en rekenen voorbeelden zijn van complexe leerprocessen. Het gaat om samenhangende dynamische systemen die elkaar voortdurend beïnvloeden, op verschillende manieren en op verschillende niveaus (Van Geert, 2008). Ook is duidelijk dat het gaat om de wisselwerking tussen sterke en zwakke factoren, zowel in de leerling zelf als in de manier waarop de omgeving hierop invloed uitoefent.

Bekend is dat sterke factoren in leerling en omgeving elkaar positief kunnen versterken en dat zwakke factoren elkaar negatief kunnen versterken. Ook is bekend dat sterke factoren zwakke factoren positief kunnen beïnvloeden. Dit betekent dat een sterke rekenaar minder last heeft van minder sterke rekenlessen, maar vooral dat een zwakke rekenaar baat heeft bij sterke rekenlessen. Anders gezegd: *daar waar de leerling zwak is, moet het onderwijs sterk zijn*. Dit is wat onderwijs passend maakt.

Leerlingen die op school problemen ervaren met het leren rekenen, kunnen terecht komen in een negatieve vicieuze cirkel. Leerlingen die goed presteren kunnen in een positieve virtueuze cirkel terecht komen. Negatieve ervaringen bij rekenen kunnen problemen met het leren van rekenen versterken. Leerlingen die ervaren dat zij goed presteren, gaan steeds beter presteren. Butterworth (1999) benoemt dit als een iteratief proces waarbij men kan verwachten dat leerlingen die ernstige problemen ondervinden met het leren van rekenen in een negatieve spiraal terecht komen. Zij gaan steeds slechter presteren en kunnen uiteindelijk blokkeren bij alles wat op rekenen lijkt. Emotionele problemen en toenemend gebrek aan zelfvertrouwen kunnen hierbij versterkend werken. Dit wordt ook wel eens het Mattheüs-effect genoemd: wie al goed is wordt steeds beter, maar wie zwak is zwakt steeds verder af. Om dit te voorkomen moet tijdig worden ingegrepen.

Orthopedagogiek

In de orthopedagogiek focust men vooral op de ontwikkeling van het individuele kind en dan met name op daarbij voorkomende problemen. Welke aspecten in de ontwikkeling zijn min of meer volgens verwachting en welke wijken daarvan af? Ruijsenaars, Van Luit en Van Lieshout (2004) maken onderscheid tussen rekenproblemen en rekenstoornissen. Rekenproblemen horen bij het ontwikkelingsproces van leren rekenen en zijn in die zin te verwachten. Als deze problemen echter niet worden opgelost, worden ze groter en kan er volgens hen sprake zijn van een stoornis. Zij beschrijven dyscalculie als: 'Een stoornis die gekenmerkt wordt door hardnekkige problemen met het leren en vlot/accuraat oproepen/toepassen van reken-/wiskundekennis (feiten/afspraken)' (Ruijsenaars et al., 2004, p. 28). Zij constateren dat er in het psychologisch functioneren op dit punt een afwijking is ten opzichte van de rest van het functioneren. Het onthouden van feiten en afspraken komt niet of slechts beperkt tot stand. Er is sprake van een afwijking in een psychologische functie. Er kan tevens een (tamelijk) grote samenhang en overlap zijn met de afwijkingen in psychologische functies bij dyslexie. Zij komen tot de conclusie dat dyscalculie, net als dyslexie, een erfelijke basis kan hebben en voorkomt bij ongeveer 2 à 3 procent van de bevolking (zie ook Van Luit, 2006). Binnen deze groep heeft ongeveer 60% van de leerlingen zowel dyslexie als dyscalculie (comorbiditeit) (Ruijsenaars et al., 2004).

Van Luit (2010, p. 19) stelt in zijn oratie echter wel, dat het zowel in de klinische praktijk als in wetenschappelijk onderzoek lastig is om een precieze scheidslijn te trekken tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie.

Vanuit de orthopedagogiek bezien is er sprake van ernstige rekenproblemen als de rekenontwikkeling structureel niet volgens verwachting tot stand komt, maar bij de verwachting achterblijft.

Ontwikkelingspsychologie

De focus van de ontwikkelingspsychologie ligt op wat de verwachte ontwikkeling van mensen is en wat daaraan bijdraagt. Zo ziet Leseman (2004) dat de ontwikkeling van rekenen en wiskunde vooral beïnvloed wordt door taal en visueel-ruimtelijk denken. De mensen in de directe omgeving zijn daarvoor essentieel. De ontwikkeling van rekenconcepten begint bij het bewegen in de ruimte in combinatie met het benoemen van die ruimte. Deze manier van leren noemt hij *embodied cognition*. De wijze waarop deze ontwikkeling in de eerste levensjaren verloopt, heeft invloed op de start en daarmee ook op het vervolg van de schoolloopbaan van een leerling.

Uit onderzoek blijkt dat een omgeving die op gebied van rekentaal en rekenen als ‘arm’ is te typen een belangrijke bron kan zijn van rekenproblemen (Tudge & Doucet, 2004). Naarmate leerlingen meer ervaringen opdoen in de concrete werkelijkheid en deze beter leren benoemen, is de kans op een goede ontwikkeling van taal en rekenen groter.

De hiervoor al genoemde *embodied cognition* is de basis voor de ontwikkeling van hogere cognitieve functies zoals visualiseren, analyseren, ordenen, logisch redeneren en voor de sociaal-emotionele ontwikkeling. Grijpen leidt tot begrijpen, zien leidt tot inzien en inzicht, voelen leidt tot invoelen, luisteren tot beluisteren, spreken tot bespreken, kennen tot herkennen en kennis.

Ook bij leerlingen in het voortgezet onderwijs zien we dat *embodied cognition* nog altijd een belangrijke basis is voor leren. Leerlingen leren het beste van en in situaties waarbij zij zich werkelijk persoonlijk betrokken voelen. Deze waarneming sluit aan bij wat we zagen als kenmerk voor succesvol leren vanuit het sociaal-constructivisme.

Leseman (2004) gaat ervan uit dat er twee systemen ten grondslag liggen aan leren rekenen. Het eerste systeem is een visueel systeem, gericht op de *globale waarneming (en later herkenning) van aantallen*. Dit is nauw verweven met het zien en het visuele geheugen. Het tweede systeem is een *verbaal* systeem en nauw verbonden met het leren van de telrij via de taal, de telwoorden dus. Het is bedoeld voor het exact kunnen *benoemen van aantallen*.

Het ontstaan van rekenproblemen kan worden verklaard als het niet goed tot stand komen van de integratie van het eerste, analoge niet-exacte rekensysteem met het tweede, verbale systeem. Rekenfeiten die in taal zijn vevat blijven daardoor betekenisloos (Leseman, 2004). Kinderen met taalproblemen lopen ook het risico om (ernstige) rekenproblemen te krijgen vanwege de rol van taal bij de ontwikkeling van rekenen.

Leseman concludeert dat ernstige leerproblemen niet direct te herleiden zijn tot beschadigingen of afwijkingen in specifieke modules voor hogere cognitieve en taalfuncties. Genetische risico's, geboortrisico's en vroege pedagogische trauma's grijpen aan op een laag organisatieniveau van de hersenen en beïnvloeden zo de ontwikkeling. Het uiteindelijke effect – de aard, ernst en breedte van de stoornis – staat niet los van de omgeving waarin de ontwikkeling zich voltrekt.

Leseman geeft verder aan dat ook kinderen zonder neurobiologisch naspeurbare stoornis ernstig kunnen verdwalen in de voorschoolse periode. Dit gebeurt wanneer in hun omgeving geschikte ‘ontwikkelingspaden’ ontbreken. Hij ziet daarom geen principieel verschil tussen ernstige leerproblemen met een genetisch-biologische achtergrond en leerproblemen met een culturele oorzaak

(Leseman, 2004, p. 29). Anders gezegd: ook als er in de aanleg van een leerling niets mis is, kunnen ernstige rekenproblemen ontstaan door bijvoorbeeld het ontbreken van die vroege stimulans of een tekortschietend rekenonderwijs.

Vanuit de ontwikkelingspsychologie bezien is het de vraag welke invloed de omgeving heeft uitgeoefend op de mogelijkheden van een kind. Het ontstaan van ernstige rekenproblemen kan dan het gevolg zijn van een mismatch tussen aanlegfactoren en omgevingsfactoren.

Neurobiologie en neuropsychologie

De focus van de neurobiologische en neuropsychologische wetenschappen is verschillend. De eerste groep onderzoekers is vooral gericht op het verklaren van gedrag uit hersenactiviteit. De andere groep onderzoekers is meer bezig met het verklaren van hersenactiviteit uit gedrag. Dat leidt ook tot verschillende visies op rekenproblemen en dyscalculie. Wie gedrag wil verklaren uit hersenactiviteit zoekt welke delen van de hersenen actief zijn bij iemand met ernstige rekenproblemen, vergeleken met iemand die geen problemen heeft. Zij gaan meer uit van het beeld van hersenactiviteit zoals zich dat voordoet. Neuropsychologen kijken juist wat er in de hersenen gebeurt als iemand met ernstige rekenproblemen op verschillende manieren wordt gestimuleerd. Zij doen dit bijvoorbeeld door hersenactiviteit bij opdrachten op verschillende handelningsniveaus te vergelijken. Zij gaan uit van de plasticiteit van de hersenen.

De neurobiologen benadrukken dat dyscalculie van jongs af aan in bepaalde hersengebieden aantoonbaar aanwezig is, met name in de intra-pariëtale groeve. Wij noemen onder andere Butterworth (1999), Dehaene (1997), Von Aster (2005) en Van Loosbroek (2006). Er zijn ook onderzoekers die benadrukken dat bij het leren rekenen alle hersengebieden actief zijn en dat bij kinderen met dyscalculie het gehele neurale netwerk zwakkere activiteit laat zien dan bij kinderen met een normale rekenwiskundige ontwikkeling (Kucian & Von Aster, 2006).

Jolles et al. (2005) stellen daar de vraag tegenover of deze bevindingen (zwakkere activiteit van het neurale netwerk en het niet uitontwikkeld zijn van de intra-pariëtale groeve) de oorzaak of juist het gevolg zijn van rekenproblemen. Zij beschrijven dat het brein netwerken ontwikkelt die het gedrag en de vaardigheden ondersteunen die een mens nodig heeft om in een veranderende omgeving te overleven. Zij vergelijken de ontwikkeling van het brein met het aanleggen van infrastructuur van wegen. De netwerken zijn aanvankelijk heel diffuus en flexibel en informatie verloopt via allerlei routes ('zandweggetjes'). Geleidelijk aan ontwikkelen zich hoofdwegen en zijwegen en worden routes steeds meer vastgelegd. De zandweggetjes verdwijnen en de hoofdroutes en zijwegen blijven over. Jolles et al. geven aan dat wanneer bepaalde hersendelen nog niet uitontwikkeld zijn, andere hersendelen de taken kunnen overnemen en zich specialiseren.

Dit proces van ontwikkelen, aanpassen en verder ontwikkelen gaat altijd door, ongeacht de leeftijd. Dit principe heeft invloed op de ontwikkeling van cognitieve vaardigheden en speelt een rol bij leren en bij leerproblemen. Dit impliceert bijvoorbeeld dat als bij jonge kinderen vertraging of verstoring optreedt in de ontwikkeling van het leren, mogelijkheden gezocht kunnen worden om deze ontwikkeling op andere wijze alsnog te stimuleren. Bijvoorbeeld door expliciete training. Ook na een hersenbeschadiging kunnen kinderen nog veel leren. Vooral als er sprake is van langzaam verstorende factoren die zich vroeg in het leven manifesteren, kan het brein veel opvangen. Ook Sitskoorn (2006) ondersteunt deze theorie over de plasticiteit van het brein.

Momenteel wordt aangenomen dat de hersenen rond het 25ste levensjaar volledig volgroeid en gerijpt zijn, maar dat ook daarna hersenen voortdurend nieuwe prikkels krijgen. Dat houdt de hersenen actief. Hersenen blijven altijd flexibel en kunnen zich tot op hoge leeftijd blijven aanpas-

sen. De gevoeligheid voor prikkeling die nu al uit deze onderzoeken blijkt, zou erop kunnen wijzen dat dit ook geldt voor het leren rekenen. Als kinderen van jongs af aan op verschillende manieren zijn uitgedaagd tot activiteit, zouden de hersenen zich optimaler kunnen ontwikkelen dan wanneer die invloed eenzijdig is. Dat heeft dan direct consequenties voor de manier waarop rekenlessen inhoud en vorm krijgen. Eenzijdig oefenen of een voortdurende nadruk op één bepaald type leeractiviteiten laat dan mogelijkheden in de hersenen onbenut.

Neurowetenschappers veronderstellen dat bij het ervaren van ernstige rekenproblemen de werking van de hersenen een rol speelt. Welke rol dat is en wat daarbij oorzaak is en wat gevolg, zal later hopelijk uit verder onderzoek blijken.

De onderzoeksagenda

Terwijl hersenonderzoek voorlopig nog volop in ontwikkeling is, richt ander wetenschappelijk onderzoek zich nu op de rol van het werkgeheugen en de zogeheten *executieve functies*. Deze functies spelen bij het rekenen een belangrijke rol. Executieve functies zijn onderdeel van het *centraal executieve systeem* dat het handelen van een individu aanstuurt. Dit systeem werd voor het eerst door Baddeley en Hitch (1974) genoemd als een model voor het werkgeheugen, de tijdelijke opslag van taakrelevante informatie. Aangenomen wordt dat dit centraal executieve systeem bestaat uit verschillende executieve functies (Repovs & Baddeley, 2006; “Baddeley’s model of working memory”, n.d.). De belangrijkste zijn:

- *inhibitie* (uitschakelen van afleidende of niet-relevante informatie);
- *shifting* (wisselen tussen verschillende taken);
- *updating* (opslaan en bijwerken van informatie in het werkgeheugen).

Deze functies helpen een leerling bij het plannen en uitvoeren van zijn handelingen.

Inhibitie doet een beroep op het vermogen van de leerling om relevante informatie uit een opdracht te halen en afleidende informatie te negeren. Bij shifting moet de leerling eerder gebruikte informatie opslaan in het werkgeheugen en vervolgens relevante informatie uit het langetermijngeheugen oproepen (*retrieval*). Bij updating moet de leerling tijdelijk informatie geordend opslaan, die informatie in het werkgeheugen bijwerken om die informatie vervolgens weer te kunnen gebruiken. Shifting en updating zijn cruciaal bij het uitvoeren van complexe taken. Rekenproblemen kunnen ontstaan door overbelasting van het werkgeheugen. Dit kan het gevolg zijn van niet goed ontwikkelde executieve functies, bijvoorbeeld doordat leerlingen te weinig tot zelf denken zijn uitgedaagd. (Kroesbergen, Van der Ven, Kolkman, Van Luit & Leseman, 2009; Van Lieshout 2006, 2010; Van Lieshout & Berends, 2009; Paternotte, 2006).

Rekendidactiek

De focus van de rekendidactiek is het ontwikkelen van werkwijzen die het leren rekenen zo optimaal mogelijk laten verlopen. Anders gezegd: de rekendidactiek zoekt antwoord op de vraag ‘Wat is goed rekenonderwijs?’.

De aanname van rekendidactiek is dat goed rekenonderwijs het mogelijk maakt dat leerlingen optimaal kunnen leren. Dit lukt als het onderwijsaanbod, naar inhoud en vorm, zorgvuldig wordt afgestemd op de ontwikkeling en de onderwijsbehoeften van de leerlingen. Waar dat gebeurt zullen zich geen of slechts geringe problemen bij het leren rekenen voordoen.

Het ligt voor de hand dat rekendidactiek is gebaseerd op enerzijds leertheorieën en anderzijds op de kenmerken van de leerstofinhoud. Die combinatie moet kloppen. Daarbij speelt ook de visie op

wat de opbrengst van ‘goed rekenonderwijs’ moet zijn, een rol. In het volgende deel van deze bijlage gaan we hierop verder in.

3 Uitgangspunten voor goed rekenonderwijs

De huidige rekendidactiek is gebaseerd op vijf fundamentele leerprincipes. Deze zijn oorspronkelijk beschreven door Treffers en De Moor (1990) als de basis van de reconstructiedidactiek. Zoals de naam al doet vermoeden, sluit deze didactiek nauw aan bij de handelingstheorie en het sociaal-constructivisme. Deze uitgangspunten liggen ook ten grondslag aan de in de protocollen ERWD beschreven aanpak voor preventie en begeleiding van ernstige rekenproblemen.

Deze uitgangspunten zijn:

- a. leerlingen leren rekenen vanuit en gericht op betekenisvolle situaties;
- b. leerlingen ontwikkelen zich van informele aanpakken naar formele aanpakken;
- c. leerlingen ontwikkelen zelf actief oplossingsprocedures;
- d. leerlingen leren rekenen door interactie en reflectie;
- e. leerlingen maken bij leren rekenen gebruik van de verstrengeling van leerstoflijnen.

Wij lichten deze uitgangspunten hierna toe.

a. Leerlingen leren rekenen vanuit en gericht op betekenisvolle situaties

Het ultieme doel van leren rekenen is dat leerlingen rekenen kunnen gebruiken in uiteenlopende situaties in het dagelijks leven. In zulke situaties is rekenen en zijn getallen altijd betekenisvol. Daarom is het belangrijk dat rekenen op school ook betekenisvol is. Leren rekenen in authentieke situaties (zelf doen) of door middel van contexten die verwijzen naar zulke echte situaties, is daarvoor noodzakelijk. Leerlingen kunnen bij concrete rekenactiviteiten ervaren wat er gebeurt en welke consequenties hun handelen kan hebben. Hierdoor zijn zij betrokken en krijgt het rekenen voor hen betekenis. De leerlingen gaan begrijpen wat ze doen en waarom rekenen ook voor hen belangrijk is. Op basis hiervan kunnen zij goede rekenconcepten ontwikkelen, die zij begrijpen en doorzien. De theorie van Leseman (2004) over *embodied cognition* ondersteunt dit uitgangspunt. In rekenmethodes wordt vaak gebruik gemaakt van contexten. Niet alles wat als context wordt gepresenteerd sluit aan bij de ervaringen en de belevingswereld van de leerlingen. Als die aansluiting ontbreekt zijn het voor hen geen voorstelbare situaties. Alleen met herkenbare situaties kunnen zij toepasbare en bruikbare kennis en vaardigheden ontwikkelen.

In het referentiekader voor rekenen is ‘functioneel gebruik’ als concrete doelstelling beschreven.

b. Leerlingen ontwikkelen zich van informeel handelen naar formeel handelen

Het proces van leren rekenen verloopt steeds van informeel naar formeel handelen. Vanuit het informele, concrete handelen in werkelijkheidssituaties (zie uitgangspunt a) en het verwoorden van de handeling, komt de leerling via voorstelbare situaties (contexten) en schematiseren (denkmodellen) tot formele kennis en bewerkingen (Gravemeijer, 1994). Dit proces verloopt geleidelijk en is de basis voor goede conceptontwikkeling. Dit uitgangspunt sluit aan bij de handelingstheorie en de elementen daarvan zijn terug te vinden in het Handelingmodel.

c. Leerlingen ontwikkelen zelf actief oplossingsprocedures

Leerlingen ontwikkelen in werkelijkheidssituaties hun eigen, informele oplossingsprocedures (zie uitgangspunt b) door zelf actief, productief en construerend te handelen. In het rekenonderwijs worden die informele procedures gekoppeld aan visuele beelden en modellen. Hierdoor leren ze

werken met denkmodellen (schematiseren). Deze zijn op hun beurt weer de basis voor formele bewerkingen.

De leerlingen leren hoofdrekenen en maken berekeningen op papier. Zij leren daarbij gebruik te maken van eigenschappen van getallen en bewerkingen en van relaties tussen getallen en bewerkingen. Daarnaast leren zij standaardprocedures voor de basisbewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen).

Door uit te gaan van concrete problemen, ontwikkelen leerlingen inzicht in de oplossingsprocedures en zijn deze voor hen betekenisvol. Daardoor kunnen zij indien nodig terugvallen op een concreter niveau binnen het Handlingsmodel.

Deze aanpak staat haaks op het leren van trucjes die alleen zijn gericht op het vinden van een antwoord. Probleemoplossend rekenen waarbij de leerlingen aanvankelijk zelf hun informele oplossingsprocedures bepalen, is de basis voor functioneel rekenen in het dagelijks leven. Dit uitgangspunt sluit aan bij het sociaal-constructivisme.

d. Leerlingen leren rekenen door interactie en reflectie

Interactie in de rekenles gebeurt zowel tussen leraar en leerlingen als tussen leerlingen onderling. Daarvoor is het noodzakelijk dat een leerling mentale beelden en mogelijke oplossingsaanpakken kan verwoorden. Dit maakt interactie een belangrijk instrument bij het leren rekenen. Interactie stimuleert tot het verhelderen van denkprocessen van de leerlingen en dat bevordert het leren. De leraar stuurt dit proces aan door gerichte, open en uitdagende vragen te stellen. Leerlingen bespreken met elkaar rekenkundige problemen en vergelijken oplossingsprocedures. Door deze interactie leren de leerlingen steeds beter hun gedachten en ideeën te verwoorden, te ordenen en te vergelijken met die van anderen. Daarmee leren zij rekenkundig te communiceren, de juiste termen te gebruiken en logische verbanden en conclusies te benoemen. Door het gebruiken en ontwikkelen van rekentaal krijgen zij meer (en beter) inzicht en vergroten zij hun kennis en vaardigheden.

Met name bij de instructie en bij de reflectie speelt de leraar een cruciale rol. Hij is daarin heel stimulerend voor het leren rekenen, mits hij dat op een sturende of banende manier doet. Bij het uitvoeren en oplossen van rekenopdrachten kunnen de leerlingen ook gericht samenwerken. In dat geval heeft de leraar een meer adviserende, stimulerende en ondersteunende rol. Ook dan is het weer van belang welk soort vragen hij stelt.

e. Leerlingen maken bij leren rekenen gebruik van de verstrengeling van leerstoflijnen

De vier basisbewerkingen – optellen, vermenigvuldigen, aftrekken en delen – zijn met elkaar verweven. Om ze goed te begrijpen en om er vlot mee te rekenen, kunnen ze niet onafhankelijk van elkaar worden geleerd. Deze vier bewerkingen vormen de essentiële basis van het rekenen in de andere domeinen. Daarnaast is er binnen het domein verhoudingen sprake van verstrengeling bij breuken, decimale getallen en procenten. Doordat verhoudingen en decimale getallen een essentiële rol spelen in het metriek stelsel is er ook een nauw verband met het domein meten.

Door leerlingen voortdurend de samenhang tussen verschillende rekenactiviteiten te laten ontdekken en benoemen, ontwikkelen leerlingen goede rekenkundige concepten en wordt het leren van fragmentarische kennis en vaardigheden voorkomen.

De leerlingen kunnen verschillende oplossingsprocedures hanteren om tot een (juiste) oplossing te komen: meer of minder verkort, op informeel of meer formeel niveau. Door de leerlingen te laten expliciteren en reflecteren kan de leraar ontdekken welke procedure leerlingen gebruiken en op welk niveau. Dat maakt de interpretatie mogelijk of deze aanpak past bij de ontwikkelingsfase

waarin een leerling zich bevindt. Hierbij kijkt de leraar minder naar het antwoord, maar juist naar de gebruikte oplossingsprocedure. Op basis daarvan kan hij instructie en begeleiding beter afstemmen op de ontwikkeling van individuele leerlingen.

Door op deze manier te werken met leerlingen ontwikkelen leraren veel kennis over hoe hun leerlingen leren rekenen en over manieren om daarin nog meer rendement te behalen.

Ondanks alle vakdidactische en wetenschappelijke kennis is er nog te weinig bekend over wat de meest effectieve aanpak is bij specifieke rekenproblemen. De verschillen tussen leerlingen en de grote diversiteit aan omstandigheden waaronder zij leren rekenen maken het moeilijk kennis over individuele leerlingen te generaliseren naar een hele groep. Wel is bekend dat zwakke rekenaars baat hebben bij concrete doelen, sturende begeleiding (in de betekenis zoals in paragraaf 15.5 is beschreven) en bij het geleidelijk aan systematisch opbouwen van eenduidige oplossingsprocedures (Hickendorff, 2011). Hierbij blijft het belangrijk dat ook deze leerlingen leren om rekenkundige problemen op meerdere manieren op te lossen, aansluitend bij hun voorkennis. Ook anderen (bijvoorbeeld Gelderblom 2008, Janson 2006) wijzen erop dat zwakke rekenaars gebaat zijn bij duidelijke, maar haalbare doelen, heldere instructie en passende oefenvormen en dat ze zelf daarover de regie kunnen voeren.

4 Afbakening dyscalculie

Afhankelijk van hun achtergrond leggen de deskundigen de oorzaak van dyscalculie meer bij leerlingkenmerken of meer bij omgevingskenmerken. De meningen zijn nog verdeeld over wat dyscalculie is en over wat de oorzaak van dyscalculie is. Geen verschil van mening is er over het feit dat er leerlingen zijn die ernstige rekenproblemen ervaren. In de protocollen ERWD gaan wij ervan uit dat ernstige rekenproblemen en dyscalculie alleen van elkaar te onderscheiden zijn door de hardnekkigheid van die problemen. In de onderwijspraktijk verschillen de problemen van leerlingen met dyscalculie nauwelijks van die van leerlingen met 'gewone' ernstige rekenproblemen. De verschijnselen zijn in beide gevallen grotendeels hetzelfde.

De theorieën over de werking van het brein en over de oorzaak van dyscalculie zijn nog volop in ontwikkeling. In de praktijk blijkt dat leerlingen met of zonder dyscalculieverklaring na een psychodiagnostisch onderzoek gewoon weer verder deelnemen aan het onderwijs. Vanuit deze overwegingen komen wij tot een vrij pragmatisch standpunt. Wij stellen dat deze leerlingen in alle gevallen gespecialiseerde begeleiding nodig hebben, afgestemd op hun specifieke onderwijsbehoeften. Wij vatten dan ook ernstige rekenproblemen en dyscalculie beide in essentie op als een afstemmingsprobleem. Hoe groter en ernstiger de problematiek, hoe zorgvuldiger en specifieker de begeleiding moet worden afgestemd.

Naarmate leerlingen verder komen in het onderwijs wordt het moeilijk te onderscheiden wat oorzaak en wat gevolg is van de (ernstige en hardnekkige) rekenproblemen. Zijn het de leerlingkenmerken of de onderwijsfactoren? Dat maakt het op latere leeftijd (na het tweede leerjaar vo) steeds moeilijker om de diagnose 'dyscalculie' te kunnen stellen. Daarom adviseren wij dringend om in de bovenbouw van het vo (vanaf leerjaar 3) en in het mbo geen dyscalculieverklaringen meer af te geven. Dit laat onverlet dat de diagnose 'dyscalculie' wel degelijk een belemmering kan zijn bij het uitoefenen van bepaalde beroepen. Beroepsopleidingen zullen zich moeten afvragen in hoeverre

iemand met zulke ernstige rekenproblemen kan worden opgeleid voor het betreffende beroep en of de inzet van een rekenmachine dat probleem voldoende kan compenseren.

Toch kunnen leerlingen met een diagnose 'dyscalculie' in de hogere niveaus van het onderwijs, met veel inspanning en met specifieke begeleiding, nog wel (geringe) successen boeken. Of zij de referentieniveaus 2F en 3F kunnen halen is mede afhankelijk van de capaciteiten van de leerling en van de inzet van alle betrokkenen bij het bereiken van de op zijn onderwijsbehoeften passende afstemming.

Bijlage B

De leerling in het voortgezet (speciaal) onderwijs

In deze bijlage beschrijven wij de kenmerken van de leerlingen binnen de verschillende schooltypen van het voortgezet (speciaal) onderwijs. De beschrijvingen zijn algemeen van aard en gebaseerd op praktijkervaring. Er is tot op heden nauwelijks onderzoek gedaan naar essentiële kenmerken van en verschillen tussen leerlingen in de diverse leerroutes. De beschrijvingen geven een indicatie van het type leerling per leerroute en van het te verwachten ontwikkelingsperspectief. Daarbinnen zal de school voor elke leerling moeten komen tot afstemming op de specifieke onderwijsbehoeften van individuele leerlingen.

1 De leerling in het Praktijkonderwijs

Praktijkonderwijs

Het Praktijkonderwijs leidt leerlingen op voor wonen, werken, burgerschap en vrije tijd. Binnen het Praktijkonderwijs geldt geen cursusduur maar wel een leeftijdsgrens van 18 jaar.

Het Praktijkonderwijs streeft ernaar om de leerling die dat aankan zo ver mogelijk te brengen. Voor sommige leerlingen betekent dit doorstroom naar niveau 1 van het mbo. Het mbo-diploma op niveau 1 is overigens geen startkwalificatie. Het uitstroomprofiel voor hem is de arbeidsmarkt of arbeidsgerichte dagbesteding.

Kenmerken van de leerling

In het Praktijkonderwijs wordt een leerling pas na uitgebreid onderzoek door de school toegelaten. Bij het onderzoek is aangetoond dat het TIQ van de leerling tussen 55 en 80 ligt. Aan het einde van groep 8 basisonderwijs bedraagt de didactische achterstand op ten minste twee van de vier gebieden (technisch lezen, spellen, rekenen en begrijpend lezen) ten minste drie jaar. Het profiel van leervorderingen heeft bij deze leerling over het algemeen een harmonisch beeld. Er bestaat namelijk over de hele linie ernstige achterstand in alle elementaire schoolse vaardigheden. Daarbij is deze leerling vaak sociaal-emotioneel zeer kwetsbaar. Dit uit zich in *internaliserend* gedrag (onder andere faalangst, lage sociale weerbaarheid, sociale angst en sterke geremdheid in gedrag). Maar ook in *externaliserend* gedrag (onder andere agressiviteit, hyperactiviteit en concentratieproblemen).

Onderwijsbehoeften van deze leerling

Tijdens de duur van de opleiding wordt er met de leerling vooral praktisch gewerkt. Deze leerling heeft behoefte aan concreet onderwijs waarbij hij de theorie praktisch kan ervaren. Door middel van stage en veel praktijkvakken leert hij wat hij moet weten om te kunnen wonen, hoe hij een goed burger kan zijn en leert hij invulling te geven aan zijn vrije tijd. Hij heeft extra begeleiding nodig om zelfstandig te worden. De lesstof is op deze zaken gericht en individueel toegesneden op de leerling. Voor begeleiding bij rekenproblemen verwijzen wij naar het *Protocol ERWD1*.

Rekenontwikkeling

De leerling die vanuit het basisonderwijs naar het Praktijkonderwijs gaat, blijft achter op alle vier de Hoofdlijnen in het proces van het leren rekenen (zie deel 2). Voor deze leerling is het Referentieniveau 1F vaak niet haalbaar. De rekenmachine wordt gebruikt ter ondersteuning van het rekenen.

Begripsvorming (conceptontwikkeling en het verlenen van betekenis aan kennis en vaardigheden). Deze leerling heeft moeite met het verlenen van betekenis aan getallen en bewerkingen. Hij kan het concrete, informele handelen niet of moeizaam koppelen aan formele bewerkingen. Hierdoor ontwikkelt hij gebrekkige concepten.

Oplossingsprocedures. Bij het ontwikkelen van oplossingsprocedures blijft deze leerling ook erg achter. Hij blijft tellen en komt vaak niet tot echt rekenen. Hij heeft een gebrekkige basis voor het leren optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Omdat hij de basisbewerkingen onvoldoende beheerst, is het leren van de tafels een onmogelijke opgave. Het verwerven van meer complexe rekenconcepten verloopt moeizaam. Deze leerling komt niet of moeizaam tot begripsvorming en ontwikkeling van complexe oplossingsprocedures op het gebied van breuken, procenten, verhoudingen, decimale getallen en meten. Ook het verwerven van algoritmes stagneert. Wanneer de leerling procedures en rekenkennis niet of nauwelijks begrijpt, kan hij deze niet of onvoldoende opslaan in zijn geheugen. Dit leidt tot fragmentarische rekenkennis en rekenvaardigheden waardoor de leerling een zwakke basis heeft ontwikkeld ('gatenkaas').

Vlot rekenen. Door de fragmentarische kennis en vaardigheden is de leerling onvoldoende in staat bruikbare rekenkennis en -vaardigheden te automatiseren en te memoriseren. Hij kan ze minder snel uit zijn geheugen oproepen of heeft ze zelfs vergeten. Hierdoor kan hij niet vlot rekenen.

Flexibel toepassen. Tot slot is het flexibel toepassen van kennis en vaardigheden ook niet mogelijk. De leerling kan hierdoor niet profiteren van oplossingsprocedures bij het uitwerken van complexere berekeningen. Dit belemmert de ontwikkeling van het strategisch denken en handelen.

Afstemming

Handelingsmodel. Volgens het Handelingsmodel is deze leerling gebaat bij voornamelijk concreet handelen en doen. Het is de rol van de leraar om dit concrete handelen en doen te koppelen aan de formele schrijfwijze die de leerling kan tegenkomen in de praktijk. De leerling heeft daarbij behoefte aan verbale ondersteuning door de leraar. De leraar zorgt dat de context van elke rekenopdracht aansluit bij de belevingswereld en de interesses van de leerling. Een aldus gecreëerde context geeft de leerling meer motivatie om te gaan rekenen. Doel is dat de leerling tijdens de rekenles de situatie kan herkennen en hem te laten vertellen wat er gebeurt.

Drieslagmodel. In termen van het Drieslagmodel zal de leraar vooral veel tijd moeten besteden aan de betekenisverlening. Hierdoor wordt de rekenopdracht een herkenbaar probleem voor de leerling waarvoor een rekenkundige oplossing gezocht moet worden. De leraar zal telkens opnieuw moeten beginnen en gebruik moeten maken van de incidentele voorvallen die tot rekenen kunnen leiden.

2 De leerling in het voortgezet speciaal onderwijs (vso)

Voortgezet speciaal onderwijs

In de samenwerkingsverbanden binnen het vo worden de leerlingen die extra zorg nodig hebben opgevangen in zogenaamde clusterscholen. Met de invoering van de *Wet Passend onderwijs* worden er meer taken toebedeeld aan het samenwerkingsverband.

We onderscheiden vier clusterscholen.

- Cluster 1: onderwijs aan visueel beperkte of meervoudig beperkte leerlingen met een visuele beperking. De ruime meerderheid gaat met ambulante begeleiding naar het reguliere onderwijs.
- Cluster 2: onderwijs aan dove of slechthorende leerlingen met ernstige spraakmoeilijkheden of meervoudig beperkte leerlingen die één van deze beperkingen hebben.
- Cluster 3: onderwijs aan lichamelijk beperkte leerlingen, zeer moeilijk lerende leerlingen (zmlk) en langdurig zieke leerlingen met een lichamelijke beperking of meervoudig beperkte leerlingen die één van deze beperkingen hebben.
- Cluster 4: leerlingen die vanwege hun gedrags- of psychiatrische problemen een structurele beperking ondervinden in hun onderwijsparticipatie.

Andere leerlingen die extra zorg nodig hebben worden opgevangen in het vo zelf of in orthopedagogische centra binnen het vo. Door invoering van de *Wet Passend onderwijs* zal de samenwerking tussen voortgezet regulier onderwijs en voortgezet speciaal onderwijs toenemen. Het zijn de samenwerkingsverbanden in het onderwijs die gaan bepalen welke leerling in het speciaal en welke leerling in het regulier onderwijs passend onderwijs krijgt en welke extra onderwijsmiddelen daarvoor beschikbaar komen.

Kenmerken van de leerling

De leerling in het voortgezet speciaal onderwijs is hiervoor geïndiceerd. Voor elke leerling geldt dat hij op grond van zijn fysieke en/of geestelijke beperkingen of problemen wordt ingedeeld in een bepaald cluster. Binnen een cluster bestaat een grote variëteit van leerlingen. Van belang is dat elke leerling individueel wordt begeleid. De een bereikt zijn doel ondanks zijn beperking en haalt zijn diploma (bijvoorbeeld een vwo-diploma). De ander zal vanwege zijn beperking altijd ondersteund moeten worden.

Onderwijsbehoeften van deze leerling

Afhankelijk van de beperking zijn de onderwijsbehoeften per individu verschillend. De ondersteuning wordt bepaald door de omstandigheden waarin de leerling zich bevindt. Omdat de verschillen zo groot zijn, kan hier alleen maar per individuele leerling een eigen handelingsplan worden geformuleerd.

Rekenontwikkeling

Datzelfde geldt voor de rekenontwikkeling. Binnen elk cluster zijn leerlingen die wat betreft niveau variëren van Praktijkonderwijs tot vwo. Dit geldt ook voor de referentieniveaus rekenen. De ene leerling bereikt met moeite 1F, de ander haalt 3F. Alle opmerkingen die genoemd worden bij de andere paragrafen zijn ook van toepassing op deze leerlingen.

Afstemming

Dit kan alleen op individuele basis. Als voorbeeld: een blinde leerling op het niveau van de leerweg vmbo-tl kan op dit niveau concreet handelen koppelen aan formeel redeneren. Dit geldt met name voor de basisbewerkingen. Bij toepassingen zoals meten en meetkunde wordt het minder makkelijk. Omdat de leerling blind is, zal hij aanpassingen nodig hebben wat betreft materiaal en zal de leraar veel verbaal moeten uitleggen en beschrijven. Zo vraagt elke beperking individuele afstemming.

3 De leerling in de basisberoepsgerichte leerweg van het vmbo (vmbo-bbl)

Basisberoepsgerichte leerweg

De basisberoepsgerichte leerweg is binnen het vmbo een van de vier leerwegen die toeleiden naar het middelbaar beroepsonderwijs. Het is de meest praktijkgerichte leerweg. De theoretische belasting van deze leerweg is daarom ook gering. Vmbo-bbl duurt vier of vijf jaar. Voor de leerling biedt de leerweg vmbo-bbl veel praktische vakken binnen vier sectoren. Dit zijn: zorg en welzijn, landbouw (groen), techniek en economie. De leerweg vmbo-bbl leidt toe naar mbo-opleidingen niveau 1 of 2. Een diploma op niveau 2 is een startkwalificatie, een diploma op niveau 1 is dat niet.

Kenmerken van de leerling

Deze leerling is vooral praktisch ingesteld en weinig theoretisch. De motivatie van de leerling is erg productgericht en dogericht. De leesvaardigheid van deze leerling is zwak.

Onderwijsbehoeften van deze leerling

De leerling heeft behoefte aan opdrachten in kleine, overzichtelijke stappen. De opdrachten zijn eenvoudig geformuleerd en er is veel herhaling nodig. De leerling heeft emotionele ondersteuning van de leraar nodig om tot prestaties te komen en hij wil zich 'thuis voelen'. Daarom heeft deze leerling extra begeleiding nodig, bijvoorbeeld doordat de leraar ondersteunende vragen stelt. De leerling maakt zijn huiswerk doorgaans alleen onder begeleiding. Alleen als er steeds ondersteuning en stimulans is, zal deze leerling zijn werk en zijn opdrachten uitvoeren.

Rekenontwikkeling

Bij binnenkomst vanuit het basisonderwijs halen veel van deze leerlingen Referentieniveau 1F niet. Het is de vraag of leerlingen vmbo-bbl de rekentoets 2F zullen kunnen halen.

De leerling is erg afhankelijk van de leraar en de rekenmachine. Hij heeft namelijk in de loop der jaren op het gebied van rekenen vaak het vertrouwen in zichzelf verloren.

Begripsvorming. De leerling is in staat eenvoudige rekenkundige situaties uit het dagelijks leven te begrijpen en daarmee te werken, zoals bijvoorbeeld klokkijken, meten en rekenen met geld. Bij complexere situaties wordt het moeilijker. Rekenen met tijd, plannen met tijd, complexere berekeningen met geld, budgetteren en het uitvoeren van berekeningen met maten zoals bijvoorbeeld het berekenen van afstanden, zijn moeilijker. De leerling heeft moeite met het begrijpen van complexe opdrachten en met contexten op een abstracter niveau. Het maken van sommen lukt wel, maar het verlenen van betekenis aan meer abstracte contexten (bijvoorbeeld bij breuken en procenten) is moeilijk.

Deze leerling heeft veel moeite om concreet informeel handelen te koppelen aan formele bewerkingen. Dit is het gevolg van het feit dat hij gebrekkige concepten heeft ontwikkeld.

Oplossingsprocedures. Doordat de begripsvorming een zwakke basis kent, begrijpt deze leerling de aangeboden oplossingsprocedures vaak slecht. De kennis van deze procedures is vaak fragmentarisch en de leerling houdt (hardnekkig) vast aan procedures die ondoelmatig zijn. Vaak kent hij de tafels niet omdat hij de basisbewerkingen onvoldoende beheerst. Ook complexere oplossingsprocedures (breuken, procenten) begrijpt hij onvoldoende. Het zijn trucjes die hij niet kan uitleggen maar gewoon doet.

Vlot rekenen. Hierbij zijn begripsvorming en kennis van procedures van belang. Omdat bij deze leerling de kennis vaak fragmentarisch is, ontstaat losse feitenkennis. Er ontstaat geen samenhang waardoor het automatiseren van procedures belemmerd wordt. De leerling kan niet vlot rekenen.

Flexibel toepassen. Dit wordt belemmerd doordat de leerling onvoldoende strategisch kan denken en handelen.

Afstemming

Handelingsmodel. De leerling is gebaat bij concreet handelen en doen. Het gebruik van de rekenmachine kan het gebrek aan automatiseren compenseren. De leraar zal de leerling moeten begeleiden om vanuit de concrete situatie via voorstellen naar formeel bewerkingen uitvoeren te komen. Door de leerling te laten vertellen wat hij doet en te laten luisteren naar hoe anderen dat doen, kan dit worden bereikt. Sturing vanuit de leraar is hierbij noodzakelijk, met name op het gebied van betekenisverlening.

Drieslagmodel. Het geven van betekenis aan een context – de eerste stap van het Drieslagmodel – is de stap die deze leerling vaak niet zelf kan maken. Daarom zal de leraar hier extra aandacht aan moeten besteden. Bij de uitvoering van een berekening kiest deze leerling vaak voor de oplossingsprocedure die past bij zijn rekenvaardigheid. Die vaardigheid is onvoldoende ontwikkeld en daardoor volgt hij vaak onhandige procedures. De leraar zal ook hier moeten sturen en de leerling hulp moeten aanreiken: tussenstappen opschrijven, opnieuw lezen van de opdracht, voorkennis gebruiken enzovoort.

4 De leerling in de kaderberoepsgerichte leerweg van het vmbo (vmbo-kbl)

Kaderberoepsgerichte leerweg

Ook de kaderberoepsgerichte leerweg is vooral praktisch van aard. Voor wat betreft de theorievakken ligt deze leerweg op hetzelfde niveau als de gemengde leerweg en de theoretische leerweg van het vmbo. De vmbo-kbl leerweg leidt toe naar het vervolgonderwijs op mbo-niveau 3 of 4. De diploma's van deze mbo-opleidingen zijn een startkwalificatie.

Kenmerken van de leerling

De leerling binnen de kaderberoepsgerichte leerweg gaat zelfstandig aan het werk nadat hij een duidelijke instructie heeft gekregen. Zelf kan de leerling moeilijk inschatten of hij de stof heeft begrepen. Bij doe-opdrachten kan de leerling goed doorwerken. Als het meer theoretisch wordt, is hij sneller afgeleid. Ook bij deze leerling geldt dat hij doegericht en productgericht is. Hij ziet het

nut van een diploma. De leerling is geneigd om direct aan het werk te gaan en leest daardoor onzorgvuldig. Het plannen van werk is moeilijk.

De theorie die aangeboden wordt, moet direct verband houden met de praktijk. Het stellen van gerichte vragen helpt bij het ordenen van de opdracht. Huiswerk is vooral maakwerk en geen leerwerk.

Rekenontwikkeling

Referentieniveau 2F is haalbaar, hoewel een behoorlijk aantal leerlingen hier moeite mee heeft.

Begripsvorming. Rekenconcepten zijn bij deze leerling vaak beter ontwikkeld dan bij de leerling in de basisberoepsgerichte leerweg. Dat komt doordat hij beter betekenis kan verlenen en meer inzicht heeft. Wel zijn de concepten eenvoudig en weinig complex. Hij begrijpt rekentaal beter en kan deze op eenvoudig niveau gebruiken. Als de concepten ingewikkelder worden, heeft deze leerling er behoefte aan dat hem structuur wordt aangeboden.

Oplossingsprocedures. In de basisbewerkingen maakt deze leerling minder fouten. Bij complexere bewerkingen heeft de leerling veel steun nodig. Schattend rekenen en precies rekenen kan hij nog onvoldoende aan elkaar koppelen. Bij het maken van de opdrachten is de rekenmachine meer dan een hulpmiddel. De leerling vertrouwt onvoldoende op zichzelf.

Vlot rekenen. De eenvoudige basisbewerkingen heeft de leerling geautomatiseerd. Doordat de complexere opdrachten te veel inzicht vragen, raakt hij nog vaak de weg kwijt.

Flexibel toepassen. Gebrekkige begripsvorming en het gebruik van alleen eenvoudige procedures zorgt ervoor dat het strategisch denken en handelen beperkt is. De leerling komt moeilijk tot probleemoplossend handelen.

Afstemming

Handelingsmodel. Bij eenvoudige opdrachten kan de leerling van concreet handelen komen tot formeel toepassen. De leerling kan zelf met inzicht dit verband leggen. Zodra de opdrachten meer complex zijn, heeft de leerling begeleiding nodig. Die begeleiding zit met name in het betekenis verlenen. De leraar zal de context moeten verbinden aan het formele rekenen. De leraar moet de stappen van concreet via voorstellen naar formeel expliciet benoemen. De leerling heeft vooral baat bij verbaliseren en visualiseren.

Drieslagmodel. Met het Drieslagmodel in gedachten kan de leraar zich meer richten op betekenis verlenen dan op het technische rekenen. Dit laatste zal de leerling binnen deze leerroute vaak uitvoeren met de rekenmachine. Door praktijkvoorbeelden te gebruiken vanuit de belevingswereld van de leerling kan de leraar de context uitdagend maken. Hierdoor krijgt rekenen voor de leerling meer inhoud en wordt het praktijkgericht. De reflectiefase verdient extra aandacht omdat deze leerling al gauw tevreden is met het antwoord. Op dit punt moet de leraar veel sturing bieden.

5 De leerling in de gemengde leerweg van het vmbo (vmbo-gl)

Gemengde leerweg

De gemengde leerweg kent één beroepsgericht vak en verschilt daardoor van het vmbo-tl. De overige vakken (minimaal vijf) zijn wat betreft niveau hetzelfde als het vmbo-tl. Het vmbo-gl heeft een cursusduur van vier tot zes jaar. Met een diploma van deze leerweg kan de leerling naar mbo-opleidingen op niveau 4; sommigen stromen door naar het havo. De diploma's van deze opleidingen zijn een startkwalificatie.

Kenmerken van de leerling

Deze leerling gaat gemakkelijker aan het werk na een duidelijke instructie. Hij laat ook veel meer zelfstandigheid zien dan leerlingen in het vmbo-bbl en -kbl. De leerling kan voor zichzelf beter inschatten of hij het geleerde heeft begrepen. De leerling kan zich voor een korte tijd goed concentreren, ook bij theorievakken. Hij toont motivatie om een diploma te halen. Deze leerling heeft een niveau leesvaardigheid om de essentie uit een korte tekst te halen. Het huiswerk is met name gericht op reproductie en de leerling is er over het algemeen snel mee klaar. Hij heeft een probleem met plannen op de langere termijn.

Onderwijsbehoeften van deze leerling

Bij te veel theorie kan de leerling snel ontmoedigd raken. De theorie moet wel toepasbaar zijn en direct gebruikt kunnen worden in de praktijk. Het uitwerken van opdrachten vraagt nog steeds veel steun van de leraar.

Rekenontwikkeling

Over het algemeen haalt de leerling van het vmbo-gl Referentieniveau 2F.

Begripsvorming. Over het algemeen neemt begripsvorming toe wanneer het rekenniveau van de leerling stijgt. Voor deze leerling geldt dat ook. De eenvoudige rekenconcepten zijn aanwezig. Als de concepten complexer worden, heeft deze leerling meer steun van de leraar nodig. Betekenis verlenen zal beter gaan, maar ook hier geldt dat bij complexere opdrachten extra ondersteuning nodig is.

Oplossingsprocedures. Deze leerling kan redelijk uit de voeten met de basisbewerkingen. Schattend rekenen is te vaak een kwestie van gokken. Bij de ingewikkelde berekeningen heeft de leerling baat bij het gebruik van de rekenmachine.

Vlot rekenen. Deze leerling kan redelijk vlot rekenen. De tafels zijn bekend en kunnen vrij eenvoudig worden opgeroepen, maar door de gebrekkige conceptontwikkeling blijft het een kunstje. Er is weinig sprake van inzicht.

Flexibel toepassen. Het flexibel toepassen is nog niet aan de orde. Deze leerling blijft vooral technisch rekenen met of zonder rekenmachine.

Afstemming

Handelingsmodel. Vanuit het Handelingsmodel kan de leraar veel nadruk leggen op betekenis verlenen. De leerling heeft nog veel moeite met de koppeling tussen het concrete en formele rekenen. Met voorbeelden uit de praktijk kan de leraar de leerling duidelijk maken wat hij doet. Door te visualiseren en te verbaliseren leert de leerling deze koppelingen te maken. Als de leerling een op-

dracht maakt, zal hij het zelf moeten kunnen verbinden aan een werkelijkheidssituatie. Hierdoor gaat rekenen voor de leerling leven. Omdat de rekenvaardigheid van de leerling al wat beter is, kan de leraar de verbinding leggen met de praktijk.

Drieslagmodel. Binnen het Drieslagmodel besteedt de leraar veel aandacht aan betekenisverlening. Hij vraagt de leerling regelmatig zijn aanpak toe te lichten. De leerling kan zelfstandig berekeningen uitvoeren en kan daarbij de rekenmachine gebruiken. De reflectie vraagt nog veel sturing van de leraar.

6 De leerling in de theoretische leerweg van in het vmbo (vmbo-tl)

Vmbo-tl

In de theoretische leerweg ligt de nadruk op de theorie en veel minder op de praktijk. Het diploma leidt toe naar niveau 4 van het mbo en het havo.

Kenmerken van de leerling

De interesse van deze leerling is vooral gericht op praktische en bruikbare theorie. De aangeboden lesstof wordt door de leerling vooral herhaald en gereproduceerd. Deze leerling heeft veelal moeite met de transfer van het geleerde naar andere situaties.

Onderwijsbehoeften van deze leerling

De koppeling van theorie aan concrete situaties in de belevingswereld van de leerling is van cruciaal belang. De leerling is ook erg afhankelijk van de uitleg van de leraar. De rol van de leraar is net als in de andere leerwegen van het vmbo meer die van begeleider/coach dan van vakdeskundige. Het is van belang dat de leraar onderscheid aanbrengt tussen hoofd- en bijzaken.

Rekenontwikkeling

Voor het vmbo-tl geldt ook bij rekenen dat de leerling veel bevestiging nodig heeft. De leerling van het vmbo-tl haalt Referentieniveau 2F.

Begripsvorming. Voor complexere problemen heeft de leerling extra ondersteuning van de leraar nodig. De leerling is extra gevoelig voor het beleven van succeservaringen. De leerling kan overweg met de basisconcepten, eenvoudige breuken, procenten en andere verhoudingen. Toch houdt hij moeite met de concepten.

Oplossingsprocedures. Datzelfde geldt voor de oplossingsprocedures die ze gebruiken. Ze vallen snel terug op eenvoudige aangeleerde trucs. Er is nog steeds sprake van onvoldoende inzicht.

Vlot rekenen. Het vlot rekenen gaat deze leerling makkelijker af. De rekenmachine ondersteunt hem. Zonder rekenmachine wordt de leerling vaak onzeker en vertrouwt hij onvoldoende op zichzelf.

Flexibel toepassen. Flexibel toepassen is binnen deze groep leerlingen maar voor enkelen haalbaar. De meeste leerlingen hebben onvoldoende inzicht in het rekenen om deze stap te maken.

Afstemming

Handelingsmodel. Vanuit het Handelingsmodel zal de leraar vooral de betekenis moeten verbinden aan formele bewerkingen. Ook hier geldt dat verbaliseren en visualiseren helpt. De leraar kan de leerling uitdagen om dit zelf te doen. Bij voorkeur met opdrachten die vanuit de werkelijkheid komen en passen bij zijn belevingswereld. Schematiseren en werken met modellen kan de leerling toepassen op eenvoudige opdrachten.

Drieslagmodel. Vanuit het Drieslagmodel zal de leraar met name de reflectie goed moeten aansturen. De leerling is doorgaans snel tevreden met het antwoord uit stap 2 (uitvoeren). Met de juiste vraagstelling kan de leraar de betekenisverlening aan de leerling overlaten.

7 De leerling in het hoger algemeen voortgezet onderwijs (havo)

Havo

Het havo is in principe geen eindonderwijs, maar het havo-diploma is wel een startkwalificatie. Het havo duurt vijf jaar en leidt toe naar het hoger beroepsonderwijs (hbo). Een leerling kiest voor aanvang van het vierde schooljaar een vakkenpakket aan de hand van een profiel. Er zijn vier profielen: Natuur en Techniek, Natuur en Gezondheid, Economie en Maatschappij, Cultuur en Maatschappij. Doel van de profielen is de leerlingen een samenhangend vakkenpakket aan te bieden, dat een goede inhoudelijke voorbereiding biedt op relevante vervolgopleidingen.

Kenmerken van de leerling

De leerling is vooral geïnteresseerd in de koppeling tussen leerstof en werkelijkheid. De leerling kan de lesstof toepassen op andere situaties. Hij kan hoofd- en bijzaken onderscheiden in niet al te lange zakelijke teksten.

Onderwijsbehoeften van deze leerling

Wel heeft de leerling begeleiding nodig bij het vormen van abstracte voorstellingen uit concrete zaken. De leerling is afhankelijk van de leraar voor de planning en het leerstofaanbod. Sociale interactie – ook met de leraar – is belangrijk voor het leerplezier.

Rekenontwikkeling

Voor deze leerling is Referentieniveau 3F in principe haalbaar. Het gebruik van een grafische rekenmachine komt bij het vak wiskunde aan bod.

Begripsvorming. Op dit punt zijn er weinig problemen. De leerling kan redelijk goed uitleggen wat hij doet. Hij voert een opdracht op formeel niveau uit en kan komen tot betekenisverlening. Als de opdracht niet al te complex is, kan de leerling zelf de koppeling leggen tussen werkelijkheids-situatie en de formele som.

Oplossingsprocedures. Deze leerling heeft over het algemeen weinig moeite met oplossingsprocedures.

Vlot rekenen. Vlot rekenen is geen probleem.

Flexibel toepassen. Het flexibel toepassen is met name bij eenvoudige opdrachten goed. Als de opdracht complexer wordt, heeft deze leerling veel baat bij overleg met medeleerlingen of uitleg van de leraar.

Afstemming

Handelingsmodel. De leerling kan zelf formele bewerkingen uitvoeren en dat koppelen aan handelen in werkelijkheidssituaties. Het representeren van de werkelijkheid aan de hand van denkmodellen of in concrete afbeeldingen is geen probleem.

Drieslagmodel. De leraar hoeft bij eenvoudige opdrachten nauwelijks te helpen bij betekenisverlening. De leerling heeft voldoende inzicht om dat zelf te kunnen. Bij complexere opdrachten is steun wenselijk. Hierbij is het van belang dat de leraar de juiste vragen stelt. Hierbij komen vragen aan bod als: *Hoe pak je deze opdracht aan? Zijn er andere mogelijkheden?* De leraar reikt een context aan die de werkelijkheid benadert. De leerling wordt uitgedaagd door praktische contexten, die aansluiten bij de belevingswereld.

In termen van het Drieslagmodel heeft de leerling vooral behoefte aan sturing op de reflectiefase.

8 De leerling in het voorbereidend wetenschappelijk onderwijs (vwo)

Vwo

Het vwo is in principe geen eindonderwijs, maar het vwo-diploma is wel een startkwalificatie. Met een vwo-diploma hebben de leerlingen toegang tot een verdere studie aan het hbo en het wetenschappelijk onderwijs. Het vwo duurt zes jaar en kent twee schooltypen: atheneum en gymnasium. Grieks en Latijn zijn vakken die wel op het gymnasium en niet op het atheneum worden aangeboden. Net als het havo is er een keuze uit vier profielen.

Kenmerken van de leerling

De leerling is intrinsiek gemotiveerd en wil graag leren. Hij kan zelf structuur aanbrengen in de aangeboden leerstof. Hij vindt op eigen kracht de essentie uit ongestructureerde informatie. De leerling is in staat om veel informatie in korte tijd te verwerken en hij heeft plezier in het leren. De leerling vormt zich onafhankelijk van de leraar een beeld van de leerstof.

Onderwijsbehoeften van deze leerling

De onderwijsbehoeften van de leerling worden met name gevoed door de vakdeskundigheid van de leraar. De leerling spiegelt zich aan de leraar en diens kennis en uitstraling.

Rekenontwikkeling

Voor deze leerling is begripsvorming juist de uitdaging; in aanleg is hij een abstracte denker. Hij kan vaak vlot rekenen, gebruikt de juiste oplossingsprocedures en is flexibel in zijn denken. Hij rekent met inzicht. Referentieniveau 3F geeft voor deze leerling meestal geen problemen.

Afstemming

De leraar stuurt vooral op de begripsvorming. Hierbij zijn vragen aan de orde als: Hoe kan de leerling de aanwezige rekenconcepten verdiepen? Hoe flexibel is de leerling in het toepassen van de adequate oplossingsmethode? Strategisch kan deze leerling veel aan. De leraar kan hem met de juiste opdrachten uitdagen tot nog beter presteren. Van belang blijft dat de leerling gestimuleerd wordt formeel handelen te koppelen aan concreet handelen.

Literatuur

- American Psychiatric Association. (2000). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders: DSM-IV-TR*. Ontleend op 10 juni, 2012, aan http://books.google.nl/books?id=w_HajjMnjxwC&pg=PA54&dq=%22Diagnostic+criteria+for+315.1%22&hl=nl&ei=j5l3TfeWOYbIswbD5_HBA&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=3&ved=0CDoQ6AEwAg#v=onepage&q=%22Diagnostic%20criteria%20for%20315.1%22&f=false
- Baddeley, A.D., & Hitch, G. (1974). Working memory. In G.H. Bower (Ed.), *The psychology of learning and motivation: Advances in research and theory* (vol. 8, pp. 47-89). New York: Academic Press.
- Baddeley's model of working memory. (n.d.). In *Wikipedia*. Ontleend op 10 juli 2012 aan http://en.wikipedia.org/wiki/Baddeley%27s_model_of_working_memory
- Binkley, M., Erstad, O., Herman, J., Raizen, S., Ripley, M., & Rumble, M. (2010). *Defining 21st century skills*. University of Melbourne.
- Boekaerts, M., & Simons, P.R. (1995). *Leren en instructie: Psychologie van de leerling en het leerproces*. Assen: Koninklijke Van Gorcum.
- Boswinkel, N., & Schram, E. (2011). *De toekomst telt*. Enschede: SLO.
- Butterworth, B. (1999). *What counts: How every brain is hardwired for math*. New York, NY: Free Press.
- Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher*, 23(7), 13-20.
- Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1992). Interaction and learning in mathematics classroom situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23(1), 99-122.
- Council of Europe. (2001). *Common European framework of reference for languages: Learning, teaching, assessment* (in vertaling). Den Haag: Nederlandse Taalunie.
- De Vries, J. (1998). Emoties bij rekenen. *Tijdschrift voor Remedial Teaching*, 1998.
- Deci, E.L., & Ryan, R.M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior*. New York: Plenum Press.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford University Press.
- Dolk, M. (2005). Aandacht voor 'big ideas' in de wiskunde: kinderen discussiëren over hun wiskundige ontdekkingen. *Volgens Bartjens...*, 25(2), 4-7.
- Dolk, M., & Van Groenestijn, M. (Eds.). (2006). *Dyscalculie in discussie*. Assen: Van Gorcum.
- Europese Commissie. (2010). *Een agenda voor nieuwe vaardigheden en banen: Een Europese bijdrage aan volledige werkgelegenheid*. Straatsburg, Frankrijk: Europese Commissie. Ontleend aan <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2010:0682:FIN:NL:PDF>

- Europese Unie. (2010). Gezamenlijk voortgangverslag 2010 van de Raad en de Commissie over de uitvoering van het werkprogramma "Onderwijs en opleiding 2010". *Publicatieblad Europese Unie* (16/5/2010). <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:C:2010:117:0001:0007:NL:PDF>
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen. (2008). *Over de drempels met taal en rekenen: Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*. Enschede: SLO.
- Fosnot, C., & Dolk, M. (2002). Het leerlandschap. *Tijdschrift voor Nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 21(2), 29-37.
- Gelderblom, G. (2008). *Effectief omgaan met zwakke rekenaars*. Amersfoort: CPS.
- Goswami, U. (2007). *Cognitive development: The learning brain*. Hove, Engeland: Psychology Press, Taylor & Francis Group.
- Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education* (Proefschrift, Universiteit Utrecht). Utrecht: CD-â Press.
- Gravemeijer, K.P.E. (1995). Het belang van social norms en socio-math norms voor realistisch reken-wiskundeonderwijs. *Panama-Post. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 14(2), 17-23.
- Gravemeijer, K.P.E. (1995). Het ontwikkelen van 'constructivistisch' reken-wiskundeonderwijs. *Pedagogisch Tijdschrift*, 20(4), 277-292.
- Gravemeijer, K.P.E. (2005). Revisiting 'Mathematics education revisited'. In H. ter Heege, T. Goris, R. Keijzer & L. Wesker (Eds.), *Freudenthal 100: Special honderdste geboortedag Hans Freudenthal* (pp. 106-113). Universiteit Utrecht, Freudenthal Instituut.
- Habraken, J.H.M. (2012). Bronvermelding volgens de richtlijnen van de APA: Handleiding. Universiteit van Tilburg. Ontleend op 10 juli, 2012, aan drcwww.uvt.nl/its/voorlichting/handleidingen/bibliotheek/apa.pdf
- Hickendorff, M. (2011). *Explanatory latent variable modeling of mathematical ability in primary school: Crossing the border between psychometrics and psychology* (Proefschrift, Universiteit Leiden). Leiden: Department Psychology, Faculty of Social and Behavioural Sciences.
- Inspectie van het Onderwijs. (2009). *Basisvaardigheden rekenen in het Voortgezet Onderwijs: Resultaten van een inspectieonderzoek naar de rekenvaardigheid in de onderbouw van het voortgezet onderwijs*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.
- Janson, D.J. (2006). Van wie is het handelingsplan? *Volgens Bartjens...*, 26(3), 31-34.
- Jolles, J., De Groot, R., Van Benthem, J., Dekkers, H., De Gloppe, C., Uijlings, H., & Wolff-Albers, A. (2005). *Leer het brein kennen: Over een 'New Learning Science' op het kruispunt van neurowetenschap, cognitiewetenschap en onderwijswetenschap: resultaat van een invitational conference georganiseerd door NWO op 5 februari 2004*. Den Haag: SWO.
- Kroesbergen, E.H., Van der Ven, S.H.G., Kolkman, M.E., Van Luit, J.E.H., & Leseman P.P.M. (2009). Executieve functies en de ontwikkeling van (voorbereidende) rekenvaardigheid. *Pedagogische Studiën*, 86(5), 334-349.
- Kucian, K., & Von Aster, M. (2006). Dem Gehirn beim Rechnen zuschauen: Ergebnisse der funktionellen Bildgebung. In M. von Aster & J.H. Lorenz (Eds.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik*, 54-72. Göttingen, Duitsland: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Leseman, P. (2004). *Verdwalen langs gebaande paden* (Oratie). Universiteit Utrecht.
- Nederlands Instituut voor Budgetvoorlichting (Nibud). (2011). *Mbo'ers in geldzaken: Een onderzoek naar het financieel gedrag van mbo-studenten*. Den Haag: Nibud.
- Nelissen, J., Boswinkel, N., & De Goeij, E. (2007). Realistisch rekenwiskunde-onderwijs in het sbo (1): Theorie, vragen en perspectieven. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek*, 46 (7/8), 321-331.

- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (1999). *Measuring student knowledge and skills: A new framework for assessment*. Parijs: OECD Publications.
- OECD. (2001). *Knowledge and skills for life : First results from the OECD Programme for International Student Assessment (PISA) 2000*. Parijs: OECD Publications.
- OECD. (2007). *Science competencies for tomorrow's world: Volume 1: Analysis: Programme for International Student Assessment (PISA) 2006*. Parijs: OECD Publishing.
- OECD. (2008). *OECD: Annual Report 2008*. Parijs: OECD Publications. Ontleend aan www.oecd.org/dataoecd/39/19/40556222.pdf
- OECD. (2010). *Education at a glance 2010: OECD indicators*. Parijs: OECD Publications. Ontleend aan www.oecd.org/document/52/0,3746,en_2649_39263238_45897844_1_1_1_1,00.html
- Pameijer, N., & Van Beukering, T. (2004). *Handelingsgerichte diagnostiek: Een praktijkmodel voor diagnostiek en advisering bij onderwijsleerproblemen*. Leuven, België: Acco.
- Paternotte, A. (2006). Echt passend onderwijs: Met nieuwe kennis en inzichten uit de hersenwetenschap (interview met hoogleraar Jelle Jolles). *Balans Magazine, september 2006*, 12-17.
- PIAAC Numeracy Expert Group. (2009). *PIAAC Numeracy: A conceptual framework*. Parijs: OECD Publishing. Ontleend aan www.oecd-ilibrary.org/education/piaac-numeracy-a-conceptual-framework_220337421165
- Repovs, G., & Baddeley, A. (2006). The multi-component model of working memory: Explorations in experimental cognitive psychology. *Neuroscience*, 139, 5-21. Ontleend aan <http://dionysus.psych.wisc.edu/lit/articles/RepovsG2006a.pdf>
- Ruijsenaars, A.J.J.M., Van Luit, J.E.H., & Van Lieshout, E.C.D.M. (2004). *Rekenproblemen en Dyscalculie: Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.
- Sitskoorn, M. (2006). *Het maakbare brein: Gebruik je hersens en word wie je wilt zijn*. Amsterdam: Bert Bakker.
- SLO. (2012). *De rol van de rekenmachine in po, s(b)o en vo: Notitie ter advisering ministerie OCW*. Enschede: SLO. Ontleend aan www.rijksoverheid.nl/documenten-en-publicaties/rapporten/2012/04/05/de-rol-van-de-rekenmachine-in-po-s-b-o-en-vo.html
- Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for primary education. In L. Streefland (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school: On the occasion of the opening of the Freudenthal Institute* (pp. 21-57). Utrecht: CD-β Press.
- Treffers, A. (2005). De (on)navolgbare Freudenthal. In H. ter Heege, T. Goris, R. Keijzer & L. Wesker (Eds.), *Freudenthal 100: Special honderdste geboortedag Hans Freudenthal* (pp. 135-144). Universiteit Utrecht, Freudenthal Instituut.
- Treffers, A., & De Moor, E. (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool: Deel 2: Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijssen.
- Tudge, J.R.H., & Doucet, F. (2004). Early mathematical experiences: Observing young black and white children's everyday activities. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 21-39.
- Van Eerde, H.A.A. (1996). *Kwantiwijzer, diagnostiek in reken-wiskundeonderwijs*. Tilburg: Zwijssen.
- Van Geert, P. (2008). Dynamische systeemtheorie van ontwikkeling. In E.J. Knorth, H. Nakken, C.E. Oenema-Mostert, A.J.J.M. Ruijsenaars & J. Strijker (Eds.), *De ontwikkeling van kinderen met problemen: gewoon anders* (pp. 28-45). Antwerpen-Apeldoorn: Garant.
- Van Groenestijn, M. (2002). *A gateway to numeracy: A study of numeracy in adult basic education* (Proefschrift, Universiteit Utrecht). Utrecht: CD-β Press.
- Van Groenestijn, M. (2009). Op de barricaden! *Reken-wiskundeonderwijs: Onderzoek, Ontwikkeling, Praktijk*, 27(3/4), 62-68.
- Van Groenestijn, M. (2009). Van informeel handelen naar formeel rekenen. *Volgens Bartjens...*, 29(1), 22-26.

- Van Groenestijn, M. (2010). *Op weg naar gecijferdheid* (Openbare les). Hogeschool Utrecht, Lectoraat Gecijferdheid.
- Van Groenestijn, M., Borghouts, C., & Janssen, C. (2011). *Protocol Ernstige Reken Wiskunde-problemen en Dyscalculie: BAO, SBO, SO*. Assen: Koninklijke Van Gorcum.
- Van Groenestijn, M., Van Dijken, G., & Janson, D. (2012). *Protocol Ernstige Reken Wiskunde-problemen en Dyscalculie: MBO*. Assen: Koninklijke Van Gorcum.
- Van Groenestijn, M., & Vedder, J. (Eds.). (2008). *Dyscalculie in discussie, deel 2*. Assen: Van Gorcum.
- Van Lieshout, E.C.D.M. (2006). Rekenstoornissen en dyscalculie: enkele non-specifieke cognitieve verklaringen. In M. Dolk & M. van Groenestijn (Eds.), *Dyscalculie in discussie* (pp. 6-15). Assen: Van Gorcum.
- Van Lieshout, E.C.D.M. (2010). *Enkele lijnen in het onderzoek van basale rekenvaardigheden* (Afscheidsrede). Vrije Universiteit Amsterdam.
- Van Lieshout, E.C.D.M., & Berends, I.E. (2009). Het effect van illustraties bij rekenopgaven: Hulp of hinder? *Pedagogische Studiën*, 86(5), 350-369.
- Van Luit, J.E.H. (2006). Dyscalculie: achtergronden, betekenis en handelingsconsequenties. In M. Dolk & M. van Groenestijn: *Dyscalculie in discussie* (pp. 22-33). Assen: Van Gorcum.
- Van Luit, J.E.H. (2010). *Dyscalculie, een stoornis die telt* (Oratie, Universiteit Utrecht). Doetinchem: Graviant Educatieve Uitgaven.
- Van Luit, J.E.H., Bloemert, J., Ganzinga E.G., & Mönch, M.E. (2012). *Protocol Dyscalculie: Diagnostiek voor Gedragdeskundigen (protocol DDG)*. Doetinchem: Graviant Educatieve Uitgaven.
- Van Loosbroek, E. (2006). De biologische basis van ontwikkelingsdyscalculie. In M. Dolk & M. van Groenestijn: *Dyscalculie in discussie* (pp. 16-21). Assen: Van Gorcum.
- Van Oers, B. (1987). *Activiteit en begrip: Proeve van een handelings-psychologische didactiek*. Amsterdam: VU Uitgeverij.
- Van Parreren, C.F., & Nelissen, J.M.C. (1977). *Rekenen*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Von Aster, M. (2005). Wie kommen Zahlen in den Kopf? Ein Modell der normalen und abweichenden Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen. In M. von Aster & J.H. Lorenz (Eds.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (pp. 13-33). Göttingen, Duitsland: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Von Glasersfeld, E. (1996). Introduction: Aspects of constructivism. In C. Fosnot (Ed.), *Constructivism: Theory, perspectives, and practice* (pp.3-7). New York: Teachers College Press.

De andere Protocolen Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie:

Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie MBO

Mieke van Groenestijn, Gerjan van Dijken, Dolf Janson

2012, ISBN 978 90 232 4973 3

Het ministerie van OCW heeft in 2010 NVORWO de opdracht verstrekt het Protocol voor het middelbaar beroepsonderwijs te ontwikkelen (*Protocol ERWD3*). Dit protocol is van groot belang nu centrale rekenexamens 2F en 3F in het mbo ingevoerd gaan worden. Rekenen staat duidelijk op de kaart. Het onderwijs zal alle zeilen moeten bijzetten om ook de rekenzwakke student en de student met ernstige rekenproblemen tot het gewenste referentieniveau te brengen.



Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie BAO SBO SO

Mieke van Groenestijn, Ceciel Borghouts, Christien Janssen

2011, ISBN 978 90 232 4763 0

Het landelijk protocol voor leerlingen van 4 tot 12 jaar met (Ernstige) RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie (*Protocol ERWD1*) richt zich op het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs. Het doel van rekenwiskunde-onderwijs is functionele gecijferdheid, afgestemd op de mogelijkheden van iedere individuele leerling. Hierbij gaat het om adequaat handelen in functionele, dagelijkse situaties. Het protocol geeft aanwijzingen om dit doel langs een aantal stappen te bereiken, met name wanneer de rekenwiskundige ontwikkeling van een leerling niet optimaal verloopt.



Meer informatie:

www.volgens-bartjens.nl/erwd

