

# Rekenen aan tandwielen



Frans van Galen Het vak *wetenschap & techniek* laat zich prima combineren met het vak *rekenen & wiskunde*. Dat is prettig voor het vak *wetenschap & techniek*, want dan kan daar extra tijd aan worden besteed. Maar het is óók heel goed voor het vak *rekenen & wiskunde*, want dan rekenen de leerlingen binnen een echte context. Bovendien kan het reken- en wiskundeonderwijs via deze koppeling meer het karakter krijgen van *onderzoekend leren*.

## Onderwijsactiviteit

In dit artikel geef ik een voorbeeld van een onderwijsactiviteit, die net zo goed tot het ene als tot het andere vak gerekend kan worden. *Tandwielen* zijn al sinds jaar en dag een standaardonderwerp in de technieklessen en meestal komt daar dan ook wel iets van tandjes tellen aan te pas.

Voor het *Rekenweb* hebben we een serie *computeropdrachten* gemaakt, die dieper ingaan op de getalsrelaties. Deze computeropdrachten kunnen leerlingen stimuleren om heel expliciet over *verhoudingen* te redeneren.

*Nota bene.* De computeropdrachten vindt u op [rekenweb.nl](http://rekenweb.nl). Kies: *Spelletjes*. Zoek: *Tandwielen* (bij: *Techniek* of bij: *Alles*).

## OVER DE AUTEUR

Frans van Galen is verbonden aan het  
*Freudenthal Instituut* in Utrecht.

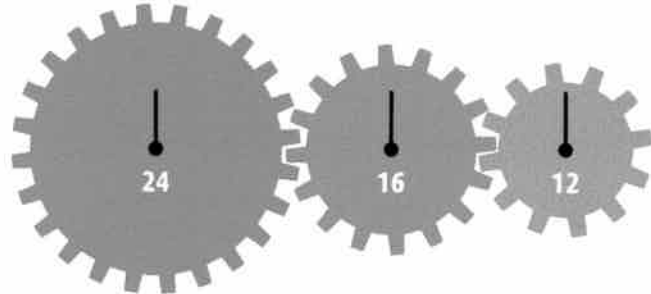


## Op een rij

### Probleemstelling

Kijk eens naar de tandwielen van *figuur 1*. De getallen op die tandwielen geven aan, dat ze respectievelijk 24, 16 en 12 tandjes hebben. Kunt u beredeneren wat er zal gebeuren, als het grote tandwiel (links) gaat draaien? Ik zal het probleem nog wat aanscherpen:

- Als het linker tandwiel in de richting van de klok draait, in welke richting draaien dan de andere twee tandwielen?
- Maakt het voor de draairichting verschil, als je het middelste tandwiel (met 16 tandjes) uit de rij haalt?
- Draait het rechter tandwiel sneller of langzamer dan het linker tandwiel?
- Hoeveel keer sneller? Of hoeveel keer langzamer?
- Wat gebeurt er met de draaisnelheid van het rechter tandwiel, als je het middelste tandwiel (met 16 tandjes) vervangt door een tandwiel met 32 tandjes?



*Figuur 1: wat zal er gebeuren, als het grote tandwiel (links) gaat draaien? (Illustratie, vrij naar: rekenweb.nl.)*

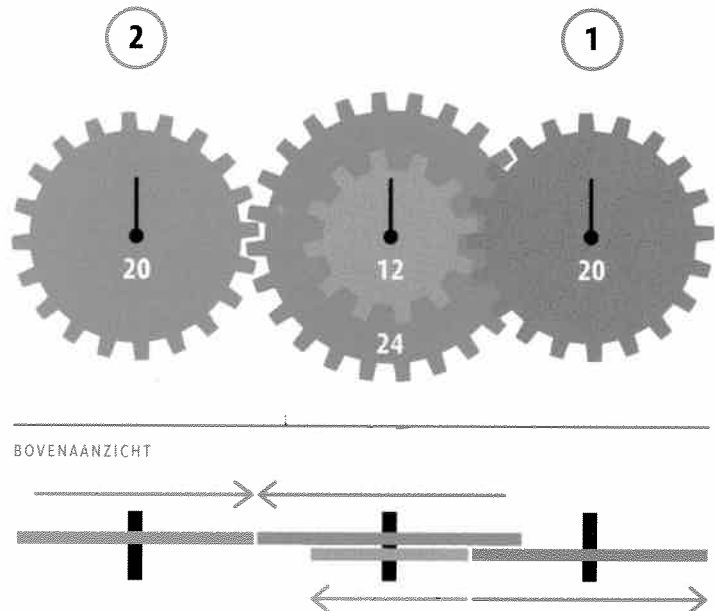
### Computerprogramma

Wanneer u niet direct een antwoord op deze vragen weet, kunt u de antwoorden vinden door te experimenteren met het programma *Tandwielen*. In dat programma kunt u tandwielen op een rij zetten en laten draaien. Twee tellertjes houden het aantal omwentelingen van het eerste en het laatste tandwiel bij. (Zie: *figuur 2*.)

### Verhoudingen

Voor het vak *rekenen e-wiskunde* is het interessant, dat het bij tandwielen om *verhoudingen* draait. Een tandwiel met 24 tandjes laat een tandwiel met 8 tandjes drie keer zo snel draaien, want elk tandje van het eerste tandwiel verzet een tandje op het tweede tandwiel. Een tandwiel met 12 tandjes draait dus twee keer zo snel. En een tandwiel met 6 tandjes gaat vier keer zo snel.

Bij het experimenteren met échte tandwielen komen kinderen vaak niet verder dan de ontdekking, dat kleinere tandwielen sneller gaan draaien, zónder dat ze begrijpen hoe het met de *getalsverhoudingen* zit. Het *computerprogramma* zorgt ervoor, dat kinderen

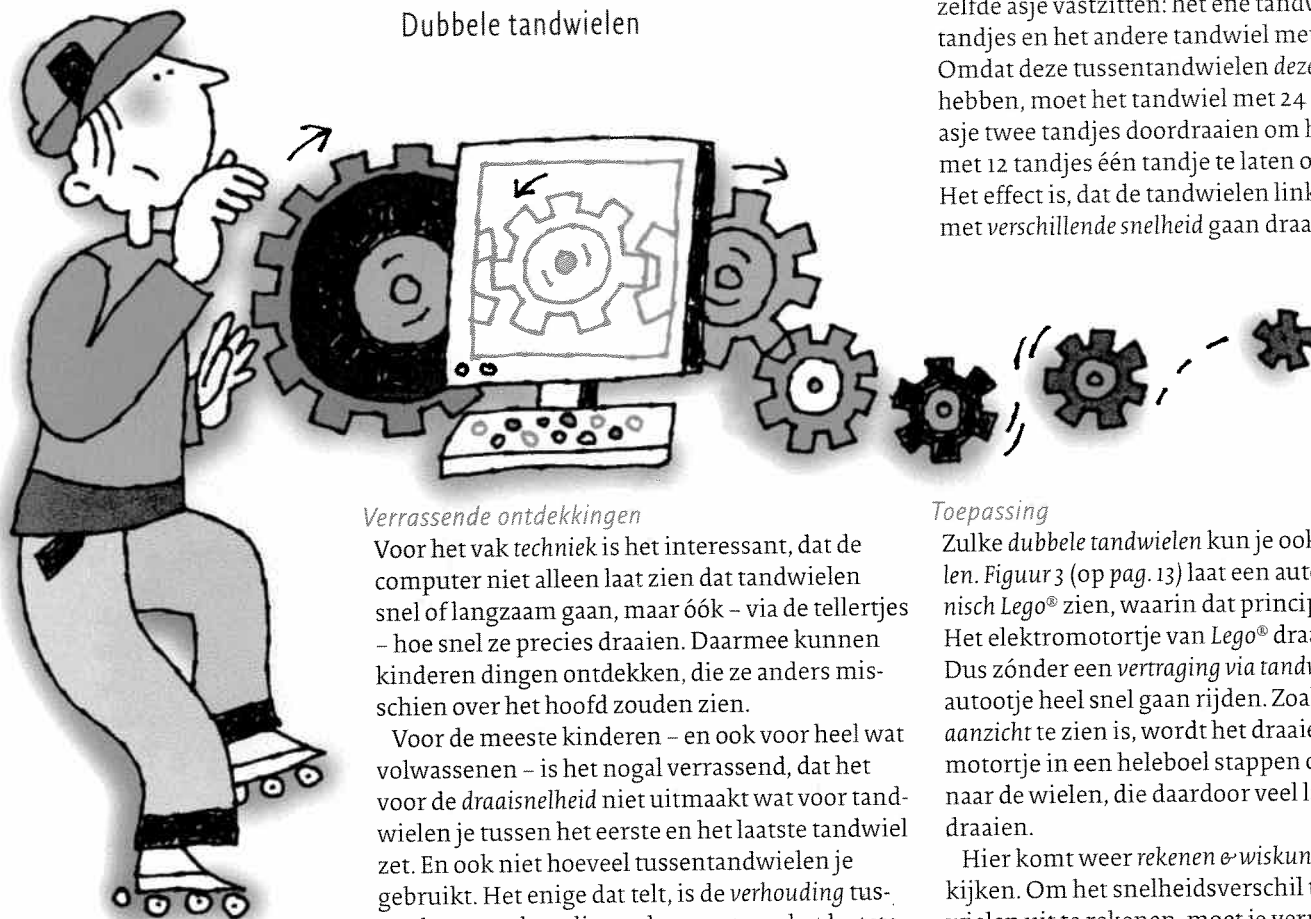


*Figuur 2: dubbele tandwielen en tellertjes. (Illustratie, vrij naar: rekenweb.nl.)*



heel precies naar die verhoudingen kijken. Hiermee wil ik niet zeggen, dat het experimenteren met échte tandwielen kan worden overgeslagen. De computeropdrachten zijn bedoeld als een *aanvulling*: eerst ontdekken leerlingen hoe tandwielen globaal werken en daarna kunnen ze op de computer uitzoeken hoe het precies zit met het aantal tandjes per tandwiel.

### Dubbele tandwielen



#### Verrassende ontdekkingen

Voor het vak *techniek* is het interessant, dat de computer niet alleen laat zien dat tandwielen snel of langzaam gaan, maar óók – via de tellertjes – hoe snel ze precies draaien. Daarmee kunnen kinderen dingen ontdekken, die ze anders misschien over het hoofd zouden zien.

Voor de meeste kinderen – en ook voor heel wat volwassenen – is het nogal verrassend, dat het voor de *draaisnelheid* niet uitmaakt wat voor tandwielen je tussen het eerste en het laatste tandwiel zet. En ook niet hoeveel tussentandwielen je gebruikt. Het enige dat telt, is de *verhouding* tussen het aantal tandjes op het eerste en het laatste tandwiel. De verklaring daarvoor is, dat elk tandje van een tandwiel altijd één ander tandje een stukje verder duwt. En dat leidt ertoe, dat één tandje van het eerste tandwiel uiteindelijk één tandje van het laatste tandwiel verzet, wat er ook tussen zit!

Een consequentie is, dat extra tandwielen niet helpen, als je een versnelling of een vertraging van bijvoorbeeld 20 keer wilt maken. Alleen de *grootte* doet er wat toe. Toch zie je in apparaten haast nooit heel grote tandwielen. Je ziet meestal series van kleinere tandwielen. Het geheim is: *dubbele tandwielen!*

#### Principe

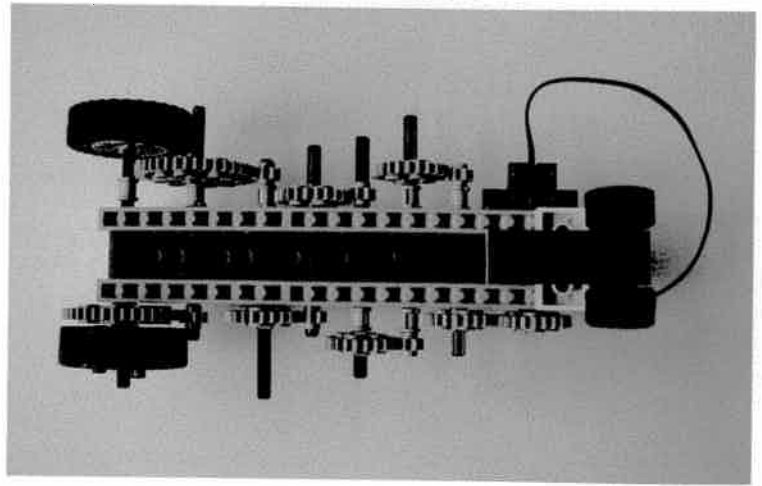
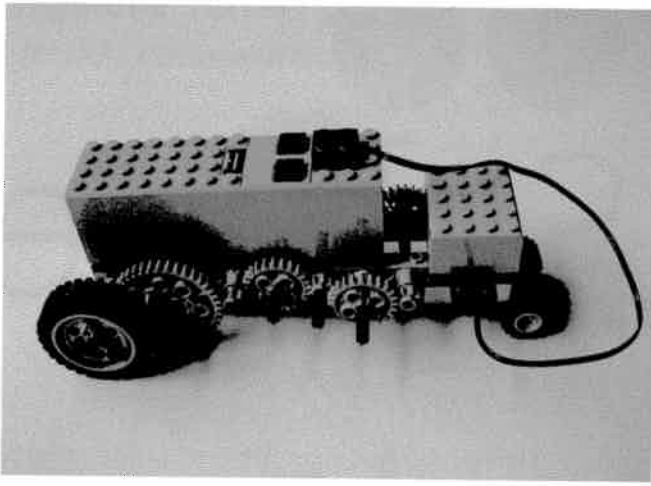
In *figuur 2* (op pag. 11) zijn het eerste en het laatste tandwiel *even groot*. (Ze hebben elk 20 tandjes.) Daartussen staan twee tandwielen, die op hetzelfde asje vastzitten: het ene tandwiel met 24 tandjes en het andere tandwiel met 12 tandjes. Omdat deze tussentandwielen *dezelfde snelheid* hebben, moet het tandwiel met 24 tandjes op dat asje twee tandjes doordraaien om het tandwiel met 12 tandjes één tandje te laten opschuiven. Het effect is, dat de tandwielen links en rechts met *verschillende snelheid* gaan draaien!

#### Toepassing

Zulke *dubbele tandwielen* kun je ook weer *schakelen*. *Figuur 3* (op pag. 13) laat een autootje van *Technisch Lego®* zien, waarin dat principe is toegepast. Het elektromotortje van *Lego®* draait erg snel. Dus zónder een *vertraging* via *tandwielen* zou het autootje heel snel gaan rijden. Zoals in het *onderaanzicht* te zien is, wordt het draaien van het motortje in een heleboel stappen overgebracht naar de wielen, die daardoor veel langzamer draaien.

Hier komt weer *rekenen & wiskunde* om de hoek kijken. Om het snelheidsverschil tussen tandwielen uit te rekenen, moet je *vermenigvuldigen*: met tweemaal een vertraging met een factor 3 wordt de uiteindelijke vertraging een factor 9.





*Figuur 3: een autootje van Lego®, dat heel langzaam rijdt, dankzij de overbrenging via een serie dubbele tandwielen. Het motortje staat rechts. Steeds geeft een groot tandwiel de kracht door aan een kleiner tandwiel op hetzelfde asje. Uiteindelijk worden zo de wielen links aangedreven.*

## In het écht en op het scherm

### *Aandachtspunten*

- Ik hoef hier geen suggesties te doen voor activiteiten met échte tandwielen, want die zijn op internet makkelijk te vinden. En bovendien heeft uw school daar ongetwijfeld al materiaal voor.
- De computeropdrachten op het *Rekenweb* zijn bedoeld als *verdiepingsstof*.
- Laat leerlingen de opdrachten het liefst in *tweetalen* doen, zodat ze met elkaar kunnen overleggen.
- Al experimenterend op de computer zullen leerlingen een aantal ontdekkingen doen. Belangrijk is, dat ze deze ontdekkingen *onder woorden brengen*, want dán pas wordt het kennis, die ze onthouden.
- Een *digitaal schoolbord* is ideaal om met leerlingen door te spreken wat ze al dan niet ontdekt hebben.

### *Praktische opdracht tot slot*

Als leerlingen de rol van tandwielen in apparaten precies begrijpen, is het wellicht tijd voor een *praktische opdracht*. Bijvoorbeeld: *maak een auto, die heel langzaam rijdt en reken uit welke vertraging je hebt ingebouwd*. Ook kinderen die elke dag met *Lego®* spelen, gaan door zo'n opdracht op een andere manier naar tandwielen kijken.

*Veel succes!*

