



Het Europees Raamwerk voor Gecijferdheid (The European Numeracy Framework)

(juni 2011)

in Balance

Grundtvig project

504006-LLP-1-2009-1-GRUNDTVIG-GMP



Auteurs:

Mieke van Groenestijn

Javier Diez-Palomar

Clive Kanés

Met bijdragen van:

ROCMN, Utrecht, Nederland

Hogeschool Utrecht, Nederland

Berufsförderungsinstitut Oberösterreich, Linz, Austria

King's College London, United Kingdom

Universitat Autònoma de Barcelona, Spain

Magyar Népfőiskolai Társaság, Hungary

Grafex Joen Teksti Oy, Finland

Kent & McGill, United Kingdom

juni 2011

Dit project is mogelijk gemaakt door financiële steun van de Europese Commissie.

Deze publicatie reflecteert de standpunten van de auteurs. De Europese Commissie kan niet verantwoordelijk worden gehouden voor het gebruik van de informatie in deze publicatie.

Inhoudsopgave:

Deel 1. Algemene informatie

1.	Doelstellingen van het project <i>in Balance</i>	4
2.	Rationale	6
3.	Doelgroep	6
4.	Het concept gecijferdheid	7
5.	Gecijferdheid als competentie	10

Deel 2. De classificatie van de niveaus

6.	Uitgangspunten voor de ENF niveau classificatie	12
7.	De ENF niveaus vergeleken met de ISCED en de EQF levels	13
8.	De complexiteitsfactoren per niveau en per item	15
9.	De opzet van de inhoudelijke domeinen en de items per niveau	17
10.	Vertaling en adaptatie	18

Deel 3. Validering van het assessment

11.	Validering van niveaus	20
12.	ENF en EQF	21

Referenties

Bijlage 1: Framework voor kerncompetenties – Europese Commissie	24
Bijlage 2: Kort overzicht / Samenvatting van relevante ISCED niveaus 1, 2 en 3	26
Bijlage 3: Het Europese Kwalificatie Framework (EQF)	28
Bijlage 4: Overzicht van de inhoudscriteria per niveau en per cel	31
Bijlage 5: Testvoorbeelden	36
Bijlage 6: Vragenlijst gecijferdheid ENF en EQF in Nederland	38

1. Doelstellingen van het project *in Balance*

Het project stelt een aantal standaarden vast voor gecijferdheid in volwasseneneducatie die aansluiten op de prioriteiten van het Common Quality Assurance Framework (CQAF) (European Commission, 1995). Hierdoor kan gewerkt worden aan het verbeteren van de professionaliteit van docenten in de volwasseneneducatie en aan het ontwikkelen van effectievere hulpmiddelen. Daardoor kan in volwasseneneducatie de aanpak voor de ontwikkeling van gecijferdheid worden verbeterd. (best practice).

In de meeste Europese landen ontbreekt een methodologie die bewezen heeft succesvol te zijn bij volwassenen. Er bestaat een grote behoefte om de competenties van docenten in de ontwikkeling en adaptatie van lesmateriaal welke speciaal ontworpen is voor volwassenen, te vergroten.

Recent onderzoek (Van Groenestijn, 2002; Coben, O'Donoghue & Fitzsimons, 2000) en de resultaten van het project *Mathematics in Action*¹ (Van Groenestijn & Lindenskov, 2007) laten zien dat gecijferdheid aanzienlijk is verbeterd door het gebruik van een realistische en systematische methodologie, die gebaseerd is op de individuele deelnemer in volwasseneneducatie en hun praktische ervaringen in het dagelijks leven.

Dit project brengt bestaande 'best practices' in materiaalontwikkeling samen die gebruik maken van deze methodologie om een duurzame, online, pan-Europese resource bank voor docenten te ontwikkelen. Hierdoor komt er evenwicht in alfabetisering en gecijferdheid in volwasseneneducatie.

Het resultaat omvat een website in de belangrijkste Europese talen met een gemakkelijke tool voor docenten om de competenties van volwassenen vast te stellen en om passend e-learning lesmateriaal op verschillende niveaus te leveren, verdeeld in domeinen en gebaseerd op praktische leeropgaven; een web-tool voor docenten om hun eigen nieuwe materiaal te ontwerpen, aangepast aan en in hun eigen taal; een docentenhandboek; en met deze dynamische website een community forum dat best practice ervaringen uitwisselt, resources deelt en professioneel advies geeft. De eerste vier niveaus leiden tot ISCED level 2. Niveau vijf is de brug naar ISCED level 3, naar vervolgonderwijs en de arbeidsmarkt. Het resultaat is een Europees Raamwerk voor Gecijferdheid (*European Numeracy Framework* (ENF)).

Het European Numeracy Framework bestaat uit een niveau-indeling en een schema van complexiteit voor de indicatie van niveaus. Dit maakt het mogelijk dat deelnemende Europese landen items in hun eigen taal kunnen ontwikkelen waarbij van dezelfde niveau-indeling en complexiteitsschema gebruik wordt gemaakt. Deze items worden verzameld in een gezamenlijke web-gebaseerde databank, waardoor docenten door heel Europa good practices kunnen delen. De website biedt ook een internationaal assessment tool op ISCED niveaus 1 en 2. Op deze wijze kan een Europese standaard worden gecreëerd voor het leren en onderwijzen van gecijferdheid op lagere niveaus in volwasseneneducatie door heel Europa.

Tevens beslaat de ENF niveau-indeling de lagere niveaus van de European Qualifications Framework for Lifelong Learning (EQF)² (European Commission, 2008) (zie appendix 2).

Het EQF verbindt het kwalificatiesysteem van landen, daarbij de rol innemend van een vertaalapparaat om kwalificaties leesbaarder en begrijpelijker te maken voor verschillende landen en systemen in

¹ The project *Mathematics in Action* was a Grundtvig-1 project of seven European countries. (Project number 116676-CP-12004-1-DK-Grundtvig-G1-(2004-2007))

² The EQF supports individuals with extensive experience from work or other fields of activity by facilitating validation of non-formal and informal learning. The focus on learning outcomes will make it easier to assess whether learning outcomes acquired in these settings are equivalent in content and relevance to formal qualifications.

Europa. Het heeft twee kerndoelen: het promoten van de mobiliteit van burgers tussen landen en het leven lang leren van burgers af te stemmen.

Het ENF ondersteunt deze doelen. De ENF niveau-indeling beslaat de eerste twee niveaus van de EQF te beslaan. De eerste voorlopige resultaten van het toepassen van de ENF niveaus 1 en 2 van de niveauclassificatie in Nederland laten zien dat deze ENF niveaus overeenkomen met niveau 1 van het EQF (zie bijlage).

Het project zal eraan werken om de acceptatie van standaarden voor gecijferdheid ontwikkeld door nationale bureaus in partnerlanden zeker te stellen. De website, met een arsenaal aan innovatieve en creatieve resources zal obstakels weghalen die voortgang in de weg zitten en zal wegen realiseren die leiden naar formeel leren; zal een beduidende invloed hebben op de kwaliteit van zowel het onderwijzen als het ontwikkelen van gecijferdheid. Dit zal de aanzienlijke sociale kosten van ongecijferdheid verminderen en zal de sociale integratie en actieve deelname in de maatschappij van benadeelde volwassenen bevorderen.

2. Rationale

Het project inBalance ontwikkelt een Europees Raamwerk voor Gecijferdheid, European Numeracy Framework (ENF) om de educatie gecijferdheid aan volwassenen zeker te stellen en kwaliteit te ontwikkelen, gebaseerd op de kernprincipes van competenties voor gecijferdheid en op manieren zoals volwassenen leren, zoals algemeen overeengekomen door verschillende Europese landen.

Het ENG staat op een lijn (is gelijkgetrokken met) met het Common Quality Assurance Framework (CQAF), zoals dat is ontwikkeld voor beroepseducatie en –trainingen (VET) in Europa. Hierdoor biedt het een nauwkeurige afdekking van de laagste gedeeltes (niveaus) van het EQF systeem voor gecijferdheid (Level 1 en 2), waardoor verbindingen met wiskunde gerelateerde beroepskwalificaties op alle niveaus verbeterd worden. Het ENF staat ook op een lijn met de UNESCO ISCED niveaus/levels 1 en 2 en overbrugt de levels 2 en 3. Door deze uitlijning is het ENF in staat te functioneren als een eerste generatie basisschaal voor het vaststellen van de vergelijkingsmogelijkheden van rekenenwiskunde/gecijferdheid gerelateerde kwalificaties in de verschillende landen van de EU.

In het kort (Samengevat), het ENF

- kan worden gebruikt in volwasseneneducatie en in cursussen voor lagere beroepseducatie trainingen (VET).
- zet standaarden neer voor gecijferdheid bij volwassenen in het algemeen en impliceert het verbeteren van de kwaliteit van het onderwijzen van gecijferdheid in volwasseneneducatie en VET.
- faciliteert betere toegang tot levenslange leerprogramma's (lifelong learning), speciaal voor volwassenen in achterstandssituaties.
- biedt mogelijkheden voor volwassenen om hun gecijferdheidcompetenties voor sociale acceptatie/situaties te verbeteren.
- Bevordert de verantwoordelijkheid voor het gebruiken van volwassenen lesmateriaal voor rekenen in educatie.

3. Doelgroep

Het ENF is bedoeld voor docenten in de volwasseneneducatie en voor lager beroepsonderwijs in Europese landen, beginnend met de docenten in de partnerlanden.

Het ENF zal docenten in de volwasseneneducatie en lager beroepsonderwijs in Europese landen de mogelijkheid geven om de webtool/het webprogramma te gebruiken. Het webprogramma biedt een databank van good practices en een gevalideerde assessment tool voor EQF en ISCED levels 1 en 2. De voorbeelden kunnen worden gebruikt om goede programma's voor gecijferdheid te ontwikkelen. De assessment items zijn bedoeld om algemene kwaliteitstandaards door heel Europa bij het leren en onderwijzen van gecijferdheid vast te leggen.

Deelnemers in de volwasseneneducatie en lager beroepsonderwijs vormen de impliciete doelgroep. Door docenten de mogelijkheid te geven om de ENF databank te gebruiken gaat de kwaliteit van het lesgeven, en daardoor de kwaliteit van het leren, (mogelijk) omhoog. Hierdoor kan de positie van volwassenen in de maatschappij en op de arbeidsmarkt versterkt worden.

4. Het concept gecijferdheid

Het concept gecijferdheid heeft geen algemeen geaccepteerde definitie, noch afspraken over hoe het verschilt van wiskunde. Ook is het concept niet universeel in de verschillende landen van de EU als verschillend van wiskundeonderwijs breder geconstrueerd. Voor sommige docenten impliceert het een set van basale vaardigheden die de mogelijkheid bieden om de elementaire rekenvaardigheden of berekeningen uit te voeren. Voor anderen beslaat gecijferdheid bij volwassenen een breed gebied dat een veelheid/reeks aan kennis, vaardigheden en ondersteunende processen omvat, die volwassenen in staat stelt om met wiskundige vraagstukken in verschillende situaties in het dagelijks leven om te gaan. In het ENF wordt gecijferdheid bij volwassenen gezien als het laatste. Dit houdt niet alleen rekenwiskundige kennis in, maar vooral de manier waarop volwassenen in staat zijn om hun rekenwiskundige kennis in persoonlijke, sociale en werkgerelateerde situaties te gebruiken (toe te passen). Onze visie op het concept van gecijferdheid en van competenties in gecijferdheid zijn gebaseerd op de volgende documenten:

1) In het project *Equipped for the Future* (EFF) in de Verenigde Staten van Amerika heeft het National Institute for Literacy (NIFL) pogingen gedaan om essentiële vaardigheidsgebieden te ondersteunen, te sponsoren. Het EFF project begon in 1993 en werd afgerond in 2000. EFF heeft vier brede doelen voor het leren in volwasseneneducatie beschreven (Stein, 1995, 1997; Merrifield, 2000): learning for access and orientation in the world, learning as voice to one's ideas and opinions, learning for independent action, solving problems and making decisions as a parent, citizen and worker, and learning as a bridge to further learning and to keep up with a rapidly changing world.

In het EFF wordt geletterdheid (alfabetisering) en gecijferdheid gezien als de basiselementen voor het functioneren in het persoonlijke leven (familie), werk, de maatschappij en het verder leren (further learning). Omdat gecijferdheid bij mensen is gerelateerd aan, en soms afhankelijk van, de lees- en schrijfvaardigheden (literacy skills), of andere vaardigheden, is de verwachting dat het doel dat gediend wordt door gecijferdheid parallel loopt aan het doel dat gediend wordt door de lees- en schrijfvaardigheden van de volwassene (Stein, 2000, Gal, 2000).

2) In het *Australian National Reporting System* (NRS) (Coates, Fitzpatrick, McKenna & Makin, 1994-5) wordt gecijferdheid geordend in vier brede categorieën: gecijferdheid voor praktische doeleinden, voor het interpreteren van de maatschappij, voor de persoonlijke organisatie en voor kennis. Het NRS voorziet leerlingen en docenten van leerresultaten op de vijf niveaus van elk van de domeinen.

3) De Commission Expert Group Basic Skills/ Key competencies of the European Commission (2004) beschrijft gecijferdheid als onderdeel van wiskundige geletterdheid (Zie appendix A). Vanuit het Europese perspectief kan gecijferdheid gezien worden vanuit drie brede categorieën: beroep, maatschappelijke participatie en verder leren.

4) In het raamwerk gecijferdheid van het *Adults Literacy and Life skills study* (ALL) wordt gecijferdheid omschreven als “*the knowledge and skills required to effectively manage and respond to the mathematical demands of diverse situations*”. (Gal, van Groenestijn, Manly, Schmitt & Tout, 2005, p. 151)

Gecijferdheid in de ALL studie omvat vier domeinen: het persoonlijke dagelijkse leven, beroep, maatschappelijke participatie en verder leren.

Dagelijks leven. Rekenen in het dagelijks leven hebben vaak te maken met het persoonlijke leven en met het gezin of familie. Meestal betreft het omgaan met geld en budgetteren, boodschappen doen, winkelen, reizen, sport en spel, andere persoonlijke interesses en verdere ontwikkeling en scholing.

Beroep. Op het werk worden medewerkers meestal geconfronteerd met beroepsspecifieke kwantitatieve situaties. In deze situaties wordt van hen gevraagd specifieke rekenwiskundige handelingen uit te voeren. Taken kunnen van alles inhouden, zoals onder andere inkoop, verkoop, begrotingen opstellen, budgetteren voorraadbeheer, tijdschema's, werkvoorbereiding, controleren van bestellingen, planning van vervoer, enzovoort,

Maatschappelijke participatie. Volwassenen worden verondersteld maatschappelijke trends te begrijpen, zoals gezondheidsregels, verzekeringen, belastingen, loonsverhoging of juist niet, arbeidsomstandigheden, rechten en plichten van burgers, uitslagen van verkiezingen, btw., enzovoort.

Verder leren. Voldoende gecijferdheid is ook een basis om verder te kunnen leren, zowel voor theoretische studies als voor beroepsopleidingen. In beide situaties is het belangrijk kennis te hebben van formele rekenwiskundige aspecten, zoals formules en regels, om nieuwe rekenwiskundige informatie en principes in het (beroeps-)onderwijs te kunnen begrijpen en toe te passen.

The oorspronkelijke ALL definitie werd geadopteerd in het OECD Programma voor het komende International Assessment of Adults Competencies (PIAAC). Voor dit project is de definitie enigszins aangepast: *“Numeracy is the ability to access, use, apply, interpret, and communicate mathematical information and ideas, in order to engage in and manage the mathematical demands of a range of situations in adult life.”* (Gal et al., 2009, p.21)

Voor het ontwikkelen van het ALL numeracy framework werden vijf componenten gedefinieerd om gecijferdheid (numerate behavior) bij volwassenen te kunnen observeren. Deze componenten werden geadopteerd in het nieuwe PIAAC onderzoek. De beschrijving van 'numerate behavior' is als volgt:

“Numerate behavior is observed when people manage a situation or solve a problem in a real context; it involves responding to information about mathematical ideas that may be represented in a range of ways; it requires the activation of a range of enabling knowledge, factors, and processes.” (Gal, et al., 2005, p.152)

Door één element te kiezen van iedere categorie, kan iemand de benodigde kennis gecijferdheid en de vaardigheden voor individuele personen in iedere situatie waarin een wiskundige actie is gevraagd, omschrijven, bijvoorbeeld.

“Numerate behavior involves managing a situation or solving a problem in everyday life by responding (estimation with money) to information concerning quantity and number that is represented by pictures (in advertisements in leaflets) and requires the activation of estimation and computational skills”. (Van Groenestijn, 2002, pp. 32-33)

Zulke omschrijvingen stellen docenten in de volwasseneneducatie in staat om te observeren en gecijferdheid bij individuele personen in functionele situaties te toetsen. Dit kan worden gedaan aan de hand van het schema hieronder.

Gecijferdheid betreft:

Het kunnen managen of het kunnen oplossen van een probleem in een functionele situatie

dagelijks leven,
werk
maatschappelijke participatie,
verder leren

door te reageren

identificeren of localiseren
handelen
(ordenen, sorteren, tellen
schatten, rekenen
meten, modelleren)
interpreteren
communiceren

op rekenwiskundige informatie

hoeveelheden en getallen
dimensie en vorm
patronen en relaties
data en kans
veranderingen / trends

die gepresenteerd kan zijn op verschillende manieren

objecten en afbeeldingen
getallen en symbolen
formules
diagrammen en schema's
grafieken, tabellen, tekst

en die een beroep doen op

kennis en vaardigheden en houding
rekenwiskundige kennis en begrip
probleemoplossend vermogen
geletterdheid
inzicht en rekenwiskundige houding

figuur 1: Componenten van gecijferdheid in de ALL survey. (Gal et al., 2005, p.153)

5. Gecijferdheid als competentie

De essentie van gecijferdheid is dat volwassenen in staat zijn om rekenwiskundige kennis en vaardigheden adequaat toe te passen in dagelijkse situaties. Dit kan worden omschreven als competentie. De Definition and Selections of Competencies project (DeSeCo; zie Rychen & Salganic, 2003) definieert de bredere betekenis/omschrijving van competentie als “the ability to meet individual or social demands successfully, or to carry out an activity or task”. DeSeCo (2002: pp. 8-9) conceptualiseert competenties als interne mentale structuren, ofwel bekwaamheden, capaciteiten of disposities die al in het individu zitten:

“Each competence is built on a combination of interrelated cognitive and practical skills, knowledge (including tacit knowledge), motivation, value orientation, attitudes, emotions, and other social and behavioral components that together can be mobilised for effective action. Although cognitive skills and the knowledge base are critical elements, it is important not to restrict attention to these components of a competence, but to include other aspects such as motivation and value orientation.”

Deze DeSeCo definitie is geaccepteerd door OECD en PISA en is ook overgenomen in het ENF. Dit houdt in, dat het assessment van de gecijferdheidscompetenties bij volwassenen, in feite, alleen kunnen worden getoetst in situaties in het dagelijks leven/ in alledaagse situaties. Het gevolg hiervan is, dat in educatieve programma's voor gecijferdheid bij volwassenen de nadruk zou moeten liggen op 'learning by doing', 'leren door te doen', en dat het assessment meer zou moeten focussen op het gebruik van wiskunde in het dagelijkse leven/in situaties gebaseerd op het dagelijks leven.

This DeSeCo definition was accepted by OECD and PISA and is also accepted in the ENF. This implies that assessment of adults' numeracy competencies, in fact, can only be assessed in real life situations. The consequence is that in adult numeracy education programs the emphasis should be on 'learning by doing' and assessment should focus more on using mathematics in real life situations.

Op deze wijze kan worden opgemerkt dat het assessment van het ENF enkel een aanvulling kan zijn op het observeren van de gecijferdheidscompetenties van volwassenen in het dagelijks leven. Hiervoor kan het schema in figuur 1 behulpzaam zijn.

Om meer bewust te worden van de betekenis van competentie-gebaseerd leren, hebben de partners van het *in Balance* project hun nationale gecijferdheid curricula's op het gebied van cognitieve inhoud en gecijferdheidscompetenties uitgebreid met elkaar besproken.

De inhoud van het ENF is gebaseerd op een algemene afspraak tussen de partnerlanden. Hun nationale en locale curricula hebben de inhoud gegeven voor het ENF. Inderdaad hebben sommige landen nationale standaards vastgelegd voor het onderwijs van wiskunde en gecijferdheid. We laten slechts drie voorbeelden zien.

Het Britse core curriculum voor volwasseneneducatie is gepubliceerd in 2001. Hierin wordt gecijferdheid gekoppeld aan de vaardigheden om

- rekenwiskundige informatie te begrijpen en toe te passen
- rekenwiskundige informatie te berekenen en te manipuleren
- resultaten te kunnen interpreteren en rekenwiskundige informatie te kunnen communiceren

Het core-curriculum beschrijft drie rekenwiskundige domeinen:

- Getallen (hele getallen, breuken, decimalen en procenten)
- Maten, vormen en ruimte (veelvoorkomende mate, vormen en ruimtes)
- Verwerken van informatie (data en kans)

Het core curriculum geeft een niveau- indicatie op drie niveaus: Instap Niveau , Niveau 1 en Niveau 2. Deze niveaus staan op één lijn met/zijn gelinieerd aan het Britse nationale kwalificatie framework. Het Instap Niveau is verder verdeeld in drie subniveaus.

The core curriculum provides a level indication on three levels: Entry Level, Level 1 and Level 2. These levels are aligned to the British national qualifications framework. The Entry Level is further divided into three sub-levels.

In Oostenrijk zijn standaarden in rekenenwiskunde/gecijferdheid beschreven in competenties die de ISCED niveau 2 dekken na 8 jaar educatie ('Hauptschulabschluss' op de leeftijd van ongeveer 14 jaar). De competenties bestaan uit vier centrale gebieden van wiskundige activiteiten, vier gebieden met inhoud en drie gebieden van complexiteit. In totaal zijn dat $4 \times 4 \times 3 = 48$ competenties. De competenties in Oostenrijk omvatten

Centrale activiteitsgebieden

- H1: presenteren en modelleren
- H2: berekenen en handelen (uitvoeren)
- H3: interpreteren
- H4: beargumenteren en beredeneren

Inhoudsgebieden

- I1: getallen en maten
- I2: variabelen, functionele referenties, vergelijkingen, presentatie van relaties
- I3: geometrische vormen en lichamen
- I4: statistische presentatie en parameters

Complexiteitsgebieden

- K1: basiskennis en vaardigheden
- K2: verbindingen maken
- K3: reflectie

In Nederland zijn referentieniveaus vastgesteld voor taal (lezen en schrijven) en voor rekenen. De standaarden zijn beschreven op drie niveaus: 1F, 2F en 3F. Deze niveaus beslaan ISCED niveau 1 (na 6 jaar basisonderwijs), ISCED niveau 2 (na 2 jaar voortgezet algemene educatie, voorbereidend op hogere educatie of 4 jaar lager beroepsonderwijs) en ISCED niveau 3 (na 5 of 6 jaar voortgezet onderwijs of beroepsonderwijs).

Voor rekenenwiskunde/gecijferdheid beschrijven de standaarden vier kennisdomeinen:

1. Getallen
2. verhoudingen/proporities en proportioneel beredeneren
3. maten, vormen en ruimte, geometrie
4. verwerken van informatie

Ieder domein is gebaseerd op drie delen:

- a. Betekenis geven, wiskundige taal, gebruik van formules en berekeningen uitvoeren
- b. Relaties leggen tussen en verweven van rekenwiskundige kennis en procedures
- c. Probleemoplossend denken

Ieder van de hierboven genoemde domeinen en onderdelen houdt in:

- kennis: concepten, feiten, berekeningen en het toepassen van probleemoplossende procedures
- gebruik: in situaties op school, maar ook in functionele situaties in het dagelijks leven
- begrip: weten waarom, begrijpen, uitleggen en strategisch denken

De voorbeelden hierboven laten zien hoe landen omgaan met wiskundige kennis en competenties in (volwassenen) educatie en beroepsonderwijs. In het ENF framework respecteren we de standaarden van de verschillende Europese landen. Het ENF biedt enkel een overkoepelende inhoudsgebaseerde niveau-indeling voor wiskundige kennis en vaardigheden die kunnen worden geïmplementeerd in nationale en lokale programma's voor gecijferdheid. Dit kan landen helpen om te vergelijken, verbeteren of opzetten van hun eigen standaarden voor het leren en onderwijzen van gecijferdheid en om hun programma's op één lijn te krijgen. Het ENF biedt voorbeelden voor good practices in vier domeinen en op vijf niveaus, die gebruikt kunnen worden om een gecijferde houding te ontwikkelen. Hierdoor kan een algemene basis worden ontwikkeld voor de kwaliteit van het onderwijzen en leren in de volwasseneneducatie in Europese landen.

6. Uitgangspunten voor de ENF niveau indeling

In het algemeen ondersteunt de ENF de competenties zoals die worden omschreven door de Europese Commissie van wiskundige geletterdheid (kennis, vaardigheden en attitudes; zie appendix 1) en in het EQF (zie appendix 3). Aanvullend hierop zijn de volgende uitgangspunten gespecificeerd voor de ENF niveau-indeling.

1. Het ENF omvat 5 ENF niveaus.

ENF Level 1 en 2 leiden tot EQF en ISCED level 1

ENF Level 3 en 4 leiden tot EQF en ISCED level 2

ENF Level 5 is het brugniveau tussen EQF and ISCED level 2 and 3.

The ENF levels 2 and 4 zijn cruciaal for het assessment van EQF and ISCED levels 1 en 2.

2. Ieder ENF niveau is verdeeld in vier kennisdomeinen:

- Getallen en bewerkingen
- Proportioneel redeneren (verhoudingen, decimale getallen, breuken, procenten)
- Meten (inclusief het metriek stelsel, geld, tijd en dimensie)
- Informatie-verwerking (data, kans, change, eenvoudige statistiek, tabellen, grafieken, kalender en temperatuur, gecombineerd met de kennis en vaardigheden van de eerste drie domeinen)

3. Ieder ENF niveau refereert aan alle facetten van gecijferdheid gedrag zoals is aangegeven in figuur 1 (zie hierboven).

4. Ieder niveau omvat 21 velden (boxes).

- Ieder item in ieder veld representeert een bepaalde rekenwiskundecategorie. Dit patroon wordt op ieder niveau herhaald. Hierdoor is het mogelijk om zowel horizontaal per niveau als verticaal door de verschillende niveaus te toetsen, waardoor een profiel van een individuele persoon kan ontstaan.

- Ieder niveau heeft 21 velden met tenminste één item in ieder veld.

Om het mogelijk te maken om de gecijferdheidscompetenties van individuele personen te toetsen, biedt het ENF een webgebaseerd toetsprogramma, assessment tool. De items in deze tool (in dit programma) beslaan de EQF en ISCED niveaus 1 en 2.

Ieder item in ieder veld van deze niveaus volgt/houdt zich aan de volgende criteria:

- Ieder item representeert een context die is afgeleid van een situatie uit het dagelijks leven (werk, persoonlijke omgeving, maatschappij en voor (?) verder leren)
- Ieder item verlangt het activeren van rekenwiskundige kennis en vaardigheden, alfabetiseringsvaardigheden en probleemoplossende vaardigheden
- Ieder item is beschreven volgens de wijze van gecijferdheid gedrag
- Ieder item omvat slecht één opgave (opdracht)
- Iedere opgave is een opgave met een open einde, zoals in situaties in het dagelijks leven
- Iedere opgave is duidelijk, helder en kan gemeten worden met correct of niet-correct

In het algemeen: mensen zijn vrij om een rekenmachine te gebruiken, of andere middelen zoals geld, een maatband of weegschalen, zoals in het dagelijks leven.

Niveau 2 of niveau 4 is behaald wanneer een persoon tenminste 80% van de opgaven correct heeft beantwoord. Dat betekent (afgerond) 17 correct items.

7. De ENF niveaus vergeleken met de ISCED en EQF niveaus.

De ENF niveau-indeling omvat de EQF en ISCED niveaus 1 en 2. Een kort overzicht van de ISCED en EQF niveaus wordt gegeven in de appendices 2 en 3.

Vergeleken met de ISCED niveaus (1997) bouwen de ENF niveaus voort op de volgende criteria: Compared to the ISCED levels (1997) the ENF levels build on the following criteria:

ENF level	Vergelijking met		ISCED level (UNESCO, 1997)
1	0 tot 4 jaar schoolervaring	Minder dan ISCED 1	
2	5-7 jaar schoolervaring	ISCED 1	ISCED LEVEL 1: Vergelijkbaar met eind basisonderwijs (1F)
3	8-9 jaar schoolervaring	ISCED 1 maar nog geen ISCED2	
4	10-11 jaar schoolervaring	ISCED 2	ISCED LEVEL 2: Vergelijkbaar met onderbouw voortgezet onderwijs of met leeftijd 14-15 jaar. (2F)
5	12 jaar of meer schoolervaring	Meer dan ISCED 2	

Figuur 2. Correspondentie ENF en ISCED niveaus

Op deze manier wordt het ENF gebaseerd op de 5 niveaus van ‘schoolervaring’, die verbonden zijn met het schooltraject van de individuele persoon. Hier kan worden opgemerkt dat het aantal jaren van formele schoolervaring niet automatisch gerelateerd is aan het niveau van educatie.

Volgens de EQF niveaus (2008) beslaat het ENF de niveaus 1 en 2 en overbrugt niveau 2 en 3.

EQF niveau	kennis	vaardigheden	Competentie	voorbeeld
niveau 1	Algemene basiskennis	Basisvaardigheden om eenvoudige taken te kunnen uitvoeren	Werk of studie onder directe supervisie in een gestructureerde omgeving/context	
niveau 2	Basiskennis voor werk of studie	Basiskennis en praktische om relevante informatie te kunnen gebruiken om eenvoudige taken en routinewerk te kunnen uitvoeren	Werk of studie onder supervisie van een leidinggevende	Lager voortgezet onderwijs
niveau 3	Kennis van feiten, principes, processen en algemene begrippen voor werk of studie	Een range cognitieve en praktische vaardigheden om taken te kunnen uitvoeren en problemen op te lossen op basis van (standaard)procedures en door keuzes te maken voor materialen en informatie.	Verantwoordelijkheid kunnen nemen voor het uitvoeren van taken in werk of studie; eigen gedrag kunnen aanpassen in situaties waarbij problemen moeten worden opgelost.	

Figuur 3. EQF niveaus 1,2 and 3

De ENF niveaus in combinatie met ISCED en EQF levels:

ENF niveau	ISCED niveau (1997)	Vergeleken met	EQF niveau (2008)
1			
2	1	Eind basisonderwijs (1F)	1
3			
4	2A - type 1	Eind onderbouw voortgezet onderwijs (2F)	2
5	2A -type 2	Aansluiting bovenbouw vo en lager mbo	Overbrugging niveau 2 en 3

Figuur 10. Correspondentie ENF met ISCED en EQF niveaus.

8. Complexiteitsfactoren per niveau en per item

Situaties in het dagelijks leven zijn vaak behoorlijk complex. Deze complexiteit wordt bepaald door een aantal factoren:

- Het type context: bekendheid met en transparantie van een situatie
- Het type informatie: de kwantiteit en de complexiteit van mondelinge en papiergebaseerde informatie (het gebruik van getallen, tekst en afbeeldingen)
- Het type handeling: getallen en complexiteit van rekenwiskundige operaties (handelingen), ofwel handelingen en berekeningen.

Deze kunnen de complexiteit van contexten en items bepalen binnen het ENF. Dit betekent dat we de complexiteitsfactoren per niveau en zelfs per item moeten beschrijven om een standaard per niveau te bereiken. Het schema hieronder laat zien hoe de niveaus per type context, type informatie en type handeling geïndiceerd worden. Het schema is afgeleid van de ALL Survey waar het is gebruikt om items te ontwikkelen voor het gedeelte gecijferdheid van de survey. (Gal et al., 2000).

<p>Type context (werkelijkheids situatie en transparantie van het probleem)</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. eenduidige, eenvoudige situatie, geen afleiders. 2. eenduidige, eenvoudige situatie, met slechts één afleider. Het probleem is goed gedefinieerd. 3. een enigszins complex situatie, maar wel goed gedefinieerd. Eén of twee afleiders. Een enkele interpretatie/denkstap is gewenst, maar het probleem kan met behulp van een eenvoudige standaardprocedure worden opgelost. 4. complexe situatie. Meer interpretaties/denkstappen gewenst. Het probleem kan worden opgelost door meer complexere berekeningen, modellen en/of eenvoudige formules te gebruiken. 5. meer complexe situatie. Meerdere denkstappen zijn nodig. Het probleem kan worden opgelost door rekenwiskundige berekeningen op gevorderd niveau toe te passen, bijvoorbeeld een combinatie van breuken en procenten.
<p>Type of information (alle taken zijn open taken, zoals in het werkelijke leven; geen multiple choice)</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. heldere informatie in getallen, afbeeldingen, maten, eenvoudige tabellen of grafieken in een eenduidige context, in combinatie met weinig of geen tekst. Eventuele tekst is noodzakelijk om de rekenwiskundige opdracht te kunnen begrijpen. 2. heldere informatie in getallen, afbeeldingen, maten, eenvoudige tabellen of grafieken in een eenduidige context, in combinatie met of ingebed in weinig tekst. Een deel van de tekst mag afleidend zijn. (zie type context) 3. informatie in een combinatie van getallen, afbeeldingen, objecten, maten, tabellen of grafieken, ingebed in meer eenvoudige tekst. Een deel van de tekst mag afleidend zijn. (zie type context) 4. complexe informatie ingebed in een combinatie van getallen, afbeeldingen, objecten, maten, tabellen of grafieken, ingebed in meer tekst, met meer afleiders (zie type context). 5. complexe informatie ingebed in een combinatie van getallen, afbeeldingen, objecten, maten, tabellen of grafieken, ingebed in veel complexe tekst, met meer afleiders (zie type context).
<p>Type handeling</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. één denkstap vereist: slechts één rekenwiskundige handeling is nodig. 2. twee denkstappen vereist: taken kunnen één of twee rekenwiskundige handelingen omvatten. 3. drie denkstappen vereist: taken kunnen twee of drie dezelfde of verschillende rekenwiskundige handelingen omvatten. 4. meer denkstappen vereist: taken kunnen meer rekenwiskundige handelingen omvatten 5. veel denkstappen vereist: taken kunnen meer rekenwiskundige handelingen omvatten. Toepassing van gevorderde rekenwiskundige technieken kunnen vereist zijn, bijvoorbeeld een combinatie van breuken en procenten.

Figuur 2. Overzicht complexiteit in taken

Wat betreft de dagelijkse situaties focussen de items op de verschillende niveaus op het dagelijkse (persoonlijke) leven, werk, maatschappij en verder leren/vervolgonderwijs zoals beschreven in figuur 3.

Toewijzing contexten per niveau	<ol style="list-style-type: none"> 1. dagelijks leven en werk 2. dagelijks leven en werk 3. dagelijks leven, werk en maatschappij 4. dagelijks leven, werk en maatschappij 5. werk en verder leren
---------------------------------	---

Figuur 3. allocation of items to the levels in the ENF classification levels.

Het niveau van de items kan worden bepaald door het volgende telsysteem op ieder item toe te passen. Ieder item kan maximaal 5 punten per categorie krijgen, afhankelijk van het niveau dat het moet hebben.

	Aantal punten
Type context	1-5
Type informatie	1-5
Type handeling	1-5

Figuur 4. Allocation of points to items based on complexities

Een item kan bijvoorbeeld 2 punten hebben bij type context, 3 punten bij type informatie en 3 punten bij type handeling. Dat betekent een totaal van 8 punten. Dit item zal dan een item op niveau 3 zijn. Zie de interpretatie van totalen in de tabel hieronder.

Interpretatie van totalen:

Niveau	Aantal punten
1	1-2-3
2	4-5-6
3	7-8-9
4	10-11-12
5	13-14-15

Figuur 5. Niveau- indicatie van items gebaseerd op complexiteit

9. De opzet van de inhoud van de domeinen en items per niveau

In de niveauctlassificatie richt het ENF zich op de inhoud in vier domeinen en vijf niveaus.

Er zijn vier domeinen en vijf niveaus. Ieder niveau heeft dezelfde structuur. De inhoud stijgt in moeilijkheid en complexiteit per niveau zoals is geïndiceerd in de complexiteitsfactoren in de vorige sectie. Ieder veld in de domeinen Getallen en bewerkingen, Verhoudingsgewijs redenering en Meten representeert een specifiek subdomein. In het vierde domein (Informatieverwerking / data) worden alle types van rekenwiskundige handelingen van de eerste drie domeinen geïntegreerd op manieren zoals aangegeven in de velden.

De vier domeinen zijn:

Getallen en bewerkingen

Verhoudingsgewijs redeneren

Metten

Informatieverwerking / data

Getallen en bewerkingen (GB)	Verhoudingsgewijs redeneren (V)	Metten (M)	Informatieverwerking / data (info)
Het system van hele getallen	Begrip van verhoudingen en verhoudingentaal gebruiken e	Lengte/oppervlakte/ (m, km, m ² , km ²)	Getallen / afbeeldingen, / tekst
Optellen	Breuken /verhoudingen	volume / inhoud (dm ³ , liters)	Metten / getallen / tekst
Aftrekken	Decimale getallen/ verhoudingen	Massa / Gewicht	Verhoudingsgewijs redeneren / tekst
Vermenigvuldigen	procenten/verhoudingen	Tijd	Tabellen /getallen / tekst
Delen	Geïntegreerd breuken, decimale getallen, procenten / verhoudingen	Geld	Grafieken,/ getallen / tekst
		Vormen en ruimte Drie-dimensionaal (3D)	

Figuur 6. Overzicht van de domeinen in de niveauctlassificatie

10. Vertaling en adaptatie

Het ENF voorziet in richtlijnen voor het vertalen en adapteren van ENF items in de databank in verschillende talen. Deze sectie presenteert een kort overzicht van criteria voor vertaling en adaptatie. Meer gedetailleerde richtlijnen zijn verkrijgbaar in het handboek en in het web programma.

The ENF provides guidelines for translation and adaption of ENF items in the database in different languages. This section presents a brief overview of translation and adaption criteria. More detailed guidelines are available in the handbook of the web tool.

De richtlijnen/criteria voor vertaling houden onder meer in:

- A Introductie
- B Doelen / Doelstellingen
- C Culturele aspecten
- D Taal aspecten
- E Wiskundige aspecten
- F Kritische elementen

A. Introductie

Vertaling van ENF assessments en items met oefeningen vragen om zorgvuldige aandacht. Het ENF handboek voorziet in algemene richtlijnen voor het vertalen van items om zeker te stellen dat de items voor de ENF assessment en voor de ENF online tool zo goed mogelijk vertaald worden naar de talen van de doelgroep/ naar de doeltalen om de kwaliteit van de items te garanderen.

Deze specifieke richtlijnen zijn er om zeker te stellen dat de gecijferdheid items zo goed mogelijk vertaald worden en om de kwaliteit van de ENF items in alle deelnemende landen te garanderen.

Deze richtlijnen voor vertaling zijn gebaseerd op de ALL richtlijnen voor vertaling van de ALL gecijferdheid items, om zeker te stellen dat de gecijferdheid items voor het ENF internationaal juist geworteld zijn in voorgaand onderzoek en aangetoonde ervaringen.

B. Doelstellingen

Overkoepelend doel

- Vertalers hebben een duidelijk begrip hoe ENF items vertaald moeten worden.

Specifieke doelstellingen:

- Vertalers weten hoe culturele verschillen in de gecijferdheid items zo klein mogelijk gehouden/gemaakt kunnen worden.
- Vertalers weten hoe om te gaan met taal issues in de gecijferdheid items door niet het leesniveau van de tekst in de items te verhogen.

Vertalers weten hoe om te gaan met rekenwiskundige vraagstukken in de gecijferdheid items om geen verschillen in de moeilijkheidsniveaus of in de wiskundige handelingen te creëren.

C. Culturele aspecten

In alle cognitieve toetsen komen we het probleem tegen van culturele verschillen in en tussen landen. Van de ENF assessment items wordt verwacht dat ze rekenwiskundige vaardigheden in verschillende landen meten. Voorbeelden van zulke rekenwiskundige vaardigheden zijn: het doen van berekeningen met geld, procenten, breuken, bepalen van de precieze lengte en breedte van het terras en de gegeven maat van de tegels, enz.

Rekenwiskundige vaardigheden in de ENF gecijferdheid items worden verpakt in contexten, afgeleid van situaties uit het dagelijks leven. Het ENF project team heeft gezocht naar stimuli in contexten die in verschillende landen gebruikt kunnen worden. Situaties uit het dagelijks leven kunnen van land tot land, of zelfs binnen een land verschillen, waardoor culturele verschillen ontstaan. Hierdoor zijn er altijd contexten die simpelweg niet “vertaald” kunnen worden naar alle landen. In zulke gevallen kan de stimulus in de context worden aangepast naar meer algemene situaties uit het dagelijks leven, die bekend zijn voor de mensen in dat land. Ondanks dat, moeten we in alle gevallen zeker zijn dat er geen veranderingen worden gemaakt die de rekenwiskundige vaardigheden in een item beïnvloeden.

D. Taalaspecten

De tekst van het originele ENF assessment en de oefeningen van de items komen van verschillende talen van de deelnemende landen en worden eerst vanuit de originele taal vertaald naar het Engels. (British English). Van ieder land wordt verwacht dat de vertaling van de items naar het Engels zo dicht mogelijk bij de originele tekst blijft. Dat betekent: geen veranderingen in het leesniveau, in de lengte van de tekst, in de helderheid van de tekst, in de complexiteit van de tekst, en geen veranderingen in het type tekst in de contexten. Geef niet meer uitleg en geef niet meer informatie dan in de originele tekst het geval is.

De tweede stap is de vertaling van het Engels naar een andere taal, die niet de originele taal is. Hiervoor gelden de zelfde condities als hierboven zijn genoemd/toegepast. Indien mogelijk, vergelijk de vertaling met de originele tekst (b.v. Duits, Engels en Nederlands).

Ieder item heft drie types tekst:

- a) Tekst in de context
- b) Tekst in de vraag van het item
- c) Specifieke informatie of instructies, afhankelijk van het item

E. Wiskundige (Rekenkundige) aspecten:

Rekenwiskundige informatie in items kan worden onderscheiden in:

- a) rekenwiskundige informatie in de context
- b) rekenwiskundige informatie in de vraag
- c) rekenwiskundige instructie in de vraag

Aanvullend is er nog een belangrijk onderwerp:

- d) rekenwiskundige informatie betreffend munteenheden en maten in a en b

F. Kritische elementen

Voor ieder item in het online tool en in het assessment, worden kritische elementen beschreven om het doel van het item, het rekenwiskundige kennisdomein, de complexiteit, het niveau en het dagelijks

leven domein van het item te bepalen. Deze kritische elementen worden beschreven in de sectie ‘complexiteitsfactoren’ en zijn cruciaal voor het vertalen naar andere talen.

De kritische elementen worden doorgevoerd in de online tool en brengen(plaatsen) ieder item in het juiste veld.

De kritische elementen omvatten:

1. Het doel van het item
2. Het ‘echte’ leven domein (dagelijks leven, werk, maatschappij en verder leren)
3. Kennisdomein
4. Type context
5. Type informatie
6. Type handeling
7. Itemvraag of instructie
8. Het juiste (correcte) antwoord
9. De niveau-indicatie

11. De validering van niveaus

Om de niveaus 2 en 4 van de ENF te kunnen valideren, is er in het laatste kwartaal van 2010 een pilot-onderzoek gedaan in vier partnerlanden: Hongarije, Nederland, Oostenrijk en Spanje.

Om het ENF framework te valideren, is er een testprocedure ontworpen met daarbij in gedachten houdend de geldigheid en betrouwbaarheid gebaseerd op het feit dat het ENF:

- (a) Gedrag in gecijferdheid discrimineert op een schaal van 5 niveaus, waarbij
- (b) Niveau 2 en niveau 4 gelinieerd zijn aan ISCED niveau 1 en niveau 2.

Voor dit validatie-onderzoek hebben we twee testboeken samengesteld. (A en B), ieder bestaand uit 11 items. De items zijn geselecteerd van een pool van items die was gecreëerd door deelnemers van de partnerlanden, gebaseerd op aannames van de complexiteitscriteria zoals beschreven in sectie 8. De 22 geselecteerde items werden vervolgens geordend van makkelijk naar moeilijk en verdeeld over de twee boeken zoals te zien is in figuur 7. Omdat de niveaus 2 en 4 cruciaal zijn voor de ISCED niveau-indicatie, hebben we 2 x 8 items geselecteerd voor deze twee niveaus, variërend in een totaal aantal punten zoals is te zien in figuur 5. Op deze manier hebben we twee sets met items (A en B) van ‘makkelijk’ naar ‘moeilijk’ gecreëerd.

	SET A	SET B
NC1	1	1
NC2	4	4
NC3	1	1
NC4	4	4
NC5	1	1
Total # items	11	11

Figuur 7. Items per level en per set (A of B).

De onderzoeksgroep bestaat uit 55 (jonge) volwassenen in ieder land, komend uit de volwasseneneducatie en het beroepsonderwijs. De helft van iedere groep had een educatief niveau tot en met ISCED niveau 1 en de andere helft tot en met ISCED niveau 2. Hiervoor maakten we een selectie van mensen gebaseerd op hun formele educatie. In totaal namen 220 volwassen leerlingen deel

aan het onderzoek. Andere criteria waren bijvoorbeeld geslacht, leeftijd (<25>) en de thuis taal. Alle deelnemers deden de boeken A en B in twee keer in 30 minuten.

De resultaten laten zien dat beide, de ENF niveaus en de ISCED niveaus, goed corresponderen met het aantal jaren onderwijs op school (volgens de Pearson correlaties 0,942 and 0,861).

Ook suggereert de overeenkomst in de resultaten tussen de ENF niveaus en de ISCED niveaus in de testen (toetsen) A en B (Pearson correlaties 0,271 and 0,286) dat de antwoorden consistent waren met de niveaus van de deelnemers (respondenten). De informatie suggereert tevens dat er significante lineaire correlaties zijn tussen het aantal jaren formeel schoolonderwijs en de scores die in de testen A en B behaald werden: mensen met een langere formele onderwijsachtergrond zij degene die beter presteren in zowel de toets A als B.

Voor voorbeelden, zie bijlage 5.

12. ENF en EQF

De introductie van het EQF systeem in Europa heeft twee principiële doelen: het promoten van de mobiliteit van burgers tussen landen en het faciliteren van lifelong learning / een leven lang leren. Het biedt een systeem dat het mogelijk maakt om nationale kwalificatie grensoverschrijdend te beoordelen/. Dit betreft in principe een certificatie op alle niveaus van onderwijs. Hoewel, voor de laagste niveaus in de volwassenen educatie en het beroepsonderwijs, speciaal in alfabetiserings- en gecijferdheid-cursussen, is er geen duidelijkheid/bewijs in de kwalificaties, of helemaal geen kwalificatie. Dit is de reden waarom het In Balance project is gestart met het creëren van een internationaal algemeen framework in gecijferdheid, in eerste instantie gerelateerd aan de ISCED niveaus, later ook aan het EQF.

In het kader van het ontwikkelen van curricula, gebaseerd op het EQF systeem, is er een pilootonderzoek gestart voor cursussen op lager niveau in de volwasseneneducatie in Nederland, vergelijkbaar met de ENF niveaus 1 en 2. Het In Balance project team heeft aangeboden om deel te nemen in het gedeelte gecijferdheid van dit onderzoek met de inhoud van de ENF niveaus 1 en 2. We hebben de leerdoelen van de ENF niveaus 1 en 2 vertaald naar de leerresultaten in de vier inhoudsdomeneinen per niveau.

Deelnemers en docenten werden gevraagd om deze leerresultaten te markeren met een cijfer van 1 tot 10, waarbij 10 de hoogste score is. De betrouwbaarheid van deze inhoudsdomeneinen zijn te zien in figuur 8. Deze resultaten zijn erg veelbelovend voor de ENF niveaus (De Greef, 2011).

ENF level 1	domain	Cronbach's reliability N=36
1	Getallen en bewerkingen	0.945
2	Verhoudingsgewijs redeneren	0.957
3	Meten	0.940
4	Informatieverwerking	0.748

ENF level 2	domain	Cronbach's reliability N=65
1	Getallen en bewerkingen	0.965
2	Verhoudingsgewijs redeneren	0.944
3	Meten	0.936
4	Informatieverwerking	0.748

Figuur 8. betrouwbaarheid van inhoudelijke domeinen op ENF niveaus 1 and 2.

Literatuur

- Coates, S., Fitzpatrick, L., McKenna, A., & Makin, A. (1995). *National Reporting System*. Melbourne: Commonwealth of Australia and the Australian National Training Authority, Australia.
- Coben, D., O'Donoghue, J., & Fitzsimons, G. (ed.), (2000). *Perspectives on Adults Learning Mathematics, Research and Practice*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
- De Greef, M. (2011). *Ondersteuning en certificering van digitaal leren van laagopgeleiden. Kaders voor een digitale leer- en oefenomgeving.*'s-Hertogenbosch: Artéduc, Netherlands.
- European Commission, Education and Culture (2008). *The European Qualifications Framework for Lifelong Learning (EQF)*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.
http://ec.europa.eu/education/policies/educ/eqf/index_en.html - web page of the [European Commission](#)
- European Commission, Education and Culture (2005). *Fundamentals of a 'Common Quality Assurance Framework (CQAF) for VET in Europe*. European Commission.
- European Commission, Education and Culture (2004). *Framework for key competencies*. European Commission.
- Gal, I. (ed.) (2000). The numeracy Challenge.
in: Gal, Iddo: *Adult Numeracy Development. Theory, Research, Practice*. Cresskill, New Jersey: Hampton Press, Inc..
- Gal, I., Alatorre, S., Sean Close, S., Evans, J., Johansen, L., Maguire, T. Manly, M. & Tout, D. (2009). *PIAAC Numeracy. A conceptual framework*. OECD Education Working Paper No. 35 .
- Gal, I., van Groenestijn, M., Manly, M., Schmitt, M. J., & Tout, D. (2005). Adult numeracy and its assessment in the ALL survey: A conceptual framework and pilot results. In Murray, S. T., Clermont, Y., & Binkley, M. (Eds), *Measuring adult literacy and life skills: New frameworks for assessment* Ottawa: Statistics Canada. (pp. 137-191).
- Merrifield, J. (2000). *Equipped for the Future Research Report: Building the Framework, 1993-1997*. Washington, DC: National Institute for Literacy.
- Rychen, D. S., & Salganic, L. H. (Eds) (2003). *Key competencies for a successful life and a well-functioning society*. Gottingen, Germany: Hogrefe & Huber.
- Stein, S. (1995). *Equipped for the Future: A Customer-Driven Vision for Adult Literacy and Lifelong Learning*. Washington DC: National Institute for Literacy.
- Stein, S. (1997). *Equipped for the future. A Reform Agenda for Adult Literacy and Lifelong Learning*. Washington, DC: National Institute for Literacy.
- Stein, S. (2000). *Equipped for the Future Content Standards: What Adults Need to Know and Be Able to Do in the 21st Century*. Washington, DC: National Institute for Literacy
- UNESCO (1997). *International Standard Classification for education*. www.unesco.org
- Working group on Basic skills, foreign language teaching and entrepreneurship (2003). *Key competencies – Definitions, Knowledge, Skills and Attitudes*.
- Van Groenestijn, M. (2002). *A Gateway to Numeracy. A Study of Numeracy in Adult Basic Education*. Utrecht, Netherlands: CD β Press.
- Van Groenestijn, M. and Lindenskov, L. (eds.) (2007). *Mathematics in Action, Communalities across differences. A handbook for teachers in Adult Education*. Woerden: ALL Foundation, Netherlands.

Bijlage 1. Framework for key competencies - European Commission (2004)

FRAMEWORK FOR KEY COMPETENCES IN A KNOWLEDGE-BASED SOCIETY			
3.1. Mathematical literacy			
	The competence consists of the following elements of knowledge, skills and attitudes as appropriate to the context:		
• Definition of the competence	• Knowledge	• Skills	• Attitudes
<ul style="list-style-type: none"> • <i>At the most basic level, mathematical literacy comprises the use of addition and subtraction, multiplication and division, percentages and ratios in mental and written computation for problem-solving purposes</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Sound knowledge and understanding of numbers and measures and the ability to use them in a variety of everyday contexts is a foundation skill that comprises the basic computation methods and an understanding of elementary forms of mathematical presentation such as graphs, formulas and statistics.</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Ability to apply the basic elements of mathematical literacy such as</i> • <i>addition and subtraction;</i> • <i>multiplication and division;</i> • <i>percentages and ratios;</i> • <i>weights and measures to approach and solve problems in everyday life, e.g.:</i> • <i>managing a household budget (equating income to expenditure, planning ahead, saving);</i> • <i>shopping (comparing prices, understanding weights and measures, value for money);</i> • <i>travel and leisure (relating distances to travel time; comparing currencies and prices)</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Readiness to overcome the 'fear of numbers'.</i> • <i>Willingness to use numerical computation in order to solve problems in the course of day-to-day work and domestic life.</i>

Basic mathematical literacy (“numeracy”) is a foundation skill for all subsequent learning in other domains of key competences.

FRAMEWORK FOR KEY COMPETENCES IN A KNOWLEDGE-BASED SOCIETY

3.1. Mathematical literacy (continued)

The competence consists of the following elements of knowledge, skills and attitudes as appropriate to the context:

Definition of the competence	Knowledge	Skills	Attitudes
<p><i>As mathematical competence develops further, it involves, as appropriate to the context, the ability and willingness to use mathematical modes of thought (logical and spatial thinking) and presentation (formulas, models, constructs, graphs/charts) which have universal application in explaining and describing reality</i></p>	<p><i>Sound knowledge of mathematical terms and concepts, including the most relevant theorems of geometry and algebra. Knowledge and understanding of the kinds of questions that mathematics may offer an answer to.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Ability to follow and assess chains of arguments, put forward by others, and to uncover the basic ideas in a given line of argument (especially a proof), etc.</i> - <i>Being able to handle mathematical symbols and formulae, to decode and interpret mathematical language and to understand its relations to natural language. Ability to communicate in, with, and about mathematics.</i> - <i>Ability to think and reason mathematically (mastering mathematical modes of thought, : abstracting and generalising where relevant to the question and modelling mathematically (i.e. analysing and building models) by using and applying existing models to questions posed.</i> - <i>Being able to understand and utilize (decode, interpret and distinguish between) different sorts of representations of mathematical objects, phenomena and situations, choosing and switching between representations as and when appropriate.</i> - <i>Disposition towards critical thinking; ability to distinguish between different kinds of mathematical statements (between e.g. an assertion and an assumption, etc.); understanding of mathematical proofs and the scope and limitations of a given concept.</i> - <i>Ability to make use of aids and tools (including IT).</i> 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Respect for truth as the basis of mathematical thinking.</i> - <i>Willingness to look for reasons to support one's assertions.</i> - <i>Willingness to accept or reject the opinions of others on the basis of valid (or invalid) reasons or proofs.</i>

Mathematics, although intrinsically linked to numeracy, is of higher complexity. “Mathematical behaviour” is about describing reality through constructs and processes which have universal application. It is best described as a combination of skills and attitudes. The definition emphasises the importance of “mathematical activity” and acknowledges the “links with reality” as a current emphasis in maths education.

Bijlage 2. Beknopt overzicht van relevante ISCED niveaus 1,2 en 3.

De *International Standard Classification of Education* (ISCED) was ontwikkeld door de UNESCO in de jaren 70 als een instrument om internationaal statistische informatie over onderwijs te kunnen verzamelen en te presenteren. ISCED werd geaccepteerd tijdens de Internationale Conferentie over Onderwijs in Geneve in 1975. Sindsdien is dit classificatiesysteem er regelmatig vernieuwd. De huidige niveau-indeling dateert van 1997, tijdens de 29^{ste} UNESCO-Conferentie.

ISCED heeft 7 niveaus en heeft een bereik van kleuterschool (groep 1) tot en met tertiair onderwijs (universiteit en HBO) (zie onderstaande tabel)

niveau 0	Kleuterschool (groep 1en2)
niveau 1	Basisonderwijs en eerste niveau van basiseducatie
niveau 2	Lager vervolgonderwijs (eerste 2 leerjaren vo en vmbo BB/KB) en tweede niveau van basiseducatie
niveau 3	Vervolg voortgezet onderwijs (bovenbouw vmbo TL/GT, havo/vwo)
niveau 4	MBO
niveau 5	HBO en universiteit (bachelor)
niveau 6	Universiteit en HBO (master en PhD)

Tabel 1. ISCED niveaus (Unesco, 1997).

ISCED niveau 1 correspondeert met het eerste niveau van basiseducatie. Dit bestaat uit alfabetisering en basisprogramma's voor rekenen/gecijferdheid, omschreven als:

“Literacy or basic skills programmes within or outside the school system are similar in content to programmes in primary education for those considered too old to enter elementary school are also included at this level because they require no previous formal education”. (ISCED, 1997)

ISCED niveau 2 leidt tot onderbouw voortgezet onderwijs en lager vmbo (BB en KB). Dit niveau is onderverdeeld in subcategorieën en subtypes voor verschillende doelen in het vervolgonderwijs. Voor ENF zijn de subcategorieën 2C en type 1 en type 2 relevant.

De subcategorieën zijn:

ISCED 2A: programmes designed to prepare students for direct access to Level 3 in a sequence which would ultimately prepare students to attend tertiary education, that is, entrance to ISCED 3A or 3B.

ISCED 2B: programmes designed to prepare students for direct access to programmes at Level 3C.

ISCED 2C: programmes primarily for direct access to labour market at the end of this level (sometimes referred to as “terminal” programmes).

Programma's op niveau 2 kunnen worden onderverdeeld in drie types, welke leiden tot drie types vervolgonderwijs:

- *Type 1 (general): education which is not designed explicitly to prepare participants for a specific class of occupations or trades or for entry into further vocational or technical education programmes. Less than 25% of the programme content is vocational or technical.*
-
- *Type 2 (pre-vocational or pre-technical): education which is mainly designed to introduce participants to the world of work and to prepare them for entry into further vocational or technical education programmes. Successful completion of such programmes does not lead to a labour-market relevant vocational or technical qualification. For a programme to be considered as pre-vocational or pre-technical education, at least 25% of its content has to be vocational or technical.*
-
- *Type 3 (vocational or technical): education which prepare participants for direct entry, without further training, into specific occupations. Successful completion of such programmes leads to a labour-market relevant vocational qualification.*

ISCED niveau 3 leidt op voor de hogere niveaus in vervolgonderwijs: bovenbouw havo/vwo en vmbo TL en GT.

On the other side, ISCED Level 3 leads to an upper secondary level of education. According with the original document of ISCED, ISCED 3 corresponds to the final stage of secondary education in most OECD countries. Instruction is often more organised along subject-matter lines than at ISCED Level 2 and teachers typically need to have higher level, or more subject-specific qualification than at ISCED 2. The entrance age to this level is typically 15 or 16 years. There are substantial differences in the typical duration of ISCED 3 programmes both across and between countries, typically ranging from 2 to 5 years of schooling. ISCED 3 may either be “terminal” (i.e. preparing the students for entry directly into working life) and/or “preparatory” (i.e. preparing students for tertiary education).

Bijlage 3. Het European Qualifications Framework (EQF)

Van Wikipedia, de openbare encyclopedie (n.d.)

Bron: http://ec.europa.eu/education/policies/educ/eqf/index_en.html - web page of the [European Commission](#)

(Redirected from [EQF](#))

The *European Qualifications Framework (EQF)* is a [European Union](#) initiative to create a translating facility for referencing [academic degrees](#) and other learning [qualifications](#) among EU member states. It is designed to allow national qualifications frameworks, for example the UK [Qualifications and Credit Framework](#) (QCF), to be cross referenced.

The EQF was formally adopted by the [European Parliament](#) and the Council on 23 April 2008.

The EQF is a common European reference framework which links countries' [qualifications](#) systems together, acting as a translation device to make qualifications more readable and understandable across different countries and systems in [Europe](#). It has two principal aims: to promote citizens' mobility between countries and to facilitate their lifelong learning.

The EQF has eight reference levels. The learning outcomes on these levels are depicted in the following table.

Descriptors defining levels in the European Qualifications Framework (EQF)

Level	Knowledge	Skills	Competence	Example
Level 1	Basic general knowledge	basic skills required to carry out simple tasks	work or study under direct supervision in a structured context	
Level 2	Basic factual knowledge of a field of work or study	basic cognitive and practical skills required to use relevant information in order to carry out tasks and to solve routine problems using simple rules and tools	work or study under supervision with some autonomy	lower secondary school (FI)
Level 3	Knowledge of facts, principles, processes and general concepts, in a field of work or study	a range of cognitive and practical skills required to accomplish tasks and solve problems by selecting and applying basic methods, tools, materials and information	take responsibility for completion of tasks in work or study; adapt own behaviour to circumstances in solving problems	
Level 4	Factual and theoretical knowledge in broad contexts within a field of work or study	a range of cognitive and practical skills required to generate solutions to specific problems in a field of work or study	exercise self-management within the guidelines of work or study contexts that are usually predictable, but are subject to change; supervise the routine work of others, taking some responsibility for the evaluation and improvement of work or study activities	Abitur , vocational school
Level 5 ¹	Comprehensive, specialised, factual and theoretical knowledge within a field of work or study and an awareness of the boundaries of that knowledge	a comprehensive range of cognitive and practical skills required to develop creative solutions to abstract problems	exercise management and supervision in contexts of work or study activities where there is unpredictable change; review and develop performance of self and others	HND
Level 6 ²	Advanced knowledge of a field of work or study, involving a critical understanding of theories and principles	advanced skills, demonstrating mastery and innovation, required to solve complex and unpredictable problems in a specialised field of work or study	manage complex technical or professional activities or projects, taking responsibility for decision-making in unpredictable work or study contexts; take responsibility for managing professional development of individuals and groups	Honours Bachelor Degree , vocational university (Fachhochschule) Bachelor

Level 7 ³	<ul style="list-style-type: none"> Highly specialised knowledge, some of which is at the forefront of knowledge in a field of work or study, as the basis for original thinking and/or research Critical awareness of knowledge issues in a field and at the interface between different Abitur 	specialised problem-solving skills required in research and/or innovation in order to develop new knowledge and procedures and to integrate knowledge from different fields	manage and transform work or study contexts that are complex, unpredictable and require new strategic approaches; take responsibility for contributing to professional knowledge and practice and/or for reviewing the strategic performance of teams	Masters, vocational university (Fachhochschule) Masters
Level 8 ⁴	Knowledge at the most advanced frontier of a field of work or study and at the interface between fields	the most advanced and specialised skills and techniques, including synthesis and evaluation, required to solve critical problems in research and/or innovation and to extend and redefine existing knowledge or professional practice	demonstrate substantial authority, innovation, autonomy, scholarly and professional integrity and sustained commitment to the development of new ideas or processes at the forefront of work or study contexts including research	Doctorate

1. The descriptor for the higher education short cycle (within or linked to the first cycle), developed by the Joint Quality Initiative as part of the Bologna process, corresponds to the learning outcomes for EQF level 5.
2. The descriptor for the first cycle in the Framework for Qualifications of the European Higher Education Area agreed by the ministers responsible for higher education at their meeting in Bergen in May 2005 in the framework of the Bologna process corresponds to the learning outcomes for EQF level 6.
3. The descriptor for the second cycle in the Framework for Qualifications of the European Higher Education Area agreed by the ministers responsible for higher education at their meeting in Bergen in May 2005 in the framework of the Bologna process corresponds to the learning outcomes for EQF level 7.
4. The descriptor for the third cycle in the Framework for Qualifications of the European Higher Education Area agreed by the ministers responsible for higher education at their meeting in Bergen in May 2005 in the framework of the Bologna process corresponds to the learning outcomes for EQF level 8.

Bron: http://ec.europa.eu/education/policies/educ/eqf/index_en.html - web page of the [European Commission](#)

Bijlage 4:

Inhoud per niveau en per cel

Niveau 1		Doel: Het verwerven van elementaire begrippen, kennis en vaardigheden in functionele en vertrouwde situaties of met behulp van contexten / voorbeelden uit het dagelijkse leven of de eigen werksituatie Context: vertrouwd, simpel en eenduidig; slechts een enkele handeling is nodig.	
Getallen en bewerkingen (GB)	Verhoudingsgewijs redeneren (V)	Meten (M)	Informatieverwerking/data (Info)
Het system van hele getallen en getalstructuur Betekenis geven aan getallen Eigenschappen van getallen Getallengebied $0 \leq 1000$	Verhoudingen en gebruik van verhoudingentaal Vergelijken, verhoudingentaal als verdubbelen, halveren, een kwart, een tiende	Lengte/oppervlakte Schatten, vergelijken; metriek stelsel: standaard maten: meter, kilometer, centimeter. Verdubbelen, halveren, halve meter, kwart, een tiende van een meter; Meten in functionele werkelijkheidssituaties . Eenvoudige berekeningen met standaardmaten.	Verwerken van informatie ingebed in getallen / afbeeldingen / tekst Lezen en begrijpen van eenvoudige informatie gerelateerd aan dagelijks leven en werk.
Optellen Basisbewerkingen optellen met hele getallen (hoofdrekenen, eenvoudige berekeningen op papier en met rekenmachine) Eigenschappen van getallen en bewerkingen In dit getallengebied, zoals $500+230=$.	Breuken/verhoudingen Kernbreuken; eenvoudige basisbewerkingen, zoals $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, $2x \frac{1}{2}$, $3x \frac{1}{2}$ in functionele werkelijkheidssituaties	Volume Schatten, vergelijken ; Metriek stelsel: standaard maten: liter. Verdubbelen, halveren, half (liter) Meten in functionele werkelijkheidssituaties Eenvoudige berekeningen met standaardmaten .	Verwerken van informatie ingebed in verhoudingen / getallen, afbeeldingen, tekst Lezen en begrijpen van eenvoudige informatie gerelateerd aan dagelijks leven en werk.
Aftrekken Basisbewerkingen aftrekken met hele getallen (hoofdrekenen, eenvoudige berekeningen op papier en met rekenmachine) Eigenschappen van getallen en bewerkingen In dit getallengebied, zoals $500-230=$	Decimale getallen/verhoudingen Kerndecimalen; eenvoudige basisbewerkingen, zoals $3x 0.5$ liter melk Gebruiken van decimalen in functionele werkelijkheidssituaties zoals bij het kopen van 2,5 kg. aardappelen. Weten dat 2,5 kg de helft is van 5 kg.	Massa / gewicht Schatten, vergelijken, Metriek stelsel: standaard maten: kilo, gram. Verdubbelen, halveren halve kilo, kwart, een tiende deel van een kilogram Wegen in functionele werkelijkheidssituaties Eenvoudige berekeningen met standaardmaten	Verwerken van informatieve ingebed in Meten / getallen/ afbeeldingen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven en werk.
Vermenigvuldigen Basisbewerkingen vermenigvuldigen met hele getallen (hoofdrekenen, eenvoudige berekeningen op papier en met rekenmachine) Eigenschappen van getallen en bewerkingen In dit getallengebied, zoals $6x8=$	Procenten/verhoudingen Kernpercentages zoals 100%, 50%, 25% 10% (begrip) Gebruiken van kernpercentages in functionele werkelijkheidssituaties, zoals uitverkoop, bijvoorbeeld 10% korting. Weten dat $10\% = 1/10$ deel	Tijd Lezen van klok en kalender (Analoog en digitaal)	Verwerken van informatie ingebed in tabellen / getallen / tekst Lezen en begrijpen van eenvoudige informatie gerelateerd aan dagelijks leven en werk.
Delen Basisbewerkingen delen met hele getallen (hoofdrekenen, eenvoudige berekeningen op papier en met rekenmachine) Eigenschappen van getallen en bewerkingen In dit getallengebied, zoals $40 \div 5 =$.	Integratie verhoudingen / breuken/ decimale getallen Verhoudingen, Kernbreuken en kerndecimalen, eenvoudige bewerkingen. Weten dat bijvoorbeeld $\frac{1}{2} = 0,5 =$ helft	Geld Schatten, vergelijken, contant betalen, geld terugkrijgen en teruggeven in werkelijkheidssituaties.	Verwerken van informatie ingebed in grafieken / getallen / tekst Lezen en begrijpen van eenvoudige informatie gerelateerd aan dagelijks leven en werk.
		Vorm en ruimte: Oriëntatie in ruimte; eenvoudige 3D- constructies; vorm, patronen, Symmetrische Figuren	

Inhoud per niveau en per cel

Niveau 2	Doel: Het verwerven van basisbegrippen, kennis en vaardigheden in functionele en minder vertrouwde situaties of met hulp van contexten uit het dagelijks leven of werk. Context: minder vertrouwd, maar eenduidig. Het probleem is goed omschreven.		
Getallen en bewerkingen (GB)	Verhoudingsgewijs redeneren (V)	Metten (M)	Informatieverwerking/data (Info)
Het system van hele getallen en getalstructuur Betekenis geven aan getallen Eigenschappen van getallen Getallengebied $0 \leq 100.000$	Verhoudingen en gebruik van verhoudingentaal Verhoudingentaal gebruiken zoals een op vier, een van de vier, vier keer zoveel	Lengte/ oppervlakte Metriek stelsel: begrijpen, lezen en gebruiken en eenvoudige berekeningen maken met alle maten binnen met metriek stelsel	Verwerken van informatie ingebed in getallen / afbeeldingen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven en werk.
Optellen Basisbewerkingen optellen met hele getallen Hoofdrekenen met honderdtallen, tientallen, duizendtallen; algoritmes en vrije bewerkingen op papier; gebruik rekenmachine	Breuken / verhoudingen Breukentaal / basisbewerkingen met veel voorkomende breuken; Vergelijken: weten dat $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$ Eenvoudige bewerkingen op papier met kernbreuken en hele getallen, zoals $2 \times \frac{3}{4}$ en $2 + \frac{3}{4}$ en $2 + 1\frac{1}{2}$	Volume / inhoud Metriek stelsel: begrijpen, lezen en gebruiken en eenvoudige berekeningen maken met alle maten binnen met metriek stelsel	Verwerken van informatie ingebed in verhoudingen / getallen, afbeeldingen, tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven en werk.
Aftrekken Basisbewerkingen optellen met hele getallen Hoofdrekenen met honderdtallen, tientallen, duizendtallen; algoritmes en vrije bewerkingen op papier; gebruik rekenmachine	Decimale getallen / verhoudingen Taal / basisbewerkingen met veel voorkomende decimale getallen ; vergelijkingen met breuken, zoals $0.10 = \frac{1}{10}$, $\frac{3}{10}$ is meer dan 0.25 . Eenvoudige bewerkingen op papier met decimale getallen, kernbreuken en hele getallen	Massa / gewicht Metriek stelsel: begrijpen, lezen en gebruiken en eenvoudige berekeningen maken met alle maten binnen met metriek stelsel	Verwerken van informatieve ingebed in Metten / getallen/ afbeeldingen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven en werk.
Vermenigvuldigen Basisbewerkingen met vermenigvuldigen met hele getallen Beheersing van de tafels Hoofdrekenen met honderdtallen, tientallen en duizendtallen, zoals 4×30 , 3×25 and 3×125 ; algoritmes en vrije bewerkingen op papier; gebruik rekenmachine	Percent / Proportion Taalgebruik/ basisbewerkingen met kernpercentages; gebruik rekenmachine met optellen, aftrekken en berekenen van percentages, gebruikmakend van de procenttoets.	Tijd / Meten Tijd lezen en eenvoudige berekeningen kunnen maken met uren, minuten en seconden Kalendersysteem gebruiken	Verwerken van informatie ingebed in tabellen / getallen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven en werk.
Delen Basisbewerkingen delen met hele getallen Hoofdrekenen met honderdtallen, tientallen, duizendtallen; algoritmes en vrije bewerkingen op papier; gebruik rekenmachine	Integratie verhoudingen / breuken/ decimale getallen / percentages Verhoudingen, Kernbreuken en kerndecimalen en kernpercentages, eenvoudige bewerkingen op papier en met de rekenmachine (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen	Geld Bedragen kunnen lezen en eenvoudige , functionele berekeningen kunnen maken met geld	Verwerken van informatie ingebed in grafieken / getallen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven en werk.
		Vorm en ruimte Oriëntatie in ruimte / 3D-constructies / Vormen en patronen/ horizontale en verticale symmetrische figuren	

Inhoud per niveau en per cel

Niveau 3	Doel: Het verwerven van begrip, kennis en vaardigheden in functionele, meer complexe situaties of met behulp van contexten uit het dagelijks leven, werk of maatschappij. Context: meer complex, maar goed gedefinieerd. Een enkele denkstap is vereist, maar het probleem kan opgelost worden door het gebruik van een eenvoudige (standaard) procedure. .		
Getallen en bewerkingen (GB)	Verhoudingsgewijs redeneren (V)	Metten (M)	Informatieverwerking/data (Info)
Het systeem van hele getallen en getalstructuur Betekenis geven aan getallen Eigenschappen van getallen Getallengebied $0 \leq 1.000.000$	Verhoudingen en gebruik van verhoudingentaal Lezen, begrijpen en gebruiken van verhoudingentaal in functionele situaties in combinatie met breuken, decimale getallen en procenten (zie hieronder).	Lengte/oppervlakte / Gebruik maken van het metriek stelsel; Begrijpen van schaal, schaalberekeningen uitvoeren, lezen van technische tekeningen op schaal Plattegronden lezen, navigator begrijpen en gebruiken,	Verwerken van informatie ingebed in getallen / afbeeldingen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.
Optellen Getallengebied $0 \leq 1.000.000$ Hoofdrekenen, volt rekenen op papier, beheersing algoritmes, gebruik rekenmachine	Breuken / verhoudingen Lezen, begrijpen en gebruiken van breuken in functionele situaties. Vergelijken van breuken, weten dat $\frac{3}{4}$ is meer dan $\frac{2}{5}$ Berekeningen uitvoeren met breuken met gelijke noemers, zoals $\frac{2}{4} + \frac{3}{4}$	Volume / inhoud Gebruik maken van het metriek stelsel; Berekeningen uitvoeren met lengte, breedte en hoogte. Inhoud kunnen berekenen met inhoudsmaten.	Verwerken van informatie ingebed in verhoudingen / getallen, afbeeldingen, tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.
Aftrekken Getallengebied $0 \leq 1.000.000$ Hoofdrekenen, volt rekenen op papier, beheersing algoritmes, gebruik rekenmachine	Decimale getallen /verhoudingen Lezen, begrijpen en gebruiken van decimale getallen in functionele situaties. Berekeningen uitvoeren met hele getallen en decimale getallen	Massa / gewicht Gebruik maken van het metriek stelsel; Berekeningen uitvoeren met gewichtsmaten.	Verwerken van informatieve ingebed in Meten / getallen/ afbeeldingen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.
Vermenigvuldigen Getallengebied $0 \leq 1.000.000$ Hoofdrekenen, volt rekenen op papier, beheersing algoritmes, gebruik rekenmachine	Procenten/ verhoudingen Lezen, begrijpen en gebruiken van procenten in functionele situaties. Berekeningen uitvoeren met procenten	Tijd Tijdstabellen kunnen lezen Relatie tussen tijd en afstand (km/h); snelheid	Verwerken van informatie ingebed in tabellen / getallen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.
Delen Getallengebied $0 \leq 1.000.000$ Hoofdrekenen, volt rekenen op papier, beheersing algoritmes, gebruik rekenmachine	Integratie verhoudingen / breuken/ decimale getallen / percentages Begrijpen en gebruik maken van de relatie tussen breuken, decimale getallen en procenten, zoals weten dat $1\% = 1/100 = 0.01$	Geld Berekeningen kunnen uitvoeren met tijd en geld, bijvoorbeeld kosten per uur.	Verwerken van informatie ingebed in grafieken / getallen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.
		Vorm en ruimte Berekeningen uitvoeren in 3D-ruimte Werken met patronen, vormen, schaal 3D-constructies uitvoeren, gebruik makend van technische tekeningen.	

Inhoud per niveau en per cel

Niveau 4	Doel: Het verwerven van begrip, kennis en vaardigheden in functionele en meer complexe situaties of met behulp van contexten uit het dagelijks leven, werk of maatschappij. Context: complexe situatie. Meer denkstappen vereist. Het probleem kan worden opgelost door het toepassen van meer complexe berekeningen, modellen of eenvoudige formules.		
Getallen en bewerkingen (GB)	Verhoudingsgewijs redeneren (V)	Meten (M)	Informatieverwerking/data (Info)
Het system van hele getallen en getalstructuur Betekenis geven aan getallen; Eigenschappen van getallen ; Getallengebied boven 1.000.000 Negatieve getallen, kwadraten, worteltrekken	Verhoudingen en gebruik van verhoudingentaal Lezen, begrijpen en gebruiken van verhoudingentaal in functionele situaties in combinatie met breuken, decimale getallen en procenten (zie hieronder).	Lengte/oppervlakte / Gebruik maken van het metriek stelsel; Begrijpen van schaal, schaalberekeningen uitvoeren, lezen van technische tekeningen op schaal. Plattegronden lezen, navigator begrijpen en gebruiken,	Verwerken van informatie ingebed in getallen / afbeeldingen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.
Optellen Getallengebied $0 > 1.000.000$ Hoofdrekenen, volt rekenen op papier, beheersing algoritmes, gebruik rekenmachine	Breuken/ verhoudingen Lezen, begrijpen en gebruiken van breuken in functionele situaties. Berekeningen uitvoeren met breuken met ongelijke noemers, zoals $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$ en $\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$. Breuken gebruiken in formules.	Volume / inhoud Gebruik maken van het metriek stelsel; Berekeningen uitvoeren met lengte, breedte en hoogte. Inhoud kunnen berekenen met inhoudsmaten.	Verwerken van informatie ingebed in verhoudingen / getallen, afbeeldingen, tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.
Aftrekken Getallengebied $0 > 1.000.000$ Hoofdrekenen, volt rekenen op papier, beheersing algoritmes, gebruik rekenmachine	Decimale getallen / verhoudingen Lezen, begrijpen en gebruiken van decimale getallen in functionele situaties. Berekeningen uitvoeren met hele getallen en decimale getallen . Afronden van decimale getallen.	Massa / gewicht Gebruik maken van het metriek stelsel; Berekeningen uitvoeren met gewicht.	Verwerken van informatie ingebed in Meten / getallen/ afbeeldingen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.
Vermenigvuldigen Getallengebied $0 > 1.000.000$ Hoofdrekenen, volt rekenen op papier, beheersing algoritmes, gebruik rekenmachine	Procenten / promille / verhoudingen Lezen, begrijpen en gebruiken van procenten en promille in functionele situaties Berekeningen uitvoeren met procenten en promille.	Tijd Complexe tabellen kunnen lezen Complexe berekeningen kunnen maken in functionele situaties.	Verwerken van informatie ingebed in tabellen / getallen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.
Delen Getallengebied $0 > 1.000.000$ Hoofdrekenen, volt rekenen op papier, beheersing algoritmes, gebruik rekenmachine	Integratie verhoudingen / breuken/ decimale getallen / percentages Begrijpen en gebruik maken van de relatie tussen breuken, decimale getallen en procenten, zoals weten dat $1\% = 1/100 = 0.01$ and $1\text{‰} = 1/1000 = 0.001$	Geld Complexe berekeningen kunnen uitvoeren met geld in functionele situaties.	Verwerken van informatie ingebed in grafieken / getallen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.
		Vorm en ruimte Complexe Berekeningen uitvoeren in 3D-ruimte. Werken met patronen, vormen, schaal 3D-constructies uitvoeren, gebruik makend van technische tekeningen	

Inhoud per niveau en per cel

Niveau 5			
<p>Goal: Het verwerven van kennis en vaardigheden die nodig zijn voor doorstroom naar beroepsonderwijs. Context: meer complexe situatie. Meer denkstappen zijn vereist. Problemen kunnen worden opgelost door meer complexe berekeningen toe te passen, zoals een combinatie van breuken, procenten en decimale getallen. De inhoud focust op dorostroming naar sectoren in beroepsonderwijs of specifieke werksituaties.</p>			
Getallen en bewerkingen (GB)	Verhoudingsgewijs redeneren (V)	Meten (M)	Informatieverwerking/data (Info)
<p>Het system van hele getallen en getalstructuur Betekenis geven aan getallen Eigenschappen van getallen</p>	<p>Verhoudingen en gebruik van verhoudingentaal Niveau 5 is het brugniveau naar beroepsonderwijs. Het niveau van inhoud en bewerkingen is niveau4+ en focust op de inhouden van sectoren in het beroepsonderwijs en specifieke werksituaties</p>	<p>Lengte / oppervlakte Alle maten en bewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Verwerken van informatie ingebed in getallen / afbeeldingen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.</p>
<p>Optellen Alle basisbewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Breuken Alle bewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Volume / inhoud Alle maten en bewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Verwerken van informatie ingebed in verhoudingen / getallen, afbeeldingen, tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.</p>
<p>Aftrekken Alle basisbewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Decimale getallen Alle bewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Massa / gewicht Alle maten en bewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Verwerken van informatieve ingebed in Meten / getallen/ afbeeldingen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.</p>
<p>Vermenigvuldigen Alle basisbewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Procenten Alle bewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Tijd Alle bewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Verwerken van informatie ingebed in tabellen / getallen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.</p>
<p>Delen Alle basisbewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Integratie verhoudingen / breuken/ decimale getallen / percentages Alle bewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Geld Alle bewerkingen geïntegreerd kunnen gebruiken in werkgerelateerde situaties</p>	<p>Verwerken van informatie ingebed in grafieken / getallen / tekst Lezen en begrijpen van allerlei types informatie gerelateerd aan dagelijks leven, werk en maatschappij.</p>
		<p>Vorm en ruimte , idem</p>	

De inhoud focust op sectoren in beroepsonderwijs, bijvoorbeeld zorg en welzijn, handel en economie, techniek, logistiek.

Bijlage 5. Voorbeelden van toetsitems

Item A5

Hoeveel heb je betaald?



Het wisselgeld dat je krijgt



Het biljet waarmee je betaalt

Schrijf hier je berekening.

Antwoord

Item A7

Hoeveel liter water is nodig om het zwembad voor 2/3 vol te maken?

Zwembad
lengte = 15 m
breedte = 4 m
diepte = 2 m



Schrijf hier je berekening.

Antwoord

Bijlage 6. Vragenlijst ENF in EQF in Nederland

Niveau 1 – ENF 1: Kruis in elke regel het hokje met een getal aan dat het beste bij u past.

<i>Uitspraak</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.1. Ik kan tellen tot 100										
2.2. Ik kan met tientallen en honderdtallen tellen tot 1000										
2.3. Ik kan getallen lezen en uitspreken tot 1000, bijvoorbeeld 307										
2.4. Ik weet wat het getal 3 betekent in 431										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.5. Ik kan optellen tot 100										
2.6. Ik kan aftrekken tot 100										
2.7. Ik kan vermenigvuldigen tot 100 met getallen als 4x8										
2.8. Ik kan vermenigvuldigen tot 1000 met getallen als 25 x 8										
2.9. Ik kan vermenigvuldigen tot 1000 met getallen als 50 x 75										
2.10. Ik kan delen met getallen tot 100, bijvoorbeeld 80:4										
2.11. Ik kan delen met mooie grote getallen tot 1000, bijvoorbeeld 800:50										
2.12. Ik kan rekenen met een rekenmachine										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.13. Ik weet wat 'drie keer zoveel' betekent										
2.14. Ik kan verdubbelen en halveren										
2.15. Ik weet wat de helft, een kwart en een tiende deel betekent										
2.16. Ik ken de breuken $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$ en weet wat deze betekenen										
2.17. Ik weet wat $1\frac{1}{2}$ (anderhalf) betekent										
2.18. Ik weet wat 0,5 en 0,25 betekent										
2.19. Ik weet wat 50% betekent										
2.20. Ik kan 10% korting uitrekenen										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.21. Ik kan rekenen met geld tot 100 euro										
2.22. Ik kan in een winkel betalen met mijn bankpas										
2.23. Ik kan geld uit een geldautomaat halen										
2.24. Ik kan lezen hoe laat het is op een klok met wijzers										
2.25. Ik kan lezen hoe laat het is op een klok met alleen cijfers, bijvoorbeeld 14:30										
2.26. Ik kan op een kalender lezen welke maand en welke dag het vandaag is										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.27. Ik kan meten met centimeters tot 1 meter										

2.28. Ik kan precies meten met meters en centimeters met een meetlint tot 10 meter										
2.29. Ik kan lengte schatten met hele en halve meters tot ongeveer 10 meter										
2.30. Ik kan wegen met grammen tot 1 kilogram										
2.31. Ik kan precies wegen met kilogram en gram tot 10 kilogram										
2.32. Ik kan gewicht schatten met hele en halve kilogrammen tot ongeveer 10 kilogram										
2.33. Ik kan precies een liter water in een pan doen										
2.34. Ik kan inhoud schatten met hele en halve liters (water) tot ongeveer 10 liter										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.35. Ik vind rekenen niet moeilijk										
2.36. Ik reken graag										
2.37. Ik wil graag beter leren rekenen										
2.38. Ik moet voor mijn beroep veel rekenen										
2.39. Ik reken thuis veel										
2.40. Ik kan mijn kind(eren) helpen met rekenen										

Niveau 2– ENF 2: Kruis in elke regel het hokje met een getal aan dat het beste bij u past.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Uitspraak</i>										
2.1. Ik kan met tientallen, honderdtallen en duizendtallen tellen tot 10.000										
2.2. Ik kan met tientallen, honderdtallen en duizendtallen tellen tot 1.000.000										
2.3. Ik kan getallen tot 1.000.000 lezen en uitspreken, bijvoorbeeld 634.312										
2.4. Ik weet wat het getal 3 betekent in 903.847										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.5. Ik kan getallen optellen tot 100.000										
2.6. Ik kan aftrekken tot 100.000										
2.7. ik kan vermenigvuldigen op papier met grotere getallen tot 100.000										
2.8. Ik kan vermenigvuldigen met een rekenmachine met grotere getallen tot 100.000										
2.9. Ik kan op papier delen met grotere getallen tot 100.000										
2.10. Ik kan delen met een rekenmachine met grotere getallen tot 100.000										
2.11. Ik kan schattend optellen tot 100.000										
2.12. Ik kan schattend vermenigvuldigen tot 100.000										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.13. Ik weet wat 'schaal 1:100.000' op een plattegrond betekent										
2.14. Ik weet wat 'vijfzde deel' betekent										
2.15. Ik kan optellen met breuken, bijvoorbeeld: $1\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$										
2.16. Ik kan vermenigvuldigen met breuken, bijvoorbeeld: $3 \times 1\frac{1}{2}$										
2.17. Ik kan op papier kommagetallen optellen, bijvoorbeeld: $1,25 + 3,80$										
2.18. Ik kan met een rekenmachine kommagetallen optellen, bijvoorbeeld: $36,75 + 8,34$										
2.19. Ik kan met een rekenmachine getallen vermenigvuldigen, bijvoorbeeld: $12 \times 18,34$										
2.20. Ik kan rekenen met mooie percentages, Bijvoorbeeld: 15% van 500 euro										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.21. Ik kan rekenen met bedragen tot 1000 euro										
2.22. Ik begrijp de bankafschriften van mijn rekening										
2.23. Ik kan rekeningen betalen via mijn bank op internet										
2.24. Ik kan rekenen met tijd, bijvoorbeeld uitrekenen hoelang een film duurt als hij begint om 21:10 en eindigt om 22:50										
2.25. Ik kan met seconden rekenen, bijvoorbeeld bij het sporten										
2.26. Ik begrijp het kalendersysteem van uren, dagen, weken, maanden en jaren										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.27. Ik kan meten met millimeters, centimeters,										

meters en kilometers										
2.28. Ik kan rekenen met millimeters, centimeters, meters en kilometers										
2.29. Ik kan oppervlakte berekenen met cm^2 , m^2 en km^2										
2.30. Ik kan wegen met grammen, milligrammen en kilogrammen										
2.31. Ik kan rekenen met grammen, milligrammen en kilogrammen										
2.32. Ik weet hoeveel kilogram een 'ton' is.										
2.33. Ik kan meten met liters, centiliters en milliliters										
2.34. Ik kan rekenen met liters, centiliters, en milliliters										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.35. Ik vind rekenen niet moeilijk										
2.36. Ik reken graag										
2.37. Ik wil graag beter leren rekenen										
2.38. Ik moet in mijn beroep veel rekenen										
2.39. Ik reken thuis veel										
2.40. Ik kan mijn kind(eren) helpen met rekenen										