

## **Over de muurtjes heen kijken**

**Colofon:**

Eindredactie: Ronald Keijzer & Vincent Jonker

Omslag: Giovanni Willems

Lay-out: Nathalie Kuijpers

ISBN: 978-90-74684-32-3

© 2009 Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, microfilm of op welke andere wijze ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de houder van het copyright.

# Voorwoord

Het reken- en wiskundeonderwijs is in beweging. Dat zal voor de lezer van dit boek niet nieuw zijn. Wie even doordenkt, zal vinden dat de bewering genuanceerd moet worden. Is het wiskundeonderwijs op de universiteiten bijvoorbeeld wel zo in beweging? Of zijn daar de dictaten uit de jaren '70 en '80 (van de twintigste eeuw, dat wel) mede de oorzaak van de aansluitingsproblemen tussen voortgezet en hoger onderwijs? En hoe zit het met het rekenen in het basisonderwijs? Er zijn stemmen die stellen dat de beweging daar te ver doorgeslagen is, en dat er daarna verstarring opgetreden is. Zo is, bij nader inzien, de beweging in het onderwijs niet uniform, en dat levert het risico van scheuren.

Dit tijdgewricht is bij uitstek het tijdvak waarin de komende generatie docenten goed op het werk in het onderwijs voorbereid moet worden. Ook als we de opinies even buiten beschouwing laten, zijn er veel ontwikkelingen die maken dat de lessen van tien jaar en langer geleden niet meer voldoen. De invloed van nieuwe technologieën als rekenmachine, computer, beamer en digitaal schoolbord, en de doorwerking daarvan in de leerplannen en de didactiek, het competentiegerichte leren, de veranderende samenstelling van de schoolbevolking en de veranderende tijdbesteding van de hedendaagse jongeren, het zijn allemaal redenen om de inhoud en werkwijze van de lerarenopleidingen aan kritische reflectie te onderwerpen.

Die kritische reflectie was en is de motor achter het landelijk expertisecentrum voor de lerarenopleiding rekenen en wiskunde (ELWIER). Reflectie vond plaats in discussies in zalen, in schrijfwerk achter bureaus, en op een landelijke conferentie op 28 november in Utrecht. Daar hebben we de stand van zaken opgemaakt. Een begin, een momentopname, waarin hopelijk de beweging te herkennen is.

Jan van Maanen  
projectleider ELWIER



# Inhoud

De excentrische expertise van ELWIER	5
Over muurtjes kijken	12
Klaar voor de start?	17
Beoordelingsschema's en het Vakdidactisch Portfolio Wiskunde	25
Wiskundendidactiek in een duale competentiegerichte lerarenopleiding	35
Leren van ervaren docenten	42
Wiskundig discussiëren in het VO: de rol van de docent	49
De professionele wiskundekennis van de leraar basisonderwijs	54
Rekenen over de drempel van PO naar VO	65
Sleutelcompetenties voor betekenisvol reken-wiskundeonderwijs aan ZML'ers	78
Van boek naar bank en wiki en verder. Het vastleggen van kennis over didactiek van reken-wiskundeonderwijs	94
Minor Doorlopende Rekenlijnen PO-VO	108
Verleiden in grenspraktijken: omgaan met percepties van senior wiskundeleraren	112
Wiva - Wiskundeleraar Vakbekwaam	117
Van rekenen naar algebra, doorgaande leerlijnen op de lerarenopleidingen	120



# De excentrische expertise van ELWIER

Jan van Maanen, Universiteit Utrecht (Freudenthal Instituut); Jan Vermunt, Universiteit Utrecht (IVLOS)

## De expertise excentrisch

Een expertisecentrum streeft ernaar zichzelf overbodig te maken. In dat geval is iedereen expert en is er geen bestaansgrond meer voor centraal gebundelde expertise, zo die al mogelijk is. Deze gedachte kiezen we als beginpunt voor het bepalen van de tussenstand van ELWIER, het (landelijk) Expertisecentrum voor de Lerarenopleidingen Wiskunde en Rekenen. De vraag is dus: hoe excentrisch is de expertise binnen de lerarenopleidingen rekenen en wiskunde intussen? En hoe zat het voor de oprichting van ELWIER. Er waren ongetwijfeld experts op het gebied van de lerarenopleiding, maar hoe toegankelijk was hun expertise? Of was er al op een andere manier sprake van een bundeling van expertise?

We geven een terugblik naar de situatie van zomer 2006, de periode waarin de plannen voor de acht landelijke expertisecentra voor de lerarenopleidingen gemaakt werden. Naast ELWIER zijn er in de loop van 2007 ook centra gestart voor de lerarenopleidingen bèta-techniek, zaakvakken, moderne vreemde talen, Nederlands en NT2, economie en handel, leren van docenten en zorg. ELWIER had een gunstige uitgangspositie doordat de drie typen lerarenopleidingen (PABO, HBO-lerarenopleiding en universitaire lerarenopleiding wiskunde) al vormen van landelijke samenwerking tussen de lerarenopleiders hadden.

De PABO's kennen al zeer lang het Panama-netwerk. Panama staat voor "PABO NAscholing Mathematische Activiteiten"; het netwerk werd in 1981 opgericht en was aanvankelijk bedoeld voor de professionalisering van de opleiders. Panama is georganiseerd zoals je zelf graag een expertisecentrum zou ontwerpen: een klein team dat in overleg met een kerngroep uit het veld de koers bepaalt, en dat zich vooral richt op het organiseren van conferenties voor de opleiders samen met schoolbegeleiders en onderzoekers van reken- en wiskundeonderwijs. Daarnaast bestaat er een tijdschrift met gerefereerde artikelen (Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk - Panama Post) en is er een scala aan netwerkactiviteiten. Ook de lerarenopleidingen wiskunde hebben samenwerkingsverbanden: de SLW (Samenwerkingsgroep Lerarenopleiding Wiskunde tweedegraads) voor de lerarenopleiders in het HBO, die periodiek overleg hebben over punten van gemeenschappelijk belang en ook een jaarlijkse studiedag hebben, en de universitaire lerarenopleiders die in de Vadiwulo (Vakdidactici Wiskunde Universitaire Lerarenopleidingen) georganiseerd zijn.

Uitgangspunt van de projectleiding bij de opzet van ELWIER was om goedlopende bestaande activiteiten te respecteren en zo nodig te stimuleren, om bij nog op te starten, kansrijke initiatieven aan te sluiten, en om vooral te onderzoeken welke zaken door de lerarenopleidingen als wenselijk maar afwezig gezien werden. Doelen en activiteiten van ELWIER zouden vooral op de laatste twee gebieden gezocht moeten worden. Dit leidde tot de structuur en werkzaamheden die in de volgende paragraaf geschetst worden.

Karakteristiek voor ELWIER is de werkwijze en uitvoering van onder op. Een rondgang langs een groot aantal opleidingen bepaalde de keuze voor de zwaartepunten binnen ELWIER. In een enquête begin 2007, waarover verslag gedaan wordt in Jonker, Keijzer en Wijers (2007) en in Keijzer en Haarsma (2007), en tijdens sessies met opleiders op conferenties, studiedagen en bijeenkomsten werden doelen en onderzoeksthema's aan de orde gesteld. De uitwerking van de thema's vond binnen de opleidingen plaats. Weinig projecten waarin het Freudenthal Instituut (penvoerder van ELWIER) de afgelopen jaren geparticipeerd heeft, hadden zoveel partners als ELWIER. ELWIER's bijdrage aan het

vergroten van de expertise heeft dus in de loop van 2007 en 2008 excentrisch plaatsgevonden. Blijft de vraag naar de opbrengsten; daarover gaat het vervolg.

## ELWIER: doelen en werkwijze

Uit de contacten met het veld, waarvoor het team van ELWIER-Forum onder aanvoering van Ronald Keijzer verantwoordelijk was, en die al gestart waren tijdens een rondgang langs diverse opleidingen midden 2006, kwam naar voren dat er behoefte was aan twee belangrijke zaken.

De lerarenopleidingen wiskunde, vooral de eerstegraadsopleidingen, constateerden dat een op Nederland gericht samenhangend vakdidactisch handboek sinds *Didactiek van de wiskunde* van Joop van Dormolen uit 1974 (figuur 1) niet meer geactualiseerd was. Voor de PABO lag dat anders; daar was het voor auteurs en uitgevers in de afgelopen jaren wel interessant om didactiekboeken te publiceren, zowel voor gebruik in het onderwijs als meer wetenschappelijke reflectie. Zo waren er de *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool* van Treffers, de Moor en Feijs, twee delen in 1989 en 1990, de vijf delen over *Tussendoelen Annex Leerlijnen* (TAL) van een grote groep auteurs uit de jaren 1999 tot 2007, en diverse PABO-methoden rekendidactiek.

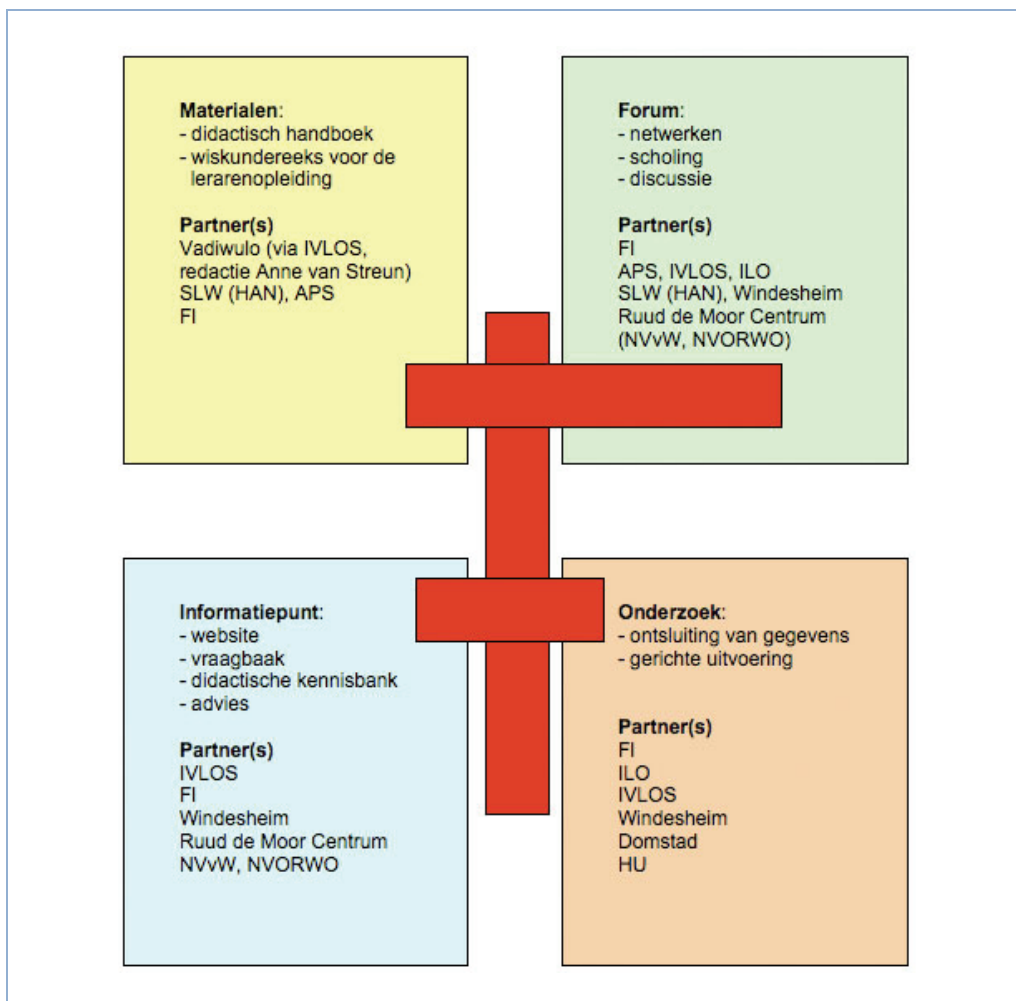


Figuur 1. *Didactiek van de wiskunde* door Joop van Dormolen (1974).

Intussen was er wel het nodige gebeurd met het wiskundeonderwijs. Van Dormolen was in zijn tijd actueel, want afgestemd op het leerplan van 1968, dat spoorde met de invoering van de Mammoetwet. In het boek merkt Van Dormolen ook op dat er allerlei ontwikkelingen zijn die maken dat het leerplan waarschijnlijk snel al weer aangepast zal moeten worden. De opkomst van de computer noemt hij expliciet (p. 11), naast te verwachten vernieuwingen op de basisschool, een sterkere gerichtheid van de school op de maatschappij en de eisen die het universitair en hoger onderwijs zullen stellen. Deze vooruitzichten zijn inderdaad uitgekomen. Een toekomstbeeld dat Van Dormolen ook had (de 'opkomst van de middenschool') is niet uitgekomen, althans niet voor HAVO en vwo. Maar verder zijn de ontwikkelingen gegaan zoals voorspeld, met de invoering van Wiskunde A en B op HAVO en vwo (1986 en 1988) en de start van de 'tweede fase' met de natuur- en maatschappijprofielen in 1998, met daarin de vier wiskundevakken A1, A12, B1 en B12.



En er was didactiek na Van Dormolen, een veelheid aan nieuwe onderwerpen die bij het opleiden van leraren op dit moment van belang zijn: doorlopende leerlijnen, rekenvaardigheid, verander(en)de werkvormen waaronder de introductie van praktische opdrachten en profielwerkstukken, daarmee samenhangend ontstonden er nieuwe toetsvormen, en de beschikbaarheid van rekenmachine en computer hadden gevolgen voor de didactiek. Verder kende de didactiek in de jaren na 1974 grote internationale ontwikkelingen, zoals de verschuiving van de aandacht van de leraar naar de lerende, videostudies, de introductie van begrippen als *Mathematical Content Knowledge for Teaching* en *Pedagogical Content Knowledge* (het tweede door Shulman in 1987) en de aandacht voor doorgaande professionalisering. Plannen om een nieuw vakdidactisch handboek samen te stellen leefden al binnen de Vadiwulo, en konden dankzij ELWIER gerealiseerd worden. Op deze wijze ontstond, naast de drie hieronder nog te noemen componenten van ELWIER, de component 'Materialen' (figuur 2).



Figuur 2. De vier componenten van ELWIER.

De didactici in de Vadiwulo schrijven thematisch gerichte vakdidactische katernen, die bedoeld zijn als studiemateriaal voor studenten aan de universitaire lerarenopleiding en die daar uitgetest en gereviseerd worden. Een redactie van drie personen (Paul Drijvers en Bert Zwaneveld met Anne van Streun als voorzitter) zorgt voor de consistentie van het geheel. Elders in dit boek geeft Van Streun een overzicht van de bedoelingen, systematiek en de inhoud van deze katernen. Op vergelijkbare wijze werkt de 'Materialen'-groep aan teksten voor het tweedegraadsgebied (SLW) en wordt gewerkt aan een handboek en digitale leeromgeving voor MILE (de vanaf 1996 opgebouwde Multimediale Interactieve Leeromgeving rekenen-wiskunde en didactiek).

Een tweede wens, die bij verschillende opleidingen naar voren kwam, was om de lerarenopleiding beter te laten aansluiten bij de resultaten van wetenschappelijk onderzoek. Een klacht was dat onderzoeksresultaten weliswaar in boeken en tijdschriften gepubliceerd worden, maar dat de betreffende werken soms lastig bereikbaar zijn, en dat ook de tijd ontbreekt voor bestudering. Bovendien werd een aantal thema's geïdentificeerd waarnaar men graag zelf onderzoek zou willen (laten) doen.

Deze wens heeft geleid tot de ELWIER-component 'Onderzoek', een team met onderzoekers uit de hele breedte van het veld onder leiding van Jan Vermunt. Het team presenteert in dit boek een aantal resultaten. Het plan om ook te werken aan betere beschikbaarheid van onderzoeksresultaten in de vorm van digitaal beschikbare signalementen van artikelen bleek niet combineerbaar met het eigen onderzoeksprogramma, maar zal in 2009 alsnog ter hand genomen worden.

Een vierde component van ELWIER is de digitale bundeling van vakdidactische kennis: 'Infopunt'. Dit team, onder leiding van Vincent Jonker, vult en onderhoudt een als wiki-pagina ingerichte en veel geraadpleegde digitale kennisbank, en verzorgt ook de verdere digitale ondersteuning van ELWIER.

Binnen alle componenten van ELWIER wordt 'over de muurtjes' tussen de opleidingstypen heen gekeken. Binnen de cultuur van de lerarenopleidingen in Nederland is een duidelijke scheiding tussen de PABO en de lerarenopleidingen voor het vervolgonderwijs. Er is niet veel communicatie, terwijl er, zeker met de huidige aandacht voor doorlopende leerlijnen, wel reden is om van elkaars werk en methode op de hoogte te zijn. Een vergelijkbare scheiding is er altijd geweest tussen de opleidingen voor het tweedegraads gebied en de universitaire lerarenopleidingen, en ook die hebben binnen ELWIER over de muurtjes gekeken. In elk geval is dat te zien aan de samenstelling van de teams Materialen, Forum en Onderzoek. Dit betekent dat de perspectieven van de drie typen opleidingen steeds aanwezig waren tijdens de discussies binnen de teams. Het betekent dat onderzoeksvragen soms verbreed werden om de uitkomsten ook voor de andere gebieden relevant te maken (bijvoorbeeld in het onderzoek over samenwerkend leren, en over de eigen wiskundige kennis van de docent in opleiding). Het betekent dat opleidingsoverstijgende plannen ontwikkeld werden, bijvoorbeeld binnen Forum het plan voor een Minor voor de PABO en tweedegraadslerarenopleiding tegelijk over de doorlopende leerlijn rekenen, een plan dat in samenwerking met het Ruud de Moor Centrum van de Open Universiteit in de loop van 2009 verder uitgewerkt en uitgetest zal worden. Het betekent ook dat de SLW onderzoekt in hoeverre de vakdidactiek voor de tweedegraadsopleiding kan profiteren van de vakdidactische katernen van het team 'Materialen'. En waarschijnlijk zal bij lezing van dit boek op nog meer plaatsen blijken dat tussen de opleidingen vonken zijn overgesprongen... zonder dat dit tot grote branden heeft geleid.

## Onderzoek binnen ELWIER

Team Onderzoek doet korte, praktijkgerichte onderzoeken naar het leren en onderwijzen van rekenen en wiskunde. In 2009 zal het team daarnaast een start maken met het ontsluiten en bundelen van bestaande onderzoeksresultaten op dit gebied. In het heterogene team werken lerarenopleiders en onderzoekers van hogescholen en universiteiten samen.

Bij de vaststelling van de onderzoeksthema's wilde het onderzoeksteam nadrukkelijk rekening houden met de vragen die bij de lerarenopleidingen (PABO, tweedegraads, eerstegraads) leven. De opleidingen en individuele opleiders/nascholers werden daarom via een digitale enquête uitgenodigd om relevante onderzoeksthema's door te geven. Van 49 respondenten en vijf organisaties werden onderzoeksvragen ontvangen. Samen met de onderzoeksplannen van de teamleden gaf dit een bonte verzameling van zo'n 132 onderzoeksvragen en een mooi inzicht in wat er zoal leeft in het veld. Vervolgens heeft het onderzoeksteam de vragen geclusterd naar onderwerp en subthema. Dat gaf een indicatie over de mate waarin onderwerpen belangrijk werden gevonden door het veld. Clusters die als belangrijk werden aangemerkt, hadden onder meer betrekking op

hoe studenten rekenen en wiskunde, en vakdidactiek rekenen en wiskunde, kan worden geleerd in een competentiegerichte opleiding, en hoe kinderen rekenen en wiskunde kan worden geleerd. Andere clusters betroffen het leren, professionaliseren en functioneren van studenten in de lerarenopleiding en van zittende docenten rekenen/wiskunde, en hoe dat kan worden geoptimaliseerd. Ook onderzoek naar instroomkenmerken van studenten en van startcompetenties aan het einde van de lerarenopleiding werd door velen als belangrijk beschouwd.

Vervolgens heeft het Onderzoeksteam gewerkt aan het maken van een onderzoeksprogramma voor ELWIER -Onderzoek voor twee jaren (de door OC&W gefinancierde periode van de expertisecentra). Dat betekende onder andere keuzes maken, prioriteiten aanbrengen, volgordes bepalen en koppelingen zoeken tussen teamleden en onderzoeksthema's. 132 vragen zijn er immers te veel om in dit tijdsbestek aan te pakken. Als centrale probleemstelling van het onderzoeksprogramma werd gekozen: Op welke wijze kan het opleidingsonderwijs rekenen-wiskunde worden geoptimaliseerd binnen een competentiegerichte opleidingsdidactiek? In zes onderzoeksprojecten werden verschillende facetten van deze probleemstelling aangepakt. Deze projecten dekten samen zowel de opleidingen PABO, tweedegraads als eerstegraads, en hadden betrekking op zowel de initiële opleidingen als op het leren en professionaliseren van zittende docenten in het kader van onderwijsvernieuwing. De deelprojecten waren gericht op de volgende vragen:

1. Welke professionele wiskundekennis bezitten PABO-studenten na veertien maanden opleiding, welke factoren zijn van invloed op het niveau van deze kennis en wat betekent dit voor de verdere ontwikkeling van hun professionele wiskundekennis?
2. Welke leerkrachtstijlen en leerarrangementen zijn effectief bij het reken-wiskundeonderwijs aan zeer moeilijk lerende leerlingen in de leeftijd van 6-12 jaar?
3. Hoe leren ervaren wiskundedocenten, welke activiteiten ondernemen zij ten behoeve van hun eigen ontwikkeling, en wat kunnen wij daarvan leren voor de vakdidactische opleiding van docenten in opleiding?
4. Hoe kunnen wiskundige discussies tussen leerlingen op gang worden gebracht?
5. Hoe kan recht worden gedaan aan vakdidactiek rekenen/wiskunde binnen competentiegericht onderwijs?
6. Hoe kan een doorgaande lijn worden bereikt van primair onderwijs naar voortgezet onderwijs, waarin de opgedane rekenwiskundige kennis en vaardigheden van het basisonderwijs op peil blijven, en waarnaast in het voortgezet onderwijs verdere automatisering en verder ontwikkeling plaats vinden?

Beschrijvingen van deze onderzoeken zijn terug te vinden op de wiki reken-wiskundeonderwijs (<http://www.fi.uu.nl/wiki>) en in diverse hoofdstukken verderop in deze bundel.

Dit onderzoeksspectrum van ELWIER overziend, vroegen we ons af hoe deze verdeling van onderwerpen zich verhoudt tot het internationale spectrum. Dat is een lastig te beantwoorden vraag, want het veld is zeer breed, en we hadden niet de gelegenheid om uitgebreid literatuurstudie te doen. Bovendien bleek dat Jill Adler c.s. een dergelijke studie recent hadden uitgevoerd. Ten behoeve van het tiende internationale congres over wiskundeonderwijs (ICME10) in 2004 in Kopenhagen onderzochten ze de publicaties over het wiskundig-vakdidactisch onderzoek uit de afgelopen tien jaar. In de resulterende publicatie (Adler, Ball, Krainer, Lin & Novotna, 2005) is de centrale vraag welke bijdrage het onderzoek levert aan de verbetering van de opleiding van wiskundeleraren (rekenen is voor hen 'primary mathematics' en de PABO valt daarmee binnen het onderzoek). Vanuit het Nederlandse perspectief valt meteen op dat de auteurs zich vooral richten op onderzoek over de wereldwijd noodzakelijke schaalvergroting binnen het wiskundeonderwijs, iets wat in Nederland veel minder aan de orde is. Antwoorden met relevantie voor de vakdidactische praktijk leveren Adler c.s. niet direct. Hun conclusies zijn vooral commentaren op de onderzoeksliteratuur. Onderzoek op dit terrein wordt vooral gedaan door lerarenopleiders, en betreft meestal de studenten van de eigen opleiding (zoals de bijdrage van Marjolein Kool aan dit

boek). Publicaties rond opleidingen in het Engelse taalgebied zijn sterk in de meerderheid. De methode van onderzoek is meestal kleinschalig en kwalitatief, ook al zijn er op verschillende plaatsen in de wereld lerarenopleidingen met zeer grote groepen studenten. Er is een groep onderzoeksthema's waarnaar zeer veel onderzoek gedaan wordt (de effectiviteit van een bepaald opleidingsprogramma, het proces van onderwijshervorming – vooral actueel in de Verenigde Staten – en het functioneren van docenten binnen hun professionele omgeving). De onderzoekers vonden relatief weinig onderzoek naar volgens hen belangrijke thema's als: hoe en in hoeverre ontwikkelen docenten zich binnen de directe onderwijspraktijk? Waarom ontwikkelen sommigen zich enorm en lijken anderen in een gat te vallen? Hoe leren docenten om te gaan met ongelijkheid (hier bedoeld als maatschappelijk fenomeen) en verscheidenheid in het onderwijs. Denk aan verschillen tussen arm en rijk, autochtoon en allochtoon, man en vrouw, en tussen leerlingen die over minder of meer intellectuele bagage beschikken. Wat weten we dan over de kansen op goed wiskundeonderwijs, en over de vraag hoe docenten met deze kansen omgaan? Wat weten we van de effecten van het opschalen van onderwijs? Kan een programma dat het op de ene plaats goed doet probleemloos naar andere plaatsen overgedragen worden?

De thema's zijn grootschaliger dan de meer op de opleidingspraktijk gericht onderzoeksthema's van ELWIER. De belangrijkste reden lijkt ons te zijn dat in de internationale tijdschriften vooral door full-time onderwijsonderzoekers wordt gepubliceerd, die relatief vrij zijn in hun onderwerpkeuze. Bij ELWIER hebben de opleiders de thema's gekozen uit de vragen die door het opleidingsveld zijn aangedragen. Dat verklaart het meer praktijkgerichte karakter van het ELWIER-onderzoek.

Binnen Nederland sluit het ELWIER-onderzoek goed aan bij de aandacht die er is voor het leren van docenten. Enkele onlangs afgeronde onderzoeken betroffen de vraag hoe docenten, docenten-in-opleiding en lerarenopleiders (belangrijke doelgroepen van ELWIER) zich expertise eigen maken. Een van deze onderzoeken vond plaats in de context van de invoering van actief en zelfstandig leren in de Tweede Fase van het voortgezet onderwijs (zie onder meer Bergen & Vermunt, 2008; Bakkenes, Vermunt, Brekelmans & Wubbels, submitted). Honderd vo-docenten werden een jaar lang gevolgd in hun leerervaringen, onder andere door langs digitale weg en herhaaldelijk logboekjes over deze leerervaringen te verzamelen. Analyse van deze logboeken door het onderzoeksteam wees uit, dat deze docenten vooral leerden over de onderwijsvernieuwingen door te experimenteren binnen de klas, met of zonder uitbreiding van de eigen praktijktheorie die ze er op na hielden, en door collega's te observeren. Vele docenten ervoeren een spanning tussen de manier van lesgeven die de vernieuwing van hen verlangde en de manier die ze gewend waren. Sommigen probeerden het leren over de vernieuwing in meer of mindere mate te ontwijken.

Docenten blijken dus vooral te leren door te experimenteren, maar er zijn grote verschillen in de mate waarin zij dit experimenteren, en hun andere leeractiviteiten, op een meer betekenisgerichte manier doen of op een meer handelingsgerichte. In het eerste geval werken zij aan de ontwikkeling van hun persoonlijke praktijktheorie ('theory of practice'), in het tweede geval leidt het tot meer geïsoleerde stukken kennis. Het onderzoek heeft aangetoond dat sommige manieren van leren beter zijn dan andere als het gaat om het gaan gebruiken van innovatieve onderwijsmethoden. Met name een betekenisgerichte, geïntegreerde aanpak bleek geassocieerd met goede leeropbrengsten. Het onderzoek van Joke Daemen waarover verderop in deze bundel wordt gerapporteerd gaat specifiek in op hoe wiskundedocenten leren over het werken met nieuwe wiskunde-inhoud en -didactieken.

Hoe heeft ELWIER tot nu toe bijgedragen aan het leren van docenten (in opleiding)? De belangrijkste opbrengst van de component 'Materialen' tot nu toe zijn de vakdidactische katernen; deze leveren een belangrijke bijdrage aan een nieuwe 'theorie'-component voor de opleidingen. Het Onderzoeksteam heeft een research-based opleidingsdidactiek gepraktiseerd, een 'community of practitioner researchers' gevormd, en door haar onderzoeken nieuwe kennis gegenereerd die door

docenten en opleiders kan worden gebruikt. De component Infopunt heeft een belangrijke bijdrage geleverd aan het toegankelijk maken van de expertise die is verzameld. En Forum heeft de brug geslagen naar het gebruik van de gebundelde kennis en expertise in de praktijk.

Geconcludeerd kan worden dat ELWIER tot nu toe vooral heeft bijgedragen aan het verbeteren van de kennis-/theoriecomponent in het leren van docenten (in opleiding). We staan nu voor de opgave dit te verbreden tot het ontwikkelen van de praktijktheorie en het handelen van (aanstaande) docenten.

## Resultaten en conclusies

Een aantal resultaten van ELWIER in de vorm van concrete producten is hierboven al genoemd, de katernen van het team 'Materialen', de bijdragen van het team 'Onderzoek' aan dit boek, waarop nog meer publicaties zullen volgen, de plannen van 'Forum' voor een Minor 'Doorlopende Leerlijn Rekenen' en de wiki-pagina's van 'Infopunt'.

Daarnaast zijn belangrijke immateriële opbrengsten zichtbaar. De activiteiten van ELWIER worden uitgevoerd door de lerarenopleiders zelf. Binnen ELWIER zijn ze systematisch met de fundamenteën van hun vak bezig geweest, als auteur of als onderzoeker. Door er in een multidisciplinair team over te discussiëren, door er presentaties over te geven en zo hun netwerk uit te breiden, hebben de uitvoerders niet alleen expertise opgebouwd ten dienste van het opleidingsveld, maar ze hebben tegelijk hun eigen professionaliteit aanzienlijk vergroot.

Bij de opzet van ELWIER had de term 'expertisecentrum' de duidelijke associatie van een centraal punt waar de opleider zich met vragen zou kunnen melden, en waarbij antwoorden op eerder gestelde vragen al digitaal ingeblikt beschikbaar zouden zijn. Het centrum zou de 'server' zijn. De conclusie, onverwacht vanuit de verwachtingen aan het begin, is dat deze centrale kenmerken er weliswaar in het 'Infopunt' gekomen zijn, maar dat de werkelijke expertise en professionaliteit excentrisch is komen te liggen, bij de uitvoerders van de activiteiten en bij al diegenen aan wie zij hun kennis en ervaring (en problemen) weer hebben doorgegeven.

Dat dit 'werkt', blijkt uit de wens van de meeste betrokkenen om door te gaan met ELWIER. ELWIER gaat door met hen.

## Literatuur

- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F., & Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 359-381.
- Bakkenes, I., Vermunt, J.D., Brekelmans, M., & Wubbels, T. (submitted). *Teachers' approaches to learning and outcomes of learning in the context of educational innovation*. Manuscript submitted for publication.
- Bergen, T., & Vermunt, J. (2008). Het leren van leraren op de werkplek. *VELON – Tijdschrift voor Lerarenopleiders*, 29(4), 45-53.
- Dormolen, J. van (1974). *Didactiek van de wiskunde*. Utrecht: Oosthoek.
- Jonker, V., Keijzer, R., & Wijers, M. (2007). De lerarenopleiding bevroegd. *Euclides*, 82(7), 267-270.
- Keijzer, R., & Haarsma, J. (2007). Opleidingen verder in beeld (Kanaal 110). *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk* 26(3), 52-55.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of a new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.

# Over muurtjes kijken

Ronald Keijzer, Universiteit Utrecht (Freudenthal Instituut); Monique Pijs, Universiteit van Amsterdam (Instituut voor de Lerarenopleiding)

## Samenvatting

Dit artikel beschrijft enkele markante verschillen tussen de lerarenopleidingen voor het voortgezet onderwijs (de tweedegraadsopleidingen aan hogescholen en de eerstegraadsopleidingen aan de universiteiten) en de lerarenopleiding basisonderwijs. Deze verschillen vormen het uitgangspunt bij het zoeken naar mogelijkheden voor noodzakelijke en effectieve samenwerking. Daarvoor worden in dit artikel enkele suggesties gedaan.

## Inleiding

Eén van de onderdelen van ELWIER is de zogenaamde Forumgroep. In deze groep waren de verschillende typen opleidingen, de Kennisbank Wiskunde en het APS vertegenwoordigd. De leden kwamen in 2007-2008 ongeveer iedere zes weken bijeen. De taak van deze groep was het delen van de opbrengst van ELWIER met het veld en – in de beginfase van ELWIER – het communiceren met het veld over hoe ELWIER de aandacht zou kunnen richten. De aanleiding voor dit artikel ligt in het werk van deze ELWIER Forumgroep, waarin opleiders van verschillende typen opleidingen met elkaar samenwerkten. Om elkaars taal te leren spreken, is de groep eerst nagegaan wat de situatie is in de verschillende opleidingen voor wat betreft de organisatie van het onderwijs, de studenten, de opleiders en aandachtspunten voor reken-wiskundedidactiek. Zo werd ook duidelijk waar we mogelijk iets aan elkaar zouden kunnen hebben. In de actualiteit komt deze wederzijdse belangstelling ook naar voren in de aandacht voor doorlopende leerlijnen.

Momenteel worden mogelijkheden voor samenwerking vaak nog onbenut gelaten. Zo zijn opleiders aan universitaire lerarenopleidingen soms ook betrokken bij het onderwijs aan HBO-lerarenopleidingen, maar blijven dit wel gescheiden werelden. En hoewel lerarenopleidingen voor het vo binnen een hogeschool zitten waar ook (vaak in hetzelfde gebouw) een PABO is, heeft dit niet geleid tot vergaande vormen van samenwerken. Dat vraagt om een analyse.

## Een schets van lerarenopleidingen wiskunde voor het VO

Er zijn van oudsher twee verschillende opleidingen om leraar wiskunde in het voortgezet onderwijs te worden. Voor het VMBO en de onderbouw van HAVO en VWO is er de tweedegraadsopleiding en voor deze schooltypen inclusief de bovenbouw van HAVO en VWO de eerstegraadsopleiding. Sinds een aantal jaar zijn er bovendien allerlei nieuwe wegen gecreëerd om wiskundedocent te worden, bijvoorbeeld door tijdens het volgen van een universitaire studie al een gedeelte van de lerarenopleiding te doen. Ook is het mogelijk om na een MBO-opleiding in het HBO in te stromen. Na de HBO-opleiding is het mogelijk een post-HBO-opleiding tot eerstegraadsleraar te volgen. Eerste- en tweedegraadslerarenopleidingen verschillen nogal van elkaar. De tweedegraadsopleiding, duurt vier jaar in voltijd. Het programma omvat zowel wiskundevakken als algemene didactiek en vakdidactiek. Gedurende de opleiding lopen de studenten ook een aantal maal stage. De opleiding is sterk beroepsgericht (Stout, 2004).

De eenjarige universitaire lerarenopleiding (ULO) wordt in principe na een universitaire master wiskunde gevolgd. Het is een in-service-opleiding, dat wil zeggen dat de studenten een dag in de week colleges volgen en de rest van de week stage lopen of een baan hebben. Studenten blijken deze opleiding het best te kunnen volgen wanneer ze niet meer dan twaalf uur lesgeven. Vanwege het lerarentekort bij wiskunde hebben studenten vaak toch een grotere baan in het onderwijs. Het

programma omvat uitsluitend algemene didactiek en vakdidactiek en het uitvoeren van onderzoek. Bij alle ULO's in Nederland zijn de studentenaantallen de afgelopen jaren zeer laag; het gaat slechts om enkele tientallen studenten per jaar.

De meest in het oog springende ontwikkeling in zowel tweede- als eerstegraadsopleidingen is de invoering van het competentiegerichte onderwijs, waarin het ontwikkelen van de vaardigheden van een student centraal staat (en niet het door de opleiding uitgezette programma) (Stout, 2004). Iedere student brengt voor zichzelf in kaart waar sterke en zwakke punten liggen en onderneemt actie om de lacunes op te vullen. Het idee is dat bijvoorbeeld vakdidactiek op deze manier sterk afgestemd raakt op de praktijk. Het is in de regelgeving vastgesteld dat de opbrengsten van de opleidingen vastgelegd dienen te worden in competenties (SBL). Het effect van deze maatregel is per type opleiding nogal verschillend: voor de tweedegraadsopleidingen zijn de gevolgen bijvoorbeeld veel ingrijpender dan voor de ULO's, omdat de tweedegraadsopleidingen zowel wiskunde als didactiek aanbieden. Er zijn in de afgelopen jaren kritische geluiden geuit over het competentiegerichte onderwijs.

In de eerstegraadsopleidingen is het uitvoeren van onderzoek in de eigen school- en klassenpraktijk een belangrijk onderdeel. Hierbij gaat het zowel om het ontwerponderzoek waarin studenten eigen lessen ontwerpen en evalueren, als om algemeen onderzoek dat ook buiten de eigen klassenpraktijk gaat. Het gaat hier bijvoorbeeld om onderzoek naar doorstroommogelijkheden, leerlingbegeleiding, vakoverstijgende kwesties op school. Bij deze onderzoeken over de grens van de klas is de school vaak opdrachtgever.

In de Forumgroep hebben opleiders interviews gehouden met collega's en studenten. Bij het vergelijken van ervaringen van opleiders van eerste- en tweedegraadsopleidingen kwam een aantal verschillen naar voren. Studenten in de tweedegraadsopleidingen hebben vaak in eerste instantie voor de opleiding gekozen omdat ze graag aan leerlingen in de leeftijdsgroep 12-16 willen lesgeven en in tweede instantie vanwege het vak wiskunde. In hun opleiding hebben ze uitgebreid de tijd om leservaring op te doen op school. Studenten op de ULO's hebben al een volledig wiskundeprogramma achter de rug, maar over het algemeen nog geen leservaring op school. Zij worstelen in het begin dan ook vaak met de pedagogische, interpersoonlijke en organisatorische competenties (klassenorganisatie, lesplannen maken, orde houden, toetsen ontwerpen). Ook is er bij hen een grote behoefte om de schoolwiskunde verder uit te diepen. Over het algemeen ervaren studenten dat hier niet genoeg tijd voor is in het huidige curriculum van de opleiding. Studenten op de HBO-eerstegraadslerarenopleidingen hebben juist weer wel leservaring, omdat zij instromen op het moment dat ze al voor de klas staan. Voor hen vormen de wiskundeonderdelen het zwaarste deel van hun opleiding.

Belangrijke ontwikkelvragen voor deze opleidingen komen allereerst voort uit het lerarentekort. Het ziet ernaar uit dat het creëren van nieuwe leerroutes naar het docentschap in de komende jaren verder uitgebreid zal worden. Ook worden er vanuit de overheid diverse initiatieven gelanceerd om zittende docenten zich verder te laten professionaliseren (Rinnooy Kan, 2007). Voorbeeld hiervan is NIME, de masteropleiding voor topdocenten die momenteel ontwikkeld wordt en de verschillende Docent-in-Onderzoek projecten. Hoewel deze maatregelen in eerste instantie juist docenten aan het onderwijs zullen onttrekken, is de verwachting dat hiermee het loopbaanperspectief en de aantrekkelijkheid van het beroep van leraar vergroot worden, en er dus meer docenten zouden komen.

Een andere ontwikkelvraag sluit aan bij wat er momenteel in het voortgezet onderwijs speelt: de zorg om vaardigheden van de leerlingen en doorlopende leerlijnen. Van docenten in het VO wordt verwacht dat ze leerlingen op deze punten kunnen ondersteunen, en zo dient zich voor de opleidingen de kwestie aan wat dit van (aanstaande) docenten vraagt.

## Een schets van rekenen-wiskunde in de lerarenopleiding basisonderwijs

De lerarenopleidingen basisonderwijs bestaan sinds 1985 in de huidige vorm. In dat jaar ging de basisschool als samenvoeging van kleuteronderwijs en lagere school van start. De opleiding ging mee. Opleidingen voor het kleuteronderwijs fuseerden met pedagogische academies. Veel opleidingen kenden in die tijd een modulaire opbouw, waarbij studenten voor verschillende vakken studieonderdelen met een relatief kleine studielast moesten afronden. Zo ook voor rekenen-wiskunde. Er waren ten aanzien van die studielast grote verschillen tussen opleidingen. Bij sommige opleidingen was er relatief veel aandacht voor rekenen-wiskunde; bij andere opleidingen veel minder.

Eind jaren 80 leidden zorgen over de kennis en vaardigheden van studenten met betrekking tot het vak rekenen-wiskunde tot de eerste 'wiskundemaatregel'. Directe aanleiding voor deze maatregel was het afschaffen van wiskunde als verplicht examenvak op de HAVO en de observatie dat juist de studenten zonder wiskunde in het pakket op de PABO struikelen over hiaten in hun reken-wiskundige vaardigheden en kennis. De overheid gaf opdracht specifieke materialen te ontwikkelen voor deze groep studenten en deze materialen kwamen er, zij het dat ze een iets andere vorm hadden dan door de opdrachtgever bedacht. Er werd een proces in gang gezet, dat korte tijd later leidde tot een rekenvaardigheidstoets of gecijferdheidstoets voor alle studenten (Faes, 1990).

Maar de opleidingen waren verder in beweging. Ze mochten tot twee maal toe een visitatiecommissie ontvangen. De opdrachten die deze commissies meekregen, waren gericht tegen een vakgeoriënteerd curriculum. De vakken deden er niet zo veel meer toe en mochten zeker niet sturend zijn bij de inrichting van het curriculum en – zo liet een van de commissies letterlijk weten – de macht van vakdocenten moest worden ingeperkt. Deze sturing op de inrichting van het opleidingsonderwijs heeft lange tijd effect gehad (Van Mulken, 2006). De aandacht voor het vak rekenen-wiskunde verdween op enkele opleidingen vrijwel volledig (Keijzer en Van Os, 2002). De opleidingen schoven stukje bij beetje in de richting van het competentiegericht opleiden, waarbij ook nu nog in nogal wat gevallen de aandacht voor de vakinhoud klein is.

Intussen ontstaan er weer maatschappelijke zorgen rond de rekenvaardigheid van PABO-studenten. Dit keer vormt de geweldig toenemende instroom van MBO'ers op de PABO de aanleiding, omdat vooral deze studenten uitvallen op rekenen-wiskunde. Deze zorg wordt gedeeld door opleiders, die al jaren aangeven dat zij de gecijferdheid van de studenten onvoldoende kunnen waarborgen (Keijzer en Haarsma, 2007). Er komt een tweede maatregel om het niveau te waarborgen: studenten moeten in het eerste studiejaar een voldoende scoren op de zgn. Wiscat-toets (CITO, 2008).

Opleiders hebben nogal wat problemen met deze toets. De toets is van een aanzienlijk lager niveau dan de toetsen die tot dan toe werden afgenomen op een aanzienlijk deel van de opleidingen (Van Zanten en Van den Brom-Snijders, 2007), de toets sluit niet aan bij de beoogde groei in gecijferdheid van studenten (Oonk, Van Zanten en Keijzer, 2007; Keijzer en Van Zanten, 2007), de toets lijkt eerder uit te zijn op selectie dan op verder helpen van studenten (Van Zanten, 2006) en veel studenten, zo ervaren opleiders, hebben moeite met de Wiscat-interface. De maatregel blijkt overigens zeker geen tijdelijke ingreep; de toets wordt inmiddels al weer voor het derde jaar wordt afgenomen.

Aandacht voor de rekenvaardigheid of gecijferdheid van studenten leidt de aandacht overigens wat af van andere aspecten van de professionaliteit van de leerkracht met betrekking tot rekenen-wiskunde. De voor de meeste opleidingen juist afgeronde accreditatie richtte de opleidingen onder meer op het te bereiken HBO-niveau en de student in de rol van onderzoeker van zijn of haar eigen praktijk. PABO's moeten niveau tonen, en om dat waar te maken ontstaan er de laatste tijd steeds meer zgn. academische PABO's (Streefland, Stokking & Wubbels, 2008). Daarmee krijgt onderzoek door studenten nog een extra impuls en hierin liggen goede kansen voor de toekomst, omdat rekenen-wiskunde voldoende aanknopingspunten biedt om als student op onderzoek te gaan. Sommige opleidingen stimuleren dat studenten juist deze keuze maken (Panama Kerngroep Opleiders, 2007).



Rekenen-wiskunde op de PABO blijft – zo lijkt het – nog wel even in de maatschappelijke belangstelling staan. Dat hangt samen met de keuze om in het basisonderwijs de aandacht te richten op taal en rekenen (Troonrede 2008). Verder wil de HBO-raad door middel van het formuleren van een kennisbasis (Werken aan kwaliteit, 2008) voor de verschillende vak- en vormingsgebieden tonen dat van studenten die van de PABO komen behoorlijk wat vakkennis verwacht mag worden – ook voor rekenen-wiskunde.

De publieke belangstelling voor rekenen-wiskunde op de PABO biedt kansen. Wanneer dit leidt tot de definiëring van een kennisbasis voor rekenen-wiskunde, kan dat de discussie over de rekenvaardigheid van PABO-studenten een halt toeroepen. Met de kennisbasis als uitgangspunt, kan vervolgens gewerkt worden aan actuele vakspecifieke eindtermen en manieren om de professionaliteit van leraren basisonderwijs ten aanzien van rekenen-wiskunde te toetsen. Maar de publieke belangstelling kan ook een bedreiging vormen voor de kwaliteit van de opleidingen. Een op te stellen kennisbasis kan onder druk van de publieke opinie redelijk makkelijk verworden tot een toets van deze kennisbasis, waarbij de kern van het beroep snel uit beeld verdwijnt. Dat kan en mag niet de bedoeling zijn.

## Reflectie

Recente aandacht voor de doorlopende leerlijnen maakt dat de lerarenopleidingen voor het basisonderwijs en die voor het voortgezet onderwijs noodzakelijkerwijs bij elkaar in de keuken moeten gaan kijken. De leraar in het primair onderwijs moet namelijk weten welke weg de leerlingen die hij of zij aflevert verder volgen. De leraar in het voortgezet onderwijs moet weten wat er in het basisonderwijs aan de orde geweest is, om daarop voort te kunnen borduren.

Er zijn diverse manieren om studenten aan de verschillende lerarenopleidingen kennis te laten nemen van wat er in het aanpalende onderwijs gebeurt. Allereerst is het van belang dat in het onderwijs op de verschillende opleidingen aandacht wordt besteed aan rekenen-wiskunde van de vervolg- of vooropleiding (Den Houting, 2007).

Daarnaast is het natuurlijk interessant om studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs, die kiezen voor een profilering in de richting van de bovenbouw (en met affiniteit met rekenen-wiskunde), te stimuleren om een periode stage te lopen in de eerste jaren van het voortgezet onderwijs. Op eenzelfde wijze kunnen studenten aan lerarenopleidingen voor het voortgezet onderwijs gestimuleerd worden om een stageperiode door te brengen in de hoogste klassen van het basisonderwijs. Een dergelijke korte stage is belangrijk, maar wellicht onvoldoende om werkelijk goed zicht te krijgen op knelpunten in de voortgang van de ontwikkelingen van kinderen; met name van de leerlingen die zwak tot zeer zwak zijn in rekenen-wiskunde. Daarom worden er op dit moment ideeën ontwikkeld om studenten uit lerarenopleidingen voor het basisonderwijs en die voor het voortgezet onderwijs gezamenlijk op onderzoek te sturen. Gezamenlijk ontwerpen ze dan een onderzoeksvraag, gericht op een knelpunt in de aansluiting tussen PO en VO. Het werken aan deze onderzoeksvraag vraagt vervolgens om daadwerkelijk onderzoek in klassen aan beide zijden van het muurtje tussen basisschool en school voor voortgezet onderwijs (Nielissen en De Weerd, 2008).

De geschetste werkwijze past overigens minder bij de eerstegraadslerarenopleiding. Voor die studenten staat evenwel een andere weg open om kennis te nemen van hetgeen speelt bij het overgaan van primair onderwijs naar voortgezet onderwijs. En hoewel dat nog vrijwel nooit gebeurd is, kunnen deze studenten de PABO zelf als stage- en onderzoeksplek gebruiken (vgl. Van der Kuip, 1998). Door studenten te helpen bij het op peil brengen van de eigen gecijferdheid, met het oog op het beroep van leraar basisonderwijs, komen naast elkaar in beeld: knelpunten in de didactiek, leerstofonderdelen uit de basisschool en manieren om (jongvolwassenen) te helpen bij het rekenen.

De lerarenopleiding basisonderwijs worstelt met de vraag hoe studenten op adequate wijze (professioneel) gecijferd kunnen worden<sup>1</sup>. Studenten uit de eerstegraadsopleidingen die hun stage- en onderzoeksplek vinden binnen de PABO gaan met dit probleem aan de slag, ook in hun rol als onderzoeker. Het werken aan doorlopende leerlijnen heeft zo nog een ietwat onverwacht neveneffect: het helpt bij het beantwoorden van onderzoeksvragen rond de ontwikkeling van studenten die leven op de PABO.

## Literatuur

- CITO (2008). *Toetsen voor de pabo's*. Op 4 november 2008 gevonden op [http://www.cito.nl/ho/pabo/eind\\_fr.htm](http://www.cito.nl/ho/pabo/eind_fr.htm)
- Faes, W. (1990). Op de Pabo kun je (leren) rekenen! - verslag resultaten wiskundemaatregel cursusjaar 1989-1990. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 9(2), 57-63.
- Houting, M. den (2007). Waar cijfers weer getallen zijn... *Euclides*, 82(6), 300-302.
- Keijzer, R. & Zanten, M.A. van (2006). Het Kanaal (106): Scoren voor gecijferdheid. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 25(4), 35-36.
- Keijzer, R. & Os, S. van (2002). Rekenen-wiskunde & didactiek anno 2002. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 20(3), 17-20.
- Keijzer, R. & Haarsma, J. (2007). Opleidingen verder in beeld (Kanaal 110). *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 26(3), 52-55.
- Kuip, J. van der (1998). Voorbeeldige verhalen. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 17(2), 45-48.
- Nielissen, G. & Weerd, N.T.E. de (2008). Minor Doorlopende Rekenlijnen PO – VO. In: R. Keijzer & V. Jonker. *Over de muurtjes*. Utrecht: ELWleR.
- Oonk, W., Zanten, M.A. van & Keijzer, R. (2007). Gecijferdheid, vier eeuwen ontwikkeling - perspectieven voor de opleiding -. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 26(3), 3-18.
- Panama Kerngroep Opleiders (2007). *Opleiden in geuren en kleuren – bakens voor rekenen-wiskunde & didactiek op de pabo*. Utrecht: Panama/Freudenthal Instituut
- Rinnooy Kan, A. (2007). *Leerkracht! Advies van de Commissie Leraren*. Den Haag: Delta Hage.
- Stout, G. (2004). Pedagogie of lineaire algebra? *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 5(2), 153-157.
- Streefland, R., Stokking, K. & Wubbels, Th. (2008). Een academische opleiding voor leraren primair onderwijs. *Tijdschrift voor lerarenopleiders*, 29(3), 11-17
- Van Mulken, F. (2006). Het leren van leraren: onderwijs voor velen of voor weinigen? *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 25(1), 3-8.
- Werken aan kwaliteit* (2008). Op 4 november gevonden op <http://www.paboweb.nl/index.php?action=of&type=thema&iid=37>
- Zanten, M.A. van & Brom-Snijders, P.A. van den (2007). Het Kanaal (108): Beleidsagenda lerarenopleiding leidt tot niveauverlaging. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 26(1), 19-23.
- Zanten, M.A. van (2006). Het Kanaal (103): Gecijferdheid op de pabo: leren versus selecteren. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 25(1), 9-15.

---

<sup>1</sup> Er zijn veel definities van gecijferdheid in omloop. Wij volgen hier voor de PABO de aanduiding zoals beschreven in Oonk, Van Zanten en Keijzer (2007).

# Klaar voor de start?

Marc van Zanten, Panama, Freudenthal Instituut / Hogeschool Edith Stein

## Drieluik voor rekenen-wiskunde & didactiek

Onder de titel 'Drieluik' verscheen in 1993 een boek met als ondertitel 'Handboek voor opleiders rekenen-wiskunde & didactiek'. In dit boek verhaalden startende docenten rekenen-wiskunde & didactiek (RWD) over het vormgeven van hun opleidingsonderwijs op de PABO. Allerlei aspecten daarvan werden aan de orde gesteld, van het verzorgen van colleges tot het ontwerpen van toetsen. Het woord 'drieluik' in de titel verwees naar de participanten in de lessen RWD: studenten, docenten en – centraal in het (opleidings)onderwijs – basisschoolleerlingen. In de jaren daarna werd door middel van het PUIK-project<sup>2</sup> gewerkt aan de publicatie 'Proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde & didactiek op de PABO' (Goffree en Dolk, red., 1995). In dit boek werden voor het eerst vakspecifieke startbekwaamheden RWD voor leraren basisonderwijs geformuleerd, gekoppeld aan zogenoemde standaards voor goed opleidingsonderwijs RWD.

Nu, ruim tien jaar na het verschijnen van 'Drieluik' en de 'Pabo-Proeve', zijn de omstandigheden waaronder PABO-studenten worden opgeleid en waaronder zij worden ingeleid in het vakgebied RWD drastisch veranderd. Zo moeten PABO-studenten sinds 2006 in hun eerste jaar de zogenoemde Wiscat-pabotoets halen, omdat zij anders hun studie niet mogen voortzetten. Dit gegeven heeft de eerste kennismaking van nieuwe studenten met het vakgebied RWD op de PABO een ander aanzien gegeven dan voorheen. Daarnaast brengt het streven naar meer samenhang in de opleidingscurricula met zich mee dat docenten RWD minder of geen autonomie meer hebben in het ontwerpen van toetsen en soms zelfs ook collegevormen. Verder beïnvloeden ontwikkelingen als opleiden in school, vraaggestuurd onderwijs en het doen van onderzoek door HBO-studenten het opleidingsonderwijs en de leerprocessen RWD op de PABO's (Panama Kerngroep Opleiders, 2007).

De Panama Kerngroep Opleiders is een groep PABO-docenten RWD<sup>3</sup> die zich bezighoudt met de versterking van de kwaliteit van het opleidingsonderwijs RWD. Deze groep heeft in de periode 2005 – 2007 geïnventariseerd met welke knelpunten en dilemma's PABO-docenten RWD tegenwoordig te maken hebben in het vormgeven van hun opleidingsonderwijs en het ondersteunen van de leerprocessen van hun studenten. Dit resulteerde in de publicatie 'Opleiden in geuren en kleuren – bakens voor rekenen-wiskunde & didactiek op de PABO' (Panama Kerngroep Opleiders, 2007). Hierin worden – de titel zegt het al – in antwoord op de optredende dilemma's, bakens uitgezet voor goed opleidingsonderwijs RWD.

Momenteel werkt de Kerngroep, in vervolg op 'Opleiden in geuren en kleuren', aan een vervolgpublishatie. Hierin richten we ons op wat startbekwame leerkrachten basisonderwijs tegenwoordig zouden moeten kunnen en kennen op het gebied van RWD. Of, anders geformuleerd, wat betekent startbekwaamheid voor RWD eigenlijk? En (hoe) is vast te stellen of een startbekwame leerkracht ook startbekwaam is voor RWD?

Hiermee volgen we het advies dat pionier van het eerste uur Goffree ter gelegenheid van 25 jaar Panama gaf: het opleidingsonderwijs te richten op professionele gecijferdheid, waarin eigen vaardigheid wordt geïntegreerd met vakdidactische kennis (Goffree, 2007). Daarbij gaat het ook om

---

<sup>2</sup> PUIK staat voor Programmering, Uitlijning, Invulling en Kwaliteit.

<sup>3</sup> In de Panama Kerngroep zijn docenten RWD vertegenwoordigd van Pabo Eindhoven (Fontys Hogescholen), Pabo Meppel (Stenden Hogeschool), Katholieke Pabo Zwolle, Pabo Groenewoud (HAN), Pabo Almere, Pabo De Eekhorst (Stenden Hogeschool), Avans Hogeschool, Christelijk Pabo Leeuwarden (Stenden Hogeschool), Pabo Arnhem (HAN), Pabo Deventer (Saxion Hogescholen), Pabo Leiden (Hogeschool Leiden), Pabo Thomas More (Hogeschool Leiden), Pabo Maastricht (Hogeschool Zuyd), Hogeschool Edith Stein, Hogeschool Domstad, Pabo Rotterdam (hogeschool InHolland) en de IPABO Amsterdam/Alkmaar.

de vraag hoe kan worden bewerkstelligd dat studenten zich ontwikkelen tot startbekwame leerkrachten op het gebied van RWD. Deze vraag zal onderwerp worden van een derde publicatie van de Kerngroep.

Aldus ontstaat weer een drieluik voor rekenen-wiskunde & didactiek op de PABO (l'histoire se repète). In dit nieuwe drieluik valt achter elk luik wat te vinden over de actuele vragen waar we als opleiders RWD mee te maken hebben.

Luik 1: Wat zijn knelpunten en dilemma's waar opleiders RWD tegenwoordig mee te maken hebben en wat zijn mogelijke antwoorden daarop? Dit is de publicatie 'Opleiden in geuren en kleuren'.

Luik 2: Wat moet startbekwaamheid RWD tegenwoordig inhouden en hoe ziet dat er uit? Hier werkt de Kerngroep momenteel aan.

Luik 3: Hoe kunnen we in de context van de actuele opleidingspraktijken realiseren dat studenten zich ontwikkelen tot startbekwame leerkrachten RWD?

## Luik 1: Opleiden in geuren en kleuren

In 2007 publiceerde de Kerngroep het boek 'Opleiden in geuren en kleuren – bakens voor rekenen-wiskunde & didactiek op de PABO'. In dit boek verhalen PABO-docenten RWD over de dilemma's en overwegingen waar zij in hun huidige opleidingspraktijk mee te maken hebben. Het boek spitst zich toe op drie aandachtsgebieden: rekenen-wiskunde tussen theorie en praktijk; gecijferdheid als basis; en RWD in de veranderende opleidingen. We gaan hier – bij wijze van voorbeeld – in op het eerste thema: rekenen-wiskunde tussen theorie en praktijk.

### Rekenen-wiskunde en didactiek in de stage

Zoals in elke beroepsopleiding is het opleidingsonderwijs op de PABO sterk verbonden met de (stage)praktijk. Onder meer vanwege de complexiteit van de leerprocessen die studenten doorlopen worden praktijkervaringen bewust betrokken bij de colleges rekenen-wiskunde en didactiek op de PABO – en waar mogelijk omgekeerd. Zo wordt het veel PABO-studenten in hun stagepraktijk pas goed duidelijk dat er een verschil is tussen 'kunnen rekenen' en 'rekenonderwijs verzorgen'.

Maaïke is een eerstejaars student. Zij loopt stage bij meester Joost in groep 7. De eerste stagedag al vertelt ze hem dat rekenen 'een ramp' zal worden, daar kan ze zelf niets van, dus de rekenlessen moet hij maar zelf doen. Joost neemt daar echter geen genoegen mee: "Rekenen hoort er gewoon bij. Sterker nog, het is een van de belangrijkste vakken. Het staat elke dag op het programma, dus je geeft gewoon rekenlessen," is zijn antwoord.

Bij de eerste de beste rekenles van Maaïke is Joost blij verrast. Maaïke laat de kinderen hun oplossingen aan elkaar vertellen. Ze vraagt goed door. Ze zet oplossingsstrategieën die van belang zijn voor het vervolg van het leerproces op het bord, goed gevisualiseerd met een adequaat model. Ze bereikt zo, zeker voor een eerstejaars, een hoog niveau in haar les. Maaïke heeft zelf helemaal niet in de gaten dat ze goed bezig is. "Ja, ik vraag net zo lang door tot ik zelf goed begrijp wat een kind zegt en als ik vind dat we het even moeten onthouden omdat we het straks nog nodig hebben, dan zet ik het op het bord," vertelt ze.

(Panama Kerngroep Opleiders, 2007, p. 51)

Student Maaïke heeft bij aanvang van haar studie enkel het beeld van 'niet kunnen rekenen' van zichzelf en wordt zich er in de stagepraktijk van bewust dat haar handelwijze het leerproces van kinderen ondersteunt. Een dergelijke bewustwording in de stagepraktijk komt vaker voor. Studenten met een goede reken-wiskundige vaardigheid merken dat basisschoolleerlingen in vergelijking met hun eigen formele oplossingswijzen andere – in hun ogen misschien zelfs omslachtige – oplossingsprocessen doorlopen. Ook deze studenten ervaren zo het verschil tussen het zelf kunnen rekenen en het verzorgen van rekenonderwijs. Dergelijke, vaak eerste, praktijkervaringen met rekenen-wiskunde worden in de bijeenkomsten op de PABO expliciet benoemd en benut om de

studenten zich open te laten stellen voor de didactiek en bijbehorende theorie van rekenen-wiskunde.

Actuele vakspecifieke theorie als de reconstructiedidactiek, komt overigens lang niet altijd overeen met hetgeen waar studenten mee in aanraking komen in hun stagepraktijk. Zo komen praktijksituaties waar instructie bij rekenen-wiskunde voornamelijk het karakter heeft van betekenisloos en trucmatig voor- en nadoen nog frequent voor (Griffioen, 2004). Een student in zo'n stagepraktijk vervalt gemakkelijk in soortgelijk instructiegedrag.

In mijn rol van stagebegeleider woon ik een rekenles van Ada bij. Ada is eerstejaars en heeft al vaker een rekenles gegeven. Het onderwerp van haar les is opgaven van het type  $2 \times 90$ . Ze had, zo verzekerde ze me van te voren, de les goed doorgesproken met haar mentor, meester Teun. Rustig en zelfverzekerd staat Ada voor de groep. Ze vertelt de kinderen van groep 5 dat je dan eerst  $2 \times 9$  uitrekent – “Maar dat weten jullie al, he?” – en daar moet je dan gewoon een nul achter zetten. “Maar als je  $2 \times 9$  nog niet zo goed weet, mag je je tafelkaart gebruiken.” Een aantal kinderen heeft zo'n tafelkaart waarop alle tafelopgaven en antwoorden staan en gebruiken die om  $2 \times 9$  en andere tafelp producten op te zoeken. Ada heeft deze gang van zaken van Teun overgenomen. Beiden vinden de les uitstekend verlopen.

(Panama Kerngroep Opleiders, 2007, p. 16)

Zoals alle startende studenten heeft Ada vanuit haar eerdere rol als leerling een bepaald beeld van (reken-wiskunde)onderwijs. Maar al te vaak is dit een versimpeld en mechanistisch beeld: de leraar is degene die de leerstof overdraagt en de leerlingen leren door daarnaar te luisteren (Verloop, 2003). Dit verklaart mede waarom Ada haar les geslaagd vindt; zij heeft immers haar verhaal gehouden en de leerlingen hebben daar naar geluisterd. Dat er vanuit het vakdidactisch perspectief rekenen-wiskunde veel op een dergelijke instructie valt af te dingen, ontgaat haar nog. Dit valt immers niet af te leiden uit haar actuele beeld van (reken-wiskunde)onderwijs.

### Grenzen aan leren in de stagepraktijk

Studenten als Ada, maar ook studenten als Maaike, moeten worden geholpen hun kennis van reken-wiskundeonderwijs uit te breiden en inzicht te ontwikkelen hoe kinderen rekenen-wiskunde leren. Dit overstijgt de mogelijkheden die het leren in een stagepraktijk biedt.

Neem bijvoorbeeld het gebruik van contexten. Contexten worden binnen de reken-wiskundendidactiek opgevat als voor leerlingen betekenisvolle situaties, aan de hand waarvan een bepaald reken-wiskundig fenomeen kan worden geïntroduceerd, verkend of waarin bepaalde rekenvaardigheden kunnen worden toegepast. Zo kan bijvoorbeeld de situatie waarin kinderen samen pizza's delen, worden gebruikt als context voor de introductie van breuken als deel van een geheel. Het gebruik van contexten is een aspect van realistisch reken-wiskundeonderwijs dat voor studenten makkelijk zichtbaar is in de praktijk; in alle reken-wiskundemethodes zijn contexten herkenbaar aanwezig. Studenten maken dan ook al snel zelf gebruik van contexten in hun stage. In eerste instantie vaak vooral als motiverend aspect voor de leerlingen. Om contexten zodanig in te zetten dat het leerproces van kinderen wordt ondersteund, zijn echter veel meer aspecten dan enkel het motiverende van belang, zoals:

- ‘betekenisvol’ is een relatief begrip; contexten kunnen bij kinderen meer of andere dingen oproepen dan bij de leerkracht;
- sommige contexten zijn betekenisverlenend voor getallen, sommige voor bewerkingen en weer andere voor allebei;
- sommige contexten lokken bepaalde oplossingsstrategieën uit;
- de vertaalslag van contextgebonden naar formeel rekenen – het horizontaal mathematiseren – wordt ondersteund door het gebruik van (denk)modellen of door leerlingen te laten modelleren;

- bij het gebruik van contexten als toepassingsgebied voor eerder verworven vaardigheden is het horizontaal mathematiseren een anderssoortig proces dan bij het gebruik van contexten als bron van nieuwe reken-wiskundige kennis en vaardigheden.

Juist dergelijke achterliggende vakspecifieke kennis maakt dat een (aanstaaend) leerkracht adequate microdidactische keuzes kan maken voor bijvoorbeeld geschikte contexten bij bepaalde leerstof en leerdoelen en deze keuzes kan onderbouwen. Dergelijke vakspecifieke kennis is voor studenten niet direct zichtbaar aan de praktijk. Immers, het hangt van allerlei omstandigheden af – de groep, het onderwerp van de les, het verloop van de les, de vakspecifieke deskundigheid van de leerkracht – welke specifieke kennis daadwerkelijk beschikbaar en zichtbaar is voor studenten. Ook waar de leerkracht beschikt over diepgaande vakspecifieke kennis, wordt deze niet automatisch ingezet in de reken-wiskundelessen (Dolk, 1997). Bovendien wordt dergelijke gedetailleerde kennis pas zichtbaar als de kijker er al weet van heeft. In alle gevallen moet er rekening mee worden gehouden dat bij rekenen-wiskunde niet alle achterliggende vakkennis en vakdidactiek rechtstreeks zichtbaar zijn aan, of vallen af te leiden uit, het handelen van de leerkracht.

### **Bakens bij ‘rekenen-wiskunde tussen theorie en praktijk’**

Bij alle drie de thema’s uit ‘Opleiden in geuren en kleuren’ zijn bakens geformuleerd op weg naar voldoende kwaliteit van het opleidingsonderwijs RWD. De geschetste bakens bieden tevens perspectief op goed opleidingsonderwijs. Hieronder nemen we de bakens bij het thema ‘rekenen-wiskunde tussen theorie en praktijk’ over.

#### *Eerste baken: Vakinhoudelijke begeleiding rekenen-wiskunde in de stage*

Voor het goed vormgeven van reken-wiskundeonderwijs op de basisschool is het noodzakelijk te beschikken over voldoende kennis van vakspecifieke theorie en vakdidactische noties. In de stagepraktijk is dit onderliggende kennisbestand rekenen-wiskunde en didactiek niet rechtstreeks beschikbaar en zichtbaar voor studenten. Essentieel voor de ontwikkeling van studenten is dat praktijkervaringen betekenis krijgen door de confrontatie met theoretische inzichten en vakdidactische noties. Daarom moet de rol van vakkennis en vakdidactiek rekenen-wiskunde in de stagepraktijk worden versterkt. Hiertoe is het noodzakelijk dat degenen die studenten begeleiden in de stage, beschikken over adequate vakspecifieke kennis en inzichten. PABO’s waarborgen aldus de verbinding tussen theorie en praktijk van het reken-wiskundeonderwijs. Om dit te realiseren is het noodzakelijk dat PABO’s hun professionaliseringstaak uitbreiden met het aanbieden van vakspecifieke scholing van stagebegeleiders en mentoren. Daarnaast valt te denken aan het (mede) laten verzorgen van stagebegeleiding door vakexperts als de docent RWD.

(Panama Kerngroep Opleiders, 2007, p. 42)

#### *Tweede baken: Gelegenheid voor het ontwikkelen van een repertoire rekenen-wiskunde*

De docent RWD besteedt in het opleidingsonderwijs aandacht aan een breed scala van leerprocessen met betrekking tot rekenen-wiskunde en didactiek. Het gaat op de PABO om het (weer) gemotiveerd raken voor het vak rekenen-wiskunde, het ontwikkelen van een positieve attitude ten aanzien van vakinhoud en vakdidactiek, het ontwikkelen van een adequaat niveau van gecijferdheid en een wiskundige houding, het verwerven van kennis van reken-wiskundige leerprocessen bij kinderen en het ontwikkelen van vakspecifieke didactische vaardigheden. Al deze leerprocessen zijn met elkaar verstrengeld en beïnvloeden elkaar. Begeleiding door de docent RWD is onmisbaar om deze leerprocessen optimaal te laten verlopen en in gang te houden. De docent RWD helpt studenten betekenis te geven aan vakinhoud en vakdidactiek door deze te relateren aan praktijkervaringen. Dit is complementair aan het eerste baken. Hiertoe is het noodzakelijk dat – evenwijdig aan de stages die studenten lopen – voldoende contacttijd met de docent RWD wordt gepland.

(Panama Kerngroep Opleiders, 2007, p. 42)

## Luik 2: Startbekwaam voor rekenen-wiskunde en didactiek

De PABO leidt op tot startbekwame leerkrachten voor het basisonderwijs. De aanduiding 'startbekwaam' verwijst ernaar dat een leerkracht op een gegeven moment bekwaam genoeg is om van start te gaan met de uitoefening van het beroep, maar geeft tevens aan dat een goede leerkracht zich blijvend verder ontwikkelt. Dit komt ook tot uitdrukking in de bekwaamheidseisen die de Stichting Beroepskwaliteit Leraren en ander onderwijspersoneel (SBL) heeft geformuleerd; een van de bekwaamheidseisen behelst het reflecteren op het eigen professionele handelen (SBL, 2004). Deze bekwaamheidseisen zijn algemeen van aard.

Specifiek voor RWD zijn bekwaamheidseisen voor het eerst geformuleerd in de eerdergenoemde 'Proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde & didactiek op de PABO' (p. 287 e.v.). Later zijn deze, evenals andere vakspecifieke bekwaamheidseisen, in opdracht van het ministerie van oc&w nader uitgewerkt in de 'Startbekwaamheden leraar primair onderwijs' (1997). Deze zijn echter nooit ingevoerd.

Sinds het verschijnen van deze vakspecifieke startbekwaamheidseisen is niet alleen in het opleidingsonderwijs veel veranderd, maar ook in het basisonderwijs. Ontwikkelingen als WSNS+ en meer recentelijk de één-zorgroute stellen hoge eisen aan het didactisch en differentieel vermogen van leerkrachten. Kerndoelen en reken-wiskundemethodes zijn vernieuwd en zullen zich onder invloed van nieuwe ontwikkelingen als de invoering van referentieniveaus (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen taal en rekenen, 2008) blijven vernieuwen. Specifiek bij RWD zijn inzichten over hetgeen van startbekwame leerkrachten wordt verwacht op het gebied van professionele gecijferdheid in beweging (Oonk e.a., 2007).

De Panama Kerngroep Opleiders werkt momenteel aan de tweede publicatie uit het 'drieluik'. Deze behandelt de actuele definiëring en vaststelling van startbekwaamheid voor RWD. De volgende twee hoofdpunten worden aan de orde gesteld:

1. Wat betekent startbekwaam voor RWD? Wat houdt dat in? Over welk repertoire rekenen-wiskunde beschikt de startbekwame leerkracht?
2. Hoe zie je dat iemand startbekwaam is op het gebied van RWD? Welk waarneembaar gedrag vertoont de leraar dan?

De complexiteit en gelaagdheid van een en ander wordt zichtbaar bij het inzoomen op kennis en vaardigheden die een rol spelen bij het realiseren van reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. De vaardige leerkracht beschikt over een repertoire op het gebied van RWD waarin sprake is van een geïntegreerd geheel van kennis, inzichten, vaardigheden en houdingsaspecten (Klep en Paus, 2006). Het gaat daarbij om kennis van en inzicht in de vakspecifieke didactiek (Treffers, 2007), evenals verschillende leertheorieën achter de onderwijsleerprincipes van de reconstructiedidactiek. Deze lopen uiteen van socio-constructivistische opvattingen (Gravemeijer, 1992) tot de handelingsleerpsychologie (Van Parreren en Nelissen, 1977). In samenhang met dergelijke zogenoemde globale theorieën gaat het om kennis van lokale theorieën omtrent de verschillende reken-wiskundige domeinen die op de basisschool aan bod komen, zoals bijvoorbeeld de tafels van vermenigvuldiging of kommagetallen. Hierbij gaat het om microdidactische overwegingen, zoals welke contexten betekenisverlenend zijn voor het specifieke domein, welke denkmodellen ondersteunend zijn voor bepaalde oplossingsstrategieën en zo meer. Meeromvattende kennis betreft bijvoorbeeld kennis van langlopende leerprocessen en doorlopende leerlijnen. Lokale theorieën zijn op te vatten als concretisering van de globale theorie zoals geformuleerd in de onderwijsleerprincipes van rekenen-wiskunde en hangen dus nauw met elkaar samen. Bijvoorbeeld: het globale principe van het gebruik van modellen als middel tot abstrahering vindt in de lokale theorie van het vermenigvuldigen een uitwerking in het gebruik van het groepjesmodel, rechthoekmodel, getallenlijn en strook- of verhoudingsmodel. In de globale theorie gaat het er tevens om hoe het proces van modelleren kan plaatsvinden, zodanig dat er een natuurlijke

ontwikkeling plaatsvindt van het contextgebonden handelen, via modelondersteund handelen tot het beoogde formeel wiskundig handelen.

De relatie tussen globale en lokale theorie komt tot uiting in didactische vaardigheden als concretiseren, contextualiseren, visualiseren, modelleren en abstraheren. Hiermee samenhangend spelen bovendien vakoverstijgende didactische vaardigheden een rol, zoals het stellen van denkvragen, vertellen, observeren en luisteren, uitleggen en enthousiasmeren bij rekenen-wiskunde (Van Zanten, 2007).

Om recht te doen aan deze complexiteit en gelaagdheid, krijgt de tweede publicatie vorm in paradigma's, dus (deels) narratief. De paradigma's spelen zich af op en over de grens tussen opleiding en werk. Het gaat daarbij zowel om het waarneembare gedrag van de startbekwame leerkracht als om wat er aan kennis en kunde achter en onder dat waarneembare gedrag zit. Op het moment van dit schrijven buigt de Kerngroep zich over het breedte- en het dieptevraagstuk: welke voorbeeldsituaties kunnen worden uitgewerkt tot paradigma's? Hoe kan in voldoende mate het repertoire van de startbekwame leerkracht voor RWD in beeld worden gebracht? Welke elementen dienen in de paradigma's verwerkt te worden om het niveau te duiden? Met deze publicatie wil de Kerngroep een inhoudelijk verantwoord antwoord geven op de roep om eindtermen en eindtoetsen rekenen-wiskunde op de PABO (daarover verderop meer). Het streven is in de loop van 2009 deze publicatie af te ronden.

## **Luik 3: Bewerkstelligen van de groei naar startbekwaamheid**

### **RWD**

Minstens even wezenlijk als de vraag wat startbekwaamheid voor RWD precies inhoudt, is de vraag hoe kan worden bewerkstelligd dat PABO-studenten zich ontwikkelen tot een op het gebied van RWD startbekwame leerkracht. Hoe bouw je met en bij studenten aan hun repertoire? Deze vraag speelt al in het tweede 'luik' op de achtergrond mee, maar zal in het derde 'luik' nader worden uitgewerkt. Daarbij zal het vooral gaan om hoe PABO-docenten RWD in de actuele opleidingen studenten in hun ontwikkeling op het gebied van RWD zo optimaal mogelijk kunnen ondersteunen. Het werk aan het laatste deel van het drieluik zal naar verwachting najaar 2009 van start gaan.

### **Besluit: Klaar voor de start?**

Onlangs verscheen de Kwaliteitsagenda 2008-2011 voor het opleiden van leraren onder de titel 'Krachtig Meesterschap' (oc&w, 2008). Hierin wordt ingezet op een gezamenlijke kennisbasis en gezamenlijke eindtermen en -toetsen voor rekenen (p. 20 e.v.). Aan deze ontwikkeling kan met het oog op startbekwaamheid voor RWD zowel een kans als een risico worden onderscheiden. De kans lijkt evident: het realiseren van een adequaat uitstroomniveau van de PABO (waarbij wel de kanttekening moet worden gemaakt dat momenteel feitelijk niet bekend is of het uitstroomniveau wel of niet adequaat is). Het risico behelst het tegenovergestelde; dat het uitstroomniveau van de PABO juist in negatieve zin wordt beïnvloed. Als een eindtoets 'rekenen' op de PABO zich zal beperken tot rekenvaardigheid, kan dat erin resulteren dat de aandacht voor professionele gecijferdheid en vakdidactiek onder druk komt te staan en dat studenten voor wat betreft rekenen-wiskunde een eenzijdig beroepsbeeld ontwikkelen. Dit is vergelijkbaar met de bezwaren tegen het gebruik van de landelijk verplichte Wiscat-rekentoets in het eerste jaar, waarbij immers door de meeste PABO's toetsen gecijferdheid met een hogere norm en een breder bereik zijn afgeschaft (Van Zanten en Van den Brom-Snijders, 2007). Dat in de Kwaliteitsagenda 2008-2011 de term 'rekenen' wordt gebruikt, in plaats van 'rekenen-wiskunde' of 'rekenen-wiskunde en didactiek' is in dit verband hopelijk niet veelzeggend. Een te grote focus op rekenen als instrumentele vaardigheid draagt het risico in zich dat te weinig aandacht overschiet voor rekenen-wiskunde als betekenisverlenend vakgebied. Eerder dit jaar wees de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen taal en rekenen er al op dat de kennis en kunde van de startbekwame leerkracht op het gebied van RWD meer inhoudt dan enkel zelf goed kunnen



rekenen: “Om als leraar leerlingen in hun leerproces op weg te helpen, is het noodzakelijk dat hij/zij diepgaande kennis heeft van de vakinhoud, maar ook van manieren om die vakinhoud op verschillende manieren te presenteren aan leerlingen” (2008, p. 64). Anders gezegd: het gaat er niet alleen om dat de startbekwame leerkracht voor RWD in wiskundige zin boven de stof staat, maar ook in didactische zin (vergelijk Hill e.a, 2005; 2008).

Het vakgebied rekenen-wiskunde is voor de (startbekwame) leerkracht onlosmakelijk verbonden met de vakspecifieke didactiek. Om kinderen rekenen-wiskunde te kunnen leren, moet de leerkracht kennis hebben van rekenen-wiskunde zelf (wat wordt geleerd), de leerlingen (wie leert) en leerprocessen en didactiek (hoe wordt geleerd). Dit onderscheid en inzicht zijn van wezenlijk belang voor een mogelijk te ontwikkelen gezamenlijke kennisbasis en gezamenlijke eindtermen en -toetsen. Deze zullen een voldoende brede reikwijdte moeten hebben. De Panama Kerngroep hoopt met deel twee van haar ‘drieluik’ een inhoudelijk verantwoorde richting aan te geven in antwoord op de roep om eindtermen en -toetsen.

## Literatuur

- Dolk, M. (1997). *Onmiddellijk onderwijsgedrag. Over denken en handelen van leraren in onmiddellijke onderwijssituaties* (proefschrift). Utrecht: IVLOS.
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen taal en rekenen (2008). *Over de drempels met taal en rekenen*. Enschede: Expertgroep Doorlopende Leerlijnen taal en rekenen.
- Goffree, F., Dolk, M., Drayer, H., Olofsen, N. & Faes, W. (red.)(1993). *Drieluik – Handboek voor opleiders rekenen-wiskunde & didactiek*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Goffree, F. & Dolk, M. (red.)(1995). *Proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde & didactiek op de pabo*. Enschede/Utrecht: Instituut voor Leerplanontwikkeling/NVORWO.
- Goffree, F. (2007). PUIK. Herinneringen aan een uniek ontwikkelproject voor de pabo. In: M. van Zanten (red.), *25 jaar Panama. Gouden momenten verzilveren*. Utrecht: Panama/Fisme.
- Gravemeijer, K. (1992). Socio-constructivisme en realistisch reken-wiskundeonderwijs. In: M. Dolk (red.), *Rekenen onder en boven de tien*. Utrecht: HMN/FI.
- Griffioen, J. (2004). Zeurpiet of klokkenluider? In: R. Keijzer & E. de Goeij (red.), *Rekenen-wiskunde als rijke bron*. Utrecht: Panama/FI.
- Hill, H., Rowan, B. & Ball, D. (2005). Effects of Teachers’ Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Hill, H., Ball, D. & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers’ Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Klep, J. & Paus, H. (2006). Geen competentie zonder repertoire. *VELON Tijdschrift voor lerarenopleiders*, 27(1), 5-12.
- OC&W (2008). *Krachtig meesterschap. Kwaliteitsagenda voor het opleiden van leraren 2008-2011*. Den Haag: OC&W.
- Oonk, W., Zanten, M. van & Keijzer, R. (2007). Gecijferdheid, vier eeuwen ontwikkeling – Perspectieven voor de opleiding. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 26(3), 3-18.
- Panama Kerngroep Opleiders (2007). *Opleiden in geuren en kleuren – Bakens voor rekenen-wiskunde & didactiek op de pabo*. Utrecht/Enschede: Panama/Fisme/SLO.
- Parreren, C. & Nelissen, J. (red.) (1977). *Teksten en analyses Sovjet-psychologie 2. Rekenen*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- SBL (2004). *In bewkame handen – Bekwaamheidseisen voor leraren. Het ontwerp van de beroepsgroep*. (CD-rom) Stichting Beroepskwaliteit Leraren en ander onderwijspersoneel.
- VLPC/SLO (1997). *Startbekwaamheden leraar primair onderwijs. Deel 1: Startbekwaamheden en situaties*. Utrecht/Enschede: VLPC/SLO.

- Treffers, A. (2007). H.F.'s laatste. In: M. van Zanten (red.), *25 jaar Panama. Gouden momenten verzilveren*. Utrecht: Panama/Fisme.
- Verloop, N. (2003). De leraar. In: N. Verloop & J. Lowyck (red.), *Onderwijskunde. Een kennisbasis voor professionals*. Groningen/Houten: Wolters-Noordhoff.
- Zanten, M. van (2007). Meer dan rekenen en stage-ervaringen opdoen. Pabostudenten leren rekenen-wiskunde en didactiek. *VELON Tijdschrift voor lerarenopleiders*, 28(4), 43-50.
- Zanten, M. van (red.) (2007). *25 jaar Panama. Gouden momenten verzilveren*. Utrecht: Panama/Fisme.
- Zanten, M. van & Brom-Snijders, P. van den (2007). Beleidsagenda lerarenopleiding leidt tot niveauperlagings. Gehanteerde rekenvaardigheids- en gecijferdheidstoetsen. *Rekenwiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 26(1), 19-23.

# Beoordelingsschema's en het Vakdidactisch Portfolio Wiskunde

Ton Konings, Henk Staal, leden van de Samenwerkingsgroep 2e graads Lerarenopleidingen Wiskunde (SLW)

## Inleiding

*In 1998 boden we<sup>4</sup> studenten op de lerarenopleiding wiskunde een curriculum vakdidactiek aan via cursussen met door de SLW<sup>5</sup> ontwikkelde werkboeken<sup>6</sup>, waar we als opleiders heel tevreden over waren. Wel vroegen we ons af of we in de stage voldoende terug zagen van die cursussen vakdidactiek.*

*In 2008 is in het competentiegericht opleiden de beroepspraktijk het uitgangspunt. Tijdens het werkplekleren moet bij voorkeur de vereiste bagage op het moment dat die nodig is ook beschikbaar zijn.*

*De uitdaging van dit moment voor de lerarenopleiders lijkt te zijn: realiseren van een koppeling van inhouden van de opleiding aan gedrag op de werkplek. Daartoe moet eerst duidelijk worden gemaakt wat de vakdidactische competentie wiskunde inhoudt en hoe die kan worden vastgesteld. Vervolgens is er de vraag hoe studenten hun vakdidactische competentie kunnen verwerven. We schetsen hier een aantal stappen die we de afgelopen jaren gezet hebben en we geven aan hoe we hiermee verder zullen gaan.*

In dit artikel schetsen we eerst ons probleem: hoe bevorder je dat er in de stage meer terug te zien is van vakdidactiek en hoe bereik je dat de vakdidactische ontwikkeling van studenten terug te vinden is in het portfolio. Daarna laten we zien hoe we bij het voorbereiden en uitvoeren van een lessenreeks zorgen dat studenten zich vakdidactisch voorbereiden. We beschrijven hoe we door het gebruik van beoordelingsschema's duidelijke eisen stellen aan de voorbereiding en uitvoering van lessenreeksen. Daarna laten we zien hoe we deze aanpak ook toepassen bij andere stageonderdelen zoals het begeleiden van leerlingen en het voorbereiden en uitvoeren van praktische opdrachten. Vervolgens laten we zien dat de beoordelingsschema's, aangevuld met verwijzing naar thema's in de Kennisbank Wiskunde, een goede ondersteuning kunnen bieden bij het samenstellen van het wiskunde- vakdidactische deel van het portfolio. Tot slot formuleren we enkele vragen die bepalend zijn voor de verdere ontwikkeling van onze aanpak.

---

<sup>4</sup> De aanpak en producten die we beschrijven in dit artikel zijn ontwikkeld door de SLW als geheel. Meestal verwijst het woordje 'we' in dit artikel dus niet naar alleen de auteurs maar naar de hele SLW.

<sup>5</sup> De SLW is vooral een "productiegroep" van materialen voor de lerarenopleiding wiskunde. Daarnaast vindt er uitwisseling van leerplannen plaats en wordt af en toe een conferentie voor lerarenopleiders wiskunde georganiseerd. Het APS geeft het lesmateriaal uit en faciliteert het overleg. Naast dit schriftelijk materiaal worden ook thema's ontwikkeld voor de digitale Kennisbank Wiskunde.

Deelnemers in 2008-2009: Frans Ballering ( Hog. Rotterdam en Omgeving), Hans Krabbendam (Fontys Tilburg), Harry van Helden (Fontys, Sittard), Henk Staal (Hogeschool van Amsterdam), Els Boonstra (Hogeschool van Utrecht), Ton Konings (ILS-HAN Nijmegen, contactpersoon)

<sup>6</sup> Publicaties van Samenwerkingsgroep 2e graads Lerarenopleidingen Wiskunde (SLW), Uitgaven via APS: de serie van "Wiskunde voor leerlingen van 12-16" met de delen Algebra, Meetkunde en Rekenen, en de serie "Leren effectief lesgeven" met o.a. Probleemoplossen, Het presenteren van wiskunde, Het leren van wiskunde, Het voor bereiden van lessen, Proefwerken, Het voorbereiden van een lessenreeks. Een deel hiervan is bewerkt tot "algemeen didactische thema's" in de Kennisbank Wiskunde.

## Wat zie je van vakdidactiek cursussen terug in de stage en in portfolio's?

"Hoe ik wiskunde zo aan leerlingen uitleg dat ze het snappen". Antwoorden van deze strekking krijg je vaak als je aan beginnende studenten van lerarenopleidingen wiskunde vraagt wat ze willen leren bij vakdidactiek cursussen. Vaak zijn studenten ook geïnteresseerd in verschillende manieren om wiskundige begrippen uit te leggen: "Als het ene niet werkt, kun je het andere proberen". Veel vakdidactiek cursussen van de opleidingen komen, soms via een omweg, wel tegemoet aan die vraag. In een cursus algebradidactiek zullen bijvoorbeeld allerlei didactische modellen voor het leren oplossen van vergelijkingen de revue passeren. Daarnaast zal bijvoorbeeld ook worden behandeld hoe leerlingen met behulp van allerlei geschikt gekozen activiteiten wiskundig inzicht kunnen ontwikkelen. Vaak horen bij vakdidactiek cursussen ook opdrachten die uitgevoerd moeten worden in de stage. Toch is het moeilijk om na te gaan of die cursussen effect hebben op de lessen die studenten geven. Met vakdidactiek cursussen loop je ook het risico dat je didactische problemen behandelt op een moment dat studenten die problemen in de stage nog niet zijn tegengekomen of er nog niet aan toe zijn om dat soort problemen op te lossen, omdat ze bijvoorbeeld geheel in beslag genomen worden door ordeproblemen. Aan het eind van de rit bij het verstrekken van het diploma verklaart de opleiding in feite wel dat de student didactisch voldoende toegerust is om zelfstandig het beroep van wiskundeleraar te gaan uitoefenen. Is dat ook zo? En heeft de opleiding haar werk dus goed gedaan?

Voor zover wij weten is deze vraag nooit specifiek uitgewerkt en onderzocht voor de tweedegraads lerarenopleidingen wiskunde. Wel bestaan er al heel lang twijfels over de effectiviteit van de lerarenopleidingen in het algemeen. Deze twijfels speelden rond 2003 een belangrijke rol bij het invoeren van het competentiegericht opleiden van leraren. Uit allerlei onderzoeken voorafgaand aan de invoering van het competentiegericht opleiden kwam een somber beeld naar voren. Zie voor een overzicht hiervan bijvoorbeeld Wideen, Mayer-Smith en Moon (1998). Met de invoering van het competentiegericht opleiden wilden de tweedegraads lerarenopleidingen een fundamentele oplossing realiseren voor de problemen rond het opleiden van leraren. Ze deden dat in het gezamenlijke project Educatief Partnerschap (EPS). In dit project waren ook opleidingsscholen vertegenwoordigd. In het slotdocument van dit project worden de problemen met het opleiden van leraren geanalyseerd en wordt uitgewerkt hoe het concept van het competentiegericht opleiden een antwoord kan zijn op deze problemen (Snoek & Wouda, 2003). De kern van het probleem is dat 'studenten tijdens de opleiding kennis en vaardigheden verwerven, maar dat de beheersing daarvan nog geen garantie is dat studenten de kennis en vaardigheden later daadwerkelijk in de complexe situatie van de praktijk kunnen integreren en toepassen'. We veronderstellen de hoofdlijnen van het concept van competentiegericht opleiden als bekend en concentreren ons op de gevolgen ervan voor het curriculum en de plaats van vakdidactiek. Vrij vertaald en samengevat is de belangrijkste aanbeveling uit het rapport dat het accent moet verschuiven van een vaste modulaire opbouw waarin de student zich in een vaste volgorde vaardigheden en kennis eigen maakt naar meer 'flexibele leerroutes' waarin de student via een 'zelfgestuurd leerproces' begeleid door de docent adequaat leert handelen in de complexe beroepspraktijk. Een opleiding kan hier meer of minder ver in gaan. In de EPS-publicatie 'De didactiek van het praktijkrelevant opleiden' wordt een aanpak beschreven waarbij geheel uitgegaan wordt van ervaringen van studenten. Studenten leren door structureren en generaliseren van praktijkervaring en zo ontstaat ook theorie die achteraf desgewenst aangevuld kan worden. (Korthagen, Melief & Tigchelaar, 2002).

In de praktijk ontstonden op dit punt op de verschillende opleidingen verschillende uitwerkingen. Er waren opleidingen waar alle vakdidactiek cursussen in de oude vorm gehandhaafd bleven en er waren ook opleidingen waar deze cursussen voor een deel plaats gingen maken voor een meer competentiegerichte benadering. Hoe dan ook ontstond er overal naast de oude praktijk van cursussen, toetsen en het uitvoeren van opdrachten de nieuwe praktijk van begeleiden,

competenties, portfolio en assessments. In dit spanningsveld begon het Ruud de Moor Centrum in 2003 met het ontwikkelen van de Kennisbank Wiskunde. Deze digitale kennisbank zou de student toegang moeten geven tot vakdidactische informatie en achtergronden op het moment dat daar vanuit de beroepspraktijk behoefte aan is en zou, op die manier, de toepassing van vakdidactiek in de stages bevorderen. Deze aanpak past goed binnen het concept van het competentiegericht opleiden. In het working paper 'De Kennisbank Wiskunde en competentiegericht opleiden van wiskundeleraren' (Staal, 2006) zijn de eerste ervaringen met deze kennisbank beschreven en geanalyseerd. De eerste experimenten met de kennisbank wiskunde leerden ons dat het simpelweg beschikbaar stellen van de kennisbank aan studenten weinig effect heeft. Als het doel is dat studenten de kennisbank gebruiken bij het voorbereiden en uitvoeren van lessen, moet met voorbeelden duidelijk gemaakt worden hoe de kennisbank hiervoor benut kan worden. Daarnaast, zo hebben nieuwe ervaringen met studenten ons inmiddels geleerd, moeten er ook eisen gesteld worden aan het resultaat. Een andere vraag is of ook in het portfolio de vakdidactische ontwikkeling van studenten zichtbaar wordt. In het slotdocument van het EPS wordt het portfolio beschreven als een instrument met verschillende functies. Een belangrijke functie is dat het portfolio het leerproces van de student zichtbaar maakt. Daarnaast moet het portfolio ook 'bewijzen' bevatten waaraan te zien is wat de student geleerd heeft. Het eerste experiment met de Kennisbank Wiskunde leerde ons dat die eerste functie van het portfolio niet goed uit de verf kwam. Verder viel het op dat er tijdens de begeleiding van studenten soms opmerkelijke vakdidactische ontwikkelingen te zien waren, terwijl die niet terug te vinden waren in het portfolio. Daarnaast hebben we tijdens besprekingen in de SLW ook vaak geconstateerd dat er in het algemeen in portfolio's weinig vakdidactiek terug te vinden is. Een oorzaak kan zijn dat de te realiseren competenties zeer globaal beschreven zijn en het in de praktijk toch voor een groot deel aan de student wordt overgelaten om deze in te vullen. In paragraaf 6 beschrijven we onze plannen om studenten te stimuleren in het portfolio ook expliciet aandacht te besteden aan de vakdidactische competentie.

## **Een lessenreeks voorbereiden en een beoordelingschema**

Enkele jaren geleden verscheen de bundel 'Het voorbereiden van een lessenreeks' (SLW, 2000). Deze bundel werd op enkele opleidingen gebruikt in een cursus voorafgaand aan de stageperiode in het derde jaar. Vervolgens werd van studenten verwacht dat tijdens de stage een lessenreeks bij een hoofdstuk uit het op de stageschool gebruikte leerboek werd voorbereid, uitgevoerd en geëvalueerd. Het product dat dit opleverde (de schriftelijke voorbereiding en een verslag van de uitvoering) werd achteraf beoordeeld. De kwaliteit hiervan viel geregeld tegen, omdat veel zaken uit de cursus er niet in terugkwamen. Vaak werd een eenvoudig hoofdstuk in een gemakkelijk te hanteren klas gekozen. Het product bestond meestal uit een uitgebreide studiewijzer met een stapeltje lesvoorbereidingen. Van de onderwerpen die in de voorbereidende cursus aan bod waren geweest zoals leerstofanalyse, werken aan lange termijn doelen, differentiatie in de klas, samenwerkend leren en analyse van de proefwerkresultaten, was vaak weinig terug te zien.

De belangrijkste oorzaak hiervan is naar ons idee dat studenten tijdens de cursus nog niet aan de stage begonnen waren. Studenten leerden het voorbereiden van een les aan de hand van voor de student willekeurige fragmenten uit de leerstof. We verwachtten dus dat studenten in staat waren om zelfstandig de ideeën uit de cursus toe te passen op een hoofdstuk dat in de stage aan de orde kwam. Verder speelde mee dat er tussen het eind van de cursus en de stage een periode kon zitten van enkele weken. De inhoud van de cursus raakt dan op de achtergrond en de student richt zich bij de voorbereiding van lessen op de begeleider op de stageschool die niet betrokken was bij de cursus en de daaruit voortvloeiende opdracht..

In het kader van de invoering van het competentiegericht opleiden probeerden we dit te verbeteren door de cursus te geven tijdens de stageperiode. Studenten konden dan in overleg met de

stageschool een hoofdstuk uitkiezen waarvoor ze tijdens de cursus een plan zouden ontwerpen. Dit vormde een aanzienlijke verbetering. Het plan voor de lessenreeks groeide nu tijdens de cursus. Tijdens elke cursusbijeenkomst werd een didactisch onderwerp centraal gesteld dat door de studenten dan direct voor het eigen hoofdstuk werd uitgewerkt. Verder bedachten we dat het goed zou zijn om criteria voor de beoordeling van de voorbereiding en de uitvoering van zo'n lessenreeks op te stellen. Met behulp van zulke criteria kunnen niet alleen werkstukken beoordeeld worden, maar ze maken het ook mogelijk om tijdens de cursus de bedoelingen toe te lichten en daar voorbeelden bij te geven.

Bij pogingen dergelijke criteria te formuleren speelde steeds de vraag 'Wat is vakdidactisch competent?'. De competenties zoals ze geformuleerd zijn door de Stichting Beroepskwaliteit Leraren zijn het uitgangspunt. De vakdidactische competentie is daar echter slechts zeer globaal beschreven. Deze competentie moet per vak uitgewerkt worden. Het rapport Wiskundeleraar Vakbekwaam (NVVW/SBL/FI, 2008) komt hieraan tegemoet door het geven van indicatoren voor beroepsstandaarden, maar biedt nog onvoldoende handvatten voor het opleiden van leraren. De Kennisbasis Vakdidactiek Wiskunde<sup>7</sup> geeft een beschrijving van vereiste theoretische, methodische en praktische kennis. Dit blijft echter bij een verzameling trefwoorden. We zijn daarom zelf aan de slag gegaan. Met op de achtergrond de gedachte dat er een ontwikkeling in de richting van de vakdidactisch competentie zichtbaar gemaakt moet worden, besloten we om bij alle te behandelen vakdidactische onderwerpen in het kader van de lessenreeks criteria te formuleren, en daarbij vier niveaus te onderscheiden: 'beginnend', 'in ontwikkeling', 'competent' en 'voorbeeldig'. Het resultaat werd weergegeven in een beoordelingsschema. Zie figuur 1 voor het eerste deel van het beoordelingsschema (het volledige schema is te vinden in de Kennisbank Wiskunde [www.kennisbankwiskunde.nl](http://www.kennisbankwiskunde.nl) bij het thema Vakdidactisch Portfolio).

De beoordelingsschema's werden bij aanvang van de cursus toegelicht. Op de lerarenopleiding in Nijmegen werden de begeleiders op school in bijeenkomsten ook op de hoogte gebracht van de vernieuwde opzet van de cursus. Op andere opleidingen was dit om praktische redenen niet mogelijk. Ook werd aan studenten gevraagd de voorbereiding van de lessenreeks vóór de uitvoering ervan ter goedkeuring voor te leggen aan de vakdidactische begeleider op de opleiding. De kwaliteit van de producten van studenten nam, naar het oordeel van de docenten, daarmee aanzienlijk toe. De docenten hebben de indruk dat door tijdens de cursus bij de verschillende criteria voorbeelden te geven studenten een steeds beter beeld kregen van wat er van hen verwacht werd en welke mogelijkheden er waren om aan die verwachtingen te voldoen. De beoordelingsschema's speelden ook een belangrijke rol bij het begeleiden van studenten en bij het concretiseren van de vakdidactische competentie. In de praktijk werden de schema's dus niet alleen gebruikt om achteraf het plan voor de lessenreeks te beoordelen, maar ook om allerlei fragmenten van het plan die tijdens de cursus ontstonden te evalueren en van feedback te voorzien.

---

<sup>7</sup> Kennisbasis Wiskunde Vakdidactiek, ADEF, <http://www.feo.hvu.nl/kennisbasis>

	<b>beginnend</b>	<b>in ontwikkeling</b>	<b>competent</b>	<b>voorbeeldig</b>
<b>Keuze van een hoofdstuk</b>	Kiest een hoofdstuk, op basis van de planning van studie of school.	... en houdt rekening met eigen vakdidactische belangstelling.	... en houdt rekening met wensen van de wiskundesectie voor speciale ontwikkelingen.	... en houdt rekening met verder te ontwikkelen competenties en bekwaamheidseisen.
<b>Leerstofanalyse</b>	Maakt de opgaven "als leerling". Maakt een globale verdeling van leerstof over lessen.	... en beschrijft voorkennis, vervolg, aanvullend materiaal.	... en beschrijft de vakdidactische opbouw en maakt een plan voor de eigen vakdidactische aanpak.	... en gebruikt achtergrond informatie uit diverse vakdidactische bronnen.
<b>Doelen voor leerlingen</b>	<b>'Weten dat ...'</b> Beschrijft concreet en gedetailleerd de doelen en koppelt die aan representatieve opgaven.	<b>'Weten waarom...'</b> ... en hoe de leerstof betekenis kan krijgen voor de leerlingen (toepassingen, actualiteit, verband met andere hoofdstukken of vakken, meerdere manieren en denkmodellen).	<b>'Weten hoe...'</b> ... en hoe er gewerkt wordt aan doelen op langere termijn zoals probleemaanpak, redeneren, verwoorden,...	<b>'Weten over weten'</b> ... en hoe er gewerkt wordt aan de ontwikkeling van studievaardigheden en leerstijl.

Figuur 1. Eerste deel beoordelingsschema.

Een paar opmerkingen bij het beoordelingsschema:

- Een goede afstemming tussen opleiding en stageschool is natuurlijk ook hier zeer wenselijk. Bij het eerste onderwerp speelt de begeleiding op school een rol en bij het tweede de begeleiding vanuit de opleiding.
- De schema's zijn niet uitsluitend bedoeld als tabellen waarin doelen afgevinkt kunnen worden waarna het werk klaar is. Eerder leveren ze een samenhangend geheel van formuleringen, waaruit kan worden geput bij instructie, begeleiding en beoordeling.
- We richten ons hier op de vakdidactische competentie. Die is niet te isoleren van de andere competenties. De onderwerpen die behandeld worden zijn algemeen en worden pas vakdidactisch wanneer ze toegepast worden op de schoolwiskunde en in de wiskundelessen.

In figuur 2 is een voorbeeld te zien van een complete beoordeling van de voorbereiding van een lessenreeks.

## Beoordeling van een Lessenreeks bij een (wiskunde-)hoofdstuk

### DEEL 1. VOORBEREIDEN VAN EEN LESSENSERIE

Beste Jan,

Met plezier heb ik je lessenserie gelezen. Je hebt je grondig verdiept in de inhoud van het hoofdstuk en al flink na gedacht over je lessen. Op vele punten ben ik het eens met je zelfbeoordeling, op een aantal niet helemaal.

	beginnend	in ontwikkeling	competent	voorbeeldig
Keuze van een hoofdstuk		X		
Werken aan eigen competentie		X	X	
Leerstofanalyse		X		
Doelstellingen voor leerlingen		X		
Differentiatie, gepland		X		
Materialen en hulpmiddelen		X	X	
Proefwerk en evaluatie		X		
Lesindeling en werkvormen		X	X	
Leerlingactiviteiten		X		
De eerste les		X		
Vorbereiding volgende lessen		X	X	
Studiewijzer	X			

Hieronder geef ik een aantal opmerkingen en stel ik ook nog vele vragen. Niet om allemaal te laten beantwoorden, wel om te prikkelen.

Een aantal detailopmerkingen/ informatieve vragen:

- Graag tzt kaft, inhoudsopgave, enige informatieve gegevens (welke methode, leerstofstroom, hoeveel leerlingen, beginsituatie (welke werkwijzen/ welke werkvormen zijn gebruikelijk in de school?), ...
- Ik heb geen studiewijzer gezien, "staat op teletop", maar vind ik wel prettig om te kunnen bekijken.
- Terminologie: Je bedoelt met "Doelen over het geheel": "algemeen wiskundige doelen", "doelen mbt studievaardigheden"?

Opmerkingen/ vragen:

- Over Getal en Ruimte in dit hoofdstuk, en wat ik mis in jouw analyse :
  - Voor leerlingen is dit een moeilijk hoofdstuk. Getal en Ruimte werkt vrij snel naar abstractie toe. Ik kan me voorstellen dat ze af en toe het spoor bijster zijn. "waar zijn we eigenlijk mee bezig?", "waar gaat het naar toe?" "Waarom heet het vergelijkingen? "Wat vergelijk je". "Wat is x, en wat betekent a, wat is het verschil tussen die twee "( variabele en parameter), wordt er overal voldoende relatie gelegd met context, met rekenen met getallen en met tabellen
  - Ik mis een mooie context, waarmee twee grootheden vergeleken worden ( Bijv in jouw openingsopgave: de kosten van computerreparatie van het ene bedrijf met die van een andere bedrijf).Dat kan in een tabel, ook in een grafiek en dat kan in een formule. Hiermee geef je ook betekenis aan de leerstof.
- Wat voor problemen kunnen leerlingen zoal hebben?



Vervolg Voorbeeld, een beoordeling van voorbereiding van een lessenreeks

- Les 1: Is de vraag die je voor DDU gebruikt “dik “genoeg om leerlingen mee aan het denken te zetten?
- Instapopgave: kun je niet volstaan met een plaatje met gegevens en een paar goede vragen vanuit de context?
- Proefwerk (van de methode/ de sectie / jezelf?) richt zich op routines. Is het ook mogelijk een enkele reflectieve, begripsmatige, inzichtesende vraag te bedenken?
- Bij het proefwerk mis ik de normering en ook is ter verantwoording een indeling in kennis/ begrips- vragen, of elementair/ complex mogelijk
- Klassikale afsluitingen, bespreking van een paar punten waaraan ze gewerkt hebben, doe je niet. Waarom niet?
- iets meer onderbouwing van wat je waarom doet, maakt het geheel sterker.

Verdere vragen:

- Het lijkt erop dat je geen opgaven overslaat en wel extra activiteiten plant. Heb je dan wel genoeg tijd? Doe je dan geen dingen dubbel? Kun je schrappen?
- leerlingen die het lastig vinden ( hoe weet je dat?) wil je attenderen op applets op teletop. Is dat niet te vrijblijvend? Betere leerlingen opgaven uit ander boek, welke?
- Kun je betere leerlingen prikkelen met denkvragen? Welke ?
- Waarom heb je deze applets gekozen? Zijn het model- of oefenapplets , sluiten ze voldoende aan op de werkwijze, notaties, ... van het boek. Te verwachten problemen daarbij?
- Kunnen de raadsels achterin het hoofdstuk een rol spelen bij begripsvorming en bij verlevendiging tussendoor?

Suggesties:

- De Kennisbank Wiskunde (<http://portal.rdmc.ou.nl/kbWiskunde/kbWapp/portal.jsp>), heb je die op een vergelijkbaar hoofdstuk van Getal en ruimte voor vmbot-havo bekeken? Mogelijk vind je daar nog goede suggesties, bijvoorbeeld over mogelijke fouten van leerlingen of aanvullende ICT.

Overdenk deze opmerkingen, vragen en suggesties zoveel mogelijk nog vóór de start van de uitvoering. Verwerk een deel ervan alsnog vooraf en verder in de meer gedetailleerde lesvoorbereidingen. Schenk daarbij speciale aandacht aan verantwoording waarom je welke opgaven, en hoe klassikaal bespreekt. Na uitvoering en evaluatie wordt het opnieuw beoordeeld Ik hoef het niet nog een keer te zien voor je begint en heb er voldoende vertrouwen in.

Veel succes ermee

Met vriendelijke groet

Petra Pieterse

## Het voorbereiden, uitvoeren en evalueren van een lessenreeks met behulp van de Kennisbank Wiskunde

In de vorige paragraaf beschreven we welke rol het beoordelingsschema ging spelen bij het voorbereiden van een reeks lessen bij een hoofdstuk uit een leerboek. Daar bleef het niet bij. Ook voor het beoordelen van de uitvoering van lessen werd een beoordelingsschema opgesteld. Verder werd een digitale versie van de SLW-publicatie ‘Het voorbereiden van een lessenreeks’ als thema in de Kennisbank Wiskunde geplaatst (zie [www.kennisbankwiskunde.nl](http://www.kennisbankwiskunde.nl) en daarin het thema Lessenreeks Voorbereiden). Dit had de volgende voordelen:

- Vanuit dit thema kan verwezen worden naar andere thema's en bronnen binnen en buiten de kennisbank. Een groot deel van die bronnen staat op internet en is dus voor studenten snel toegankelijk.
- Het thema Lessenreeks Voorbereiden kan, behalve voor een cursus, ook gemakkelijk gebruikt worden door studenten die buiten de cursus om behoefte hebben aan informatie uit het thema.
- Het is gemakkelijk om bijvoorbeeld een student die versneld door de opleiding gaat zelfstandig een lessenreeks te laten voorbereiden en uitvoeren. Dit komt in de praktijk vaak voor.

We hebben intussen twee jaar ervaring met het op deze manier werken met de Kennisbank Wiskunde in combinatie met het beoordelingsschema bij het voorbereiden en uitvoeren van een lessenreeks. Bij het thema Lessenreeks Voorbereiden in de kennisbank zijn enkele voorbeelden te vinden van werkstukken van studenten.

In het huidige cursusjaar leggen we meer nadruk op het observeren door de opleiders van lessen van studenten tijdens de uitvoering van de lessenreeks. Tot nu toe werd de uitvoering achteraf beoordeeld op grond van het stageverslag van de student. Het beoordelingsschema voor de uitvoering van de lessenreeks is uitgebreid en de beoordeling gebeurt nu niet meer achteraf, maar de studenten moeten tijdens de lessenserie minstens drie lessen laten observeren en beoordelen. We hopen op deze manier de kloof tussen theorie en praktijk te dichten door op grond van de drie observaties een veel nauwkeuriger beeld te krijgen van de wijze waarop de toepassing van het didactisch plan voor de lessenreeks in de praktijk uitpakt. Dat kan de student helpen om een realistisch beeld te krijgen van de stand van zaken bij het ontwikkelen van de vakdidactische competentie en om zich te bezinnen op vervolgstappen voor verdere ontwikkeling.

Het is in principe mogelijk om het op deze manier voorbereiden, uitvoeren en evalueren van een lessenreeks vaker in de opleiding te doen. Per student zou dan een ontwikkeling zichtbaar worden. In het derde jaar scoort een student wellicht voornamelijk op het niveau 'in ontwikkeling' terwijl een jaar later bij veel rubrieken het niveau 'competent' gehaald wordt. De scoringsformulieren en beoordelingsschema's zijn in de Kennisbank Wiskunde te vinden bij het thema Vakdidactisch Portfolio. Het Ruud de Moor Centrum heeft een tool ontwikkeld waarmee een observator tijdens de les op een laptop de beoordeling kan invullen. Achteraf kunnen dan gegevens die dit oplevert digitaal bewerkt worden en kunnen bijvoorbeeld ontwikkelingen per student gemakkelijker in beeld gebracht worden.

We hopen op deze manier, om in termen van het EPS-slotdocument te spreken, een 'flexibele leerroute' waarin de 'complexe beroepspraktijk' centraal staat te realiseren. Immers:

- er is ruimte voor 'zelfsturing', de student kiest het hoofdstuk, maakt een plan en gaat daarbij na wat haalbaar en wenselijk is voor zijn persoonlijke ontwikkeling
- met behulp van de beoordelingsschema's kunnen zowel de voorbereiding als de uitvoering gericht geëvalueerd worden en kunnen conclusies getrokken worden over de richting van verdere ontwikkeling
- doorslaggevend is niet of het aantal studiepunten dat er voor de cursus staat werkelijk ingevuld is, maar of er in de beroepspraktijk een voldoende resultaat gerealiseerd is. Dit laatste betekent dat de lengte van het traject om te eindigen als 'vakdidactisch competent' per student kan verschillen.

## **Bredere toepassing van beoordelingsschema's**

Gestimuleerd door de positieve ervaring bij het voorbereiden en uitvoeren van een lessenreeks zijn we bezig eenzelfde aanpak te ontwikkelen bij de volgende onderdelen van de opleiding:

- Het begeleiden van leerlingen, zoals dat vaak in het eerste jaar in de stage gedaan wordt. Studenten beginnen vaak in de stage met het assisteren in wiskundelessen door leerlingen te helpen bij het maken van opgaven. Het begeleiden van leerlingen blijft natuurlijk terugkomen gedurende de hele opleiding..
- Het voorbereiden van een les, zoals dat vaak in het eerste of tweede jaar van de opleiding voor het eerst gedaan wordt.
- Het ontwerpen en uitvoeren van praktische opdrachten en vakoverstijgende projecten.
- Vakdidactische kennis en vaardigheden zoals onderwijsstrategieën en leerstofanalyse.
- Vakdidactisch onderzoek, ook vaak aangeduid als ‘afstudeeronderwerp’

Bij elk van deze onderwerpen onderscheiden we weer de fasen voorbereiding, uitvoering en evaluatie en zowel voor de voorbereiding als voor de uitvoering worden er beoordelingsschema’s samengesteld. Deze schema’s zijn zo samengesteld dat er groei zichtbaar kan worden.

## Het vakdidactisch portfolio

In de portfolio’s van studenten wordt veel aandacht besteed aan het omgaan met leerlingen, het omgaan met klassen, het orde houden en de organisatie van lessen, dus met de pedagogische en organisatorische kant van het lesgeven en veel minder aan vakdidactische aspecten van het lesgeven. Bij de eerste experimenten met de kennisbank hebben we studenten ook op dit punt nauwkeurig gevolgd. Daaruit bleek dat de studenten het portfolio pas kort voor het assessment gingen invullen. Ze beschouwden dit als een extra stap die nuttig was om zich goed te kunnen presenteren bij het assessment, maar niet als een middel om hun eigen leerproces en vakdidactische ontwikkeling weer te geven en te sturen.

Op grond van uitwisseling hierover binnen de slw hebben we de indruk dat hierin nog weinig verandering zit. Veel studenten zien nog steeds het portfolio als iets wat nu eenmaal nodig is om voldoende resultaat te behalen en uiteindelijk de opleiding af te ronden, maar niet als iets wat bijdraagt aan het leerproces. Dat bracht ons op het idee om studenten te laten zien hoe de resultaten van de manier van werken zoals die beschreven is in paragraaf 3 en 4 te gebruiken is voor de invulling van het vakdidactisch portfolio. We hebben voldoende aanwijzingen dat studenten deze werkwijze als zinvol voor hun ontwikkeling als docent ervaren. Als de resultaten van die aanpak zonder al te veel moeite om te zetten zijn in een vakdidactisch deel van het portfolio is wellicht een belangrijke belemmering weggenomen. We hebben dat idee uitgewerkt in het thema Vakdidactisch Portfolio in de kennisbank wiskunde. In dit thema passeren alle onderwerpen die in paragraaf 3 en 4 genoemd worden de revue. Bij elk onderwerp is beschreven hoe de voorbereiding, uitvoering en evaluatie aangepakt kunnen worden en welke rol de beoordelingsschema’s daarbij kunnen spelen. Hierbij wordt vaak verwezen naar andere thema’s in de kennisbank en via deze thema’s ook naar bronnen buiten de kennisbank. De student vindt in het thema Vakdidactisch Portfolio ook aanwijzingen hoe dit deel van het portfolio ingedeeld en ingevuld kan worden. De studenten kunnen uit de opsomming van onderwerpen binnen het thema die onderwerpen kiezen die van toepassing zijn op het betreffende studiejaar. Deze onderwerpen vormen dan de hoofdrubrieken in het vakdidactisch deel van het portfolio. In de hoofdrubrieken kunnen de evaluaties geplaatst worden. Als een lezer die doorneemt kan snel duidelijk worden wat het behaalde resultaat is. Vanuit de hoofdrubriek met de evaluatie kunnen links opgenomen worden naar voorbereiding en uitvoering. Die geven gedetailleerde informatie over de manier waarop het resultaat tot stand gekomen is. Die informatie is te vinden in bijvoorbeeld lesplannen, feedback, reflecties per les en dergelijke. In feite komt het erop neer dat wordt aangegeven dat het vakdidactisch portfolio kan ontstaan door een handige ordening van de resultaten van het werken met beoordelingsschema’s.

## Verdere ontwikkeling

We merken al op dat we optimistisch zijn over het effect van onze aanpak zoals die in dit artikel uiteengezet is. We realiseren ons wel dat er nog veel kritische vragen te stellen zijn. Zoals:

- De aanleiding tot de ontwikkeling van de in dit artikel beschreven aanpak was het feit dat er in de stage en in de portfolio's te weinig terug te zien was van wat er op de opleiding aan vakdidactiek gedaan wordt, heeft deze aanpak het gewenste effect?
- Dekken de beoordelingschema's de lading? Is wat wij beschrijven als competent ook echt competent en waar meet je dat aan af?
- In hoeverre is het wenselijk zo gedetailleerd eisen te stellen aan studenten? Moet in het kader van het competentie gericht opleiden niet veel meer het initiatief bij hen liggen?
- Deze aanpak veronderstelt een nauwe betrokkenheid van vakdidactici bij de stages. De begeleiding gebeurt echter steeds meer op de school. Vaak neemt een opleider dan de begeleiding van studenten van verschillende vakken voor zijn of haar rekening. Kan deze aanpak dan nog gerealiseerd worden?
- In dit artikel beschrijven we hoe een opleidingscursus optimaal afgestemd kan worden op de praktijk. Zijn er niet vaak organisatorische belemmeringen voor deze afstemming?
- Zijn begeleiders op de scholen voldoende geïnformeerd om studenten vakdidactisch te kunnen begeleiden en beoordelen. Waar begint en eindigt de verantwoordelijkheid van de opleiding?
- Is deze aanpak niet te arbeidsintensief?

Om de richting van verdere ontwikkeling van deze aanpak te bepalen, is onderzoek naar aanleiding van deze vragen wenselijk. Intussen is er al een onderzoek gestart. Dit wordt uitgevoerd door leden van de SLW. Het is een oriënterend onderzoek waarbij het in eerste instantie zal gaan om de vraag of deze aanpak als effect heeft dat er in de stage meer toepassingen van vakdidactiek te zien zijn.

## Literatuur

- Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren in samenwerking met SBL (Stichting Samenwerkingsorgaan Beroepskwaliteit Leraren) en Freudenthal instituut (2008). *Wiskundeleraar Vakbekwaam*, Utrecht: Freudenthal Instituut (<http://www.nvww.nl/page.php?id=7458&rid=971> )
- Korthagen, F., Tigchelaar, A., Melief, K. & Koster, B. (2002). *De didactiek van het praktijkrelevant opleiden*. EPS-reeks 08. Utrecht: EPS
- Snoek, M. & Wouda, S. (2003). *Competentiegericht leren en begeleiden*. EPS-reeks 08. Utrecht: EPS
- Samenwerkingsgroep Lerarenopleidingen Wiskunde (2000). *Het voorbereiden van een lessenreeks bij een hoofdstuk uit een schoolboek*. Utrecht: Algemeen Pedagogisch Studiecentrum.
- Staal, H. J. P. (2006). *De Kennisbank Wiskunde en competentiegericht opleiden van leraren*. Working paper, Open Universiteit Nederland, Ruud de Moor Centrum. ([http://www.ou.nl/Docs/Expertise/RdMC/Working%20Papers%202006/Paper\\_Kennisbank\\_Wiskunde.pdf](http://www.ou.nl/Docs/Expertise/RdMC/Working%20Papers%202006/Paper_Kennisbank_Wiskunde.pdf) )
- Wideen, M., Mayer-Smih, J., & Moon, B. (1998). A critical analysis of the research on learning to teach: Making the case for an ecological perspective on inquiry. *Review of Educational Research*, 68(2), 130-179.

# Wiskundendidactiek in een duale competentiegerichte lerarenopleiding

Diederik Lindenaar, Vakgroep wiskunde, Instituut Archimedes, Hogeschool Utrecht;  
Lisette Munneke, Vakgroep wiskunde, Instituut Archimedes, Hogeschool Utrecht

## Inleiding

De afgelopen jaren is er binnen het opleidingsmodel van Instituut Archimedes (Hogeschool Utrecht) een aantal belangrijke veranderingen doorgevoerd die veel gevolgen hebben gehad voor de opleiding tot tweedegraads wiskundeleraar. De opleiding heeft zich de afgelopen vijf jaar ontwikkeld naar een competentiegerichte, duale opleiding, wat inhoudt dat studenten meer dan voorheen leren op de werkplek naast hun inhoudelijke opleiding op het instituut. Dit betekent dat het leerproces van studenten niet meer het exclusieve terrein is van de opleiders binnen de opleiding, maar dat ook de verschillende opleidingsscholen meer dan vroeger invloed hebben op wat en hoe er door studenten geleerd wordt. Waar voorheen precies duidelijk was wát studenten wáár kunnen leren, is daar nu meer onduidelijkheid over. Omdat deze verandering vooral veel invloed heeft gehad op de vakdidactische en onderwijskundige inhoud van de opleiding, kwam binnen de vakgroep wiskunde de vraag op hoe en waar studenten zich deze inhouden in het nieuwe opleidingsmodel eigen maken. We willen met dit onderzoek meer zicht krijgen op welke vakdidactische bekwaamheden pas afgestudeerden beheersen en op welke manier ze deze bekwaamheden hebben verworven binnen de opleiding.

In dit onderzoek is de kennisbasis voor de lerarenopleiding wiskunde (ADEF, 2006) als uitgangspunt genomen om vast te stellen in hoeverre studenten zich didactisch bekwamen tijdens de nieuw vormgegeven opleiding. In de kennisbasis zijn de kennisvereisten van een startbekwame leraar vastgelegd, en deze kan gezien worden als het theoretische kader waarbinnen de lerarenopleidingen opereren. De kennisbasis is gebruikt om te komen tot verschillende onderwerpen waarmee de vakdidactische bekwaamheden van studenten gemeten zouden kunnen worden. De eerste onderzoeksvraag is daarom: Over welke didactische bekwaamheden uit de ADEF-kennisbasis wiskunde beschikt de eerste lichte afgestudeerden? Doel van het onderzoek is om naast deze vaststelling de opleiding verder te kunnen optimaliseren. Om dit te kunnen doen, is inzicht nodig in hoe en waar in de opleiding studenten zich de verschillende didactische bekwaamheden eigen maken. De tweede onderzoeksvraag luidt daarom: Welk aandeel hebben de verschillende opleidingsonderdelen en werkwijzen gehad in het didactische leerproces volgens de afgestudeerden? In deze bundel willen we de resultaten van het onderzoek beschrijven. Daarnaast willen we ingaan op wat dit onderzoek kan betekenen voor de praktijk van de lerarenopleiding wiskunde.

## Praktische context van het onderzoek

### Opleidingsmodel Instituut Archimedes

Het opleidingsmodel van Instituut Archimedes is vormgegeven in een leerlijnenmodel gebaseerd op de ideeën van De Bie en Gerritse (1999) en de cyclus van ervaringsleren van Kolb (1974). Dit leerlijnenmodel bestaat uit vier leerlijnen met ieder een aparte didactische aanpak (zie tabel 1).

Leerlijn	Inhoud	Studiepunten (%)
1. Conceptuele leerlijn	Vakinhoud en vakdidactiek	40
2. Werkervaringsreflectie (WER)	Leren van en op de werkplek in de opleidingsschool	35
3. Integrale leerlijn	Leren van projectopdrachten die gebaseerd zijn op reële problemen uit de praktijk	15
4. Studieloopbaanbegeleiding (SLB)	Portfoliowerk, persoonlijk ontwikkelingsplan (POP), assessments en coaching	10

Tabel 1. Leerlijnenmodel Instituut Archimedes.

In de conceptuele leerlijn leren studenten op een meer traditionele manier de vakinhoud van een vak inclusief de bijbehorende vakdidactiek. Op deze manier krijgen ze theoretische concepten aangeboden die nodig zijn om te kunnen functioneren in een beroepspraktijk. Hieraan parallel loopt de werkervaringsreflectie (WER) leerlijn waarin studenten leren door te werken op een school. In een authentieke en contextrijke situatie krijgt de student de kans te werken aan zijn eigen leervragen, en concepten en vaardigheden uit de conceptuele leerlijn toe te passen in een echte beroepssituatie. De tijd in de praktijk loopt in de voltijd-opleiding op van één dag in de week in het eerste studiejaar naar een L10-schap van drie dagen in de week in het laatste studiejaar, en in deeltijd van 10 dagen in het eerste studiejaar naar 26 dagen in het vierde studiejaar. Naast deze twee leerlijnen is er een derde, integrale leerlijn waarin een student door middel van complexe projecten kan oefenen in concrete gesimuleerde situaties op het opleidingsinstituut. De drie leerlijnen worden ondersteund door de vierde leerlijn van studieloopbaanbegeleiding. Deze leerlijn biedt studenten de mogelijkheid om te reflecteren op ervaringen met betrekking tot het beroep en de studie, en binnen de leerlijn zouden idealiter steeds de verbanden tussen de overige leerlijnen aan bod moeten komen.

In het opleidingsmodel van de Lerarenopleiding Archimedes worden dus ten aanzien van het leren van studenten verschillende didactische aanpakken gehanteerd. In termen van Vermunt (2006) is er sprake van een combinatie van een meer traditionele didactiek binnen de conceptuele leerlijn en een meer competentiegerichte didactiek binnen de WER en studieloopbaanbegeleiding. Als het gaat om vakdidactiek kunnen studenten dus in bijna alle leerlijnen iets leren in zowel meer aanbodgestuurde (bijvoorbeeld conceptueel) als meer vraaggestuurde vorm (bijvoorbeeld WER).

## Didactiek in de conceptuele leerlijn wiskunde

Zoals te zien is in tabel 1 bestaat de conceptuele lijn uit 40 ECTS waarbij een groot deel van de punten naar vakdidactiek gaat. Daarbij is veel aandacht voor praktijkrelevantie en toepassingen van de theorie in de praktijk. Voorbeelden van leeractiviteiten die ingezet worden, zijn het lezen van literatuur, ontwerpen van lesmateriaal, didactische opdrachten uitvoeren op de leerwerkplek, het vergelijken van methoden, discussie en meningsvorming en vaardigheidstrainingen/rollenspelen. Het didactische gedeelte ronden studenten af met een tentamen en dossieropdrachten waarin didactische kennis verwerkt en toegepast moet worden. Hieronder zijn twee specifieke voorbeelden gegeven van dossieropdrachten die uit verschillende conceptuele cursussen komen.

### Voorbeeld 1: Het praktijkrelevant maken van literatuur

Bij het lezen van didactische literatuur wordt aan studenten gevraagd een leesverslag te maken: het zogenaamde BIT-verslag. Dit verslag is gebaseerd op het onderscheid begrijpen, integreren en toepassen dat Boekaerts en Simons (1995) maken binnen het leerproces.

Met het lezen van literatuur worden bepaalde leerdoelen nagestreefd. Het schema BIT (Begrijpen, Integreren en Toepassen) gebruiken we om deze leerdoelen te benoemen.

Bij begrijpen gaat het om vragen als:

- Is de strekking van het gelezene mij duidelijk?

- Is de argumentatie of onderbouwing helder en juist?
- Welke vragen heb ik naar aanleiding van de strekking en argumentatie?

Bij integreren gaat het om vragen als:

- Hoe past het gelezene bij mijn eigen ervaringen?
- Heb ik voorbeelden of tegenvoorbeelden bij het gelezene?
- Welke verbanden zie ik met andere onderwerpen of theorieën?
- Wat spreekt mij wel/niet aan? Wat vind ik wel/niet belangrijk?

Bij toepassen gaat het om vragen als:

- Welke mogelijkheden zie ik om het gelezene in de (onderwijs-)praktijk productief te maken?
- Welke concrete voornemens maak ik hierbij?

Leesverslagen.

Niet elk van deze vragen is voor elk leesstuk relevant.

Een lijstje als dit is bruikbaar om de effectiviteit van je literatuurgebruik te vergroten, om te reflecteren op je leesgedrag en om eigen 'blinde vlekken' hierin op te sporen.

Bij het schrijven van een leesverslag vragen we je dan ook om daarbij het BIT-schema te gebruiken.

Je kunt een leesverslag schrijven door de bovenstaande vragen te beantwoorden of door een leesverslag naar eigen inzicht te schrijven en achteraf te kijken wat de vragen uit het BIT-schema nog toevoegen aan je leesverslag.

### Voorbeeld 2: Didactische kennis toepassen op de leerwerkplek

Bij het thema 'Diagnose en Remediëring van rekenproblemen' voeren studenten de volgende opdracht op de leerwerkplek uit. De theoretische achtergronden die nodig zijn om deze opdracht uit te voeren, zijn in het vakdidactische gedeelte van de cursus 'rekenen is complex' aan de orde gekomen.

De opdracht Diagnose en Remediëring voor op de leerwerkplek.

Het is de bedoeling dat je een opdracht uitvoert op je leerwerkplek. Overleg met je begeleider in school hoe en wanneer je deze opdracht kunt gaan uitvoeren. Het is de bedoeling dat je, bijvoorbeeld naar aanleiding van een door leerlingen gemaakt proefwerk rekenen/wiskunde of ander schriftelijk werk, met minstens twee leerlingen een bespreking van een aantal rekenfouten houdt. Je maakt hiervoor een voorbereiding op schrift en een verslag.

Vraag of de begeleider op school een paraaf met eventuele feedback wil toevoegen aan het verslag van deze opdracht.

### Didactiek in de WER-leerlijn

Een tweede plek waar studenten kunnen werken aan didactische kennis en vaardigheden is binnen de WER-leerlijn. Tijdens het werkplekleren werken studenten aan zelf gekozen leervragen. Bij de begeleidingsbijeenkomsten op de opleiding komen daarbij thema's aan de orde waar de studenten zelf vanuit hun ervaringen op school naar vragen. De voornaamste afsluiting wordt gevormd door het leerwerkverslag waarin studenten verslag doen van de manier waarop ze op de opleidingschool aan diverse leervragen gewerkt hebben, bewijzen leveren van hun handelen en hierop reflecteren.

### Didactiek in de SLB-leerlijn

De uiteindelijke opbrengst op het gebied van de vakinhoudelijke en didactische competentie wordt samen met de overige SBL-competenties beoordeeld tijdens een assessment 'startbekwaam' dat plaats vindt aan het einde van de opleiding. Belangrijke input bij dit assessment vormt het portfolio dat studenten gedurende de opleiding maken binnen de leerlijn van studieloopbaanbegeleiding. Dit portfolio heeft het karakter van een beoordelingsportfolio (zie ook Van Tartwijk e.a., 2003). Bij het schrijven van het portfolio maken studenten hun eigen persoonlijke keuzes voor het zichtbaar maken en 'bewijzen' van hun bekwaamheden. Deze portfolio's hebben idealiter als inhoud de beschrijving van professioneel gedrag in kenmerkende situaties, de verantwoording van dit gedrag, de kennis die achter dit gedrag zit en de visie op het leraarschap.

## **Uitvoering en resultaten van het onderzoek**

In dit artikel willen we de beschrijving van de uitvoering van het onderzoek kort houden. De betrokken respondenten bij dit onderzoek waren zestien recent afgestudeerde tweedegrads wiskundestudenten (afgestudeerd in voorjaar 2007). Deze zestien respondenten hebben een vragenlijst ingevuld rondom wiskundige vakdidactische onderwerpen. De vragenlijst is ontwikkeld op basis van de vakdidactische items in de kennisbasis wiskunde. Respondenten werd gevraagd om bij iedere stelling zichzelf te scoren op een deelbekwaamheid op een vijfpunts Likert-schaal. Het continuüm werd echter niet gevormd door 'helemaal oneens' tot 'helemaal eens' maar door vijf andere keuzemogelijkheden, namelijk:

1. Ik weet niet wat dit inhoudt of waar ik hierover informatie kan vinden.
2. Ik weet niet wat dit inhoudt, maar wel waar ik hierover informatie kan vinden.
3. Ik weet wat dit inhoudt, maar maak hier geen gebruik van in mijn werksituatie.
4. Ik weet wat dit inhoudt en maak hier wel eens gebruik van in mijn werksituatie.
5. Ik weet wat dit inhoudt en maak hier geregeld gebruik van in mijn werksituatie.

Naast de vragenlijst zijn ook de portfolio's van deze respondenten bekeken. Negen respondenten hebben deelgenomen aan een diepte-interview waarin ze verder werden ondervraagd over een zevental geselecteerde onderwerpen. De helft van de respondenten was deeltijdstudent geweest. Hiernaast werd aan tien opleidingsdocenten gevraagd te scoren welke items uit de kennisbasis in welke mate in de opleiding onderwezen worden.

Uit de vragenlijsten die de respondenten invulden, bleek dat er een aantal onderwerpen was waarop ze laag scoorden. Op de onderdelen 'gecijferdheid' en 'activerende didactiek' gaven veel respondenten aan niet te weten wat deze termen inhouden, terwijl deze wel in de opleiding voorkomen. Op de rest van de onderdelen scoorden de meeste respondenten zichzelf als bekwaam, wat wil zeggen dat ze aangaven te weten wat het vakdidactische onderwerp inhield en er gebruik van te maken in hun eigen praktijk. Bij het bekijken van de portfolio's bleek dat respondenten weinig gebruik maken van de didactische vaktaal die ook in de kennisbasis gehanteerd wordt. In de portfolio's werd een mengeling van SBL-terminologie en concrete situatiebeschrijvingen aangetroffen, met hier en daar een sporadisch aanknopingspunt naar de didactische concepten zoals die in de het didactiekonderwijs en in de kennisbasis gebruikt worden. Ook voor de onderzoekers die dit jargon goed beheersen, was het maar hier en daar mogelijk om vanuit de tekst van het portfolio verbindingen te maken met deze concepten.

De interviews hadden het karakter van een halfgestructureerd diepte-interview (Baarda, De Goede & Van der Meer-Middelburg, 1996) en duurden gemiddeld anderhalf uur. Van tevoren werd een lijst met onderwerpen opgesteld die fungeerde als een leidraad tijdens het interview. Binnen deze onderwerpen was de onderzoeker vrij om door te vragen zodat precies duidelijk werd op welke manier een respondent iets had geleerd binnen de opleiding. Bij het doorvragen werd de STAR-methodiek gebruikt (doorvragen op situatie, taak, actie en reactie).

De topiclijst voor de interviews werd gebaseerd op de vragenlijst. Echter, omdat de vragenlijst uit veertig stellingen bestond, was het onmogelijk om in de interviews alle items verder uit te diepen met de respondenten. Drie experts werden geraadpleegd om de belangrijkste items op wiskundig-didactisch gebied te selecteren. Hun werd gevraagd om afzonderlijk van elkaar de vijf stellingen te selecteren die zij als belangrijkste items beschouwden. Stellingen die door twee of drie experts werden aangegeven, zijn opgenomen in de topiclijst van het interview. Uiteindelijk werden er zeven onderwerpen geselecteerd: rekenproblemen, activerende didactiek, organisatie van lessen, reageren op vragen van leerlingen, taalproblemen, projectachtige activiteiten en realistisch rekenen. Ook hier bleken de respondenten de vakdidactische concepten nauwelijks te gebruiken. Ze beschrijven situaties hoofdzakelijk op handelningsniveau zonder gebruik te maken van didactische vaktaal. Als het gaat om de vraag in hoeverre studenten vakdidactisch bekwaam lijken te zijn, blijken de meeste respondenten die bekwaamheid te bezitten. Ze praten gemakkelijk over uiteenlopende didactische onderwerpen en weten concreet aan te geven hoe hun handelen is in hun eigen lespraktijk. Onderwerpen die hierbij wel opvallen vanwege de wat eenzijdige benadering van



respondenten zijn de onderwerpen realistisch rekenonderwijs en het afstemmen van werkvormen en lesdoelen. Veel respondenten reduceren het onderwerp realistisch rekenen tot 'werken met contexten' en beargumenteren vanuit die definiëring niet zo voor deze aanpak te zijn, maar meer aandacht te willen voor wiskunde zonder contexten. Bij het afstemmen van werkvormen en lesdoelen geven alle respondenten aan dit te doen, maar geven tegelijkertijd aan niet zoveel variatie aan te brengen in werkvormen omdat ze een standaardaanpak hanteren voor hun lessen. Als het gaat om de reconstructie van hun leerproces, blijkt uit de interviews dat de respondenten het lastig vinden om aan te geven hoe ze bepaalde dingen geleerd hebben. Bij de algemene vraag welke opleidingsonderdelen het meeste bijgedragen hebben, komen de vakken in de conceptuele leerlijn en de WER-leerlijn bij studenten op de eerste plaats. De SLB-leerlijn met het portfolio staat op de laatste plaats. Ook bij ieder specifiek onderwerp verwijzen de respondenten hoofdzakelijk naar de vakken in de conceptuele leerlijn. Regelmatig weten ze daarbij specifieke vakken, docenten of opdrachten aan te geven. De leerwerkplek wordt bij de meeste onderwerpen wel genoemd, maar minder frequent dan de conceptuele leerlijn. De onderwerpen waar de WER-leerlijn het meeste genoemd wordt, zijn 'de manier waarop je vragen van leerlingen kunt beantwoorden' en 'lesvoorbereiding'. Opvallend hierbij is dat er nauwelijks gesproken wordt over het hebben van bepaalde leervragen en ook de rol van de begeleiding door werkplekbegeleiders nauwelijks aan bod komt. Dit laatste komt alleen aan de orde bij het thema lesvoorbereiding en dan ook nog in de zin dat werkplekbegeleiders afraden om lesplannen te schrijven (in tegenstelling tot wat op de opleiding aanbevolen wordt).

## **Conclusies en relevantie voor opleidingspraktijk**

Het onderzoek heeft een detailbeeld opgeleverd van het didactische leerproces van onze studenten. De didactische bekwaamheden in de onderwijspraktijk van de wiskundeleraren die bij de vakgroep wiskunde zijn opgeleid in de nieuw ingerichte opleiding zijn van het beoogde niveau. Bij de eerste verkenning van de portfolio's viel op hoe weinig hierin de vaktaal van de didactiek gesproken werd. In de beginfase van dit onderzoek riep dat verschillende vragen op, zoals: Zijn deze studenten wel voldoende bekwaam op competentie 3? Is het wel aannemelijk dat zij hun bekwaamheid op competentie 3 in het criteriumgericht interview bij het assessment kunnen aantonen? In het vervolg van ons onderzoek werden we op deze punten gerustgesteld. Tijdens de interviews werden de hoge scores van de wiskundeleraren die uit de vragenlijst bleken gevalideerd: De geclaimde bekwaamheid werd bevestigd door de voorbeelden die zij tijdens de interviews gaven en op een aantal onderwerpen (gecijferdheid, activerende didactiek) bleek hun bekwaamheid hoger dan ze in eerste instantie hadden aangegeven in de vragenlijsten.

Zoals omschreven in de resultaten blijkt uit de combinatie van portfolio's, vragenlijsten en interviews dat de respondenten didactische vaktaal niet actief hanteren. Iets soortgelijks lijkt overigens ook op te treden bij een andere vragenlijst die onlangs onder wiskundeleraren is afgenomen door de werkgroep WiVa (Lambriex, Wijers & Jonker, 2008). Ook hier werden wiskundeleraren ondervraagd op vaardigheden van leraren. Pas na doorvragen komen hier antwoorden als 'helder kunnen uitleggen' en 'het denkproces van de leerling stimuleren' tevoorschijn, terwijl de in dit onderzoek geraadpleegde 'experts' degenen zijn die in de taal van didactische concepten spreken. In ons onderzoek ontstaat het vermoeden van een soort systemscheiding. Enerzijds is er sprake van extern aangestuurde didactische leeractiviteiten die vanuit de opleiding geformuleerd worden in didactische vaktaal. Deze leeractiviteiten worden met dossiers en tentamens afgerond. Daarbij wordt (ook door studenten) in didactische vaktaal gesproken. De opbrengst van deze leeractiviteiten wordt door de respondenten als gedragsrepertoire in de onderwijspraktijk erkend, maar pas bij gericht navragen. Anderzijds zijn er door de respondenten zelf aangestuurde leeractiviteiten. Deze leeractiviteiten worden met leerwerkplannen en portfolio aangestuurd waarbij de taal van eigen handelen wordt gebruikt die ook in de interviews door de respondenten gehanteerd werd. De verbinding tussen dit handelen en didactische vaktaal uit de conceptuele leerlijn van de opleiding

wordt door de respondenten blijkbaar minder gelegd dan mogelijk en wenselijk zou zijn. Er lijkt sprake te zijn van een passieve beheersing van de vaktaal, wat minder mogelijkheden biedt voor transfer en generaliseerbaarheid van situatiespecifieke inzichten. Naar onze mening is het voor studenten belangrijk onderliggende didactische principes te expliciteren om situatiespecifieke leeropbrengsten ook in andere situaties te kunnen gebruiken (zie ook Buitink, 2008). Dit stelt ons als opleiding voor de vraag op welke manieren voorkomen kan worden dat bij het aanbrengen van didactische concepten de gesignaleerde systeemscheiding optreedt, en gestimuleerd kan worden dat studenten de vaktaal meer gaan gebruiken wanneer ze spreken over hun praktijkervaringen.

Wat betreft het leerproces op de leerwerkplek, geeft dit onderzoek ook een aantal aanknopingspunten om de opleiding te verbeteren. Bij het studieonderdeel werkplekieren lijkt de begeleiding vanuit de opleidingsschool een punt van aandacht. Uit ons onderzoek wordt niet voldoende zichtbaar dat deze begeleiding een bijdrage levert aan de didactische bekwaamheid. Studenten geven in de interviews duidelijk aan dat werkplekieren voor hen erg leerzaam en belangrijk is, maar benoemen nauwelijks concreet wát ze precies geleerd hebben op de leerwerkplek. Het meest opvallend is het feit dat ze nauwelijks verwijzen naar de rol die de begeleiding vanuit de opleidingsschool bij hun leren heeft gespeeld. Het is de bedoeling dat studenten op de leerwerkplek op basis van hun leerwerkplan op een zelfgestuurde manier ervaringen opdoen die leiden tot ontwikkeling binnen competentie drie. Buitink (2008) gebruikt hiervoor de term formeel leren. Andere leerervaringen op de leerwerkplek verlopen echter niet zo formeel. Het alledaagse werk op de leerwerkplek leidt ook tot contextspecifiek leren. Om deze contextspecifieke leeropbrengst te kunnen gebruiken in andere situaties moet een student ten eerste onderliggende pedagogische of didactische principes expliciteren en ten tweede inzicht krijgen in welke situaties die wel en niet effectief ingezet kunnen worden. Dit blijken in ons onderzoek geen vanzelfsprekendheden. Binnen de opleidingsschool is hierbij voor een didactisch bekwame werkplekbegeleider een belangrijke rol weggelegd, zodat op de werkplek de verbinding gelegd kan worden met hetgeen aan vakdidactische kennis geleerd wordt op de opleiding. Bij de geïnterviewde docenten bleef de rol die de werkplekbegeleider speelde echter geheel buiten beeld. Verder vraagt het werkplekieren om een rijke leeromgeving op didactisch gebied. Aan de andere kant zou binnen de WER-begeleiding op de lerarenopleiding het hanteren van meer inductieve werkwijzen, bijvoorbeeld het VESIT-model van Korthagen, Melief en Tigchelaar (2002) aan dit leren kunnen bijdragen. Dit model houdt in dat er in vijf fasen (voorstructureren, ervaring oproepen, structureren, inzoomen, theorie toevoegen) met studenten gewerkt wordt aan theorievorming vanuit praktijkervaringen.

Een laatste opvallend resultaat in dit onderzoek is dat het portfoliowerk door de respondenten nauwelijks genoemd werd in verband met hun didactische bekwaamheid. In de beleving van de ondervraagden speelt het portfolio blijkbaar nauwelijks een rol in hun ontwikkeling. De portfolio-opbouw voor het assessment aan het einde van de opleiding wordt vanuit de opleiding aangestuurd en bepaald. De opbrengst is primair een geschikt portfolio. Het is de vraag of deze benadering daadwerkelijk een bijdrage levert aan de competentieontwikkeling van studenten. Dewulf (2003) formuleert een aantal voorwaarden voor de duurzaamheid van competentieontwikkeling: de noodzaak van het vertalen van competenties naar de eigen taal, naar de eigen situatie en naar herkenbaar gedrag. Zonder deze drie is volgens hem geen competentieontwikkeling mogelijk. Wanneer bij het werken aan competenties de verbinding niet wordt gelegd tussen een door de opleiding beoogde competentieontwikkeling en wat de leraar zelf als een uitdaging in zijn werk beleeft, dan vernauwt de eigen ontwikkeling zich tot een extern aangestuurde onderneming en afvinkgedrag, wat niet tot duurzame verandering leidt. De portfolio's die in het onderzoek zijn bekeken, maken niet aannemelijk dat bij het portfoliowerk aan de drie voorwaarden van Dewulf wordt voldaan, samen met externe aansturing van het portfolio een omstandigheid die geen hoge verwachtingen rechtvaardigt over de duurzaamheid van de competentieontwikkeling zoals die via het portfoliowerk wordt aangestuurd.

Korthagen (2004) en Tillema (2004) spreken over het risico van 'deprofessionalisering', wanneer veel energie en tijd van studenten gaat zitten in het bewijzen dat zij aan competenties voldoen, in plaats van te investeren in de eigen ontwikkeling. Er is natuurlijk niets op tegen om studenten via quick-scans en sterkte-zwakteanalyses een spiegel voor te houden en op blinde vlekken te wijzen. Maar bij het inzetten van het portfolio in de opleiding doet ook gelijk een bijbehorende valkuil zijn intrede. De aandacht kan zich binnen het opleidingsonderwijs teveel gaan richten op het toewerken naar het eigen beoordelingsinstrument, het portfolio, in plaats van zich te richten op de professioneel opererende leraar in de onderwijspraktijk. Zonder nu een algemene uitspraak te willen doen over de opbrengst van het portfoliowerk met alle zeven SBL-competenties en het bijbehorend assessment, is in dit onderzoek niet specifiek zichtbaar geworden welke meerwaarde portfolio en assessment hebben bij het ontwikkelen of beoordelen van de didactische bekwaamheid. Een vervolgonderzoek zou duidelijkheid kunnen geven over de vraagtekens die hier geplaatst worden bij de opbrengst van het portfoliowerk.

Gegeven het feit dat de weg naar competentiegericht opleiden nu eenmaal is ingeslagen en er een flinke hoeveelheid begeleidingstijd en studententijd geïnvesteerd wordt in het portfoliowerk, lijkt het wijs om te bezien hoe deze investering zo goed mogelijk kan worden ingezet. Welke opleidingsdidactiek kan bij het portfoliowerk gehanteerd worden zodat een zichtbare bijdrage aan het didactische leerproces wordt gerealiseerd, zonder daarbij in de hierboven beschreven valkuil te vallen? De door Dewulf beschreven voorwaarden voor competentieontwikkeling kunnen hierbij een waardevolle leidraad zijn.

## Literatuur

- ADEF (2006). *Kennisbasis*. <http://www.feo.hvu.nl/kennisbasis/Default.asp>.
- Baarda, D. B., Goede, M. P. M. de & Meer-Middelburg, A. G. E. van der (1996). *Basisboek Open Interviewen*. Groningen: Stenfert Kroese.
- Bie, D. de & Gerritse, J.J. (1999). *Onderwijs als opdracht. Praktische suggesties voor ontschooling van Hoger Onderwijs*. Houten: Bohn Stafleu van Loghum.
- Boekaerts, M. & Simons, P.R.-J. (1995). *Leren en instructie. Psychologie van de leerling en het leerproces*. Assen: Van Gorcum.
- Buitink, J. (2008). Inrichting van de leerwerkplek bij het opleiden in de school. *VELON, tijdschrift voor lerarenopleiders*, 29(2), 37-42.
- Dewulf, L. (2003). Gras groeit niet door er aan te trekken. *Opleiding & Ontwikkeling*, 16(5), 3-8.
- Kolb, D.A. (1974). Four styles of managerial learning: the experiential learning model. In: D.A. Kolb, I.M. Rubin & J.M. McIntyre. *Organizational psychology: a book of readings*. EnglewoodCliffs: Prentice Hall.
- Korthagen, F. (2004). Zin en onzin van competentiegericht opleiden. *VELON, tijdschrift voor lerarenopleiders*, 25(1), 13-23.
- Korthagen, F., Melief, K., & Tigchelaar, A. (2002). *De didactiek van praktijkrelevant opleiden*. EPS-reeks 11.
- Lambriex, M., Wijers, M., & Jonker, V. (2008). De zoektocht naar de wiskundige vakvaardigheden. *Euclides*, 83(6), 319-320.
- Tartwijk, J. van, Driessen, E., Hoeberigs, B., Kösters, J., Ritzen, M., Stokking, K. & Vleuten, C. van der (2003). *Werken met een elektronisch portfolio*. Groningen/Houten: Wolters Noordhoff.
- Tillema, H. (2004). Gericht werken met competenties in de opleiding. *VELON, tijdschrift voor lerarenopleiders*, 25(2), 11-17.
- Vermunt, J. D. H. M. (2006). *Docent van deze tijd: leren en laten leren*. (Oratie). Utrecht: Universiteit Utrecht.

Noot: Dit onderzoek kon niet uitgevoerd worden zonder de bijdrage van Desirée de Langen.

# Leren van ervaren docenten

Joke Daemen, Jan Vermunt, Universiteit Utrecht (IVLOS)

## Samenvatting

Wiskunde A, B, C, D, NLT, ... het onderwijs is volop in beweging. Vakken verschijnen en verdwijnen. De vraag wat goed wiskundeonderwijs is, leidt tot felle discussies.

Veel docenten worstelen met de vraag hoe ze het leren van wiskunde bij hun leerlingen kunnen stimuleren en ook wat ze met het onderwijs willen bereiken. In dit onderzoek is een drietal docenten gevolgd in een periode dat zij met nieuw materiaal voor wiskunde C in 4/5 vwo gingen werken. Een van de doelen is om zicht te krijgen op het leerproces van deze docenten. Met een beschrijving en verdieping van praktijken van ervaren docenten hopen wij een aanknopingspunten te formuleren voor het verder ontwikkelen van de didactische voorbereiding van wiskundedocenten in opleiding. Omdat het onderzoek nog niet is afgerond, worden in dit artikel enige achtergrond, de methode en eerste bevindingen uit de observaties besproken.

## Inleiding

Goed onderwijs start bij goede en enthousiaste docenten. De eisen die wij aan de kwaliteit van docent stellen, groeien met elke onderwijsvernieuwing. In haar rapport beschrijft de commissie toekomst wiskundeonderwijs in een paragraaf 'didactische werkwijze' wat dit betekent voor de docenten en leerlingen in de toekomstige wiskundeles:

Een actieve leerhouding van leerlingen kan worden bevorderd door een scala van wiskundige activiteiten zoals benaderen en schatten, modelleren, wiskundig manipuleren, analyseren, onderzoeken, redeneren en bewijzen. Naast een kwalitatief sterke opbouw van het wiskundig netwerk van concepten en vaardigheden, gekoppeld aan uitdagende probleemstellingen, is dergelijk onderwijs gebaat bij een breed spectrum van werkvormen, van klassikale instructie tot en met zelfstandig werken, met een sterk accent op reflectie en interactie met de leraar om het vereiste denkniveau te bereiken. Er is ook ruimte voor bijvoorbeeld het geven van voordrachten, het opstellen en toetsen van modellen, het werken aan interdisciplinaire vakoverstijgende projecten, het optreden van gastsprekers, of het zelfstandig uitvoeren van een onderzoek.

*bron: cTWO, Rijk aan betekenis*

Tegelijkertijd constateert zij dat de verwezenlijking van deze ambitieuze visie nog veel inspanning vergt van alle betrokkenen, naast de deskundigheidsbevordering van docenten ook verdere ontwikkeling van de lerarenopleidingen.

In de lerarenopleiding is een groeiende behoefte om docenten in opleiding beter te begrijpen en beter voor te bereiden op een toekomst in het onderwijs. In de opleiding constateren we dat de transfer van opleidingsactiviteiten naar de onderwijspraktijk voor docenten in opleiding moeilijk is. Vaak vallen docenten terug op de ervaring die zij zelf hebben vanuit hun eigen genoten onderwijs. Voor wiskunde betekent dit vaak dat leerlingen zelfstandig aan het werk gezet worden en de docent fungeert als vraagbaak. (Korthagen en Kessel 1999)

Om beter zicht te krijgen op het leren van (aanstaande) docenten, willen we vooral in kaart brengen welke factoren van invloed zijn op het leerproces van ervaren docenten. In dit onderzoek richten we ons vooral op vakdidactische competenties die docenten ontwikkelen bij de voorbereiding en uitvoering van hun wiskundeonderwijs. We volgen drie docenten gedurende een jaar bij het experimenteren met nieuw lesmateriaal voor wiskunde C. Uit de moeilijkheden die deze docenten ondervinden bij het vormgeven van lessen met nieuw onderwijsmateriaal hopen wij

aanknopingspunten te vinden voor het vormgeven van de scholing van zowel docenten als studenten in de lerarenopleiding.

In het onderzoek gaan we in op de volgende onderzoeksvragen:

- Hoe leren ervaren docenten, welke activiteiten ontwikkelen zij ten behoeve van hun eigen ontwikkeling en wat kunnen wij daarvan leren voor de vakdidactische opleiding van docenten in opleiding?
- Welke specifieke vak- en vakdidactische competenties zetten ervaren docenten in én ontwikkelen zij bij de voorbereiding en uitvoering van hun wiskundeonderwijs, wanneer zij werken met voor hen nieuw onderwijsmateriaal? Is hierbij een relatie met overtuigingen ten aanzien van wiskundeonderwijs?
- Welke karakteristieke moeilijkheden op vak- en vakdidactisch gebied ondervinden docenten bij het vormgeven van lessen met nieuw onderwijsmateriaal?

## Achtergrond

### Leren van docenten

Het leren van docenten is een langzaam proces. Docentbeelden en ideeën over leren en onderwijzen zijn stabiel en vernieuwingen zijn vaak lastig uit te voeren. Allereerst is het lastig voor docenten om af te wijken van oude vertrouwde routines die hen jarenlang zekerheid hebben gegeven in het onderwijs tot dusver. Bovendien is er niet direct een reden van hun overtuigingen af te wijken. Bij het implementeren van nieuw onderwijsmateriaal, bestaat de neiging om het materiaal te benaderen vanuit hun inmiddels vertrouwde opgebouwde beeld over wat effectief onderwijs is. Ten tweede blijven nieuwe leerervaringen vaak beperkt tot de context (de onderwijsvernieuwing) waarbinnen het leren heeft plaatsgevonden. Bereiter en Scardamalia (1993) beschrijven dit als 'knowledge concentration', waarbij de docent steeds meer gespecialiseerd wordt op een steeds kleiner wordend gebied.

In onderzoek uitgevoerd binnen het aandachtsgebied 'leren van docenten in de beroepspraktijk' (Bakkenes, Vermunt, Brekelmans, Wubbels) wordt beschreven dat de docenten binnen de context van onderwijsvernieuwingen zeer verschillend zijn in de wijzen waarop ze de eigen ontwikkeling vormgeven. Zij stelden zes docentbenaderingen vast bij het eigen leren van de docent in vernieuwingscontexten. Enerzijds constateren ze het onderscheid tussen een 'geïntegreerde aanpak', 'geïsoleerde aanpak' en een 'worsteling' bij het betekenis geven aan ervaringen binnen de eigen onderwijspraktijk. De geïntegreerde benadering laat docenten zien die nieuwe ideeën koppelen aan hun eigen praktijkkennis. De geïsoleerde benadering laat zien dat docenten hun nieuwe ideeën vooral concentreren op hun eigen experiment en dit vooralsnog niet koppelen aan hun gewone bestaande onderwijspraktijk. Docenten van de laatste, worstelende benadering experimenteren weinig, en als ze dit doen, ervaren ze weinig succes en vallen daarom snel terug in hun oude gedrag.

Anderzijds maken Bakkenes e.a. een onderscheid tussen docenten die sterk gericht zijn op hoe nieuwe ideeën toegepast kunnen worden in hun eigen onderwijspraktijk, en docenten die op basis van reflectie op experimenten ideeën betekenis geven door hun eigen onderwijstheorie verder te ontwikkelen. De laatste groep docenten zoekt vooral naar onderliggende redenen en betekenissen van de effecten op het eigen onderwijs.

De combinatie van de eerste driedeling met het onderscheid betekenis- en praktijkgericht levert de genoemde zes categorieën.

### De praktijkkennis van docenten

De professionele ontwikkeling van docenten wordt vaak besproken vanuit het oogpunt van hun praktijkkennis. Deze praktijkkennis wordt omschreven als een geïntegreerd geheel van kennis uit ervaring, formele kennis en persoonlijke overtuigingen.

Kennis uit ervaring van docenten komt vooral voort uit ervaringen die ze hebben opgedaan in hun eigen onderwijspraktijk; wat werkt, en waar gaat het mis? Op basis van resultaten, maar vaak ook op basis van reacties van leerlingen. Het is voor docenten lastig deze ervaringskennis te omschrijven, vaak blijft die kennis impliciet in het hoofd van de docent. Het focus van dit onderzoek is vooral deze kennis uit ervaring in kaart te brengen (Driel, Beijaard en Verloop, 2001).

De kennis die docenten opdoen uit ervaringen is onlosmakelijk verbonden met hun eigen overtuigingen en opvattingen over onderwijs. Uit onderzoek van Ball en Cohen (1999) is vooral gebleken dat bij vernieuwingen zowel de docentvaardigheden als de kennisbasis van de docenten, maar ook hun houding en doelen ten aanzien van onderwijs, in het proces moet worden betrokken. Paul Ernest beschrijft in zijn artikel "Why teach mathematics" (2000) vanuit vijf maatschappelijke belangengroepen hoe zij aankijken tegen het onderwijs in wiskunde. Hij concludeert daaruit vier belangrijke doelen voor het wiskundeonderwijs. Individuele docenten verschillen van elkaar doordat zij een sterk eigen accent leggen op de diverse doelstellingen, afhankelijk van eigen opvattingen en waardering voor het vak wiskunde.

Belangengroep	Sociale positie	Wiskundige doelstellingen
1. Industriële trainers	radicaal 'New Right' conservatief	Het verwerven van fundamentele wiskundige vaardigheden en sociale gehoorzaamheid aan autoriteiten. Gecentreerd op basisvaardigheden.
2. Technologische pragmatici	Praktisch ingestelde industriëlen, managers, enzovoort. New Labour	Het leren van basisvaardigheden en leren om praktische problemen met wiskunde en informatietechnologie op te lossen. Gecentreerd op toepassingen in arbeid en industrie.
3. Humanistische wiskundigen	Conservatieve wiskundigen die de strengheid van bewijs en de zuiverheid van wiskunde willen bewaren.	Begrip en bekwaamheid in geavanceerde wiskunde, met wat waardering voor de zuivere wiskunde.
4. Progressieve opvoeders	Liberaal opvoeders die de welzijnsstaat verdedigen.	Het bereiken van zelfvertrouwen, creativiteit en zelfontplooiing door de wiskunde. Gecentreerd op het kind.
5. Openbare opvoeders	Democratische socialisten en radicale hervormers betrokken bij sociale rechtvaardigheid en ongelijkheid.	Ontplooiing van burgers door ze kritisch en wiskundig geletterd te maken. Gecentreerd op sociale vaardigheden.

Figuur 1. Vijf belangengroepen en hun belangstelling voor wiskundeonderwijs (Ernest, 2000)

## Vernieuwingen in wiskunde

"De vernieuwingen in de tweede fase van HAVO en VWO (1998) hebben niet volledig uitgewerkt zoals aanvankelijk beoogd" (cTWO, 2007). In de visie op vernieuwd wiskundeonderwijs wijt de commissie toekomst wiskunde onderwijs (cTWO) dit vooral aan een te laag instroomniveau uit de onderbouw, te veel nadruk op zelfstandigheid en algemene vaardigheden ten koste van de vak kennis en een overladenheid van het curriculum dat vervolgens weer ten koste gaat van de bereikte diepgang. Het gevolg is zowel dat leerlingen de motivatie voor het vak verliezen als dat vervolgoopleidingen klagen over de aansluiting.

Al langere tijd wordt de behoefte gevoeld om het programma van wiskunde C, voor leerlingen die het profiel Cultuur en Maatschappij hebben gekozen, wat meer af te stemmen op de doelgroep. Een afstemming die vooral gericht is op de capaciteiten, interesses en vervolgoopleidingen van die doelgroep. Samen met de aanbevelingen van cTWO vormden deze de basis voor het nieuwe lesmateriaal voor wiskunde C, dat is gebruikt bij het voorliggend onderzoek. Wiskunde C is een nieuw vak speciaal geformuleerd voor leerlingen in het Cultuur en Maatschappijprofiel van het vwo. Het richt zich op algemene wiskundige en statistische vorming, in samenhang met de historische en culturele plaats van wiskunde in wetenschap en in de maatschappij. Tot dusver bestond het examenprogramma uit een domein algemene vaardigheden en een aantal domeinen waarin de wiskundige inhoud worden toegelicht. Voor wiskunde C is gekozen voor de toevoeging van een extra domein, waarin de analyse en reflectie op de rol van wiskunde staat beschreven. Het doel hierbij is speciaal voor deze groep meer aandacht en nadruk te leggen op het leren kritische vragen te stellen, het leren wiskunde te herkennen en waarderen in maatschappelijke situaties (Daemen, 2007).

## Opzet van het onderzoek

Het onderzoek bestaat uit een kleinschalige case-studie. Door drie ervaren docenten te volgen tijdens hun werkzaamheden met nieuw onderwijsmateriaal, willen we inzicht krijgen in leerprocessen van docenten bij het vormgeven van nieuw onderwijs.

Gekozen is om binnen dit onderzoek docenten te kiezen die gaan experimenteren met wiskunde C. De reden hiervoor is tweeledig. Wiskunde C wordt pas in 2011 (inmiddels 2013) definitief ingevoerd. Dit betekent dat de experimenten in alle rust worden opgebouwd en daarom organisatorisch makkelijker te volgen zijn. Bovendien is wiskunde C als object van onderzoek speciaal aantrekkelijk omdat het naast de traditionele onderwerpen ook een aantal voor het Nederlands onderwijs nieuwe inhoudsbevat. Dit biedt docenten de gelegenheid om inderdaad blanco in het materiaal te stappen. Zij worden haast gedwongen om een nieuwe didactische aanpak te kiezen; enigszins te vergelijken met docenten in opleiding die voor het eerst vanuit een docentperspectief in aanraking komen met de schoolwiskunde.

De participerende docenten zitten in een traject waar ze in samenspraak met collega's materiaal ontwikkelen, voorbereidend op experimenten in school. In de ontwikkelgroep zitten schrijvers (vaak docenten), een adviseur uit het hoger onderwijs en docenten uit het voortgezet onderwijs die het materiaal gaan uittesten. Tijdens het ontwikkelen van het materiaal hebben docenten de gelegenheid feedback te geven. Een van de docenten uit het onderzoek heeft ook zelf een deel van het materiaal geschreven.

Om het leren van docenten en hun ontwikkeling zichtbaar te maken is gebruik gemaakt van een aantal instrumenten die eerder beproefd zijn in onderzoeken binnen het eerder genoemde aandachtsgebied "Leren van docenten in de beroepspraktijk" (zie bijvoorbeeld Hoekstra, 2007).

We onderscheiden de volgende onderzoeksfasen:

- Tijdens de eerste fase wordt de beginsituatie vastgelegd. Bij de beginsituatie wordt gekeken naar de visie van de docent ten aanzien van van onderwijs in wiskunde, de eigen inschatting van de didactische expertise van deze ervaren wiskundedocenten en de praktijk van de docenten.
- In de tweede fase wordt gestart met het monitoren van het leerproces van de docenten. Welke problemen ondervinden docenten bij het voorbereiden, uitvoeren en bijstellen van lessen die gebaseerd zijn op nieuw materiaal? Welke activiteiten ontwikkelen zij om tot oplossingen te komen en wat betekent dit voor hun leerproces?
- Aan het eind van de tweede fase, en het begin van de derde fase wordt dit proces opnieuw in kaart gebracht, de zogenaamde eindsituatie. In hoeverre is de beginsituatie, dus de visie van de docent ten aanzien van het onderwijs in wiskunde en de eigen inschatting van de didactische expertise van deze ervaren wiskundedocenten, veranderd? Dit gebeurt op eenzelfde manier als in de eerste fase van het onderzoek, om zodoende een goede vergelijking te kunnen maken.
- In de slotfase worden de verzamelde data geanalyseerd en worden in samenspraak met de deelnemende docenten conclusies getrokken. Deze fase wordt afgerond met het in kaart brengen van een aantal mogelijkheden voor aanvullende scholing voor docenten (in opleiding).

	sept '07	→	jun '08	
docent activiteit	ontwikkelen	experimenteren	bijstellen en afronden	
onderzoeks-fase	eerste fase	tweede fase	derde fase	slotfase
gebruikte instrumenten	vaststellen beginsituatie	monitoren experiment	vaststellen eindsituatie	member check
	semistructured interview	digital logbook	semistructured interview	open interview
	sbl-vragenlijst	verslagen	sbl-vragenlijst	
	stimulated recall	mail wisseling	stimulated recall	

Figuur 2. Schematische weergave van de dataverzameling

## Instrumenten

### 1. Vaststellen beginsituatie en eindsituatie.

In de eerste fase van het onderzoek willen we ons richten op zowel de 'formele kennis' van de docenten alsook de zogenaamde 'praktijkkennis', waarbij de formele kennis zich vooral richt op cognities van docenten, over welke vak- en vakdidactische kennis beschikken deze docenten en wat zijn hun opvattingen over deze kennis bij de vormgeving en uitvoering van hun wiskundeonderwijs? Bij de praktijkkennis van de docenten gaat het er veeleer om een beschrijving te geven van het gedrag dat de docent vertoont bij het werken in de klas, welke overwegingen en gedachten tijdens de onderwijsuitvoering leiden tot keuzes die de docent maakt in de klas.

Om hier een goed beeld van te krijgen, maken we gebruik van een drietal instrumenten:

- 1a Vragenlijst vak- en vakdidactische bekwaamheden van het SBLVan docenten wordt gevraagd een inschatting te maken van hun eigen expertise; wordt de lijst herkend als relevant en toereikend?
- 1b Semi-gestructureerd interview  
In de interviews komen vooral beelden die docenten hebben van wiskunde, het leren van wiskunde en de functie van het onderwerp in relatie tot het wiskunde C-programma aan de orde, in het bijzonder de vak- en vakdidactische vaardigheden.
- 1c Video-opname, gevolgd door 'stimulated recall'-interview  
Welk gedrag vertonen docenten in de praktijk en kunnen zij overwegingen geven die leiden tot bepaalde keuzes?

De peiling met de instrumenten 1a, 1b en 1c vindt twee keer plaats:

- De eerste keer voor het beschrijven van de beginsituatie, vóórdat docenten gaan experimenteren.
- De tweede keer voor het vaststellen van de eindsituatie; dat gebeurt bij een van de laatste lessen van de experimenteercyclus.

### 2. Monitoren van het leerproces

- 2a Reacties op ontwikkelwerk en verslagen van bijeenkomsten in ontwikkelgroepen  
Bij tussentijdse besprekingen in de ontwikkelgroep met betrekking tot de experimenten worden reactie van docenten verzameld, met als doel zicht te krijgen op problemen die docenten ervaren tijdens het experimenteren. Hoe gaan zij om met eigen problemen en die van anderen? Welke activiteiten ontwikkelen zij gezamenlijk of individueel om te komen tot verbeteracties?
- 2b Digitaal logboek

### 3. Eindgesprek, open interview

Het onderzoek wordt afgesloten met een eindgesprek waarbij de resultaten en bevindingen uit het onderzoek worden voorgelegd aan de betrokkenen. In de bespreking komen analyses aan de orde, maar daarnaast ook hoe de docent het proces heeft doorlopen. Centraal staat de vraag of de analyse en gevolgtrekkingen van de onderzoeker worden herkend. Is er aanvullende informatie die achteraf betrokken moet worden bij het onderzoek?

## Eerste bevindingen

Drie ervaren docenten wiskunde (1 vrouw en 2 mannen) namen deel aan het onderzoek. Het focus ligt op de lessen in vwo 4,5 aan leerlingen in het Cultuur en Maatschappijprofiel. Alle docenten waren betrokken bij het ontwikkelen en uitproberen van nieuw materiaal ten behoeve van de invoering van wiskunde C. Gedurende de periode van één jaar zijn ze gevolgd tijdens de ontwikkelfase, waarbij van hen feedback op het materiaal werd gevraagd, en tijdens het uittesten



van het materiaal en de uiteindelijke revisie van het materiaal. Hun hoofdtaak was het leveren van feedback tijdens de ontwikkel- en revisiefase en het uitvoeren van de lessen.

Het onderzoek bestaat uit een drietal 'case-studies'. De beschrijving van de docenten is chronologisch, aansluitend bij de fases 1, 2 en 3 die in het onderzoek worden onderscheiden. Aangezien deze analyse en beschrijving nog in ontwikkeling zijn, volstaan we hier met enkele voorbeeldmatige opbrengsten uit de dataverzameling en een eerste reflectie.

fase 1	fase 2	fase 3
<p><i>Voor mij is de uitdaging het inzichtelijk maken, het vertalen van een soc. mij probleem naar de wiskunde en dat oplossen, het modelmatige. Je hebt een stuk gereedschap waarmee je problemen kunt vertalen, structureren.</i></p> <p><i>Wiskunde is mooi omdat de zuiverheid ervan me intrigeert. Het feit dat je een imaginaire wereld opbouwt die zijn eigen wetten heeft en dat je daar langzaam in doordringt en er zelf nog wat aan kunt toevoegen. 'n stukje abstracte wereld die door een aantal knappe mensen is opgebouwd en dat je er langzaam in doordringt.</i></p> <p><i>Geen productie maar nadenken</i></p> <p><i>Omdat leerlingen, als je samen een opgave maakt dat ze dan bewuster met de stof omgaan. Ik vertel er bij waarom ik het zo doe, zit hardop te denken</i></p>	<p><i>"Dromen" over de les: ik zie de leerlingen in groepen werken. Er is een materialentafel. Er is discussie over de vragen. Verwondering en verrassing. Er wordt bewogen, gekeken, getekend.</i></p> <p><i>Dit is heel duidelijk een eerste keer ervaring. Bij de andere wiskunde-onderdelen heb je inmiddels een manier gevonden om dat uit te leggen, maar dit is echt stof die nooit zo naar voor gekomen is. Ik moet zoeken naar woorden en zoeken naar uitleg. Dit gaat niet op de automatische piloot. Ik hoor mezelf hardop denken.</i></p> <p><i>Ik ga daar met ze over praten, wat dacht jij, wat jij en jij en dat alle 3 de antwoorden niet fout zijn. Maar dat is moeilijk, het is wiskunde en dan moet er een eenduidig antwoord zijn.</i></p>	<p><i>Ik heb ervan geleerd dat je leerlingen op een andere manier motiveert. Dat ik ook wel naar mijn andere lessen wil gaan kijken. Kan ik de structuur zo omgooien dat ze misschien minder formeel gaan leren</i></p> <p><i>Ik heb het boekje wel aan mijn collega's gegeven ter info, maar ze zijn niet betrokken bij het werk.</i></p>

Voorbeelden van data gebruikt bij de analyse

Zowel voor de onderzoeker als voor de docenten was het een prettige ervaring om het onderwijs onder de loep te leggen. Tegelijkertijd wordt meer dan duidelijk dat, hoewel vanuit het onderzoek geen interventie worden gepland, de dataverzameling zelf al ervaren wordt als interventie. De 'stimulated recall-interviews', aansluitend op een videoregistratie van hun eerste les, werden door docenten enthousiast aangegrepen om over hun ervaring en onderwijs te praten. De simpele vraag 'waar dacht je aan tijdens deze lesfragmenten?' voorziet blijkbaar in een behoefte. Tijdens de gesprekken wordt snel duidelijk over welke enorme hoeveelheid informatie docenten beschikken, informatie die zeer divers van aard is. Veel van de informatie genoemd in de eerste gesprekken betreft informatie over leerlingen. Sommige informatie komt uit dossiers, andere uit rapportvergaderingen, gesprekken in de docentenkamer en veel is direct terug te leiden tot situaties, ervaringen in de klas. Deze informatie wordt vrijwel aanhoudend ingezet in de lessituatie bij beslissingen die docenten nemen voor hun leerlingen. In de benadering van de leerlingen blijkt dat maar weinig acties doelbewust worden gedaan. Veel gebeurt in de 'flow' van de les. Vaak wordt op basis van snelle interpretatie een beslissing genomen voor vervolg. Enerzijds is het bewonderenswaardig hoe docenten de leerlingen, of hun gezichten, kunnen 'lezen'. Anderzijds is het lastig om te zien dat informatie gebaseerd op ervaringen in eerdere lessen leidt tot snelle acties, zeker gezien het feit dat uit eerder onderzoek blijkt dat het geheugen speciaal gevoelig is voor de 'salient and unusual incidents'.

De 'stimulated recall-interviews' aansluitend op de tweede les, geven veel informatie over de complexiteit van het beroep van docent. Dit is de les waar docenten met het experiment bezig zijn; opvallend zijn de overeenkomsten tussen de docenten. Hoewel zij allen veel tijd hebben gestoken in de voorbereiding van de les ervaren ze regelmatig een zogenaamde 'eerste keer ervaring'. Alle drie docenten worstelen met het vinden van leerlingentaal, 'hoe zeg ik het zo dat het direct voor leerlingen duidelijk wordt'. Daarnaast zijn ze tijdens de les op zoek naar ondersteunende denkmodellen, die hen de mogelijkheid geven om de wiskunde voor de leerlingen verder te verhelderen. Bij gebrek aan voldoende overzicht constateren de docenten dat ze reageren door volledig de touwtjes in handen te willen houden. Daar waar ze in de eerste les vaak kozen voor een open flexibele benadering van de wiskunde, vertonen docenten hier, tegen hun zin in, tijdens de plenaire delen van de les een sterke neiging om de stof voor te willen doen, weinig leerlingredeneringen toe te laten en te kiezen voor een strakke lesopzet. Zij geven zelf aan dat dit niet past bij hun stijl, maar bij een volgende keer heel anders zal gaan. Heel bijzonder is dat de docent die tevens mede-auteur is, hierop geen uitzondering vormt. Hij constateert dat hij een beter overzicht heeft, maar dat hij dit in de les niet makkelijk loslaat, waardoor het 'af dalen' naar het leerlingniveau en het vormgeven van het bijpassende onderwijs lastig is.

Hoewel de analyse van data nog in volle gang is kunnen we in ieder geval op voorhand al concluderen dat vertrouwen in eigen kennis, het gevoel overzicht te hebben over de inhoud van de wiskunde en kennis van de didactiek van het onderwerp van groot belang is bij het durven en kunnen vormgeven van een naar eigen mening 'goede les'. Gezien het enthousiasme en de betrokkenheid bij het experiment van deze docenten is het dus van groot belang bij vernieuwingen van inhouden, professionaliseringstrajecten te blijven ontwikkelen, niet alleen op algemeen didactisch vlak, maar zeker ook in de vakdidactiek.

## Literatuur

- Bakkenes, I., Vermunt, J.D., Brekelmans, M., & Wubbels, T. (submitted). Teachers' approaches to learning and outcomes of learning in the context of educational innovation.
- Ball, D.L., & Cohen, D.K., (1999). Developing practice, developing practitioners. In L. Darling-Hammond & G. Sykes (Eds.), *Teaching as learning profession. Handbook of policy and practice*. (pp. 3-22). San Francisco: Jossey-Bass.
- Bereiter, C., & Scardamalia, M. (1993). *Surpassing ourselves: An inquiry into the nature and implications of expertise*. Chicago: Open Court.
- Commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs, (cTWO) ( 2007). Rijk aan betekenis. Uitgave cTWO.
- Daemen, J.W.M.J. (2007). Wiskunde C, onderweg naar 2010. *Euclides*, 82(4), 140-143.
- Ernest, P. (2000) Why teach mathematics. In J. White & S. Bramall (Eds.), *Why learn maths?* London: London University Institute of Education.
- Hoekstra, A. (2007). *Experienced teachers' informal learning in the workplace*. Utrecht: IVLOS-series.
- Korthagen, F.A.J., & Kessel, P.A.M. (1999). Linking Theory and Practice: Changing the Pedagogy of Teacher Education. *Educational Researcher*, 28(4), 4-17
- Van Driel, J.H., Beijaard, D., & Verloop, N. (2001). Professional development and reform in science education: The role of teachers' practical knowledge. *Journal of Research in Science Teaching*. 38, 137-158.

# Wiskundig discussiëren in het vo: de rol van de docent

Rijkje Dekker, Monique Pijs, Universiteit van Amsterdam (Instituut voor de Lerarenopleiding)

## Inhoud

“Waarom doe je dat?”

“Nou, eh... kubieke, dus je doet keer 1000.”

“Waarom?”

“Je doet een stap naar meter.”

“Weet je het zeker?”

“Ik zal het je uitleggen.”

“Kijk, het is een stap van cm naar dm, en dan nog een van dm naar m.”

“Klinkt goed.”

“... is 504.”

Twee leerlingen die met elkaar in discussie zijn over datgene wat ze opschrijven in de wiskundeles. De een stelt voortdurend vragen, “Waarom doe je dat?” en “Weet je het zeker?” en geeft op die manier de ander de gelegenheid om het werk te tonen, en er uitleg over te geven. Laten zien en uitleggen van je eigen werk zijn twee van de vier kernactiviteiten bij samenwerkend leren waar wij ons op baseren in ons onderzoek. Na jarenlang onderzoek te hebben gedaan waarbij wij lesmateriaal en de bijbehorende manier van begeleiden ontwierpen, hebben we in ons ELWIER-onderzoek de vraag eens bij de docenten gelegd.

## Achtergrond

Naar aanleiding van het onderzoek naar de rol van de docent bij het op gang brengen van wiskundige discussies tussen leerlingen, kwamen we op tegenstrijdige bevindingen. Bij leerlingen in 5 vwo B was de docent die leerlingen uitsluitend begeleidde bij het discussiëren zelf (procesrol) effectiever voor het op gang brengen van wiskundige discussies en niveauverhoging dan de docent die zich alleen wiskundig inhoudelijk met de discussies bemoeide (productrol) (Dekker & Elshout-Mohr, 2004). Bij leerlingen in 4 HAVO A maakte het niet uit en kwamen de wiskundige discussies bij beide docenten minder goed op gang (Pijs, Dekker & Van Hout-Wolters, 2007). In ons onderzoek vervulden de docenten rollen die wij voor hen ontworpen hadden. Met name de procesrol, en dan vooral het niet-geven van wiskundige hulp, was voor de docenten tegennatuurlijk. In ons vervolgonderzoek willen we uitdrukkelijk de docent zelf als deskundige betrekken bij het ontwerpen van onderwijs waarin leerlingen met elkaar wiskundig gaan discussiëren. We hopen zo meer inzicht te krijgen op welke verschillende manieren wiskundige discussies tussen leerlingen op gang gebracht kunnen worden. We gaan uit van de veronderstelling dat het wiskundig discussiëren van leerlingen tot een beter wiskundig begrip en tot niveauverhoging leidt. Die veronderstelling willen we in vervolgonderzoek wederom toetsen.

## Onderzoeksvraag

Hoe kunnen wiskundige discussies tussen leerlingen op gang worden gebracht?

Met wiskundige discussies bedoelen we discussies waarbij de leerlingen elkaar hun wiskundig (denk)werk vertellen of tonen, uitleggen, verantwoorden en hun wiskundig (denk)werk reconstrueren, zoals beschreven in het procesmodel van Dekker & Elshout-Mohr (1998).

## Opzet van het onderzoek

Het onderzoek bestaat uit een aantal case-studies met wisselende docenten, klassen en leerinhouden. Er zal in eerste instantie gewerkt worden met twee leraren in opleiding (LIO's) met een verschillende wiskundige vooropleiding, en hun vakdidacticus van de opleiding die tevens wiskundedocent is. In deze case-studies wordt allereerst beschreven hoe de docenten de wiskundige discussies tussen leerlingen op gang brengen. Het zwaartepunt ligt bij het gedrag van de docent, daarnaast wordt er aandacht besteed aan de andere factoren die van belang zijn, zoals het lesmateriaal en de samenstelling van de groepjes. Bij de observatie van het docentgedrag wordt gelet op de introductie van de les, de manier van hulp bieden aan leerlingen en het invoegen van klassikale momenten. Vervolgens wordt in een nagesprek gereflecteerd op de mate waarin de kernactiviteiten tussen leerlingen zijn opgetreden. Ook worden er plannen gemaakt voor een volgende les. De onderzoeker zal de docent zoveel mogelijk aansporen met eigen ideeën te komen voor het op gang brengen van kernactiviteiten bij leerlingen. Deze cyclus wordt een aantal maal doorlopen. Tussentijds overleggen de onderzoekers met elkaar over de ervaringen in de beide experimenten. De resultaten beschrijven we in 'portretten', waarvan we hieronder een voorbeeld geven.

## Een voorbeeld: de twijfels van Linda

Linda is een ervaren wiskundedocent die openstaat voor didactische vernieuwing van haar onderwijs. Ze weet dat ik (Rijkje) verstand heb van samenwerkend wiskunde leren, dus toen ik haar benaderde om bij haar in de les te kijken in hoeverre zij uit zichzelf vorm geeft aan overleg tussen leerlingen, stemde ze daar onmiddellijk mee in. Ik zou eerst 'gewoon' een les bij haar bekijken en dan zouden we die nabespreken om erachter te komen in hoeverre het overleg tussen leerlingen en in het bijzonder het wiskundig discussiëren bij haar vorm krijgt of vorm kan krijgen.

### Eerste les

We zitten in een ruim, licht lokaal met wiskundeaffiches aan de muren. De tafels zijn groot en log, de 27 leerlingen van deze 5 vwo-klas zitten naast elkaar in rijtjes van 2, 3 of 4. Ze hebben wiskunde B. Linda vertelt hoe ze in het weekend het hek is gaan schilderen, en met een kwast zat die ze aan het eind schoon wilde maken. Maar ze had nog maar weinig terpentijn. "Moet je in het vriesvak leggen!" suggereert een jongen vooraan. Linda lacht om de tip, maar stuurt aan op verdunnen, en ze vraagt de klas of het handiger is om de kleine hoeveelheid terpentijn in één keer te gebruiken of over twee potjes te verdelen. Dit praktische probleem vormt de inleiding op het onderwerp limieten waarbij e als limiet de hoofdrol speelt.

"Maak de opdrachten zelf of met je buurman," zegt Linda. Ik hoor veel uitleg. Linda is ook druk aan het helpen en het valt me op dat zodra ze in de buurt van bepaalde leerlingen komt, die haar vragen gaan stellen. Ik hoor niet dat ze vragen terugspeelt naar andere leerlingen. In dat opzicht spreekt ze leerlingen die samenwerken niet als zodanig aan. Haar uitleg is wel subtiel. Ze probeert door vragen de leerling op gang te brengen.

"Heb je je antwoord wel gecheckt bij je burenlid?" hoor ik Linda zeggen, of ze mijn gedachten geraden heeft! Ze rondt de les af met een klassikale bespreking die ze stevig in eigen hand houdt en waarbij ze aan het eind Euler te voorschijn weet te toveren. Boven het bord hangt een tijdbalk met belangrijke wiskundigen. Ze wijst Euler aan en sluit de les af. Ik vind het een prachtles, maar heb wel wat te vragen.

### Nabespreking

Ik leg Linda mijn observaties voor. Ze is gevoelig voor de gemiste kansen wat betreft het stimuleren van overleg. Ook de observatie dat leerlingen haar 'gebruiken' zodra ze in de buurt is, raakt haar. We bespreken hoe ze de leerlingen zich zelf meer bewust kan laten worden van wat ze bij overleg te

winnen hebben. Ik geef haar de Gouden regels door die we in een eerder onderzoek ontwikkeld hebben:

Laat elkaar je (denk)werk zien!  
want anders valt er niets te discussiëren

Leg elkaar je werk uit!  
want daar leer je van

Geef elkaar kritiek!  
want daar wordt het werk beter van

## **Tweede les**

Linda heeft zelfgebakken appeltaarten meegenomen, en zegt dat ze deze les het hoofdstuk over exponentiële en logaritmische functies moeten afronden en dat ik er weer ben en speciaal let op hoe ze overleggen. Vervolgens concentreert ze zich op het verdelen van de taarten en gaan de leerlingen aan het werk. Ze gaat dus niet in op de aangereikte Gouden regels, maar het is wel een geraffineerde manier om het overleg op gang te krijgen en mij als bewaker in te schakelen! Het ruikt heerlijk in de klas. Ze is er nu duidelijk niet om hulp te geven. De leerlingen komen op gang en ik hoor hier en daar overleg. Een groepje van drie meisjes voor me is druk aan de slag, en een groepje meisjes achter me praat over van allerlei andere zaken. Linda deelt taart uit.

“Kijk dan naar de voorbeeldjes in het boek,” reageert Linda op een vraag.

“Vraag het aan Martin,” hoor ik haar zeggen. “Het is voor Martin ook niet verkeerd om...”

“Barbara, heb je al iets gedaan?” vraagt Linda.

“Niet veel,” zegt Barbara.

“Je hebt twee leraren naast je zitten,” reageert Linda.

“Heb je de formulekaart bij je? Ga eens met z’n drietjes speuren.”

Linda gaat kijken bij twee jongens achterin die heel druk aan het overleggen zijn. Ze geven aan geen hulp van haar te willen.

Verskillende groepjes zijn druk aan het overleggen. Ik zie ook heel wat leerlingen voor zichzelf werken. Aan het eind vraagt Linda de leerlingen of het overleggen ze is bevallen. Er klinken positieve geluiden en de twee jongens achterin zijn duidelijk opgetogen dat ze er samen helemaal uit zijn gekomen.

Linda zegt me aan het eind van de les: “Ik vond het wel héél moeilijk.”

## **Nabespreking**

“Je zei aan het eind van de les dat je het moeilijk vond.”

“Ja, omdat ik graag uit wil leggen, dan zie je van die ogen van hoe zit dat dan precies. Ze zitten gewoon vast en ze willen van jou weten hoe ze de volgende stap moeten doen en ik wil ze dat gewoon heel graag uitleggen. Ik vind die wiskunde heel leuk en wil kijken hoe ze dan reageren. Ik wil ze wel heel geleidelijk er doorheen helpen. Dat wordt toch steeds geleidelijker en steeds minder voorzeggend, maar ik wil er wel graag even bij zijn om te kijken hoe ze dat proces doorlopen, zeg maar. Ik moest nu dus echt zeggen van vraag het even aan je buurman en dan zo snel mogelijk weglopen, want anders vragen ze het evengoed nog aan mij. Voor mijn gevoel doe ik mijn taak niet goed, zeg maar.”

“Je had het gevoel dat je niet mócht uitleggen.”

“Ik wilde er nu vanaf blijven en dat is dus heel moeilijk. Er zijn leerlingen die zijn gewoon echt heel goed. Tamar is echt heel goed. Toen zei ik, nou misschien kan Rica je daar verder mee helpen. Rica is niet zo sterk en die was nog lang niet zo ver als Tamar, want Tamar werkt wel door. Die legt altijd álles uit aan die andere twee, Iris en Rica. En nou had ze gewoon een keer een vraag aan mij. Maar ik weet dus niet hoe dat afgelopen is. Dat vind ik ook een naar gevoel, dat ik niet weet of ze nou op het eind erdoor is of dat ze het niet weet.”

“Zag je effect van je andere rol?”

“Nou, dat vond ik wel grappig. Ik vond het zelf heel lastig, maar uiteindelijk zag je dus mensen wel degelijk intensiever met elkaar aan de slag en soms hielp dat héél erg goed, gingen ze echt aan elkaar vragen hoe zit dat dan en hebben ze elkaar geholpen. Zoals op het eind, toen ik hun mening vroeg, toen was er een tweetal, twee jongens die hadden echt heel veel aan elkaar gehad, maar die waren ook met hetzelfde sommetje bezig. Dat is misschien wel essentieel. Als de een veel verder is dan de ander, kun je natuurlijk ook wel helpen, maar je bent met je eigen sommetje bezig, moet je uit je eigen sommetje en moet je weer iemand anders gaan helpen, terwijl ik de expertise in huis heb om al die sommetjes tegelijkertijd aan te pakken.”

Later speur ik de bandopname af naar het fragment waar Linda een vraag van Tamar terugspeelde naar Rica. Kijken of haar twijfel terecht is.

## Tamar, Rica en Iris

Tamar: Hoe kan je hier ooit een primitieve van nemen? Dat staat niet echt uitgelegd.

Linda: Helemaal niet?

Tamar: Nee, er staat alleen over eh één gedeeld door x, maar niet echt over iets met een min erbij.

Linda: Waar ben jij?

Rica: ...

Linda: Is wel leuk als Rica eventjes kijkt zometeen waar jij vastloopt. Jij bent hartstikke goed, als Rica dan gaat kijken naar jou zo van eh volgens mij loop je daarop vast. Rica kijkt naar andere dingen dan jij. Waarom is dit sommetje lastiger dan dat sommetje? Misschien dat Rica dat kan zeggen waarom d lastiger is dan c. Zomaar plompverloren staat d er achteraan. Blijkbaar is het iets heel kleins wat jij over het hoofd ziet en misschien Rica wel ziet.

Linda gaat weg.

Iris: Dus nu mag jij het uitleggen, wat aardig.

Gelach.

Rica: Wat is een primitieve?

Tamar kijkt in het antwoordenboekje.

Tamar: Het moet één zesde, het moet dit worden.

Iris: Is één zesde twee keer... dus misschien als je dan... dat snap ik wel, dat het dat is en die, dan heb je die...

Tamar: Dat die een min is, snap ik ook nog wel. Waarom het nou een zesde is...

Rica: Oh, misschien wordt het een half, omdat je daar deelt door drie dat het dan...

Iris: Maar de afgeleide van min twee is... als je hier de afgeleide van doet, dan is dat toch gewoon min twee, en als die min twee dan keer één gedeeld door 3, dat is wel... een zesde en als je die dan heb je twee.

Tamar: Ja, weet je hoe je ook een zesde krijgt? Eén gedeeld door 6.

Iris: Jaaaa, maar hier zit een drie in, als je dat... net als net, toen deed je die honderdste ook niet, maar je zet het er wel bij.

Tamar: Zal ik het er gewoon bijzetten?

Iris: Doe je gewoon net of je het snapt.

... ..

Tamar: Nou, ik snap er geen bal van. Ik kom er bij de volgende al niet meer uit. Wat is de primitieve hiervan?

Iris: Van alleen dat stukkie? De primitieve of de afgeleide?

Tamar: Primitieve, plus één.

Iris: Oh, als je weet wat de primitieve is...

Tamar: (onv.)

Iris: Nee, maar kijk...

Rica is misschien niet echt op gang gekomen, maar Iris wel, en zij ontpopt zich als uitlegster. Wel wennen voor Tamar, maar een hele doorbraak in dit groepje en dat allemaal door een klein, slim terugspeelballetje van Linda!

## Afsluiting

Het bovenstaande voorbeeld laat mooi zien dat een kleine ingreep groot effect kan hebben. Dat hebben we in meer van onze pilot-studies teruggezien. De dialoog aan het begin van dit artikel komt uit een les waarin een wiskundedocent haar leerlingen een toets in groepjes van drie liet maken. Niet zozeer als nieuwe manier van toetsen, maar als setting om leerlingen met elkaar te laten praten over wat ze wel en niet snappen. Het bleek een effectieve manier om leerlingen intensief te laten samenwerken. De meesten van hen hadden zich goed voorbereid, dus er was iets om over te praten. Daarnaast motiveerde het groepscijfer hen om ervoor te zorgen dat het goede antwoord op papier kwam. En, niet onbelangrijk, groepjes accepteerden het als de docent hen niet hielp en het denkwerk voornamelijk bij de leerlingen liet.

## Literatuur

- Dekker, R. & Elshout-Mohr, M. (1998). A process model for interaction and mathematical level raising. *Educational Studies in Mathematics*, 35(3), 303-314.
- Dekker, R. & Elshout-Mohr, M. (1999). Soms moet je ervan afblijven. *Nieuwe Wiskrant*, 18(3), 9-13.
- Dekker, R. & Elshout-Mohr, M. (2004). Teacher interventions aimed at mathematical level raising during collaborative learning. *Educational Studies in Mathematics*, 56(1), 39-65.
- Pijls, M., Dekker, R. & Van Hout-Wolters, B. (2007). Reconstruction of a collaborative mathematical learning process. *Educational Studies in Mathematics*, 65(3), 309-329.
- Pijls, M. (2007). *Collaborative mathematical investigations with the computer: learning materials and teacher help*. Amsterdam: Universiteit van Amsterdam, Graduate School of Teaching and Learning.
- Pijls, M., Dekker, R. & Van Hout-Wolters, B. (2007). Teacher help for collaborative mathematical level raising. *Learning Environments Research*, 10, 223-240.

# De professionele wiskundekennis van de leraar basisonderwijs

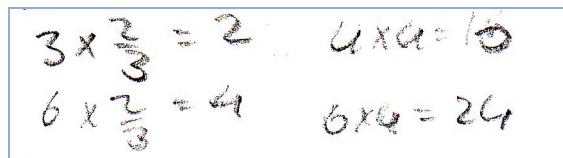
Marjolein Kool, Hogeschool Domstad

## Inleiding

Een basisschoolleraar voert tijdens het verzorgen van reken-wiskundeonderwijs allerlei wiskundige taken uit die veel verder gaan dan het zelf kunnen uitrekenen van de sommetjes die hij zijn leerlingen voorlegt. Hij moet onder andere voorbeelden, verklaringen, bewijzen, schematiseringen en concretisering kunnen geven, en het denken van zijn leerlingen kunnen volgen en voortzetten. Dat vereist professionele wiskundekennis. Hoe groot is de professionele wiskundekennis van tweedejaars PABO-studenten en welke factoren zijn van invloed op het niveau van hun professionele wiskundekennis?

## Een inkijkje in de PABO

Tanja is tweedejaars PABO-studente. Ze kan de som  $16 : \frac{2}{3}$  uitrekenen.

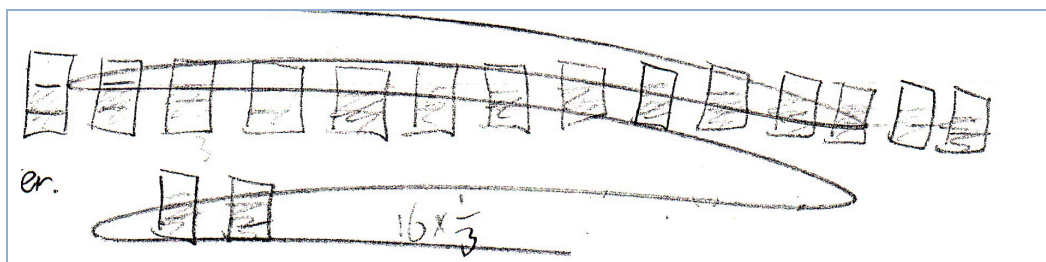


Handwritten calculations in a box:

$$\begin{array}{l} 3 \times \frac{2}{3} = 2 \\ 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \\ 6 \times \frac{2}{3} = 4 \\ 8 \times \frac{2}{3} = \frac{16}{3} \end{array}$$

Ze gebruikt hiervoor geen standaard rekenregel, maar komt met een informele aanpak tot het goede antwoord.

Het lukt haar niet om het vraagstuk nog op een andere manier op te lossen. En als haar gevraagd wordt om haar oplossing van  $16 : \frac{2}{3}$  te visualiseren krast ze uiteindelijk gefrustreerd haar pogingen door. Ze doorziet niet dat ze eigenlijk al vrij dicht in de buurt van een oplossing was.



Vervolgens wordt haar gevraagd om een context te bedenken bij  $16 : \frac{2}{3}$ .

Tanja schrijft: 'Ik heb 16 snoepjes die moet ik verdelen over  $\frac{2}{3}$  zakjes. Hoeveel krijg ik in de zakjes?'

Deze context is onjuist. Het is duidelijk dat het haar veel moeite kost om  $16 : \frac{2}{3}$  betekenis te geven.

Dan krijgt ze een contextsom voorgelegd:



Een ontbijtkoek is 18 cm lang. Een plak van die koek is  $\frac{3}{4}$  cm dik. Hoeveel van zulke plakken kan ik van de koek snijden?

Tanja kan dit vraagstuk oplossen. Ze redeneert dat 4 plakken 3 cm dik zijn, en dat ze dus  $6 \times 4 = 24$  plakken uit 18 cm kan snijden. Het lukt haar ook om correct de bewerking te noteren die in deze context schuil gaat, namelijk  $18 : \frac{3}{4}$ .

Tot slot krijgt ze het werk van leerling Dennis te zien die het vraagstuk van de ontbijtkoek eveneens goed heeft opgelost, maar wel op een andere manier dan zij.

Tanja probeert de oplossing van Dennis te begrijpen, maar kan er geen chocola van maken.<sup>8</sup>

$2 \times \frac{3}{4} = 1,5$

$10: 1,5 = 12 \times 2 = 24$

10  
10  
10  
10  
10  
10

Dennis

a. Beschrijf de oplossingsmanier van Dennis. Wat vind je ervan? Licht je mening toe.

Hij komt bij het antwoord, maar hoe hij erbij komt snap ik niet. Waarom hij  $2 \times \frac{3}{4}$  doet. en hoe  $10: 1,5$  gelijkt staat tot  $12 \times 2$ .

Tot zover deze impressie van de wiskundekennis van Tanja. Het maakt duidelijk dat ze een zekere basale rekenvaardigheid bezit. Ze kan een deelsom met breuken oplossen. Dat lukt haar ook als de som ingekleed is in een context. Maar het is zeer de vraag of dat genoeg is om je als leraar op de basisschool staande te houden tijdens de rekenles. Tanja kan deze som niet op meerdere manieren oplossen, ze kan haar oplossing niet visualiseren, ze kan geen passende context bij de som bedenken en ze kan de oplossing van een leerling niet volgen. Dit zijn wiskundige taken die een basisschoolleraar wel uit moet kunnen voeren. De wiskundekennis van Tanja is nog niet op het professionele niveau dat een leraar op de basisschool zou moeten hebben.

<sup>8</sup> Dennis verdubbelt  $\frac{3}{4}$  en berekent in eerste instantie door middel van herhaald aftrekken hoeveel plakken van 1,5 cm hij uit een koek van 18 cm kan halen. Dat zijn 12 plakken. Dat betekent dat hij twee keer zoveel, dus 24 plakken van  $\frac{3}{4}$  cm uit zo'n koek kan halen. Dennis heeft het antwoord correct berekend, maar zijn berekening niet correct genoteerd, want  $18 : 1,5$  is niet gelijk aan  $12 \times 2$ . Hij had moeten schrijven:  $18 : 1,5 = 12$  dus  $18 : \frac{3}{4} = 12 \times 2 = 24$ .

## Kenmerken van professionele wiskundekennis

Het voorbeeld van Tanja roept vele vragen op:

- Welke professionele wiskundekennis heeft een basisschoolleraar nodig? Met andere woorden: Waaruit bestaat de professionele wiskundekennis van een basisschoolleraar?
- Vormt Tanja een uitzondering? In welke mate bezitten PABO-studenten professionele wiskundekennis?
- Welke factoren zijn van invloed op de professionele wiskundekennis die iemand bezit?

Shulman (1987) onderscheidt zeven aspecten van lerarenkennis (teacher knowledge).

Vakinhoudelijke kennis (content knowledge) vormt een van deze aspecten. Ball, Hoover Thames en Phelps (2007) geven een nadere uitwerking van deze vakinhoudelijke kennis voor het vak wiskunde. Zij maken onderscheid tussen common content knowledge, de algemene wiskundekennis die niet specifiek is voor het vak van de leraar, en specialized content knowledge, de beroepsspecifieke wiskundekennis die de leraar nodig heeft bij het verzorgen van wiskundeonderwijs. Het blijkt lastig te zijn om een duidelijke grens tussen deze twee soorten wiskundekennis aan te brengen omdat een leraar nu eenmaal naast beroepsspecifieke kennis ook algemene wiskundekennis bezit. Waar ligt de grens tussen beide? Is het laatste een onderdeel van het eerste? Dit probleem is te omzeilen door de professionele wiskundekennis van de leraar te definiëren als de wiskundige kennis die hij gebruikt als hij binnen zijn beroep wiskundige taken uitvoert. Die kennis kan soms meer algemeen en soms meer beroepsspecifiek zijn, maar het doel waarvoor de kennis wordt gebruikt is eenduidig: het verzorgen van wiskundeonderwijs.

Wiskundige taken komen voor tijdens het lesgeven, maar ook bij het voorbereiden van lessen, het toetsen, corrigeren, ontwerpen en evalueren. Het woord kennis moet in dit verband breed worden opgevat, want het gaat ook om vaardigheden en wiskundige inzichten. En omdat het de basisschool betreft spelen ook rekenkennis, -vaardigheden en -inzichten een rol. In plaats van de omschrijving 'professionele reken-wiskundige kennis, vaardigheden en inzichten' is voor het korte 'professionele wiskundekennis' gekozen omdat dat praktischer is en omdat de term wiskunde hier meer terechte aandacht krijgt. Een basisschoolleraar moet een diepgaande, brede, gedetailleerde en flexibele kennis van de reken-wiskundige leerstof bezitten, kennis die veel verder gaat dan wat van de leerlingen wordt geëist, kennis die het predikaat wiskundig verdient. Ball e.a. (2007) spreken van een diepere kennis van de stof die onderwezen wordt. Het woord 'wiskunde' in 'professionele wiskundekennis' verwijst dus vooral naar het denken en handelen van de leraar en slechts ten dele naar de leerstof die hij onderwijst.

In de literatuur over reken-wiskundeonderwijs komt ook de term 'professionele gecijferdheid' voor. Professionele gecijferdheid is niet synoniem met professionele wiskundekennis omdat bij professionele gecijferdheid naast wiskundige ook didactische kennis een rol speelt. Oonk, Van Zanten & Keijzer (2007) zien professionele gecijferdheid als een kwaliteit waarin reken-wiskundig denken en handelen direct verbonden zijn met vakdidactische kennis en vaardigheden. Zo beschouwd sluit de term professionele gecijferdheid aan bij de internationale term Pedagogical Content Knowledge (PCK), die door Chick, Baker, Pham en Cheng (2006) wordt omschreven als een "blend of content and pedagogy". Pogingen om PCK nader te specificeren leverden veel discussie op. Ball e.a. (2007) verzamelden in de literatuur sinds 1987 maar liefst zes verschillende definities voor PCK. Overeenkomst tussen de definities is dat ze allemaal een verband benoemen tussen de inhoudelijke vakkennis van de leraar en zijn kennis van het denken, leren en onderwijzen van leerlingen.

In alle definities vormt professionele wiskundekennis een onderdeel van PCK oftewel professionele gecijferdheid. Er is zeker wat voor te zeggen om vakdidactische, pedagogische en wiskundige kennis en vaardigheden gezamenlijk onder de loep te nemen. In het dagelijks werk in de klas spelen deze elementen immers gelijktijdig een rol en in praktijksituaties zijn ze vaak nauwelijks van elkaar te onderscheiden. Een leraar reageert op een leerling en het is niet altijd duidelijk of hij hierbij gebruik

maakt van wiskundige of vakdidactische kennis, maar vast staat dat beide vormen van kennis op peil moeten zijn. Om dat te bereiken is het belangrijk dat voor opleiding en onderzoek de wiskundige kennis van de basisschoolleraar op sommige momenten apart aandacht krijgt.

Vanuit deze optiek en de wensen van PABO-docenten ontstond het ELWIER-onderzoek naar de professionele wiskundekennis van de basisschoolleraar.

PABO-docenten vroegen zich af of ze hun studenten wel voldoende kansen boden om hun professionele wiskundekennis te ontwikkelen. Welke doelen moet de opleiding zich op dit gebied stellen? Om een bijdrage aan het antwoord op deze vraag te kunnen geven werd de professionele wiskundekennis van tweedejaars PABO-studenten op de Hogeschool Domstad in Utrecht onderzocht. De keuze voor deze groep had een praktische reden; de studenten konden deelname aan het onderzoek, waarvoor zij een schriftelijke toets moesten maken, mee laten tellen in het vervolg van hun opleiding wat voor hen een extra stimulans betekende om er serieus aan te werken. Bovendien waren alle betrokken studenten in het voorgaande studiejaar geslaagd voor de Wiscat-toets<sup>9</sup> en hadden daarmee 'recent' aangetoond dat hun rekenvaardigheid minstens op basaal niveau aanwezig was. Op het moment dat ze aan de toets van het onderzoek deelnamen hadden ze één studiejaar plus twee maanden achter de rug, waarin ze wekelijks één dag stage hadden gelopen op de basisschool, en waarin ze verschillende reken-didactische cursussen hadden gevolgd. In deze cursussen was de ontwikkeling van professionele wiskundekennis slechts summier en geïntegreerd aan bod geweest, en op geen enkel moment getoetst. 101 studenten namen aan het onderzoek deel.

De onderzoeksvraag luidde:

Welke professionele wiskundekennis bezitten PABO-studenten na veertien maanden opleiding, welke factoren zijn van invloed op het niveau van hun professionele wiskundekennis en wat betekent dit voor de verdere ontwikkeling van hun professionele wiskundekennis?

Zoals hiervoor is gesteld, is professionele wiskundekennis de kennis die een leraar nodig heeft om de wiskundige taken binnen zijn beroep uit te voeren. Allereerst zijn die wiskundige taken op een rijtje gezet.

Een leraar moet bij het voorbereiden, ontwerpen, uitvoeren en evalueren van reken-wiskundeonderwijs in staat zijn om:

- een kaal of contextvraagstuk op verschillende manieren op te lossen;
- een kaal of contextvraagstuk op verschillende niveaus op te lossen (bijvoorbeeld door gebruik te maken van materialen, contexten, tekeningen en denkmodellen);
- oplossingsmanieren te verklaren, en te bewijzen dat ze correct zijn;
- oplossingsmanieren van leerlingen te doorgronden, op wiskundige juistheid te beoordelen en eventueel te voltooien;
- een context bij een som te bedenken, en een som uit een context te halen;
- passende voorbeelden, non-voorbeelden en vraagstukken te bedenken.

Deze lijst is ongetwijfeld nog verder aan te vullen, maar geeft in ieder geval een beeld van de wiskundekennis die een leraar nodig heeft bij de uitoefening van zijn beroep.

Ten onrechte wordt soms verondersteld dat een leraar in de onderbouw van de basisschool weinig professionele wiskundekennis nodig heeft. Ook daar komen kinderen met onverwachte oplossingsmanieren en is soms niet in een oogopslag te zien of en waarom hun aanpak correct is. Zo liet een leraar bijvoorbeeld zijn jonge leerlingen een vel A4-papier in vier gelijke stukken verdelen.

---

<sup>9</sup> De Wiscat-toets is een landelijke rekenvaardigheidstoets die pabostudenten in het eerste jaar van hun studie moeten halen om aan te tonen dat hun basale rekenvaardigheid op peil is. Lukt dit niet binnen drie pogingen in hun eerste studiejaar, dan moeten ze de opleiding verlaten.

De meeste kinderen vouwden vier gelijke rechthoeken, maar één leerling verdeelde het vel volgens de diagonalen en vroeg of het zo ook goed was. De leraar kwam er niet uit en negeerde de vraag van de leerling.

Jonge kinderen stellen veel waaromvragen, ook in de rekenles. Om hun onderzoekende houding te stimuleren, verdienen ze antwoorden. Natuurlijk is het niet altijd mogelijk en wenselijk om op elke vraag in te gaan, maar een professionele leraar mag zijn leerlingen niet met een kluitje in het riet sturen omdat hij zelf het antwoord op hun vragen niet weet.

## Een schriftelijke toets

In het kader van het ELWIER-onderzoek is een schriftelijke toets professionele wiskundekennis ontwikkeld met wiskundige taken uit het beroep van de basisschoolleraar. Er is gekozen voor een schriftelijke toets en niet voor observaties in de praktijk omdat schriftelijk werk de deelnemers de beste gelegenheid biedt om rustig hun wiskundekennis in te zetten zonder dat ze zich gelijktijdig met allerlei andere taken bezig moeten houden. Tevens is de professionele wiskundekennis onder deze omstandigheden beter te meten dan in de praktijk, waar de wiskundekennis die de leraar bezit niet altijd zichtbaar is. Een leraar kan bijvoorbeeld in staat zijn om de juistheid van een bepaalde oplossingsmanier aan te tonen, maar ervoor kiezen, met het oog op de ontwikkeling van zijn leerlingen, om dat bewijs in de klas niet aan de orde te stellen.

De toets bevat vragen uit slechts één domein van de basisschoolstof, zodat alle wiskundige taken die de kandidaten moesten uitvoeren betrekking hadden op ditzelfde domein, wat de onderlinge vergelijkbaarheid van die taken vergroot. Gekozen is voor het onderwerp rekenen met breuken omdat veel leerlingen en leraren dit een lastig onderwerp vinden. Bij onderwijs over dit onderwerp heb je als leraar veel professionele wiskundekennis nodig.

Voor de toets is de volgende selectie gemaakt uit de wiskundige taken van de basisschoolleraar:

- 'kale' sommen op meerdere manieren en niveaus oplossen

Voorbeeld:

Reken de onderstaande som op verschillende manieren uit (maximaal drie verschillende). Je mag bijvoorbeeld ook een oplossing tekenen).

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} =$$

- contexten bij sommen bedenken

Voorbeeld:

Bedenk een context bij  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} =$

- contextsommen op meerdere manieren en niveaus oplossen
- de 'kale' som noteren die in een context schuil gaat

Voorbeeld:

Bereken de onderstaande som op verschillende manieren (maximaal drie). Je mag bijvoorbeeld ook oplossingen tekenen).

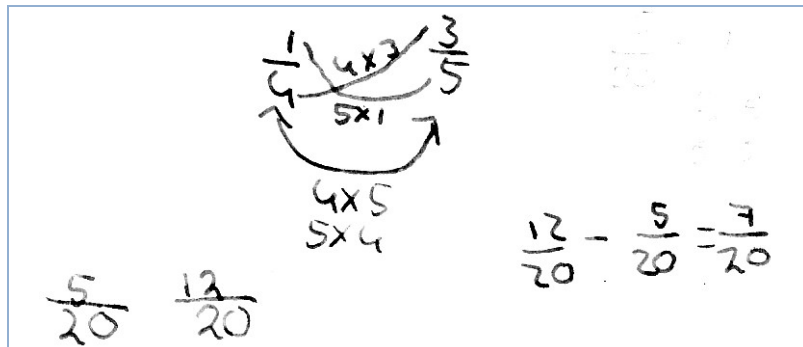
Zijn postzegelverzameling bestond voor  $\frac{1}{4}$  deel uit buitenlandse zegels. Daarvan was  $\frac{3}{5}$  deel afgestempeld. Welk deel van zijn verzameling bestond uit afgestempelde buitenlandse zegels?

Noteer dit vraagstuk als 'kale' som.

- werk van leerlingen doorgronden, beoordelen en voortzetten

Voorbeeld:

Zijn postzegelverzameling bestond voor  $\frac{1}{4}$  deel uit buitenlandse zegels. Daarvan was  $\frac{3}{5}$  deel afgestempeld. Welk deel van zijn verzameling bestond uit afgestempelde buitenlandse zegels?



Beschrijf de oplossingsmanier van Joyce. Wat vind je ervan? Licht je mening toe.

bijv 20 postzegels = 5 buitenlands = 3 afgestempeld

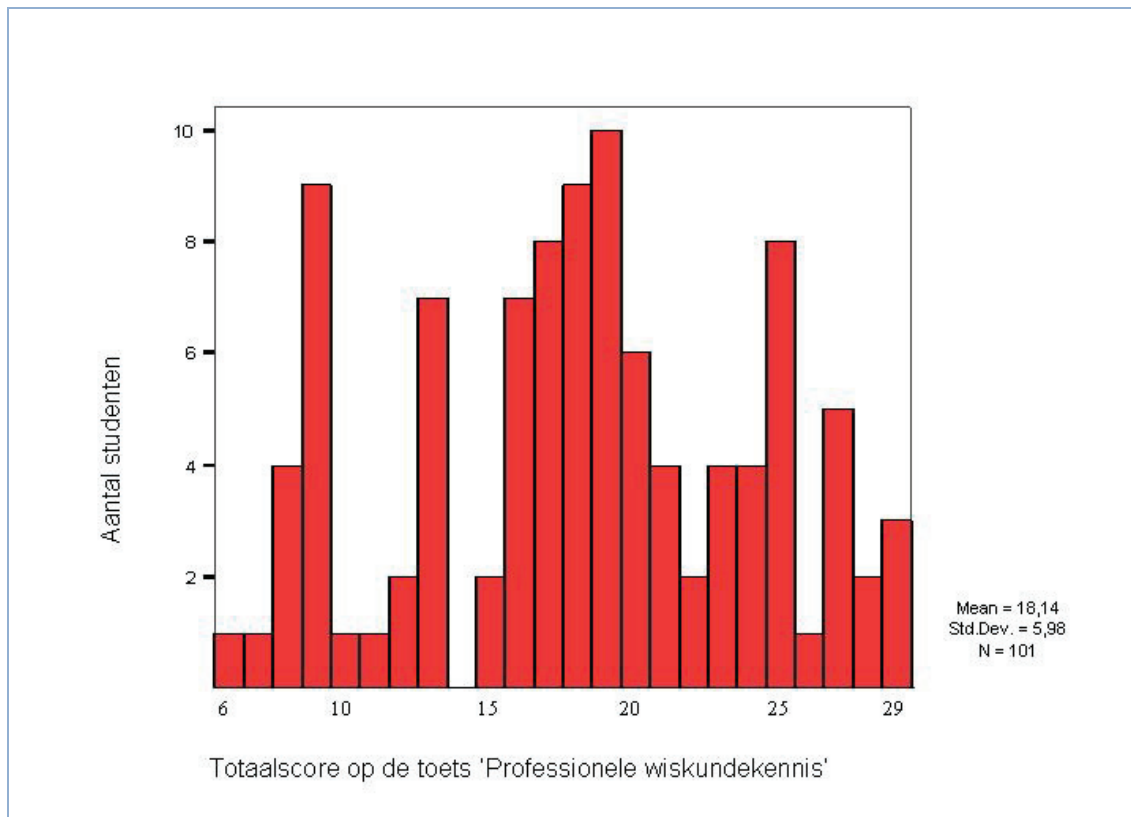
Leg uit hoe Jeroen geredeneerd heeft, en maak zijn redenering af (zodat je het gevraagde antwoord hebt).

Wie bovenstaande voorbeelden onderling vergelijkt, ontdekt een grote verwantschap tussen de opdrachten. Die is bewust aangebracht om te kunnen vaststellen welke professionele wiskundige taken de deelnemers konden uitvoeren ten aanzien van hetzelfde vraagstuk.

Om onderlinge beïnvloeding van de delen te voorkomen, moesten de deelnemers steeds delen van de toets inleveren voordat ze een volgende serie opdrachten kregen.

## De resultaten van de toets

Aan het begin van dit artikel zijn de toetsresultaten van PABO-student Tanja weergegeven. Zij behaalde 9 van de 30 punten. In figuur 1 is te zien hoe de groep als geheel gescoord heeft op de toets professionele wiskundekennis.



Figuur 1. Histogram van de score van 101 tweedejaars PABO-studenten op de toets professionele wiskundekennis.

Geen enkele student behaalde de maximale 30 punten. De gemiddelde score was 18,14 punten. Dat is 60,5% van het totaal, een krappe voldoende. De spreiding is opvallend groot. De standaarddeviatie is 5,98. Het grillige scoreverloop vraagt om nader onderzoek.

In figuur 2 is de score per onderdeel van de toets te zien. De wiskundige taken zijn geordend op basis van de toetsresultaten. Het best gemaakte onderdeel staat bovenaan.

Onderdeel (wiskundige taak)	Maximaal te behalen aantal punten	Gemiddelde score	Percentage	Standaarddeviatie
Meerdere oplossingsmanieren bij contextsommen	6	4,56	76%	1,951
Meerdere oplossingsmanieren bij 'kale' sommen	6	4,37	73%	1,81
Formele som uit de context halen	3	2,01	67%	0,755
Context bij formele som bedenken	3	1,68	56%	0,824
Oplossingen van leerlingen doorgronden	12	5,49	46%	2,674

Figuur 2. De onderdelen (wiskundige taken) van de toets professionele wiskundekennis geordend op basis van de toetsresultaten.

Uit de tabel blijkt dat de laatste twee onderdelen in de lijst aanmerkelijk slechter zijn gemaakt dan de eerste drie. Toekomstige leraren blijken slechts beperkt in staat te zijn om contexten bij een formele som te bedenken. Nog meer moeite hebben ze met het doorgronden van oplossingen van leerlingen. Dat deze taak de meeste problemen oplevert is niet verbazingwekkend. Om het denken

van een leerling te kunnen doorgronden moet de leraar zijn eigen denkwegen verlaten, treden in de onbekende denkstappen van zijn leerling en zich onderweg voortdurend afvragen:

- Wat heeft het kind hier gedaan?
- Is deze aanpak wiskundig correct?
- Is deze aanpak algemeen geldend?

Dat vraagt een grote wiskundige flexibiliteit, zeker als kinderen onvoorspelbare oplossingsmanieren kiezen. Maar een leraar die effectief reken-wiskundeonderwijs wil geven kan niet zonder deze kwaliteit omdat juist hij zijn leerlingen zal uitdagen om zelf kennis te construeren, en om uitgaande van hun eigen informele kennis rekenstrategieën te ontwikkelen. Hij moet zijn leerlingen hierin kunnen volgen en er in zijn onderwijs op aan kunnen sluiten. Dat is dus niet eenvoudig, blijkt uit dit onderzoek.

## Kenmerken van de deelnemers aan het onderzoek

Gemiddeld bezaten de deelnemers aan het onderzoek nog niet voldoende professionele wiskundekennis om de wiskundige taken van de basisschoolleraar uit te voeren, maar er was wel een grote spreiding onder de toetsresultaten. Sommige studenten scoorden veel hoger dan andere. Is dit te verklaren vanuit bepaalde kenmerken van de deelnemers?

Uit nadere analyses kwamen de volgende resultaten naar voren.

De toets professionele wiskundekennis werd beter gemaakt door:

- studenten die in hun eerste studiejaar een bovengemiddelde score voor hun Wiscat-toets behaalden;
- studenten die in het eerste jaar in één keer voor hun Wiscat-toets slaagden;
- studenten met een hogere vooropleiding (de beste resultaten werden door vwo-studenten behaald, HAVO-studenten kwamen op de tweede plaats en tenslotte volgden de MBO-studenten);
- studenten die hun vooropleiding hebben afgesloten met een centraal schriftelijk eindexamen wiskunde.

Voordat hier conclusies uit getrokken worden, zijn enkele kanttekeningen op hun plaats:

- Een goede Wiscat-score gaat weliswaar vaak samen met een grotere professionele wiskundekennis, maar blijkt op zichzelf niet voldoende te zijn. Studenten met een bovengemiddelde Wiscat-score scoorden toch nog gemiddeld onvoldoende op het moeilijkste onderdeel van de toets: het doorgronden van leerlingenwerk. Voor deze taak is meer nodig dan de basale rekenvaardigheid die in de Wiscat-toets getoetst wordt. Maar een goede basale rekenvaardigheid helpt wel.  
Interessant is de grotere professionele wiskundekennis van studenten die in één keer zijn geslaagd voor de Wiscat-toets. Dat betekent immers dat iemand die voldoende basale rekenvaardigheid meebrengt als hij de opleiding betreedt meer professionele wiskundekennis in huis heeft dan iemand die de basale rekenvaardigheid tijdens zijn eerste studiejaar moet ophalen of verwerven.
- MBO-studenten scoren lager op alle onderdelen van de toets professionele wiskundekennis. Dat wordt mogelijk veroorzaakt door het feit dat veel MBO-studenten na hun veertiende geen wiskunde meer gehad hebben in hun vooropleiding en dus zes jaar lang nauwelijks gerekend hebben, terwijl dat voor HAVO-studenten hooguit twee jaar is.
- Bij MBO-studenten valt bovendien op dat ze in tegenstelling tot hun medestudenten het oplossen van contextsommen moeilijker vinden dan het oplossen van 'kale' sommen. Een mogelijke verklaring zou kunnen zijn dat 'kale' sommen voor zwakkere rekenaars wellicht meer herkenbaar zijn dan contextsommen, waardoor ze misschien eerder met een standaard oplossingsmanier opgelost worden. Dit betekent mogelijk dat studenten met

een vooropleiding in het MBO minder flexibel zijn bij het aanpakken van rekenproblemen die niet in een oogopslag herkend worden.

- PABO-studenten die hun vooropleiding met een centraal landelijk wiskunde-eindexamen hebben afgesloten doen het beter op de toets professionele wiskundekennis dan studenten met minder wiskunde in hun bagage. Toch betekent dit niet dat PABO-studenten stevige cursussen over hogere wiskunde zouden moeten gaan volgen. Hill, Rowan en Ball (2005) ontdekten dat Amerikaanse leraren die als nascholing wiskundecursussen gingen volgen niet verder groeiden in hun professionele wiskundekennis. Begrijpelijk, want voor het uitvoeren van wiskundige taken op de basisschool is geen kennis van 'hogere' wiskunde nodig. Studenten met meer wiskunde-ervaring in hun vooropleiding hebben hun rekenvaardigheid beter onderhouden en bezitten mogelijk daardoor over het algemeen toch iets meer professionele wiskundekennis. Maar blijkbaar wordt in die ontwikkeling op een gegeven moment een plafond bereikt en is verdere studie van hogere wiskunde niet meer van invloed op de professionele wiskundekennis van de basisschoolleraar.

Kortom: studenten die flexibel en vaardig kunnen rekenen, die dit al konden bij het betreden van de opleiding en die wiskunde gedurende hun hele vooropleiding in hun vakkenpakket hebben gehouden, scoren het beste bij het uitvoeren van de wiskundige taken van de basisschoolleraar. Dit zijn over het algemeen studenten die een positieve attitude bezitten ten aanzien van het vak wiskunde. Ze hebben plezier in het vak en beschikken over meer wiskundig zelfvertrouwen en talent dan hun medestudenten. Een positieve wiskundige attitude heeft een gunstige invloed op het verwerven van professionele wiskundekennis.

## **Professionele wiskundekennis en een wiskundige attitude**

Oonk en De Goeij (2006) formuleerden de wiskundige attitude van de basisschoolleraar in de vorm van een lijst van eigenschappen die de basisschoolleraar bij het verzorgen van reken-wiskundeonderwijs van pas kunnen komen. Zij vermelden onder andere: zelfvertrouwen, vasthoudendheid, probleemoplossend vermogen, nieuwsgierigheid naar een andere oplossingsmanier en zelfstandigheid.

De verschillen in wiskundige attitude van PABO-studenten zijn erg groot. Van Os (2004) ontdekte dat voor veel studenten aversie, onzekerheid en faalangst ten opzichte van rekenen-wiskunde de grootste obstakels blijken te zijn in de ontwikkeling van reken-wiskundige kennis op de PABO. Goffree en Oonk (2004) noteren als kenmerken van een goede basisschoolleraar dat hij tijdens de reken-wiskundeles met deskundigheid, zelfvertrouwen en plezier voor de klas staat.

Voor PABO-studenten die gedurende een groot deel van hun leven met het vak rekenen-wiskunde hebben geworsteld, valt het niet mee om een positieve houding van plezier en zelfvertrouwen ten aanzien van het vak te ontwikkelen. Dat vraagt een grote investering.

Tanja, de PABO-studente uit het begin van dit artikel, heeft een HAVO-diploma. Ze heeft geen wiskunde-eindexamen gedaan. De Wiscat-toets heeft ze in twee pogingen gehaald met 106 punten (104 punten is voldoende). Formeel voldoet ze aan alle eisen om de opleiding te vervolgen, maar haar zwakke score op de toets professionele wiskundekennis maakt duidelijk dat ze wiskundig gezien nog een lange weg te gaan heeft. Dat lijkt niet alleen een kwestie van professionele wiskundekennis verwerven, maar ook een kwestie van het ontwikkelen van een positieve wiskundige attitude. Mogelijk kunnen beide gelijktijdig tot ontwikkeling gebracht worden door tijdens de opleiding doelgericht te oefenen met de professionele wiskundige taken van de leraar in de basisschool, met name het doorgronden van leerlingenwerk. Nader onderzoek zou dit moeten uitwijzen.



## Conclusies en aanbevelingen

Van de wiskundige taken die een basisschoolleraar moet uitvoeren bij het verzorgen van reken-wiskundeonderwijs, blijkt het doorgronden van oplossingsmanieren van leerlingen de meeste professionele wiskundekennis te vereisen.

Tweedejaars PABO-studenten met een bovengemiddelde score op de Wiscat-toets, die deze toets in één keer hebben gehaald, die een hogere vooropleiding hebben gevolgd en/of tijdens die vooropleiding meer wiskundeonderwijs hebben genoten en daardoor hun rekenvaardigheid beter onderhouden hebben, beschikken over meer professionele wiskundekennis. Toch is deze kennis in het algemeen nog niet toereikend voor het doorgronden van leerlingenwerk.

De ontwikkeling van professionele wiskundekennis verdient aandacht in het vervolg van de opleiding.

Nader onderzoek moet uitwijzen:

- of de professionele wiskundekennis van PABO-studenten voldoende is voor het uitvoeren van de wiskundetaken van de basisschoolleraar die in dit onderzoek niet aan bod zijn geweest:
  - i. het bewijzen en verklaren van oplossingsmanieren;
  - ii. het bedenken van passende voorbeelden, non-voorbeelden en vraagstukken;
  - iii. eventueel nog andere wiskundetaken die aan de lijst in dit artikel toegevoegd kunnen worden.
- hoe de professionele wiskundekennis op de opleiding het beste tot ontwikkeling kan komen. Mogelijk kan het oefenen met wiskundetaken uit de praktijk – met name het doorgronden van leerlingenwerk – hierbij een rol spelen en zo gelijktijdig bijdragen aan de ontwikkeling van een positieve wiskundeattitude.
- of een grotere professionele wiskundekennis van de leraar ook betere rekenprestaties van leerlingen oplevert. Het verband tussen de professionele wiskundekennis van de basisschoolleraar en zijn onderwijsresultaten is tot nu toe uitsluitend onderzocht in combinatie met zijn kennis van leerlingen, het curriculum en onderwijsmethoden. Zo toonden Hill, Ball en Schilling (2008) aan dat leraren met meer Pedagogical Content Knowledge (PCK) betere resultaten boekten met hun leerlingen. Welke rol speelde de professionele wiskundekennis bij dit positieve effect?

Bij de start van dit onderzoek werd de professionele wiskundekennis van de basisschoolleraar gedefinieerd als de wiskundekennis die de leraar nodig heeft om wiskundige taken in de klas uit te voeren. Dit blijkt een adequaat uitgangspunt te zijn. Uiteraard moet gedurende de opleiding deze professionele wiskundekennis niet alleen op het juiste peil worden gebracht, maar ook verbonden worden met pedagogische en vakdidactische kennis, vaardigheden en inzichten, zodat de student uiteindelijk voldoende professionele gecijferdheid ontwikkelt. Het onderzoek heeft in ieder geval duidelijk gemaakt dat de basale rekenvaardigheid die de student bezit als hij voor de Wiscat-toets is geslaagd, slechts het begin vormt van de groei van professionele wiskundekennis die hij gedurende de opleiding moet doormaken.

## Literatuur

- Ball, D. Loewenberg, Hoover Thames, M. & Phelps, G. (2007). *Content knowledge for teaching: What makes it special?* Paper submitted to the Journal of Teacher Education.
- Chick, H. L., Baker, M., Pham, T. & Cheng, H. (2006). Aspects of teachers' pedagogical content knowledge for decimals. In: J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 297-304). Prague: PME.
- Goffree, F. & Oonk, W. (2004). *Reken Vaardig*. Wolters-Noordhoff, Groningen/Houten.

- Hill, H.C., Loewenberg Ball, D. & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Hill, H.C., Rowan, B. & Loewenberg Ball, D. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Oonk, W., & Goeij, E. de (2006). Wiskundige attitudevorming. *Panama-post*, 25(4), 37-39.
- Oonk, W., Zanten, M. van & Keijzer, R. (2007). Gecijferdheid, vier eeuwen ontwikkeling. *Panama-Post*, 26(3), 3-18.
- Os, S. van (2004). Gecijferdheid beïnvloed(t). *Panama-Post*, 23(2), 17-21.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.

# Rekenen over de drempel van PO naar VO

Mieke van Groenestijn, Kenniscentrum Educatie, Hogeschool Utrecht,  
Marjoleine Muit, vo-docente, studente onderwijskunde, Universiteit Utrecht  
Frans Prins, Faculteit Sociale Wetenschappen, Universiteit Utrecht

## Samenvatting

In 2008 is het rapport van de commissie Meijerink 'Over de drempels met taal en rekenen'<sup>10</sup> verschenen. Hierin wordt dringend geadviseerd om de opgedane kennis en vaardigheden die leerlingen verworven hebben op gebied van taal en rekenen in het primair onderwijs te onderhouden en verder te ontwikkelen. Daartoe zijn in de deelrapporten over taal en rekenen uitgebreid doelen geformuleerd en aanbevelingen gedaan. De beleidsreactie van het Ministerie van oc&w ondersteunt dit rapport. Dit wordt een grote opgave voor docenten in het vo. De aansluiting van PO naar VO is voor rekenen een onduidelijk gebied. Op welk niveau stromen leerlingen na de CITO-toets in groep 8 uit naar het VO en op welk niveau komen dezelfde leerlingen binnen in het VO? Zijn er veranderingen te zien in hun oplossingsstrategieën? Deze twee vragen staan centraal in dit onderzoek.

In de periode april 2008 tot november 2008 is in het kader van een Masterthesis voor onderwijskunde aan de UU, onderzoek gedaan naar de rekenvaardigheid van 132 leerlingen in groep 8. In april 2008 is de ABC-toets rekenen voor VO<sup>11</sup> afgenomen in groep 8. Deze toets bestaat uit drie onderdelen: getallen en bewerkingen (blok A), verhoudingen (blok B) en meten/meetkunde (blok C). De resultaten op de toets zijn vergeleken met de resultaten op de CITO-eindtoets. Hierbij is gekeken naar het niveau waarop leerlingen uitstromen naar het VO en naar het gebruik van oplossingsstrategieën bij het onderdeel getallen en bewerkingen. Vervolgens is van dezelfde groep bij 89 leerlingen de toets opnieuw afgenomen in het najaar van 2008 in het VO. Daarbij is gekeken naar veranderingen in het resultaat en in strategieën. Ook zijn er interviews afgenomen met de betrokken leraren van groep 8 en van het VO. Op basis van de verkregen informatie worden conclusies getrokken over de aansluiting rekenwiskunde van PO naar VO. In de laatste fase van het onderzoek zullen nog enkele rekenwiskundemethodes worden vergeleken naar inhoud op het domein getallen en bewerkingen.

## Onderzoeksvraag

De onderzoekshypothese luidt:

Het verschil in rekenvaardigheid tussen de CITO-eindtoets en de brugklas is gemiddeld negatief.

Het vermoeden is dat de rekenvaardigheid van leerlingen in het begin van de brugklas achteruit is gegaan ten opzichte van de resultaten in de tweede helft van groep 8. Tevens lijkt het alsof leerlingen in de brugklassen rekenprocedures en algoritmes minder goed beheersen dan in groep 8. De vraag is of dat werkelijk zo is, en of leerlingen in de tussenliggende tijd van groep 8 naar de brugklas van strategie zijn veranderd. Een vervolgvraag hierop is hoe rekenmethodes in het primair onderwijs en wiskundemethodes in het VO op elkaar aansluiten met betrekking op rekenvaardigheid. Dat leidt tot de volgende meer gedetailleerde onderzoekshypothesen:

1. Er is achteruitgang waar te nemen in rekenvaardigheid in het begin van klas 1 in het VO.

---

<sup>10</sup> Zie literatuurlijst

<sup>11</sup> Zie literatuurlijst

2. Er zijn veranderingen te zien in strategieën op het onderdeel basisvaardigheden.
3. Rekenmethodes PO en wiskundemethodes VO sluiten niet op elkaar aan met betrekking tot rekenvaardigheid.

Deelvragen hieruit voortkomend zijn:

1. Is er sprake van een niveaudaling van de reken- en wiskundige vaardigheid in de eerste klas van het voortgezet onderwijs ten opzichte van midden groep 8?
2. Welke verschillen en overeenkomsten zijn er in het strategiegebruik van de leerlingen bij domein A: getallen en bewerkingen?
3. Hoe is de aansluiting van de rekenmethode in het basisonderwijs op de wiskundemethode in het voortgezet onderwijs met betrekking tot de basisvaardigheden?
4. Wat is de visie van docenten op de aansluitingsproblematiek tussen het basisonderwijs en het voortgezet onderwijs?

In dit artikel wordt alleen ingegaan op de deelvragen 1 en 2.

## Het onderzoek

Het onderzoek bestaat uit drie fasen:

Fase 1: onderzoek in groep 8 na de CITO-eindtoets in de periode april-juni 2008 (N= 132)

Fase 2: onderzoek in de brugklas in het najaar van 2008 (N=85)

Fase 3: analyse van de doorgaande lijn.

In fase 1 en 2 is bij de leerlingen de ABC-toets afgenomen. Ook zijn er gesprekken gevoerd met de leraren van groep 8 en met de betrokken wiskundedocenten in de brugklas.

In fase 3 worden deze gegevens verwerkt. Er is een kwantitatieve en kwalitatieve analyse gemaakt van de leerlingresultaten. De interviews met leraren worden nog verwerkt. Daarbij wordt in fase 3 ook een beperkte methodeanalyse uitgevoerd van het onderdeel getallen en bewerkingen bij de gebruikte rekenmethodes van de PO-scholen in dit onderzoek en de wiskundemethodes in het voortgezet onderwijs.

In dit artikel wordt verslag gedaan van de leerlingresultaten.

## Eerste resultaten

### Kwantitatieve analyse

#### Fase 1: de ABC-toets in groep 8

De ABC-toets rekenen VO is afgenomen op vier scholen in groep 8 in de maanden mei en juni, dus na de CITO-toets. De interne consistentie van de ABC-toets is bij voorafgaande onderzoeken bij een populatie van ruim 10.000 leerlingen<sup>12</sup> gemeten op 0.8.

De resultaten van dit onderzoek tonen een correlatie van 0.724 met de standaardscore van CITO en van 0.776 met het onderdeel rekenen van CITO. Dit komt overeen met eerdere resultaten<sup>13</sup>. Dit is hoog op de schaal van 0 tot 1.

De toets toetst de rekenvaardigheid van leerlingen op drie domeinen:

Blok A: getallen en bewerkingen

Blok B: verhoudingen, breuken, procenten en decimale getallen

Blok C: meten en meetkunde.

Elk blok heeft tien items. Elk item staat voor een bepaalde categorie oefeningen.

---

<sup>12</sup> Zie inspectierapport vo voorjaar 2009

<sup>13</sup> Zie inspectierapport vo voorjaar 2009

### Resultaten jongens - meisjes

Onderstaande resultaten zijn gemeten in eind groep 8.

Er zijn geen significante verschillen gevonden tussen de totaalscores van jongens en meisjes (22,59 vs. 21,10 punten). Ook wanneer wordt gekeken naar de afzonderlijke blokken A, B en C zijn geen significante verschillen waarneembaar. De scores zijn hier respectievelijk 8,02 vs. 7,97 punten, 6,79 vs. 6,74 punten en 6,29 vs. 6,99 punten. Zowel de jongens als de meisjes scoren op onderdeel A gemiddeld het hoogst en op C gemiddeld het laagst. Zie tabel 1.

Sekse	N	Blok A	Blok B	Blok C	Totaal
Meisjes	63	8,02 (1,60)	6,79 (2,20)	6,29 (2,28)	21,10 (5,05)
Jongens	69	7,97 (1,46)	7,64 (1,87)	6,99 (2,02)	22,59 (4,32)

Tabel 1. Gemiddelden (sd) op de ABC-toets van jongens en meisjes in groep 8

### Onderscheid NL, gemengd en niet-NL

Er is gekeken naar verschillen in de resultaten van leerlingen op basis van hun afkomst. De leerlingen zijn ingedeeld in drie categorieën:

Gezinstype 1: een geheel Nederlands gezin

Gezinstype 2: een gemengd gezin. Minimaal een van de ouders of de leerling is van buitenlandse afkomst.

Gezinstype 3: buitenlandse afkomst. Alle leden van het gezin zijn geboren in het buitenland.

De verschillen op de onderdelen A, B en C zijn niet significant. Zie tabel 2. Wel is opvallend dat de zes leerlingen uit gezinstype 3 het hoogst scoren op onderdeel A en het laagst op de onderdelen B en C. De onderdelen B en C doen misschien meer een beroep op de taalvaardigheid van de leerlingen.

Gezinstype	N	Blok A	Blok B	Blok C	Totaal
1	71	8,06 (1,59)	7,25 (1,93)	6,68 (2,11)	21,99 (4,60)
2	55	7,89 (1,46)	7,27 (2,33)	6,64 (2,34)	21,80 (5,09)
3	6	8,17 (1,47)	6,67 (1,03)	6,50 (1,05)	21,33 (2,81)
Totaal	132	7,99 (1,52)	7,23 (2,07)	6,65 (2,17)	21,88 (4,72)

Tabel 2. Gemiddelden (sd) op de ABC-toets in groep 8 naar gezinstype.

### Fase 2: de ABC-toets in de brugklas

Bij het herhalingsonderzoek in de brugklas is onderscheid gemaakt tussen vmbo-leerlingen en hv-leerlingen. Het aantal vmbo-leerlingen was te klein (N=48) om daarbinnen nog een onderverdeling naar leerwegen te maken. De vmbo-groep bestaat wel overwegend uit tl- en th-leerlingen. De hv-groep bestaat uit 41 leerlingen.

Bij de vmbo-leerlingen gaan zowel de meisjes als de jongens op het onderdeel A sterk achteruit, respectievelijk 1,21 en 1,16 punten. Bij blok B en C gaan ze ook achteruit, maar daar zijn de verschillen kleiner. Zie tabel 3.

Bij de hv-leerlingen gaan zowel de meisjes als de jongens achteruit op onderdeel A. Het verschil is groter bij de meisjes dan bij de jongens (respectievelijk 0,93 en 0,26 punten). Op de onderdelen B en C gaan de jongens achteruit, terwijl de meisjes zelfs vooruitgaan. De totale score van de jongens is iets achteruit gegaan (0,93 punten). De totale score van de meisjes is vooruit gegaan (0,61 punten). Zie tabel 4.

Sekse	N		Totalen blok A	Totalen blok B	Totalen Blok C	Totaal
Meisjes	29	PO	7,83 (1,44)	6,21 (1,95)	5,90 (2,09)	19,93 (4,11)
		VO	6,62 (1,61)	5,93 (2,28)	5,45 (1,92)	18,00 (4,62)
Jongens	19	PO	7,84 (1,30)	6,53 (1,68)	5,89 (1,70)	20,26 (3,77)
		VO	6,68 (2,00)	5,74 (2,49)	5,74 (2,33)	18,16 (5,16)
Totaal	48	PO	7,83 (1,37)	6,33 (1,84)	5,90 (1,93)	20,06 (3,94)
		VO	6,65 (1,76)	5,85 (2,34)	5,56 (2,07)	18,06 (4,79)

Tabel 3. Gemiddelden (sd) in het PO en het VO van VMBO-leerlingen.

Sekse	N		Totalen blok A	Totalen blok B	Totalen Blok C	Totaal
Meisjes	18	PO	8,61 (0,92)	7,67 (1,14)	6,78 (2,26)	23,06 (3,30)
		VO	7,78 (1,26)	8,06 (1,39)	7,83 (1,65)	23,67 (3,01)
Jongens	23	PO	8,35 (1,23)	8,61 (1,34)	8,22 (1,24)	25,17 (2,77)
		VO	8,09 (1,78)	8,22 (1,17)	7,96 (1,11)	24,26 (2,77)
Totaal	41	PO	8,46 (1,10)	8,20 (1,33)	7,59 (1,88)	24,24 (3,16)
		VO	7,95 (1,56)	8,15 (1,26)	7,90 (1,36)	24,00 (2,86)

Tabel 4 Gemiddelden (SD) in het PO en het VO van HV-leerlingen.

Vervolgens zijn de resultaten van de VMBO-leerlingen en de HV-leerlingen met behulp van de T-toets voor gekoppelde gemiddelden vergeleken.

De VMBO-leerlingen zijn bij blok A significant achteruit gegaan,  $t(47) = 4,712$ ;  $p < ,001$ . Bij blok B bij en C zijn geen significante verschillen gevonden. Het verschil bij de totaalscore is wel significant,  $t(47) = 4,658$ ;  $p < ,001$ .

Bij de HV-leerlingen zijn geen significante verschillen gevonden.

De eerste resultaten laten zien dat er werkelijk een achteruitgang is vast te stellen bij de leerlingen die naar het VMBO zijn gegaan. Dit kan betekenen dat potentiële VMBO-leerlingen onvoldoende tijd hebben gehad in groep 8 om de leerstof van het PO voldoende te automatiseren.

Bij de HV-leerlingen zijn de verschillen gering, maar het is wel van belang om de ontwikkeling van de leerlingen in de gaten te houden.

## Kwalitatieve analyse

Er is een vergelijking gemaakt van de gebruikte strategieën op de items A1, A3, A4, A6, A8 en A9. Het betreft respectievelijk de basisbewerkingen vermenigvuldigen (met context), optellen (zonder context), aftrekken (zonder context), delen (met context), vermenigvuldigen (zonder context) en delen (zonder context).

De strategieën zijn verdeeld in verschillende categorieën, waaronder traditioneel cijferen, kolomsgewijs rekenen en handig rekenen. Bij de bewerking vermenigvuldigen is de strategie 'herhaald optellen' toegevoegd. Bij delen is de strategie 'er naar toe vermenigvuldigen' toegevoegd. Bij de strategie 'handig rekenen' zijn verschillende vormen onderscheiden.

De resultaten in de volgende paragrafen en de praktijkvoorbeelden geven een indruk van de oplossingsstrategieën van de leerlingen in dit onderzoek. Deze resultaten zullen in fase 3 van dit onderzoek nog worden vergeleken met andere onderzoeken<sup>14</sup>.

<sup>14</sup> Zie bijgevoegde literatuur in de literatuurlijst, o.a. Bolhuis, e.a. (2004), Rademakers (2001, 2004), Rippe (2005) en Vreede (2005)

## Strategieën bij optellen en aftrekken

Bij de bewerkingen optellen en aftrekken rekent een groter deel van de vmbo-leerlingen dan van de hv-leerlingen op de traditionele manier. Bij handig rekenen is dit andersom. Zie tabel 5 en tabel 6. In deze tabellen staan de percentages van de 48 vmbo-leerlingen en de 41 hv-leerlingen die de strategie traditioneel cijferen of handig rekenen gebruikten. Slechts een klein deel van de leerlingen gebruikte een andere strategie.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	79,2%	16,7%	4,1%	0,0%
HV	56,1%	43,9%	0,0%	0,0%

Tabel 5a. Strategieën item A3 po.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	79,2%	20,8%	0,0%	0,0%
HV	53,7%	41,5%	0,0%	4,8%

Tabel 5b. Strategieën item A3 vo.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	91,7%	8,3%	0,0%	0,0%
HV	68,3%	29,3%	0,0%	2,4%

Tabel 6a. Strategieën item A4 po.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	83,3%	16,7%	0,0%	0,0%
HV	65,9%	31,7%	0,0%	2,4%

Tabel 6b. Strategieën item A4 vo.

Voor zowel de vmbo-leerlingen als de hv-leerlingen geldt dat de meeste leerlingen dezelfde strategie blijven gebruiken in het voortgezet onderwijs. Zie tabel 7 en tabel 8. Bij de vmbo-leerlingen ligt dit percentage hoger dan bij de hv-leerlingen. Hv-leerlingen veranderen vaker van strategie. Het gaat hierbij met name om veranderingen van traditioneel cijferen naar handig rekenen of andersom. Een deel van de leerlingen gebruikt verschillende vormen van handig rekenen.

	gelijk	trad ↔ handig	handig →	overig	geen
VMBO	83,3%	10,4%	2,1%	4,2%	0,0%
HV	56,1%	29,3%	9,7%	0,0%	4,9%

Tabel 7. Veranderingen strategieën van po naar vo bij item A3.

	gelijk	trad ↔ handig	handig →	overig	geen
VMBO	85,4%	12,5%	2,1%	0,0%	0,0%
HV	70,7%	17,1%	7,3%	0,0%	4,9%

Tabel 8. Veranderingen strategieën van po naar vo bij item A4.

## Praktijkvoorbeelden

Leerling 084 (figuur 1) gebruikt twee vormen van handig rekenen. In het primair onderwijs compenseert hij door 1 van 766 af te halen en deze bij 97999 op te tellen. In het voortgezet onderwijs rijgt hij door eerst 700 op te tellen en daarna 66. Bij de laatste optelling maakt hij een rekenfout.

<p><b>3</b> Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p><b>97999 + 766 =</b></p> <p>98000 + 765 = 98765 de 6 van 766 maak je 5 van en die ene doe je bij 97999 om er 98000 dat is makkelijker</p> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">98765</div>	<p><b>3</b> Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p><b>97999 + 766 =</b></p> <p>97999 + 700 = 98699 98699 + 66 = 98765</p> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">98755</div>
--	---

Figuur 1. Leerling 084 (HV), item A3, compenseren → rijgen

Leerling 091 (figuur 2) komt met twee verschillende strategieën tot het goede antwoord. In het primair onderwijs telt ze de getallen op de traditionele manier bij elkaar op. In het voortgezet onderwijs telt ze op met behulp van splitsen van honderdtallen, tientallen en eenheden.

<p><b>3</b> Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p><b>97999 + 766 =</b></p> $\begin{array}{r} 97999 \\ 766+ \\ \hline 98765 \end{array}$ <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">98765</div>	<p><b>3</b> Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p><b>97999 + 766 =</b></p> <p>9 + 6 = 15 90 + 60 = 150 900 + 700 = 1600 97000 + 1600 + 150 + 15 = 98765</p> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">98765</div>
--	--

Figuur 2. Leerling 091 (HV), item A3, traditioneel → splitsen

Leerling 039 (figuur 3) gebruikt in het primair onderwijs een bijzondere manier van splitsen. Het klopt niet wat hij opschrijft, maar hij komt wel goed uit. Hij doet eerst  $302 - 56$ , zet een 7 voor het antwoord en haalt er vervolgens nog 1400 van af. In het voortgezet onderwijs lijkt het erop dat hij de getallen op de traditionele manier van elkaar af wil halen, maar haalt steeds het laagste getal van het hoogste getal af. Het wordt niet duidelijk of hij wel op de traditionele manier kan aftrekken. Hij schrijft het onder elkaar op, maar maakt geen zichtbaar gebruik van onthouden.



<p>4 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>7302 - 1456 =</p> $\begin{array}{r} 302 \\ 56 - \\ \hline 7246 \\ 1400 - \\ \hline 5846 \end{array}$ <p style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px;">5846</p>	<p>4 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>7302 - 1456 =</p> $\begin{array}{r} 7302 \\ 1456 - \\ \hline 6154 \end{array}$ <p style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px;">6154</p>
--	--

Figuur 3. Leerling 039 (VMBO-T), item A4, splitsen → traditioneel

Leerling 104 (figuur 4) komt met twee soortgelijke strategieën op het goede antwoord uit. In het primair onderwijs haalt ze eerst de duizendtallen van elkaar af. Daarna pakt ze de 302 er weer bij en haalt er nog 456 vanaf. Ze laat zien dat 456 de som is van 302 en 154. Waarschijnlijk berekent zij dus uiteindelijk  $6000 - 154$ . In het voortgezet onderwijs doet zij iets soortgelijks. Ze laat hier zien dat 1456 de som is van 1302 en 154. Ze haalt eerst 1302 er vanaf en daarna 154.

<p>4 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>7302 - 1456 =</p> $\begin{array}{l} 7000 - 1000 = 6000 \\ 6302 - 456 = 5846 \\ \quad \quad \quad \begin{array}{l} 302 \\ \quad \quad \quad \uparrow 154 \end{array} \end{array}$ <p style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px;">5846</p>	<p>4 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>7302 - 1456 =</p> $\begin{array}{l} 7302 - 1302 = 6000 \\ 6000 - 154 = 5846 \end{array}$ <p style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px;">5846</p>
--	--

Figuur 4. Leerling 104 (HV), item A4, splitsen/aanvullen → rijgen

### Strategieën bij vermenigvuldigen

Bij de bewerking vermenigvuldigen zijn in het primair onderwijs meer VMBO-leerlingen dan HV-leerlingen die traditioneel cijferen. Bij handig rekenen is dit andersom (tabel 9 en tabel 10). Opvallend is het relatief hoge percentage bij de VMBO-leerlingen in het voortgezet onderwijs dat geen strategie heeft opgeschreven bij item A1.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	64,6%	29,2%	2,1%	4,1%
HV	41,5%	39,0%	7,3%	12,2%

Tabel 9a. Strategieën item A1 PO.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	37,5%	35,4%	10,4%	16,7%
HV	53,7%	31,7%	2,4%	12,2%

Tabel 9b. Strategieën item A1 VO.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	83,3%	16,7%	0,0%	0,0%
HV	63,4%	34,2%	2,4%	0,0%

Tabel 10a. Strategieën item A8 PO.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	68,8%	22,9%	8,3%	0,0%
HV	65,9%	31,7%	2,4%	0,0%

Tabel 10b. Strategieën item A8 VO.

Voor zowel de VMBO-leerlingen als de HV-leerlingen geldt dat de meeste leerlingen dezelfde strategie blijven gebruiken in het voortgezet onderwijs. Zie tabel 11 en tabel 12. Vooral het hoge percentage VMBO-leerlingen dat dezelfde strategie blijft gebruiken bij item A8 valt hier op.

	gelijk	trad ↔ handig	handig →	overig	geen
VMBO	50,0%	12,5%	8,3%	10,4%	18,8%
HV	51,2%	22,0%	2,4%	4,9%	19,5%

Tabel 11. Veranderingen strategieën van PO naar VO bij item A1.

	gelijk	trad ↔ handig	handig →	overig	geen
VMBO	70,8%	14,6%	6,3%	8,3%	0,0%
HV	58,6%	26,8%	14,6%	0,0%	0,0%

Tabel 12. Veranderingen strategieën van PO naar VO bij item A8.

## Praktijkvoorbeelden

Leerling 027 (figuur 5) maakt in het primair onderwijs een traditionele vermenigvuldiging. Zij past deze methode goed toe, maar maakt een fout bij het vermenigvuldigen van  $8 \times 8$ . In het voortgezet onderwijs splitst de leerling 48 op in 40 en 8. Hier berekent zij de vermenigvuldiging  $8 \times 8$  wel goed.

1 Hoeveel rollen plakband zijn er in totaal?

1 Hoeveel rollen plakband zijn er in totaal?

Handwritten work for the first method (left):

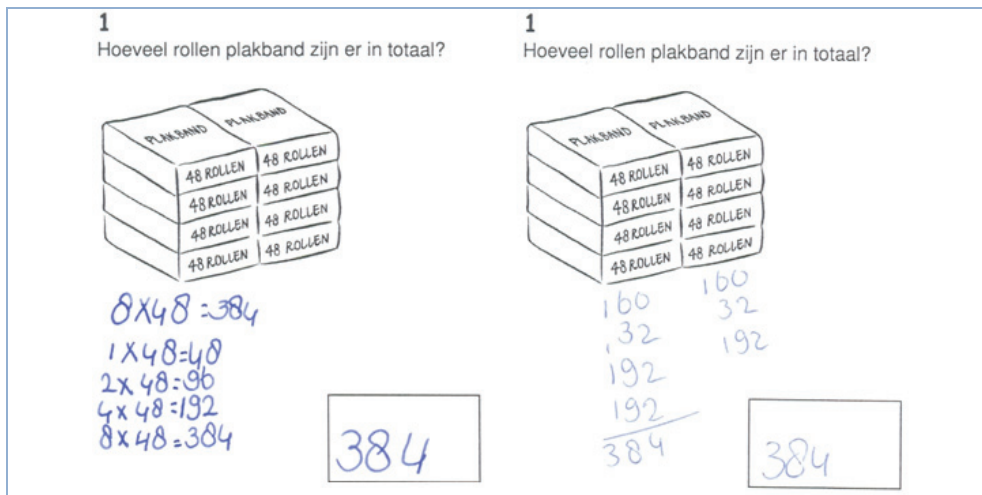
$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 8 \\ \hline 374 \end{array}$$

Handwritten work for the second method (right):

$$\begin{array}{r} 48 \times 8 = \\ 40 \times 8 = 320 \\ 8 \times 8 = 64 \\ \hline 384 \end{array}$$

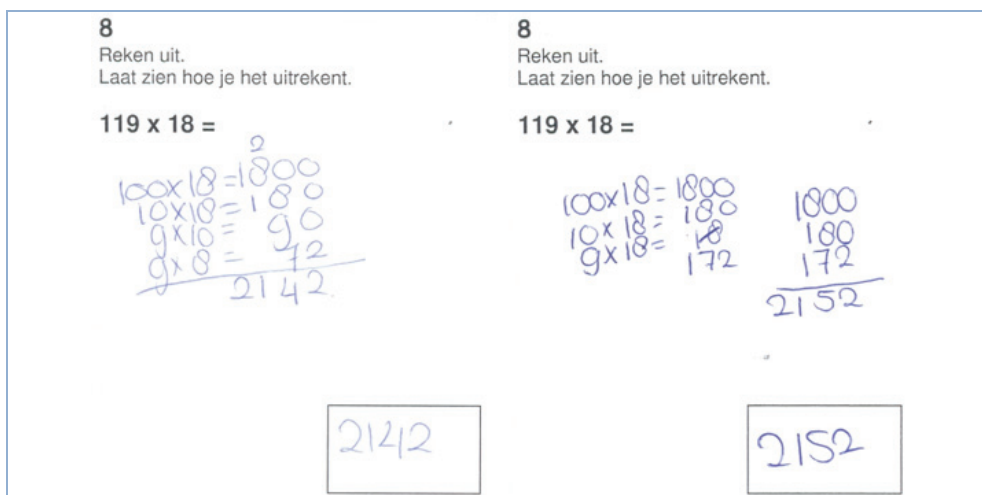
Figuur 5. Leerling 027 (VMBO-T), item A1, traditioneel → splitsen

Leerling 118 (figuur 6) berekent  $8 \times 48$  in het primair onderwijs door vier keer te verdubbelen. In het voortgezet onderwijs berekent zij eerst  $4 \times 48$ , daarna verdubbelt ze het antwoord. Bij de vermenigvuldiging  $4 \times 48$ , splitst zij 48 op in 40 en 8. Beide keren komt zij uit op een goed antwoord.



Figuur 6. Leerling 118 (VMBO-GT), item A1, verdubbelen → splitsen/verdubbelen

Leerling 031 (figuur 7) splitst beide keren op een goede manier. In het voortgezet onderwijs maakt hij een rekenfout waardoor zijn antwoord fout is. Dit lijkt te komen doordat hij de vermenigvuldiging  $9 \times 18$  in één keer uit het hoofd doet, terwijl hij deze in het primair onderwijs nog opsplitst in  $9 \times 10$  en  $9 \times 8$ .



Figuur 7. Leerling 031 (VMBO-T), item A8, splitsen → splitsen

Leerling 059 (figuur 8) gebruikt twee keer een vergelijkbare strategie. In het primair onderwijs gebruikt hij een combinatie van twee vormen van handig rekenen. Hij rondt 119 eerst af naar 120. Vervolgens berekent hij  $120 \times 18$  door te splitsen. Uiteindelijk haalt hij er nog  $1 \times 18$  van af. In het voortgezet onderwijs berekent hij in één keer  $119 \times 19$  door te splitsen.

Figuur 8. Leerling 059 (HV), item A8, rond getal/splitsen → splitsen

### Strategieën bij delen

Bij de bewerking delen maken zowel VMBO-leerlingen als HV-leerlingen gebruik van de strategie ‘er naar toe vermenigvuldigen’. Dit gebeurt met name bij item A6. Zie tabel 13 en tabel 14. Op beide items wordt door zowel de VMBO-leerlingen als de HV-leerlingen vooral gedeeld op een traditionele manier. Er is gekozen om zowel de traditionele staartdeling als de manier van ‘herhaald aftrekken’ hier onder te laten vallen.

	trad	verm	overig	geen
VMBO	54,2%	22,9%	2,1%	20,8%
HV	43,9%	31,7%	2,4%	22,0%

Tabel 13a. Strategieën item A6 PO.

	trad	verm	overig	geen
VMBO	33,3%	25,0%	8,4%	33,3%
HV	51,2%	36,6%	7,3%	4,9%

Tabel 13b. Strategieën item A6 VO.

	trad	verm	overig	geen
VMBO	81,3%	10,4%	2,1%	6,2%
HV	68,3%	14,6%	12,2%	2,4%

Tabel 14a. Strategieën item A9 PO.

	trad	verm	overig	geen
VMBO	68,8%	10,4%	12,5%	8,3%
HV	63,4%	22,0%	12,2%	2,4%

Tabel 14b. Strategieën item A9 VO.

Bij item A9 geldt voor zowel de VMBO-leerlingen als de HV-leerlingen dat de meeste leerlingen dezelfde strategie blijven gebruiken. Zie tabel 15 en tabel 16. Vooral het percentage VMBO-leerlingen dat dezelfde strategie blijft gebruiken valt hier op. Bij item A6 is het percentage van de VMBO-leerlingen dat op één of beide toetsen geen strategie heeft opgeschreven het hoogst.

	gelijk	trad ↔	trad ↔ handig	vermv ↔	overig	geen
VMBO	31,3%	12,5%	0,0%	0,0%	10,4%	45,8%
HV	41,5%	26,8%	2,4%	4,9%	2,4%	22,0%

Tabel 15. Veranderingen strategieën van PO naar VO bij item A6.

	gelijk	trad ↔	trad ↔ handig	vermv ↔	overig	geen
VMBO	70,8%	6,3%	8,3%	2,1%	2,1%	10,4%
HV	56,1%	17,1%	4,9%	7,3%	7,3%	7,3%

Tabel 16. Veranderingen strategieën van PO naar VO bij item A9.

## Praktijkvoorbeelden

Leerling 063 (figuur 9) gebruikt twee keer dezelfde strategie. In het voortgezet onderwijs komt hij uit op een fout antwoord. Het lijkt erop dat hij hier gehaast te werk is gegaan. Hij maakt een fout in het vermenigvuldigingsrijtje, vergeet 10 op te schrijven in de rechterrij als hij  $3000 - 400$  doet en maakt een fout bij het berekenen van  $600 - 240$ .

6  
De eigenaar van een restaurant koopt 3000 glazen.  
Hoeveel dozen koopt hij?  $3000 : 40 =$

40 glazen

$$\begin{array}{r|l} 3000 & 40 = \\ \underline{2000} & 50x \\ 1000 & \\ \underline{800} & 20x \\ 200 & \\ \underline{200} & 5x \\ 0 & \end{array}$$

75

6  
De eigenaar van een restaurant koopt 3000 glazen.  
Hoeveel dozen koopt hij?  $3000 : 40 =$

40 glazen

$$\begin{array}{r|l} 3000 & 40 = \\ \underline{2000} & 50 \\ 1000 & \\ \underline{600} & 6 \\ 400 & \\ \underline{240} & 6 \\ 160 & \\ \underline{160} & 4 \\ 0 & \end{array}$$

67

Figuur 9. Leerling 063 (HV), item A6, herhaald aftrekken → herhaald aftrekken.

Leerling 091 (figuur 10) gebruikt twee verschillende strategieën op de juiste manier, maar maakt een rekenfout in het voortgezet onderwijs. Ze geeft aan dat  $40 \times 500 = 2000$ . Het is zichtbaar dat ze de tweede nul achter de 5 in eerste instantie niet had opgeschreven.

6  
De eigenaar van een restaurant koopt 3000 glazen.  
Hoeveel dozen koopt hij?

40 glazen

$$\begin{array}{r|l} 3000 & 40 \\ \underline{1600} & 40 \\ 1400 & \\ \underline{1200} & 30 \\ 200 & 5 \\ \underline{200} & \\ 0 & \end{array}$$

75

6  
De eigenaar van een restaurant koopt 3000 glazen.  
Hoeveel dozen koopt hij?

40 glazen

$$\begin{array}{r|l} 3000 & 40 = \\ \underline{2000} & 500 \\ 1000 & \\ \underline{800} & 20 \\ 200 & 5 \\ \underline{200} & \\ 0 & \end{array}$$

525

Figuur 10. Leerling 091 (HV), item A6, herhaald aftrekken → er naar toe vermenigvuldigen.

Leerling 004 (figuur 11) gebruikt beide keren de traditionele staartdeling, maar past het algoritme in het voortgezet onderwijs verkeerd toe. Ze begint hier aan de rechterkant van het getal. Hieruit blijkt dat ze niet begrijpt wat ze aan het doen is bij het toepassen van de staartdeling.

<p>9 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>1275 : 25 =</p> <p>1=25 4=100 7= 2=50 5=125 8= 3=75 6=150 9=</p> <p>25   1275 \ 51  <math>\underline{125}</math>  25  <math>\underline{25}</math>  0</p> <p style="text-align: center; border: 1px solid black; width: 50px; margin: 0 auto;">51</p>	<p>9 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>1275 : 25 =</p> <p>25   1275 \ 3440  <math>\underline{75}</math>  200  <math>\underline{200}</math>  1000  <math>\underline{1000}</math>  0000</p> <p style="text-align: center; border: 1px solid black; width: 50px; margin: 0 auto;">3440</p>
---	---

Figuur 11. Leerling 004 (VMBO-T), item A9, staartdeling → staartdeling.

Leerling 023 (figuur 12) gebruikt twee verschillende strategieën op de juiste manier.

<p>9 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>1275 : 25 =</p> <p>1275 : 25  <math>\underline{1250}</math> 50x  25  <math>\underline{25}</math> 1x  0</p> <p style="text-align: center; border: 1px solid black; width: 50px; margin: 0 auto;">51.</p>	<p>9 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>1275 : 25 =</p> <p>75 : 25 = 3.  200 : 25 = 8.  1000 : 25 = 40 = 51.</p> <p style="text-align: center; border: 1px solid black; width: 50px; margin: 0 auto;">51.</p>
--	--

Figuur 12. Leerling 023 (VMBO-K), item A9, herhaald aftrekken → splitsen.

## Eerste conclusies

De kwantitatieve analyse bevestigt de onderzoekshypothese: het verschil in rekenvaardigheid tussen de CITO-eindtoets en de brugklas is gemiddeld negatief. Hoewel de verschillen gering zijn is er duidelijk een negatieve trend waar te nemen. Bij de VMBO-leerlingen is het verschil significant. Dit kan erop wijzen dat de leerlingen in de periode van na de CITO-toets tot in het begin van de brugklas minder hebben geoefend, waardoor de vaardigheid achteruit gaat. De tussenliggende zomervakantie kan hier ook mede oorzaak van zijn. Het wijst echter wel op de noodzaak om in het VO de draad weer op te pakken en de leerlingen de kans te geven voldoende te oefenen om hun rekenvaardigheid te behouden.

Met betrekking tot de strategieën op het onderdeel basisvaardigheden kan de conclusie worden getrokken dat de meeste leerlingen in het voortgezet onderwijs dezelfde strategie gebruiken als in het primair onderwijs. Dit neemt niet weg dat er wel degelijk veranderingen zichtbaar zijn. Dit betreffen voornamelijk veranderingen van traditioneel naar handig rekenen. Verder valt het op dat veel leerlingen die dezelfde (soort) strategie gebruiken hun strategie wel op een andere manier opschrijven. Veelal worden hier meer fouten bij gemaakt. Met name bij de VMBO-leerlingen valt het op dat er in het voortgezet onderwijs meer leerlingen zijn die helemaal geen strategie opschrijven.

Het lijkt erop dat leerlingen het opschrijven van berekeningen en tussenstappen minder belangrijk vinden.

Traditioneel cijferen blijkt de meest gebruikte strategie te zijn bij zowel vmbo-leerlingen als hv-leerlingen. Dit kan afhankelijk zijn van de gebruikte methode in het primair onderwijs op deze scholen. Vmbo-leerlingen maken hier meer gebruik van dan hv-leerlingen, terwijl hv-leerlingen juist meer gebruik maken van handig rekenen dan vmbo-leerlingen. Dit kan betekenen dat vmbo-leerlingen meer behoefte hebben aan een standaardmethode, terwijl hv-leerlingen dit juist makkelijker los kunnen laten.

## Literatuur

- Bolhuis, A. van, Brakel, D. van, Burghouts, F., Deenen, S., Gopal, D., Hofman, J., Land, G. van 't, Ligtvoet, J., Murre, E., Ratsma, K., & Weide, B. van der (2004). *Rekenstrategieën bij deelsommen. Oefenonderzoek 2004*. Pedagogische Wetenschappen, Universiteit Leiden.
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen (Commissie Meijerink) (2008). *Over de drempels met taal en rekenen*. [www.taalenrekenen.nl](http://www.taalenrekenen.nl).
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen (Commissie Meijerink) (2008). *Over de drempels met rekenen*. [www.taalenrekenen.nl](http://www.taalenrekenen.nl).
- Groenestijn, M. van (2006). *ABC-toets rekenen-wiskunde voor het Voortgezet Onderwijs*. Hogeschool Utrecht, Faculteit Educatie
- Groenestijn, M. van (voorjaar 2009). *Rapport rekenvaardigheid in de brugklas* (werktitel)
- Inspectie van het Onderwijs, V.O. (voorjaar 2009). *Rapport rekenvaardigheid in de brugklas* (werktitel)
- Rademakers, G. (2001). Strategiegebruik, prestaties en foutentypen bij delen in groep 8 van het basisonderwijs; de PPON-data 1997 nader geanalyseerd. Doctoraalscriptie Pedagogische Wetenschappen (Onderwijskunde en Leerproblemen), Universiteit Leiden.
- Rademakers, G., Putten, C.M. van, Beishuizen, M., & Janssen, J. (2004). Traditionele en realistische algoritmen bij het oplossen van deelsommen in groep 8. *Panama-Post*, 23(4), 3–7.
- Rippe, R. (2005). *Homogeniteitsanalyse van structureel onvolledige gegevens met HOMALS; rekenstrategieën van basisschoolleerlingen bij het oplossen van deelsommen uit de PPON 2004*. Bachelorscriptie Psychologie, Universiteit Leiden.
- Vreede, G. de (2005). *Deelvaardigheid in groep 8 van het basisonderwijs; oorzaken van de verslechtering van de PPON-resultaten in 2004 t.o.v. 1997*. Bachelorscriptie Psychologie, Universiteit Leiden.

# Sleutelcompetenties voor betekenisvol reken-wiskundeonderwijs aan ZML'ers

Effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij reken-wiskundeonderwijs aan de zeer moeilijk lerenden in de leeftijd van 6 – 12 jaar

Henk Logtenberg, opleider en onderwijsontwikkelaar,  
Windesheim Opleidingen Speciale Onderwijszorg

*“De leraar is altijd de sleutel tot goed onderwijs” (Sharon Dijksma, september 2008)*

## Samenvatting

In dit kleinschalige praktijkonderzoek is onderzocht welke bijdrage effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen kunnen leveren aan zinvol en uitdagend rekenwiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen in de leeftijd van 6 – 12 jaar. In het onderzoek is een koppeling gemaakt tussen leerkrachtstijlen en leerarrangementen en competenties voor leerkrachten. Uit het onderzoek blijkt dat opleidingen bij het opleiden van ZML-leerkrachten voor reken-wiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen van 6 – 12 jaar zich vooral moeten richten op de orthodidactische en orthopedagogische competentie én op de competentie reflectie & ontwikkeling. Deze drie competenties blijken voor de ZML-leerkracht sleutelcompetenties te zijn.

## Inleiding

In het zogenoemde Rekenboogproject (Boswinkel, Ligtdag en Ter Pelle, 2008) werken het Freudenthal Instituut (FISME), Stichting Leerplan Ontwikkeling (SLO) en Centrum Educatieve Dienstverlening (CED) samen aan de ontwikkeling en ontwerpen van realistisch reken-wiskundeonderwijs aan de zeer moeilijk lerenden. Doelstelling van dit project is te komen tot een verzameling materialen en middelen waarmee scholen voor ZML-kinderen (4 – 20 jaar) doeltreffend realistisch reken-wiskundeonderwijs kunnen geven. In dit project wordt ingezoomd op kerndoelen, tussendoelen, leerlijnen, ontwikkelingslijnen, planmatig werken en het ontwikkelen van onderwijsleermiddelen voor zinvol en betekenisvol reken-wiskundeonderwijs. In het rapport *Realistisch rekenen*, juist in het ZML (Boswinkel e.a., 2006), dat ten grondslag ligt aan het Rekenboogproject, staat te lezen dat er momenteel in het Speciaal Onderwijs een overstap plaats vindt van mechanistisch naar realistisch rekenen. Door middel van het realistisch rekenen probeert men het reken-wiskundeonderwijs voor leerlingen in het Speciaal Onderwijs zinvol en betekenisvol te maken: reken-wiskundeonderwijs vanuit de ervaringswereld van het kind, dat als zodanig zinvol en betekenisvol is voor de leerlingen. Iets verderop staat in ditzelfde rapport óók te lezen dat leerkrachten in het ZML huiverig staan tegenover de didactische veranderingen, die zinvol en betekenisvol realistisch reken-wiskundeonderwijs met zich meebrengt (zoals interactief werken, uitgaan van eigen strategieën van kinderen, reflecteren op eigen handelen). Waar het Rekenboogproject ophoudt bij de implementatie van de doelen, leerlijnen en onderwijsleermiddelen maakt het onderliggende praktijkonderzoek de volgende stap naar de leerkrachtcompetenties. De vragen in dit praktijkonderzoek zijn: Welke competenties hebben ZML-leerkrachten nodig voor het geven van effectief realistisch reken-wiskundeonderwijs aan ZML'ers? Het praktijkonderzoek wil in beeld brengen welke leerkrachtstijlen en leerarrangementen effectief blijken te zijn bij reken-wiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen in de leeftijdscategorie van 6 – 12 jaar. Na een inhoudelijke oriëntatie vanuit de literatuur, worden enkele kernbegrippen nader beschreven en gepreciseerd. Vervolgens komen de opzet, resultaten en conclusie van het onderzoek aan de orde. Naar aanleiding



van het onderzoek zijn aanbevelingen geformuleerd voor opleiders van ZML-leerkrachten (bij reken-wiskundeonderwijs) en suggesties voor vervolgonderzoek.

## **Inhoudelijke oriëntatie**

In de problematiek rondom het rekenen bij ZML'ers spelen er in het beroepsveld twee belangrijke keuzes, te weten: realistisch of mechanistisch rekenen, orthopedagogisch of orthodidactisch handelen? Nauw verbonden met deze twee issues zijn de begrippen leerkrachtkwaliteit, leerkrachtcompetenties, leerkrachtstijlen en leerarrangementen.

### ***Realistisch of mechanistisch?***

In het Rekenboogproject (Boswinkel e.a. 2008), wordt uitgegaan van het realistisch rekenen, omdat volgens het project het traditionele rekenen (formele rekenen, werken met rijtjessommen) ouderwets en weinig aansprekend is, terwijl het werken met betekenisvolle contexten ook voor leerlingen in het Speciaal (Basisonderwijs) Onderwijs{s(B)O}zinvol en uitdagend is. Nelissen vraagt zich af of alle uitgangspunten van de realistische rekendidactiek van betekenis zijn voor leerlingen in het SBO (Nelissen e.a., 2007). In Rekenproblemen en dyscalculie (Ruijsenaars e.a., 2004) zetten de auteurs vraagtekens bij de geschiktheid van de realistische methodiek voor het onderwijs aan rekenzwakke leerlingen, omdat de realistische rekenmethodiek niet goed aan lijkt te sluiten bij kenmerken van rekenzwakke leerlingen. Eén van die kenmerken is moeite hebben met het zelfstandig voorbereiden, uitvoeren en controleren van rekenopgaven. In een enquête (Boswinkel, 2006) vragen ZML-scholen om materialen waarin de stappen niet te groot zijn en die niet te veel vragen van de zelfstandigheid van leerlingen. Maar de ZML-scholen benadrukken óók, dat ZML-leerlingen 'leren door te doen'. In de realistische rekendidactiek vindt dit 'leren door te doen' plaats vanuit betekenisvolle contexten, contexten die aansluiten bij de leefwereld van het kind en waar vanuit een toenemende formalisering kan ontstaan (Nelissen e.a., 2007).

### ***Orthopedagogisch of orthodidactisch?***

Een tweede onderliggende discussie in het beroepsveld over het reken-wiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen is de keuze tussen pedagogiek en didactiek. Met welk type handelen is een ZML-leerling bij het reken-wiskundeonderwijs meer gebaat: het orthopedagogisch of het orthodidactisch handelen van de leerkracht? De orthopedagogische competente leraar zorgt voor een leef- en leeromgeving met een bij de leerlingen en bij de groep passende verhouding tussen veiligheid en uitdaging. Hij vindt voor alle leerlingen een evenwicht in de behoeften aan en de mogelijkheden tot relatie, autonomie en competentie. De orthopedagogische competentie manifesteert zich in het creëren van een pedagogisch klimaat in relatie, tijd en ruimte; het werken volgens de cyclus van panmatig handelen; het afstemmen van de eigen houding op de specifieke ondersteuningsbehoefte van de leerling én de leerling medeverantwoordelijk maken voor het oplossen van de complexe probleemsituatie. Een leraar die orthodidactisch competent is, ontwerpt een krachtige leeromgeving in zijn klas en lessen. Hij stemt zijn leerinhouden en doen en laten af op de leerlingen en houdt daarbij rekening met individuele verschillen. Hij motiveert de leerlingen voor hun leertaken, daagt hen uit om er het beste van te maken en helpt hen om deze leertaken met succes af te ronden. De orthodidactische competentie wordt zichtbaar: in het werken volgens de cyclus van diagnosticerend onderwijzen en het in toenemende mate neerleggen van de verantwoordelijkheid voor het leerproces bij de leerling (De Bruïne e.a., 2004). In het ZML-onderwijs krijgen de leerkrachten steeds meer te maken met de problematische opvoedingssituatie van een aantal leerlingen: de Zeer Moeilijk Opvoedbare Lerende Kinderen (de zogenaamde ZMOLK'ers) (Boelen, 2006). Het ZMOK-onderwijs (Zeer Moeilijke Opvoedbare Kinderen) geeft zelf duidelijk aan, dat pedagogische problemen meer aandacht krijgen dan de didactische problemen (Boswinkel, 2003). De vraag is: Welke competenties zijn bij het rekenwiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen van meer belang: de orthopedagogische of orthodidactische? Is dit per leerling of groep verschillend? Of is het toch een

keuze tussen orthopedagogiek en orthodidactiek, of een combinatie van beide? Waar moet de focus liggen in het Speciaal Onderwijs: orthopedagogisch of orthodidactisch? (De Bruïne, 2004).

### ***Leerkrachtkwaliteit***

Onderzoek van de National Commission on Teaching and America's Future (Darling-Hammond, 1997) laat zien dat kwaliteiten van leraren in de Verenigde Staten grote invloed hebben op de leerlingresultaten. Taal- en rekenscores worden voor 43% toegeschreven aan de kwaliteiten van de leerkracht. De centrale aanbeveling is om sterk gekwalificeerde leerkrachten in de klaslokalen te krijgen. In de Verenigde Staten hebben dit soort uitkomsten van onderzoeken én wetgeving ten gunste van leerlingen met een extra ontwikkelings- en ondersteuningsbehoefte (No Child Left Behind Act, 2002 en de Individuals with Disabilities Education Improvement Act, 2004) mede geleid tot het ontwerpen van de Response to Intervention Act (RtI). Uitgangspunten van de RtI zijn: matching van hooggekwalificeerde instructie en interventies met de speciale ondersteuningsbehoeften van de leerling; de leeropbrengsten en het niveau van de leerprestaties van de leerling (over een bepaalde tijd) zijn het uitgangspunt bij het maken van belangrijke onderwijskundige beslissingen bij de leerling (Batsche e.a., 2006). Bij het nemen van de belangrijke onderwijskundige beslissingen wordt het cyclische model van de Problem-Solving Method gebruikt. Hierbij wordt eerst het probleem gedefinieerd (Is er een probleem? Wat is het?), daarna wordt het probleem geanalyseerd (Wat is er aan de hand? Wat gebeurt er?), vervolgens wordt er een plan ontworpen (Wat kunnen we er aan doen?), tenslotte wordt het probleem geëvalueerd (Heeft het plan gewerkt?). Waarna de cirkel weer van voren af aan kan beginnen. De RtI gaat er van uit dat de kwaliteit van de interventies evidence-based is en dat leerkrachten kennis hebben van evidence-based interventieprogramma's (Batsche e.a., 2006).

### ***Competenties van leerkrachten***

Bij het aanduiden van de leerkrachtcompetenties in het Speciaal Onderwijs is het uitgangspunt het generieke competentieprofiel speciale onderwijszorg, zoals beschreven in Bekwaam & Speciaal (De Bruïne, e.a., 2004). Dit competentieprofiel is tot stand gekomen in samenwerking met het Werkverband Opleidingen Speciaal Onderwijs (woso), met ondersteuning van de Stichting Beroepskwaliteit Leraren en ander onderwijspersoneel (SBL). In dit praktijkonderzoek gaat het om de eerste vier competenties voor het werken met leerlingen, te weten: interpersoonlijk, (ortho)pedagogisch, (ortho)didactisch en organisatorisch. Deze vier competenties zijn weer onderverdeeld in deelcompetenties en indicatoren. Een leraar die interpersoonlijk competent is, werkt actief aan een goede communicatie (interactie) met iedere leerling in zijn groep. Hij verbindt daaraan consequenties voor zijn handelen. Hij weet daarbij in de groep zodanig met (machts- en gezags)verhoudingen, afstandelijkheid, nabijheid, vriendelijkheid en vijandigheid om te gaan, dat er in de groep een goede basis is voor onderlinge verstandhouding en communicatie. Deelcompetenties bij de interpersoonlijke competentie zijn: interactie met leerlingen (o.a. geloof in het kind uitstralen, echtheid, warmte en non-verbale afstemming); interactieanalyse (o.a. gesprekken kunnen analyseren vanuit diverse theoretische begrippenkaders op inhoudelijk en betrekkingniveau) en zelfhantering (o.a. het herkennen van blokkades, het herkennen en benoemen van lacunes in eigen competenties en deze omzetten in handelingsalternatieven). De algemene beschrijvingen van de orthopedagogische en orthodidactische competenties zijn in paragraaf 2.2 aan de orde geweest. Deelcompetenties bij de orthopedagogische competentie zijn: het creëren van een pedagogisch klimaat (o.a. in staat zijn de ondersteuningsbehoeften te (h)erkennen van de groep, van subgroepjes en van individuele leerlingen); werken volgens de cyclus van planmatig handelen (o.a. ontwikkelen, plannen en handelen op basis van theoretische en empirische kennis); eigen houding en communicatie afstemmen op de specifieke ondersteuningsbehoefte van de leerling (o.a. in een 'split second' reageren op de problematische situatie veroorzaakt door een gedragsprobleem); de leerling medeverantwoordelijk maken voor het oplossen van de complexe probleemsituatie (o.a. stimulering zelfevaluatie). Een leraar die orthodidactisch competent is, ontwerpt een krachtige leeromgeving in zijn klas en zijn lessen.

Deelcompetenties bij de orthodidactische competentie zijn: werken volgens de cyclus van diagnosticerend onderwijzen (o.a. ontwerpen en handelen op basis van kennis); in toenemende mate de verantwoordelijkheid voor het leerproces bij de leerling leggen (o.a. attribueren van succes aan de leerling en gebrek aan succes aan zichzelf, in die zin dat het leidt tot herbezinning op het eigen handelen). Organisatorisch competent is de leraar, die zorgt voor een overzichtelijke, prettige en taakgerichte sfeer in zijn klas en lessen. Hij plant en organiseert de onderwijsleeractiviteiten en -processen zodanig, dat leerlingen succeservaringen kunnen opdoen, dat de leerlingen zich op hun gemak voelen en dat de leerlingen weten welke ruimte ze hebben voor eigen initiatief. Hij zorgt er ook voor dat de leerlingen weten wat ze moeten doen, en hoe en met welk doel ze dat doen. Deelcompetenties hierbij zijn: opzetten en organiseren van intentionele leeractiviteiten voor groepen, subgroepen, individuen en van verschillende duur (o.a. op een voorspelbare en doelmatige manier de leeromgeving inrichten en de leermiddelen/materialen toegankelijk maken); ontwerpen en in stand houden van een zorgstructuur (o.a. vanuit een analyse op schoolniveau en vanuit kennis met betrekking tot zorgstructuren de vertaling kunnen maken naar middelen, organisatie en procedures).

### ***Leerkrachtstijlen en leerarrangementen***

Onder leerkrachtstijlen verstaan we in dit praktijkonderzoek het consistente geheel van samenhangende kenmerken (stijl) die betrekking hebben op het (leren) onderwijzen van realistisch reken-wiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen (Damen & Cordang, 2007). Leerarrangementen zijn gericht op het organiseren van een rijke leeromgeving, zodat de lerende ZML-leerling hierbinnen optimaal kan functioneren (Damen & Cordang, 2007). In leerarrangementen gebeurt het leren door handelend bezig te zijn met betekenisvolle inhoud (Clijsen & Verschuren, 2008). Bij *effectieve* leerkrachtstijlen en leerarrangementen gaat het om doeltreffend zijn, in de zin dat de aangewende energie het grootst mogelijke nuttige effect heeft. Niet een effect, dat door een meting wordt vastgesteld, maar door de waarneming van de leerkracht zélf. Volgens de leerkracht 'slaat' de gehanteerde leerkrachtstijl of het gebruikte leerarrangement bij de leerling(en) 'aan' (motivatie, begrip, inzet), dat wil zeggen er is sprake van zinvol en uitdagend rekenwiskundeonderwijs (Boswinkel, 2006). Met ZML-leerlingen worden in dit onderzoek álle ZML-leerlingen bedoeld volgens de criteria zeer moeilijk lerende kinderen in artikel 19 van het Besluit Leerlinggebonden Financiering (Van der Hoeven, 2006), met dien verstande dat het speciaal gaat om ZML-leerlingen met een IQ tussen de 35 en de 60. In dit onderzoek is gekozen voor de leeftijdsgroep in de kalenderleeftijd van 6 – 12 jaar.

## **Vraagstelling**

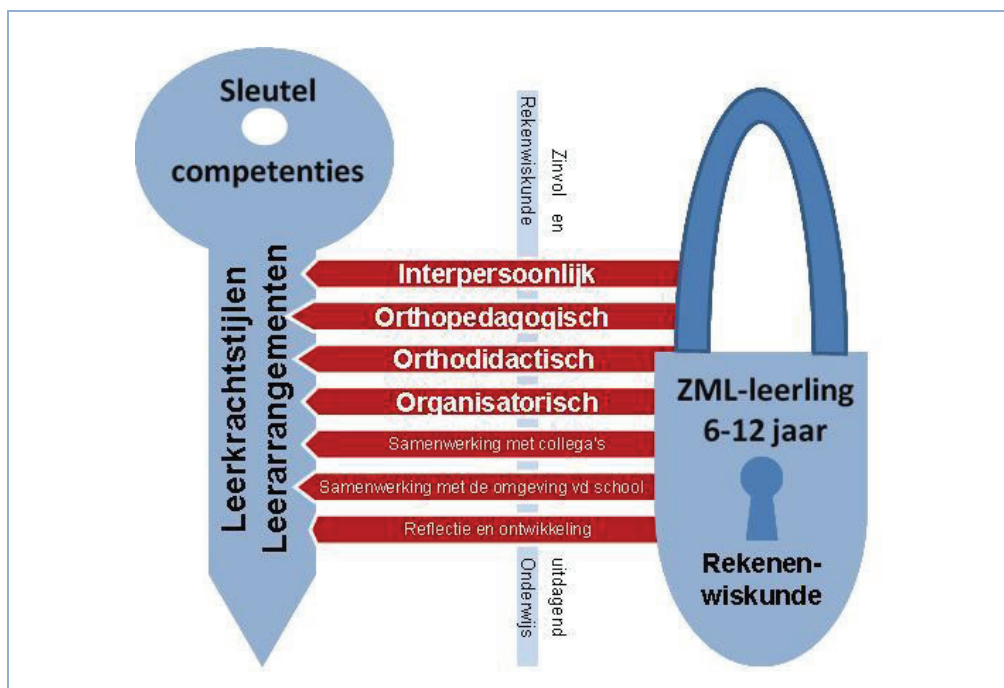
In het onderhavige ELWIER-project ligt de focus op leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij onderwijs aan ZML-leerlingen van 6 – 12 jaar. In een later stadium van dit praktijkonderzoek worden de leerkrachtstijlen en leerarrangementen op basis van labels in het praktijkonderzoek en indicatoren van de leerkrachtcompetenties omgezet in competenties voor leerkrachten. Het *doel van* het onderzoek is om opleiders te ondersteunen bij het competentiegericht opleiden van studenten die reken-wiskundeonderwijs gaan geven aan ZML-leerlingen van 6 – 12 jaar. Het *doel in* het onderzoek is onderzoeken welke leerkrachtstijlen en leerarrangementen effectief zijn bij reken-wiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen in de leeftijd van 6 – 12 jaar. De onderzoeksvraag luidt:

*Welke leerkrachtstijlen en leerarrangementen zijn effectief bij het motiveren van leerlingen, het gebruik van rekenwiskundematerialen en het ontwerpen van een rijke leeromgeving, bij rekenwiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen van 6 – 12 jaar?*

In het onderzoek zijn vier deelvragen geformuleerd, te weten:

1. Welke leerkrachtstijlen en leerarrangementen zijn volgens de literatuur effectief bij de kernthema's motiveren van leerlingen, het gebruik van rekenwiskundematerialen en het ontwerpen van een rijke leeromgeving bij het rekenwiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen van 6 – 12 jaar?
2. Wat reiken ZML-leerkrachten en experts aan als effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij de drie kernthema's?
3. Uit welke essentiële elementen bestaan volgens ZML-leerkrachten en experts de effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij de kernthema's?
4. Op welke wijze worden essentiële kenmerken van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen volgens ZML-leerkrachten en experts vorm gegeven bij de kernthema's?

In dit praktijkonderzoek wordt volgens het sleutelmodel van Bottge (Bottge, 2001) gezocht naar competenties waarin effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen een sleutelrol spelen. Sleutelcompetenties zijn competenties die een centrale rol spelen zijn bij het 'aanslaan' van zinvol (gericht op maatschappelijke redzaamheid) en uitdagend reken-wiskundeonderwijs bij ZML-leerlingen in de leeftijd van 6 – 12 jaar. De vraag is, in welke van de vier leerkrachtcompetenties (interpersoonlijk, orthopedagogisch, orthodidactisch en organisatorisch) de effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen het meest frequent voorkomen?



Figuur 1. Competenties bij zinvol en uitdagend reken-wiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen van 6 – 12 jaar.

## Opzet en uitvoering van het onderzoek

Het onderhavige praktijkonderzoek is een kleinschalig kwalitatief onderzoek. De kennis die dit praktijkonderzoek oplevert, dient te leiden tot kwaliteitsverbetering van praktijksituaties (Harinck, 2006). De onderzoeksvragen zijn beschrijvend van aard, dat wil zeggen de aard en de kenmerken van de onderzoeksverschijnselen worden benoemd, geïnventariseerd en gecategoriseerd. Verkenningen, verklaringen en verbanden worden vanuit de literatuur beschreven.

## Onderzoekseenheden

Aan dit praktijkonderzoek hebben zes ZML-leerkrachten (van twee verschillende ZML-scholen; ieder drie leerkrachten) en drie experts deelgenomen. De leerkrachten zijn werkzaam in het ZML-onderwijs en variëren van startbekwaam tot excellerend ten aanzien van de eerste vier SBL-competenties. De scholen waaraan zij werkzaam worden op rekengebied door de inspectie, respectievelijk het Freudenthal Instituut, als goed beoordeeld. De leerkrachten van de onderzochte scholen, werken als leerkracht in een ZML-groep in de leeftijdscategorie 6 – 8 jaar, 9 – 10 jaar of 11 – 12 jaar. Dit is van belang in verband met het analyseren van verschillen en overeenkomsten van leerkrachtstijlen en leerarrangementen in de verschillende leeftijdscategorieën. Er zijn meerdere scholen en leerkrachten benaderd om de vragenlijsten in te vullen, maar vanwege andere prioriteiten op de eigen school hebben zij niet meegedaan aan het onderzoek.

De drie experts die de vragenlijsten hebben ingevuld, zijn gekozen op basis van deskundigheid op het gebied van ZML-onderwijs en rekenen. Zij zijn op landelijk niveau werkzaam en bekend met het theoretisch en/of het praktisch kader van ZML-reken-wiskundeonderwijs.

## Vragenlijst

Voor het onderzoek is een vragenlijst gebruikt. De vragenlijst bestaat uit twee hoofdthema's:

<i>Leerkrachtstijlen</i>	<i>Leerarrangementen</i>
--------------------------	--------------------------

De twee hoofdthema's zijn onderverdeeld in drie kernthema's, die elk weer zijn onderverdeeld in drie kernvragen.

### *Kernthema 1: Het motiveren van leerlingen:*

- Wat zijn effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij het motiveren van leerlingen?
- Wat zijn essentiële kenmerken van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij het motiveren van leerlingen?
- Hoe wordt aan essentiële kenmerken van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen vorm gegeven bij het motiveren van leerlingen?

### *Kernthema 2: Het gebruik van rekenwiskundematerialen:*

- Wat zijn effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij het gebruik van rekenwiskundematerialen?
- Wat zijn essentiële kenmerken van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij het gebruik van rekenwiskundematerialen?
- Hoe wordt aan essentiële kenmerken van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen vorm gegeven bij het gebruik van rekenwiskundematerialen?

### *Kernthema 3: Het ontwerpen van een rijke leeromgeving:*

- Wat zijn effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij het ontwerpen van een rijke leeromgeving?
- Wat zijn essentiële kenmerken van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij het ontwerpen van een rijke leeromgeving?
- Hoe wordt aan essentiële kenmerken van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen vorm gegeven bij het ontwerpen van een rijke leeromgeving?

Figuur 2. Indeling van de vragenlijst naar hoofdthema's, kernthema's en kernvragen.

De vragen van de vragenlijst zijn afgenomen bij leerkrachten die les geven in één van de drie leeftijdscategorieën. De vragen van de lijst zijn open van karakter. De experts en de leerkrachten zijn dezelfde vragen voorgelegd. De experts hebben de vragen schriftelijk of telefonisch beantwoord, nadat er vooraf enige schriftelijke dan wel telefonische toelichting is gegeven. De leerkrachten hebben de vragen in een half-gestructureerd interview beantwoord. In het interview zijn de vragen van de vragenlijst verwoord en gerangschikt, maar de volgorde van de onderwerpen lag niet vast (Migchelbrink, 2005). Bij de vragenlijst is een korte toelichting gegeven (beschreven) waarin het doel en de opbouw van de vragenlijst verteld is. Hierbij zijn ook de begrippen ZML-leerling, leerkrachtstijl en leerarrangement kort toegelicht. De antwoorden van de experts zijn door de experts zelf ingevuld

of door de onderzoeker genoteerd en geregistreerd tijdens het telefoongesprek. De onderzoeker heeft bij de half-gestructureerde interviews met de leerkrachten de antwoorden zelf genoteerd en geregistreerd.

## Beschrijving en verantwoording van de analysebeslissingen

### Stap 1

Na invulling en registratie van de antwoorden bij de vragenlijst zijn alle antwoorden geïnventariseerd, gecategoriseerd en geanalyseerd op een groot overzicht.

### Stap 2

Uit de antwoorden van de vragenlijsten zijn vijftien labels voortgekomen. De labels zijn overkoepelende benamingen voor de kwalitatieve antwoorden uit de vragenlijst. De labels zijn ontstaan op basis van de meest essentiële kenmerken van de antwoorden binnen de hoofdthema's, kernthema's en kernvragen waarin ze gesteld zijn. De labels omvatten voorbeelden, kenmerken en de vormgeving van de leerkrachtstijlen en leerarrangementen.

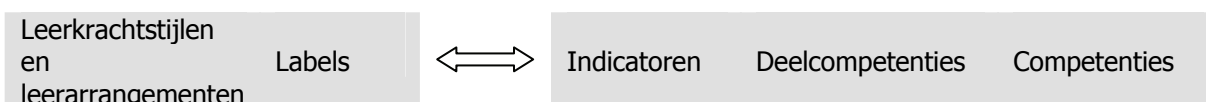
Bij de labels is geturfd hoe frequent antwoorden van de vragenlijst bij een label horen. Later zijn uit de vijftien labels drie kernclusters van labels voortgekomen. De labels zijn gegroepeerd bij een kerncluster op basis van het kenmerk van de label en het kerncluster waar het label het meeste aan gerelateerd is.

Kerncluster Didactiek	Kerncluster Rekenen	Kerncluster Leerkracht
Materialen	Instructie	Attitude
Differentiatie	Betekenisvol	Rol
Interactie	Rekenactiviteit	Empowerment
Werkvorm	Rekenniveau	Vaardigheden
Onderwijsleermiddel	Oefenen	Kennis

Figuur 3: Kernclusters met labels.

### Stap 3

In stap drie zijn per leeftijdscategorie alle labels van deelvraag 2, 3 en 4 in rangvolgorde gezet. Aan de labels zijn de leerkrachtcompetenties van het Speciaal Onderwijs (De Bruïne, 2004) gekoppeld. Dit koppelen is gebeurd op basis van omschrijvingen van de deelcompetenties en indicatoren behorend bij de leerkrachtcompetenties.



Figuur 4. Matching leerkrachtstijlen en leerarrangementen met competenties.

In dit praktijkonderzoek ligt het accent op de eerste vier competenties (interpersoonlijk, orthodidactisch, orthopedagogisch en organisatorisch), omdat zich met name in deze vier competenties de omgang van de leerkracht met de leerling manifesteert. De andere competenties spelen uiteraard ook een rol, maar daarop ligt in dit onderzoek niet de focus.

## Resultaten van het onderzoek

### Deelvraag 1

Deelvraag 1: Welke leerkrachtstijlen en leerarrangementen zijn volgens de literatuur effectief bij het motiveren van leerlingen, het gebruik van rekenwiskundematerialen en het ontwerpen van een rijke leeromgeving bij het reken-wiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen van 6 – 12 jaar?

In de bestudeerde literatuur zijn geen concrete antwoorden en voorbeelden te vinden van leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij het motiveren van leerlingen, het gebruik van rekenwiskundematerialen en het ontwerpen van een rijke leeromgeving bij het rekenwiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen van 6 – 12 jaar.

Batsche e.a. (2006) benadrukken de kennis van leerkrachten van evidence-based interventies en de planmatige reflectie van leerkrachten op de resultaten, om betere leerresultaten bij leerlingen met Special Needs te bereiken.

## Deelvraag 2

Deelvraag 2: Wat reiken ZML-leerkrachten en experts aan als effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij de drie kernthema's?

Bij de deelvragen 2, 3 en 4 is bij de uitwerking van de resultaten niet expliciet een onderscheid gemaakt tussen de leerkrachtstijlen en leerarrangementen. Respondenten geven aan dat er een directe relatie is tussen het handelen van de leerkracht en het leerarrangement. Daarnaast geven leerkrachten en experts aan dat zowel bij leerkrachtstijl als leerarrangement de leerkracht de spil is. Leerkrachtstijlen zijn gericht op wát een leerkracht doet en wát hierbij kenmerkend is voor de leerkracht. Leerarrangementen betreffen het organiseren door de leerkracht. Voor alle antwoorden van de leerkrachten en experts bij de leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij deelvraag 2, 3 en 4 zijn labels gebruikt. In de labels zijn de voorbeelden (deelvraag 2), kenmerken (deelvraag 3) en de vormgeving (deelvraag 4) van de leerkrachtstijlen en de leerarrangementen verwerkt. Aan het einde van deelvraag 4 zijn enkele concrete specifieke voorbeelden, kenmerken en vormen van leerkrachtstijlen en leerarrangementen van deelvraag 2, 3 en 4 bij het realistisch rekenwiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen geclusterd.

De voorbeelden van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij deelvraag 1 zijn ingedeeld naar de vijftien labels. De frequentie van de labels per leeftijdscategorie staan in figuur 5 weergegeven.

Kern-cluster	Didactiek					Rekenen					Leerkracht				
	Materialen	Differentiatie	Interactie	Werkvorm	Onderwijsm.	Instructie	Betekenisvol	Rekenactivit.	Rekenniveau	Oefenen	Attitude	Rol	Empowermen	Vaardigheden	Kennis
Leeftijd															
6 – 8	5	2	1	1	2	2	1	1	-	-	2	-	1	-	-
9–10	5	4	-	1	-	4	3	-	1	1	2	-	3	-	-
11–12	4	2	2	3	-	6	5	-	-	1	1	2	3	-	-

Figuur 5. Frequentie van labels bij effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen.

De matrix in figuur 4 geeft aan, dat in leeftijdsgroep 6 – 8 jaar het label materialen (5) het meest frequent voor komt. Gevolgd door: differentiatie, onderwijsleermiddel, instructie en attitude (allen 2). Bij de leeftijdsgroep 9 – 10 jaar heeft eveneens het label materialen (5) de hoogste score. Daarna volgen differentiatie en instructie met dezelfde frequentie (4). Vervolgens betekenisvol en empowerment, beiden met dezelfde frequentie (3).

In de leeftijdsgroep 11 – 12 jaar is de hoogste frequentie bij het label instructie (6), gevolgd door betekenisvol (5) en materialen (4).

### Deelvraag 3

Deelvraag 3: Uit welke essentiële elementen bestaan volgens ZML-leerkrachten en experts de effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij de drie kernthema's?

Bij deelvraag 3 zijn de antwoorden bij de essentiële elementen van de leerkrachtstijlen en leerarrangementen voorzien van dezelfde labels als bij deelvraag 2. In de matrix bij figuur 6 staan de frequenties van de labels weergegeven.

Kern-cluster	Didactiek					Rekenen					Leerkracht				
	Materialen	Differentiatie	Interactie	Werkvorm	Onderwijsm.	Instructie	Betekenisvol	Rekenactivit.	Rekenniveau	Oefenen	Attitude	Rol	Empowermen	Vaardigheden	Kennis
6 – 8	5	-	2	2	-	3	3	-	-	1	1	2	3	1	3
9–10	2	-	-	-	-	3	2	-	-	-	-	-	2	1	3
11–12	3	-	-	2	-	1	2	-	-	-	2	3	1	2	3

Figuur 6. Frequentie van labels bij kenmerken van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen.

De matrix bij figuur 6 geeft weer dat bij de leeftijdsgroep 6 – 8 jaar het label materialen het meest frequent voorkomt. Gevolgd door instructie, betekenisvol, empowerment en kennis (allen 3). Bij de leeftijdsgroep 9 – 10 jaar zijn de belangrijkste labels: instructie en kennis (beiden 3), met daarna materialen, betekenisvol en empowerment (allen 2).

In de leeftijdsgroep 11 – 12 jaar is de volgorde van de frequentie van de labels: materialen, rol (van de leerkracht) en kennis (allen 3), gevolgd door werkvorm, betekenisvol, attitude en vaardigheden (allen 2).

### Deelvraag 4

Deelvraag 4: Op welke wijze worden essentiële kenmerken van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij de drie kernthema's vormgegeven?

Bij de vormgeving van de essentiële kenmerken van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen zijn de antwoorden van de dezelfde labels als bij deelvraag 2 en 3 voorzien. De uitkomsten van de frequenties van de labels bij deelvraag 4 staan weergegeven in de matrix van figuur 7.



Kern-cluster	Didactiek					Rekenen					Leerkracht				
	Materialen	Differentiatie	Interactie	Werkvorm	Onderwijsm.	Instructie	Betekenisvol	Rekenactivit.	Rekenniveau	Oefenen	Attitude	Rol	Empowermen	Vaardigheden	Kennis
6 – 8	3	-	2	4	2	2	2	1	-	1	-	-	1	-	4
9–10	2	-	1	1	2	1	3	1	-	2	-	-	2	-	1
11–12	3	2	1	3	1	4	3	-	-	1	2	3	4	2	3

Figuur 7. Frequentie van labels bij de vormgeving van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen.

Bij deelvraag 3 komen in de leeftijdsgroep 6 – 8 de labels werkvorm en kennis het meest frequent voor (beiden 4). Gevolgd door materialen (3). Bij de leeftijdsgroep 9 -10 jaar komt betekenisvol het meest frequent voor (3), met daarop gevolgd materialen, oefenen en empowerment (allen 2). De labels instructie en empowerment (beiden 4) komen het meest frequent voor in de leeftijdsgroep 11 – 12 jaar. Daarna volgen de labels materialen, werkvorm, betekenisvol en kennis (allen 3).

Bij de labels van deelvraag 2, 3 en 4 zijn door de leerkrachten en experts voorbeelden, kenmerken en vormen van algemene en meer specifiek ZML-gerichte aard genoemd. In de drie volgende blokken staan bij de labels van de leeftijdscategorie concrete ZML-voorbeelden, kenmerken en vormen van leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij realistisch reken-wiskundeonderwijs.

#### **Leeftijdsgroep 6 – 8 jaar.**

##### *Materialen:*

- materialen waarbij gebruik wordt gemaakt van alle zintuigen
- materialen die uitnodigen tot de zone van de naaste ontwikkeling
- materialen met enkelvoudige opdrachten

##### *Werkvorm:*

- spelvormen
- werken op meerdere plaatsen en in meerdere contexten

##### *Instructie:*

- sturend onderwijs combineren met zelfontdekkend onderwijs
- voorzichtig toewerken naar de zone van de naaste ontwikkeling
- constante manier van werken
- het laten terug komen van de leerstof op meerdere plaatsen
- het aanbrengen van structuur in alle materialen, hoeken en wanden

##### *Betekenisvol:*

- wendbaarheid
- link leggen tussen papieren aanbod en concrete visualisering in de school
- koppelen van de rekenhandelingen aan de dagelijkse praktijk

##### *Differentiatie:*

- het achter de hand hebben van materialen voor individuele leerlingen

##### *Rekenactiviteiten:*

- Veel naar buiten gaan

- Veel gezamenlijke rekenactiviteiten doen: jassen tellen, tafel dekken, klok kijken
- Creëren van arrangementen met zingen, dansen, voelen en luisteren

*Rol:*

- observeren: relaties leggen tussen de leeractiviteiten van de leerlingen

### **Leeftijdsgroep 9 – 10 jaar:**

*Materialen:*

- het werken met concrete, eenvoudige, uitnodigende en waarheidsgetrouwe materialen
- benoemen van de kern van het materiaal benoemen (wat je er mee wilt bereiken)
- materialen moeten geen discussie opleveren
- gebruik maken van ontdekdozen

*Instructie:*

- een onderwerp vanuit allerlei interessen benaderen en alle zintuigen er bij betrekken
- leerlingen emotioneel en fysiek aanspreken in plaats van mentaal
- sturen op wendbaar gebruik van rekenhandelingen
- motivatie van de leerlingen die afhankelijk is van het doel dat de leerkracht wil bereiken

*Betekenisvol:*

- benadrukken van de relatie rekenhandeling en praktijk
- aangeven van het belang van de oefening
- gebruik maken van buitenmateriaal
- gebruik maken van de metafoor van de ijsberg
- link leggen met onderwerpen van persoonlijke voorkeur

*Empowerment:*

- kinderen leren te kijken, zodat ze zelf dingen leren te ontdekken

*Differentiatie:*

- materialen die passen bij leerniveau van de leerniveau, dat wil zeggen lager niveau concreet, hoger niveau rekenmiddelen

*Attitude:*

- Leerlingen werken toe naar het verwachtingspatroon dat je van ze hebt

*Rol:*

- coachende rol: ruimte geven tot experimenten met nieuwe materiaal
- "borging" van de rekenregels.

### **Leerlingen 11 – 12 jaar.**

*Instructie:*

- als de leerling inzicht heeft in het doel van de handeling en de relatie tot de dagelijkse praktijk, dan pas de leerling in het platte vlak laten werken
- niet werken op frustratieniveau, maar op beheersingsniveau
- werken met behulp van een maandkalender, rooster en klokjes

*Materialen:*

- het van te voren klaar laten staan van alle materialen (open kasten, PC)

*Betekenisvol:*

- werken met contexten in thema's
- leggen van relaties van de leren vaardigheden met het vervoltraject (school) leggen
- nabootsen van een realistische rekenomgeving

*Empowerment:*

- laten vertellen van eigen verhalen door de leerlingen, waardoor zij tot eigen ontdekkingen komen
- competentiegericht werken

*Ro:*

- balans sturende houding en coachende houding, waarbij de leerlingen zelf nieuwe rekenmaterialen ontdekken
- daadwerkelijk afstand nemen; observeren van de aanpak van de leerling, na uitleg blijft de leerkracht ter beschikking voor vragen op een afgesproken plaats

## **Van leerkrachtstijlen en leerarrangementen naar leerkrachtcompetenties**

In stap 3 van het onderzoek zijn de labels per leeftijdscategorie in rangorde gezet. Aan de labels zijn de leerkrachtcompetenties van het Speciaal Onderwijs gekoppeld op basis van de beschrijvingen van de deelcompetenties en indicatoren van de leerkrachtcompetenties. Achter elk label en de daarbij behorende competentie staat achter het label tussen haakjes de totale frequentiescore (het totaal aantal keren dat een label is voor gekomen bij de deelvragen 2, 3 en 4). De puntentelling achter de competenties is gebaseerd op de plaats van de competentie in de rangorde van het overzicht bij de leeftijdsgroep. De puntentelling is gemaakt op de schaal van 1 tot en met 9. Aan het eind zijn per leeftijdsgroep alle punten per competentie bij elkaar opgeteld, waardoor er een eindrangorde van competenties per leeftijdsgroep ontstaat. Tenslotte zijn de totaalscores van alle competenties van alle leeftijdsgroepen bij elkaar opgeteld, waardoor er een totaalrangorde van competenties voor de totale leeftijdsgroep van 6 – 12 jaar ontstaat.

Bij de labeling van de antwoorden bij deelvraag 2, 3 en 4 komt het label 'kennis' regelmatig voor. Bij dit label worden voorbeelden, kenmerken en vormen genoemd die horen bij de competentie reflectie en ontwikkeling (competentie 7). Een leraar die competent is in reflectie en ontwikkeling denkt voortdurend en doelgericht na over zijn beroepsopvattingen en zijn professionele bekwaamheid. Hij weet wat hij belangrijk vindt in zijn leraarschap en van welke waarden, normen en onderwijskundige opvattingen hij uitgaat. Hij heeft een goed beeld van zijn eigen competenties, zijn sterke en zwakke kanten. Hij ontwikkelt zichzelf en zijn onderwijs op een planmatige manier. Van een leraar so moet dus verwacht worden dat hij voldoende kennis en vaardigheden in huis heeft om zowel zijn opvattingen over het leraarschap als ook zijn eigen lerarenbekwaamheid te onderzoeken, te expliciteren en te onderzoeken.

- planmatig werkt aan de ontwikkeling van zijn bekwaamheid, door zelf zijn competenties te analyseren en door scholingsactiviteiten te volgen
- deelneemt aan intervisie en daaraan consequenties voor het eigen handelen verbindt
- deelneemt aan activiteiten op het gebied van onderwijsverbetering

Deelcompetenties die hierbij horen zijn: voortdurende reflectie op persoonlijk functioneren (o.a. gebruikt eigen ervaringen met collega's en leerlingen om periodiek het eigen professionele functioneren te evalueren), planmatig handelen ten aanzien van de eigen beroepsontwikkeling (o.a. het herkennen en benoemen van lacunes in de eigen competenties, gebruikt dit om op planmatige wijze het eigen handelen te verbeteren) (De Bruïne e.a., 2004).

Per leeftijdscategorie ziet de puntentelling van de competenties er als volgt uit:

Leeftijdsgroep 6 – 8 jaar:

Volgorde	Labels	Competenties	Punten
<b>1 - 9</b>	Materialen (13)	Orthodidactisch	9
<b>2 - 8</b>	Werkvorm (7)	Organisatorisch	8
	Kennis (7)	Reflectie en Ontw.	8
	Instructie (7)	Orthodidactisch	8
<b>3 - 7</b>	Betekenisvol (6)	Orthodidactisch	7
<b>4 - 6</b>	Interactie (5)	Interpersoonlijk	6
	Empowerment (5)	Orthopedagogisch	6
<b>5 - 5</b>	Onderwijsleermiddel (4)	Orthodidactisch	5
<b>6 - 4</b>	Attitude (3)	Orthopedagogisch	4
<b>7 - 3</b>	Differentiatie (2)	Orthodidactisch	3
	Rekenact. (2)	Orthodidactisch	3
	Oefenen (2)	Orthodidactisch	3
	Rol (2)	Orthopedagogisch	3
<b>8 - 2</b>	Vaardigheden (1)	Orthopedagogisch	2
<b>9 - 1</b>	Rekenniveau (-)	Orthodidactisch	1

Figuur 8. Matching labels en competenties bij de leeftijdsgroep 6 - 8 jaar.

In de leeftijdsgroep 6 – 8 jaar is de volgorde van de competenties: orthodidactisch (32 punten), orthopedagogisch (24 punten), organisatorisch (7 punten), reflectie en ontwikkeling (6 punten),interpersoonlijk (3 punten).

Leeftijdsgroep 9 – 10 jaar:

Volgorde	Labels	Competenties	Punten
<b>1 - 9</b>	Materialen (9)	Orthodidactisch	9
<b>2 - 8</b>	Instructie (8)	Orthodidactisch	8
	Betekenisvol (8)	Orthodidactisch	8
<b>3 - 7</b>	Empowerment (7)	Orthopedagogisch	7
<b>4 - 6</b>	Differentiatie (4)	Orthodidactisch	6
	Kennis (4)	Reflectie en ontw.	6
<b>5 - 5</b>	Oefenen (3)	Orthodidactisch	5
<b>6 - 4</b>	Werkvorm (2)	Orthodidactisch	4
	Onderwijsleermiddel (2)	Orthodidactisch	4
	Attitude (2)	Reflectie en ontw	4
<b>7 - 3</b>	Interactie (1)	Interpersoonlijk	3
	Rekenact. (1)	Orthodidactisch	3
	Rekenniveau (1)	Orthodidactisch	3
	Vaardigheden (1)	Orthopedagogisch	3
<b>8 - 2</b>	Rol (-)	Orthopedagogisch	2

Figuur 9. Matching labels en competenties leeftijdscategorie 9 - 10 jaar.

In de leeftijdsgroep 9 – 10 jaar is de volgorde van de competenties: orthodidactisch (32 punten), orthopedagogisch (24 punten), organisatorisch (7 punten), reflectie en ontwikkeling (6 punten) en interpersoonlijk (3 punten).

Leeftijdsgroep 11 – 12 jaar:

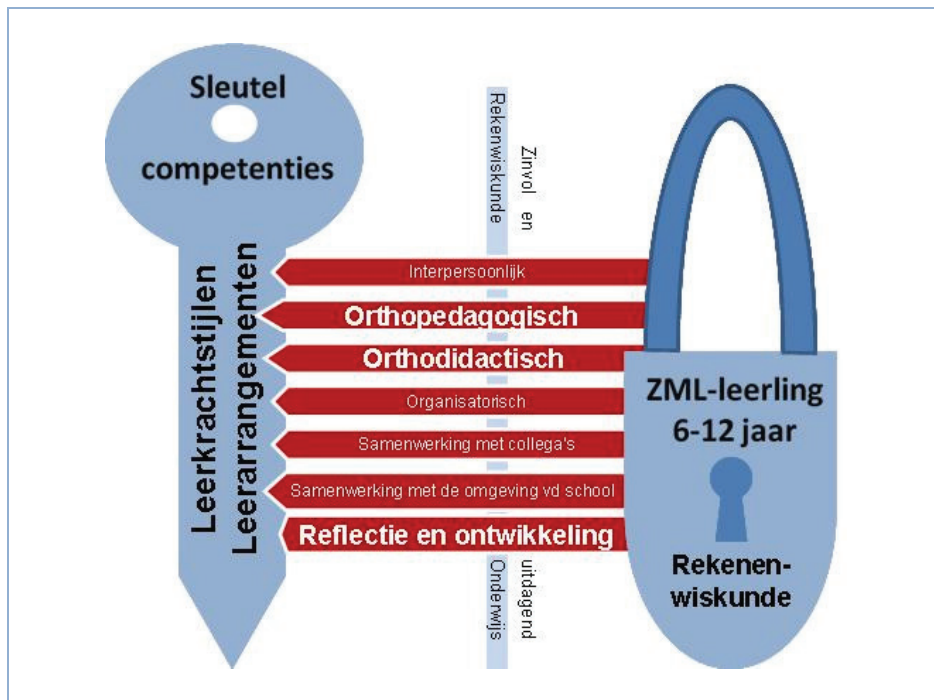
Volgorde	Leeftijdsgroep 9 - 10	Competenties	Punten
<b>1 - 9</b>	Materialen (9)	Orthodidactisch	9
<b>2 - 8</b>	Instructie (8)	Orthodidactisch	8
	Betekenisvol (8)	Orthodidactisch	8
<b>3 - 7</b>	Empowerment (7)	Orthopedagogisch	7
<b>4 - 6</b>	Differentiatie (4)	Orthodidactisch	6
	Kennis (4)	Reflectie en ontw.	6
<b>5 - 5</b>	Oefenen (3)	Orthodidactisch	5
<b>6 - 4</b>	Werkvorm (2)	Orthodidactisch	4
	Onderwijsleermiddel (2)	Orthodidactisch	4
	Attitude (2)	Reflectie en ontw	4
<b>7 - 3</b>	Interactie (1)	Interpersoonlijk	3
	Rekenact. (1)	Orthodidactisch	3
	Rekenniveau (1)	Orthodidactisch	3
	Vaardigheden (1)	Orthopedagogisch	3
<b>8 - 2</b>	Rol (-)	Orthopedagogisch	2

Figuur 10. Matching labels en competenties leeftijdsgroep 11 – 12 jaar.

Het totaaloverzicht van de competenties bij de leeftijdsgroep 6 – 12 jaar is: orthodidactisch (111 punten), orthopedagogisch (51 punten), reflectie en ontwikkeling (24 punten), organisatorisch (15 punten) en interpersoonlijk (12 punten).

## Conclusie en aanbevelingen

Uit dit kleinschalig praktijkonderzoek komt naar voren, dat bij alle drie leeftijdsgroepen de orthopedagogische en orthodidactische competentie de belangrijkste leerkrachtcompetenties zijn als het gaat om effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij reken-wiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen in de leeftijd van 6 – 12 jaar. Dit zijn de zogenaamde sleutelcompetenties. Omdat in dit onderzoek de orthodidactische competentie aanmerkelijk frequenter voorkomt dan de orthopedagogische competentie, gaat in dit onderzoek de didactiek voor de pedagogiek bij het reken-wiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen in de leeftijd van 6 – 12 jaar. De interpersoonlijke en organisatorische competenties komen in dit onderzoek minder frequent voor, wellicht omdat deze competenties een meer faciliterende rol spelen bij de orthopedagogische en orthodidactische competentie. Want een ZML-leerkracht moet als persoon en als organisator goed functioneren, wil de orthopedagogische en orthodidactische competentie van de leerkracht zich kunnen ontwikkelen. Voor de inhoudelijke dimensie van de orthopedagogische en orthodidactische competentie speelt de competentie reflectie en ontwikkeling eveneens een faciliterende rol. Reflectie en ontwikkeling leveren een belangrijke bijdrage bij het nemen van belangrijke beslissingen en het toepassen van evidence-based interventies bij het rekenwiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen van 6 – 12 jaar. Bij de reflectie op het eigen handelen kan het model van problem-solving van de Response to Intervention notitie toegepast worden om zicht te krijgen op de rekenproblematiek van de ZML-leerling: heeft het plan gewerkt, wat is het probleem, wat gebeurt er en wat kunnen we er aan doen? Omdat de competentie van reflectie en ontwikkeling van belang is voor de voortgaande inhoudelijke orthopedagogische en orthodidactische competentie-ontwikkeling van de leerkracht, is dit de derde sleutelcompetentie (figuur 11).



Figuur 11. Sleutelcompetenties bij zinvol en uitdagend reken-wiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen van 6 – 12 jaar.

De bepaling van de sleutelcompetenties is gebaseerd op de match tussen de labels van de antwoorden van de leerkrachten en experts bij de effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen aan de ene kant en de indicatoren en deelcompetenties van de leerkrachtcompetenties aan de andere kant. Bij de effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen zijn vijftien labels gebruikt om de antwoorden van de leerkrachten en experts te labelen. De labels zijn gebruikt bij de voorbeelden, kenmerken en vormen van effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen bij rekenwiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen van 6 – 12 jaar. Overeenstemmend met de uitkomsten van dit praktijkonderzoek kan een initiële opleiding als de PABO (bij bijvoorbeeld bij de minor zorg) en een Masteropleiding als de Master SEN bij het opleiden van leerkrachten voor het reken-wiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen in de leeftijd van 6 – 12, zich richten op de orthopedagogische en orthodidactische competentie en de competentie reflectie en ontwikkeling. De concretisering van leerkrachtstijlen en leerarrangementen hierbij staat genoemd onder deelvraag 4.

De uitkomsten van dit kleinschalige praktijkonderzoek kennen echter ook beperkingen. Bij de effectieve leerkrachtstijlen en leerarrangementen zijn de meer technische reken-wiskundige aspecten minder aan bod gekomen. Bovendien gaat het om een kleinschalig kwalitatief praktijkonderzoek. Dit onderzoek kan echter wel aanknopingspunten bieden voor een groter empirisch onderzoek. Interessant is bijvoorbeeld om op basis van uitgebreide leerlingengegevens over reken-wiskundeprestaties, te onderzoeken wat de relatie is tussen de reken-wiskundeprestaties van de ZML-leerlingen en de leerkrachtstijlen en leerarrangementen van de leerkrachten. Als de leerkracht bij het reken-wiskundeonderwijs aan ZML-leerlingen maar het onderwerp van onderzoek blijft, want 'an effective teacher is the single most important school-related factor responsible for learning' (Grösser, 2007).

## Literatuur

Batsche, G., Elliott, J., Graden, J.L., Grimes, J., Kovaleski, J.F., Prasse, D., Reschly, D.J., Schrag, J. & Tilly III, W.D. (2006). *Response to Intervention*. Alexandria (US): National Association of State Directors of Special Education, Inc.

- Boelen, A. (2006). *De andere stroom*. Utrecht: LVC3/WEC-Raad.
- Boswinkel, N., Nelissen, J., Pelle, J. ter & Ligtendag, L. (2006). *Realistisch Rekenen, juist in het ZML*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Boswinkel, M. & Moerlands, F. (2003). Het topje van de ijsberg. *Nationale Rekendagen, een praktische terugblik*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Boswinkel, N., Ligtendag, L. & Pelle, J. ter. (2008). *Tussenrapportage Regenboogproject*. Geraadpleegd op 15 november, via <http://www.fi.uu.nl/rekenboog/>
- Bottge, B.A. (2001) Reconceptualizing mathematics problem solving for low achieving students. *Remedial and Special Education, 22(2)*, 102-112.
- Bruïne, E. de., Claassen, W. & Siemons, H. (2004). *Bekwaam & Speciaal*. Apeldoorn: Garant.
- Clijsen, A. & Verschuren, M. (2008). *Arrangement meten van inhoud*. 's-Hertogenbosch: KPC.
- Damen, L.H. & Cordang, M. (2007). *Het leren van de ZML*. Enschede: Stichting Leerplan Ontwikkeling.
- Darling-Hammond, I. (1997). *Doing what matters most: Investing in quality teaching*. New York: National Commission on Teaching and America's Future
- Goldman, S.R. & Hasselbring, T.S. (1997). Achieving Meaningful Mathematics Literacy for Students with Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 30(2)*, 198-208.
- Grösser, M. (2007). Effective teaching: linking teaching to learning functions. *South African Journal of Education, 27(1)*, 37-52.
- Harinck, F. (2006). *Basisprincipes praktijkonderzoek*. Apeldoorn: Garant.
- Hoeven, M.J.A. van der (2006). Besluit van 23 juni 2006, houdende wijziging van het Besluit leerlinggebonden financiering in verband met de vaststelling van criteria voor toelaatbaarheid van leerlingen tot het speciaal onderwijs. *Staatsblad van het Koninkrijk der Nederlanden, jaargang 2006, 327*, 1-22.
- Korthagen, F. (1998). Leren reflecteren, naar systematiek in het leren van je werk als docent. In: L. Fonderie-Tierie & J. Hendriksen (red), *Begeleiden van docenten*. Baarn: Nelissen.
- Migchelbrink, F. (2005). *Praktijkgericht onderzoek in zorg en welzijn*. Amsterdam: SWP.
- Nelissen, J., Boswinkel, N. & Goeij, E. de (2007). Realistisch reken-wiskundeonderwijs in het sbo (1). *Tijdschrift voor Orthopedagogiek, 46*, 321-331.
- Oers, B. van (2004). Daniel El'konin: ontwikkeling als sociaal-cultureel experiment. In W. Westerman & B. Van Oers (red.), *Ontwikkelingspsychologische visies*. Baarn: Bekadidact.
- Rodd, M. (2006). Commentary: Mathematics, Emotion and Special Needs. *Educational Studies in Mathematics, 63*, 227-234.
- Ruijsenaars, A.J.J.M., Luit, J.E.H. van & Lieshout, E.C.D.M van (2004). *Rekenproblemen en dyscalculie*. Rotterdam: Lemniscaat.

# **Van boek naar bank en wiki en verder. Het vastleggen van kennis over didactiek van reken-wiskundeonderwijs**

Ge Nielissen, Open Universiteit (Ruud de Moor Centrum); Vincent Jonker, Universiteit Utrecht (Freudenthal Instituut)

## **Samenvatting**

Elke docent wiskunde of leerkracht basisonderwijs heeft een eigen aanpak bij het lesgeven. Kennis over effectief onderwijzen wordt uit boeken gehaald, uit eigen lespraktijk, door gebruik te maken van de ervaring van collega's, en door scholing. Het internet is nog een relatief nieuw medium om kennis over lesgeven in op te slaan.

In Nederland wordt anno 2009 geprobeerd kennis over de didactiek van reken-wiskundeonderwijs te verzamelen op websites. Dit artikel geeft zicht op twee initiatieven (Kennisbank wiskunde en Wiki reken-wiskundeonderwijs). Beide initiatieven kunnen een rol spelen in de lerarenopleiding rekenen-wiskunde.

We bekijken eerst even het huidige boekgebruik in de opleidingen, daarna behandelen we beide web-initiatieven en kijken naar mogelijke verbindingen tussen boek, bank en wiki.

## **Boek**

Uit de enquête die in 2007 in het kader van het project ELWIER is afgenomen onder een kleine honderd lerarenopleiders rekenen/wiskunde (Jonker e.a., 2007) kwam duidelijk het beeld naar voren dat opleiders bij hun onderwijs veelvuldig gebruikmaken van boeken op het gebied van reken- en wiskundendidactiek. Enkele boeken die veel genoemd werden:

- PABO: Wiskunde en Didactiek (Goffree, 1994; TAL brochures)
- tweedegraadslerarenopleiding: Wiskundeonderwijs in de basisvorming (Lagerwerf, 2000; SLW-katernen)
- eerstegraadslerarenopleiding: Didactiek van de wiskunde (Van Dormolen, 1974)

Het boek is een effectieve manier om kennis aan te bieden en in de opleiding te gebruiken. Niet voor niets vragen opleiders om updates van de hierboven genoemde didactiekboeken, en wordt in het kader van ELWIER gewerkt aan onder andere een update van het boek van Van Dormolen.

De opleiders wiskunde gaven echter in dezelfde enquête uit 2007 aan ook naar nieuwe (toe te voegen) mogelijkheden te zoeken:

- PABO: overzicht leerlijnen; praktischer TAL-boeken (meer zelfverklarend). Met toelichtend videomateriaal;
- tweedegraads: bijvoorbeeld informatie over competentiegericht opleiden en informatie over de nieuwe didactische inzichten voor de onderbouw van het vo;
- eerstegraads: materialen die door studenten gebruikt/verwerkt kunnen worden.

Bij deze mogelijkheden kan nog steeds goed gebruik worden gemaakt van het boek, maar is het goed te onderzoeken wat nieuwe (digitale) toevoegingen zouden kunnen betekenen.

Achtereenvolgens staan we stil bij een initiatief van de Open Universiteit voor het opzetten van een kennisbank (zie o.a. Staal 2006) en een initiatief van het Freudenthal Instituut voor het opzetten van een wiki voor reken-wiskundeonderwijs.



## Bank

In 2004 is het Ruud de Moor Centrum (RdMC) van de Open Universiteit Nederland gestart met de ontwikkeling van een kennisbank wiskunde voor docenten in het voortgezet onderwijs en dan met name de onderbouw van het VMBO. Leraren en studenten van lerarenopleidingen moeten in deze digitale kennisbank informatie over het wiskundeonderwijs kunnen vinden op het moment dat daar bij het uitoefenen van de onderwijstaak behoefte aan is.

De kennisbank bestaat uit

- vakinhoudelijke onderwerpen met informatie 'dicht op het boek'
- vakdidactische thema's.

Bij de vakinhoudelijke onderwerpen geeft de kennisbank doelen, vereiste voorkennis, instaproblemen, werkvormen, mogelijkheden voor het gebruik van ICT en evaluatievragen. Het gaat hierbij om informatie die direct kan worden gebruikt voor het voorbereiden van een les.

De vakdidactische thema's zijn wat meer beschouwend van opzet, maar ook bij deze thema's is het streven om zo dicht mogelijk bij de dagelijkse lespraktijk van de leraar te blijven. Voorbeelden van deze thema's zijn de vernieuwing van de onderbouw van het VMBO, het voorbereiden van een lessenreeks en werkvormen.

De eerste experimenten met de kennisbank zijn uitgevoerd bij de Educatieve Hogeschool van Amsterdam (EHvA) in 2005. De introductie van het competentie gericht opleiden had tot gevolg dat er een behoefte ontstond aan het op afstand beschikbaar hebben van vakdidactische informatie. Het RdMC heeft de mentor van een groep studenten van de EHvA gevraagd om mee te werken aan de invulling van een aantal onderwerpen voor de kennisbank.

Naast kleine aanpassingen aan het ontwerp van de kennisbank heeft dit experiment nog een ander belangrijk gegeven opgeleverd. Studenten van de lerarenopleiding gaan niet vanzelf gebruik maken van de bank als ze de internetverwijzing naar de kennisbank tot hun beschikking hebben. Ook in latere experimenten bij andere opleidingen bleek dat er pas gebruik wordt gemaakt van de kennisbank als deze goed is ingebed in het curriculum. Dat wil zeggen dat er een introductie nodig is waarin de werking van de bank wordt gedemonstreerd en dat vervolgens in opdrachten het gebruik wordt gestimuleerd.

In het door het RdMC en ELWIER in 2008 uitgevoerde onderzoek naar het toepassen van vakdidactiek in de stage speelt de kennisbank een belangrijke rol en is de inbedding in de opleiding gegarandeerd. Inmiddels wordt de kennisbank op de meeste opleidingen gebruikt en wordt er in samenwerking met SLO en NVORWO gewerkt aan een kennisbank rekenen voor het primair onderwijs<sup>15</sup>. In het kader van de discussie over de doorlopende leerlijnen (Meijerink, 2008) is besloten om de kennisbank rekenen te koppelen aan de kennisbank wiskunde en bij de diverse onderwerpen en thema's aandacht te besteden aan de doorlopende rekenlijnen.

## Wiki

Wiki – een website met 'weetjes' die door bezoekers aangepast kunnen worden – is vooral bekend geworden door het grote succes van de online encyclopedie Wikipedia. Het succes (het vele gebruik en de redelijke betrouwbaarheid) gaat gepaard met een gezonde dosis twijfel of een encyclopedie zonder zorgvuldige eindredactie betrouwbaar kan zijn. In 2007 verschenen enkele vergelijkende studies tussen papieren encyclopedieën (zoals de Britannica) en Wikipedia en opvallend genoeg lijkt de betrouwbaarheid niet sterk uiteen te lopen. Wel heeft Wikipedia meer last van vandalisme.

Voor onderwijsdoeleinden wordt op dit moment volop geëxperimenteerd met het inzetten van wiki (Cress, 2008; Forte, 2006; Slotta 2008). Daarbij wordt onder andere gekeken of groepen studenten samen kennis kunnen verzamelen op wiki-pagina's tijdens hun opleiding. Lastig punt bij het bouwen van wiki-pagina's blijft dat het zich over het algemeen beperkt tot één auteur, ondanks alle discussiemogelijkheden. Slechts in het geval van hele grote wiki-initiatieven (zoals Wikipedia)

---

<sup>15</sup> <http://www.kennisbankrekenen.nl>

worden kennispagina's door meerdere auteurs gemodereerd. Zo wordt de Engelse Wikipedia over het algemeen beter gewaardeerd dan bijvoorbeeld de Nederlandstalige Wikipedia. Dit heeft zeer waarschijnlijk te maken met de grotere groep van 'meeschrijvers' in het geval van de Engelse versie, waardoor de kwaliteit beter gewaarborgd kan worden.

Voor wiskundeonderwijs specifiek zijn nog niet veel wiki-initiatieven bekend. Een groter initiatief komt uit Engeland en heet Mathemapedia (van de NCETM<sup>16</sup>). Sinds 2006 wordt hier gewerkt aan een opzet om feitenkennis over de didactiek van wiskundeonderwijs te verzamelen in een wiki-vorm. Inmiddels is een verzameling van ongeveer vierhonderd artikelen ontstaan, makkelijk te doorzoeken door onder andere gebruik te maken van categorieën als concepts, constructs, curriculum, didactics, obstacles, pedagogy en professional development. Speciale workshops voor wiskundedocenten zorgen er voor dat pagina's worden aangevuld met concreet lesmateriaal.

Het Freudenthal Instituut is eind 2006 gestart met een experimentele wiki voor reken-wiskundeonderwijs. Al enige tijd was voor interne communicatie ervaring opgedaan met een wiki voor de medewerkers van het instituut, en het leek in het kader van het ELWIER-project interessant om deze experimentele wiki verder uit te breiden met specifieke informatie over de didactiek van reken-wiskundeonderwijs.



De wiki beperkt zich met nadruk tot de didactiek van rekenen en wiskunde. Voor het verstrekken van informatie over de wetenschappelijke discipline wiskunde zijn voldoende andere bronnen. Ook een vraagbaak voor wiskundig-inhoudelijke vragen is in het Nederlandse taalgebied al aanwezig<sup>17</sup>.

## Artikelen en categorieën



Een wiki is zo opgebouwd dat per webpagina één begrip of definitie wordt gegeven. Lange pagina's met meerdere definities worden niet goed gelezen op computerschermen, en het voordeel is ook dat zoekmachines beter resultaat opleveren als per pagina maar één definitie wordt gegeven. Dergelijke pagina's binnen een wiki worden een artikel genoemd.

<sup>16</sup> <http://www.ncetm.org.uk/>

<sup>17</sup> WisFaq, [www.wisfaq.nl](http://www.wisfaq.nl)

Vervolgens kunnen deze artikelen ook weer samengenomen worden door ze in categorieën in te delen. Dit verhoogt de terugvindbaarheid als iemand gericht verder gaat met een zoekopdracht. Dan is het prettig dat gerelateerde artikelen in verzamelpagina's bij elkaar staan.

## Gebruiksgegevens

Om een antwoord te krijgen op deze vraag bewandelen we twee wegen: tellen van bezoekersaantallen per maand en het houden van een online enquête met enkele vragen over de wiki. Eerst kijken we naar de bezoekersaantallen. Uit deze statistieken zien we de seizoensinvloed en een lichte stijging in het aantal bezoekers.

De online wiki-enquête ging open op 5 juni 2008 en werd gesloten op 12 augustus 2008. In die periode is er 1980 keer gekeken naar de enquête. De enquête zelf werd 24 keer ingevuld, dat is een tegenvallend aantal. We inventariseren de antwoorden op een zestal vragen. De getallen achter de antwoordalternatieven geven aan waarvoor gekozen is.

Vraag 1 - Hoe zou u zichzelf als gebruiker van deze wiki willen typeren?

- Toevallige passant (bijv. doordat Google u hier brengt) - 6
- Docent voortgezet onderwijs (wiskunde) - 3
- Docent PABO (wiskunde) - 8
- Docent lerarenopleiding (wiskunde) - 4
- Student PABO - 1
- Niet ingevuld - 2

Vraag 2 - Wat was de reden om deze wiki te zoeken?

- Om iets te weten te komen over reken-wiskundeonderwijs - 10
- Ter voorbereiding van mijn lessen - 1
- Anders, nl. - 9 (reacties o.a.: 'begrippen, links, instellingen vinden', 'oefeningen van wiskunde')
- Niet ingevuld - 4

Vraag 3 - Waar zocht u precies naar?

- Pentomino
- Instellingen die zich met het opleiden van leraren bezighouden
- diverse: dll, gecijferdheid, ELWIER
- naar oefeningen van wiskunde voor het 1ste jaar ASO
- interactie om een kennisobject voor de opleiding te maken
- blikwisselingen binnen de wiskunde
- reconstructiedidactiek
- Kangoeroe
- digitaal toetsen (middelbare school)

Vraag 4 - Heeft u gevonden wat u zocht?

- Ja - 8
- Nee - 6

Vraag 5 - Hoe vaak heeft u deze wiki al bezocht?

- Eerste keer - 13
- 2-5 keer - 1
- 6-50 keer - 6
- Meer dan 50 keer - 0

Vraag 6 - Heeft u suggesties voor de wiki?

- Onderzoeken waar potentiële gebruikers behoefte aan hebben
- Meer publiciteit aan geven
- Zet bij de uitleg misschien wat oefeningen
- Als bronnen ook artikelen vermelden

- Meer voorbeelden
- Doe zo verder!
- Nee, de opzet is uitstekend

## Vervolgstappen wiki reken-wiskunde onderwijs

In het seizoen 2008-2009 wordt geprobeerd om samen met opleiders (zowel van de PABO als van de lerarenopleidingen) de pagina's te verbeteren en te voorzien van (verwijzingen naar) concreet lesmateriaal. Wellicht is het mogelijk ook studenten van PABO's en lerarenopleidingen te betrekken bij het inrichten van de pagina's, en is het ook mogelijk dat de wiki gebruikt kan worden bij de professionalisering van de zittende docent. Er wordt onder andere aan een beroepsregister voor wiskunde docenten gedacht door de nvvw<sup>18</sup> en dan zou het een interessant idee kunnen zijn om docenten te betrekken bij het verder vullen van de wiki. Verder zal een start gemaakt worden met een Engelstalige variant van de wiki om ook internationale bezoekers de gelegenheid te geven bijdragen te leveren. Verder wordt onderzocht of de pagina's minder anoniem gemaakt kunnen worden (zie bijvoorbeeld de ontwikkeling van Google Knol bij 'Nieuwe ontwikkelingen').

## Nieuwe ontwikkelingen

De kennisbank en de wiki reken-wiskundeonderwijs zijn het product van hun tijd. Ze zullen spoedig (binnen enkele jaren) evolueren richting beter bruikbare kennisleveranciers voor de didactiek van reken-wiskundeonderwijs.

De ontwikkeling van het internet (ook wel de ontwikkeling van Web 2.0) voorziet in meer mogelijkheden voor eigen inbreng van gebruikers. Tevens zal het gebruik van multimedia de komende jaren verder vereenvoudigd worden. In dit verband willen we enkele nieuwe ontwikkelingen noemen: Google Knol en Wikia Search.

Het RdMC is al geruime tijd bezig om de gebruikers van producten te betrekken bij de verdere ontwikkeling. Bij de kennisbanken wiskunde en rekenen gebeurt dat op verschillende manieren. Het RdMC zorgt samen met de partners voor een initiële invulling van de bank. Gebruikers kunnen daarop reageren en ze kunnen ook een bezoekersbijdrage aan de bank koppelen waar anderen dan weer op kunnen reageren. In de praktijk levert de eerste optie spontane reacties op, maar de tweede optie wordt vrijwel uitsluitend gebruikt door studenten van lerarenopleidingen die daartoe nadrukkelijk worden aangespoord.

Naarmate het gebruik van de bank toenam werd er vanuit de opleidingen steeds vaker materiaal aangeleverd dat ze op de eigen opleiding al gebruikten en nu graag zagen opgenomen in de bank. Met name de wat meer algemene vakdidactische thema's zijn op deze manier tot stand gekomen. Daarnaast worden er steeds nieuwe projecten en experimenten rond de kennisbank uitgevoerd en die vereisen soms ook de uitwerking van één of meer thema's voor de kennisbank.

Nieuwe ontwikkelingen worden vaak enthousiast verwelkomd door een voorhoede van intensieve internetgebruikers, maar het duurt dan nog vrij lang voordat 'het gewone volk' om is. Het werken in virtuele communities is zeker nog niet ingeburgerd en het is op dit moment dan ook nog een illusie om te denken dat zoiets als een kennisbank wiskunde volledig via de inzet van gebruikers zou kunnen voortbestaan.

## Google Knol

De ongeschreven regel van Google lijkt te zijn dat alles wat op het web goed werkt wordt opgekocht of nagebootst. Het kon dus niet uitblijven dat Google zich zou richten op het succes van Wikipedia. Onder de naam 'Google Knol' ('weetjes') is er in 2008 gestart met een website. Het concept is dat elke pagina door slechts één auteur wordt geschreven en niet door anderen bewerkt kan worden. Op deze wijze kunnen er meerdere artikelen over hetzelfde onderwerp ontstaan. Wat wel

---

<sup>18</sup> <http://www.nvww.nl>

interessant is, is dat men de goede dingen van Wikipedia wil overnemen, en de minder goede (bijvoorbeeld het relatief anonieme karakter van de auteurs van een wiki, wat soms door lezers als hinderlijk wordt ervaren) er uit laat. Dit zou kunnen betekenen dat Google Knol een betere uitgangspositie voor verdere groei kan krijgen. Intussen is de discussie bij Wikipedia opgeleaid om wat betreft 'gecontroleerd wijzigen' meer mogelijkheden in te bouwen. Deze ontwikkelingen zullen zeker tot betere produkten leiden.

## Wikia Search

Vanuit één van de oprichters van Wikipedia komt december 2007 het initiatief om een 'open-source' zoekmachine aan te bieden, waar gebruikers meer grip hebben op het zoekgedrag van de zoekmachine dan thans het geval is bij bijvoorbeeld Google search. De gedachte-switch die dan nodig is bij content-aanbieders is dat het onmogelijk is om een goede verzameling kennis (over bijvoorbeeld reken-wiskundeonderwijs) aan te leggen en dat het veel meer zin heeft om een gebruiker van het internet (een student van een lerarenopleiding) een betere zoek-tool in handen te geven. De huidige Google zoekmachine is natuurlijk heel indrukwekkend, maar lijdt wel onder advertenties en de onduidelijkheid waarom bepaalde zoekresultaten hoger uitkomen dan andere. Wikia Search stelt centraal dat de gebruiker zelf in staat is om een eigen zoekmachine te 'dresseren'. In het kort komt het er op neer dat de gebruiker bij elke zoekactie zelf kan aangeven welk resultaat het beste bij hem of haar past (door middel van annotatie en beoordeling), en zodoende een zoekmachine ontwikkelt die het beste bij het eigen zoekgedrag past.

## Verwijzingen

- Google Knol, <http://knol.google.com>
- Wiki reken-wiskunde onderwijs, <http://www.fi.uu.nl/wiki>
- Wikia Search, [http://search.wikia.com/wiki/Search\\_Wikia](http://search.wikia.com/wiki/Search_Wikia)
- WisFaq, <http://www.wisfaq.nl>
- WiVa, <http://www.nvww.nl> (zie bij werkgroepen: beroepsregister)
- Kennisbank wiskunde, <http://www.kennisbankwiskunde.nl>
- Kennisbank rekenen, <http://www.kennisbankrekenen.nl>

## Literatuur

- Cress, U., & Kimmerle, J. (2008). A systemic and cognitive view on collaborative knowledge building with wikis. *Computer-Supported Collaborative Learning*, 3(2), 105-122.
- Dormolen, J. van (1974). *Didactiek van de wiskunde*. Utrecht: Oosthoek's Uitgeversmaatschappij.
- Forte, A., & Bruckman, A. (2006). *From wikipedia to the classroom: exploring online publication and learning*. Paper presented at the ICLS, Bloomington, Indiana.
- Goffree, F. (1994). *Wiskunde en didactiek*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Jonker, V., Keijzer, R., & Wijers, M. (2007). De lerarenopleiding bevroegd. *Euclides*, 82(7), 267-270.
- Lagerwerf, B. (2000). *Wiskundeonderwijs in de basisvorming. Een didactische ruggesteun voor wiskundedocenten*. Utrecht: APS.
- Otten, M. & Hoven, G. van den (2008). *Werken aan kwaliteit. Projectplan kennisbasis. Fase 1: 2008-2009*. (2008). Den Haag: HBO-raad.
- Slotta, J., Forte, A., Gaydos, M., Bruckman, A., Clarke, J., Hoadley, C., et al. (2008). *Learning and Research in the Web 2 Era: New Opportunities for Research*. Paper presented at the International Conference of the Learning Sciences, Utrecht, the Netherlands.
- Staal, H. (2006). *De Kennisbank Wiskunde en competentiegericht opleiden van wiskundeleraren. Verslag van een samenwerking tussen de Educatieve Hogeschool van Amsterdam en het Ruud de Moor Centrum*. Heerlen: Open Universiteit.

# Handboek Vakdidactiek Wiskunde

Anne van Streun, Rijksuniversiteit Groningen

## Samenvatting

Binnen de groep van universitaire wiskundededidactici bestaat al enige jaren de behoefte om de bestaande wetenschappelijke kennis over het leren en onderwijzen van wiskunde te ordenen en samen te vatten in een handboek voor leraren en leraren in opleiding. Het boek *Wiskundededidactiek* van Joop van Dormolen (1974) is daarbij vaak als voorbeeld genoemd. Op dit moment is de bedoelde wetenschappelijke kennis her en der verspreid over tal van artikelen en slecht toegankelijk voor leraren. De discussie over de mogelijke inhoud convergeerde uiteindelijk naar een opzet, die tot doel heeft om de wiskundeleraar voldoende gereedschap en kennis mee te geven om adequaat een *ontwerp* voor het eigen onderwijs te maken. Adequaat, gegeven de eigen doelen, de leerlingenpopulatie en het leerstofgebied. Deze keuze voor het ondersteunen van het ontwerpen van het eigen onderwijs, dus baas boven boek, houdt in dat wiskundeleraren (in opleiding) daaraan overzicht, inspiratie en argumentatie kunnen ontleen.

Het *Handboek Vakdidactiek Wiskunde* is een gemeenschappelijke productie van alle universitaire wiskundededidactici en enkele anderen. In eerste instantie is het bestemd voor wiskundeleraren die les geven in HAVO- vwo (onderbouw en bovenbouw), terwijl de meer algemene katernen (over leren en onderwijzen, ICT, toetsing) een breder bereik hebben. Niet iedereen schrijft mee, maar iedereen doet wel mee aan de besprekingen van teksten en aan het becommentariëren van het voorliggende materiaal. Elk katern kent één of twee hoofdauteurs.

## Inhoud

Het Handboek is opgebouwd uit katernen (hoofdstukken, onderwerpen) die vanuit verschillende invalshoeken een leergebied belichten, zodat wiskundeleraren (i.o.) daar het nodige aan kunnen ontleen voor hun professionalisering. De verschillende katernen worden onafhankelijk van elkaar geproduceerd en kunnen los van elkaar worden gebruikt. Op dit moment zijn de volgende katernen in een eerste versie gebruiksklaar en terug te vinden op de website van ELWIER. Het accent ligt voor de meer specifieke leerstofkaternen op de leerlijnen in HAVO- vwo.

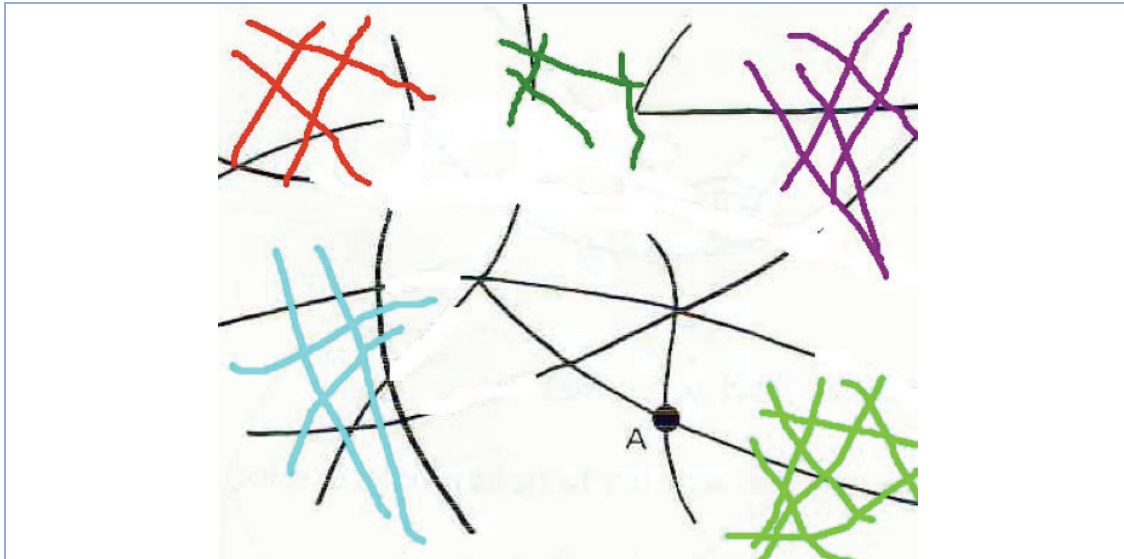
Het zijn: *Leren en Onderwijzen van Wiskunde*, *Vergelijkingen vergelijken*, *Afgeleide in breed perspectief*, *Van knoppen naar kennis*, *Statistiek*, *Modelleren*, terwijl de katernen *Meetkunde*, *Verbanden en Functies*, *Toetsing* in ontwikkeling zijn. In 2008-2009 wordt in de lerarenopleidingen en workshops voor leraren ervaring opgedaan met het gebruik van deze teksten, waarna een revisie plaats vindt op basis van een gerichte evaluatie.

## Leren en Onderwijzen van Wiskunde

Het katern 0: *Leren en onderwijzen van wiskunde* (auteur Anne van Streun) vormt het gemeenschappelijke fundament van de reeks. In de meer toegespitste katernen wordt voor de algemene theoretische onderbouwing terugverwezen naar katern 0, terwijl omgekeerd in katern 0 voor een uitwerking van de theorie op een bepaald deelgebied wordt doorverwezen naar een ander katern. Een centraal thema is de relatie tussen de theorie (in het Handboek samengevat in katern 0) en de consequenties van die theorie voor het praktisch handelen, zoals uitgewerkt in de verschillende katernen. Als voorbeeld nemen we de manier waarop onze kennis in het langetermijngeheugen is opgeslagen en beschikbaar is. In onderzoeken waarin kennis van experts en nieuwelingen wordt vergeleken, blijkt steeds weer dat experts een beter *overzicht* hebben over het geheel van concepten en aanpakken die voor een probleem relevant zijn. Experts in een vakgebied beschikken over een *cognitief schema* met een sterke *samenhang* tussen concepten, onderlinge

relaties, representaties en procedures om deze informatie te gebruiken bij het oplossen van problemen. Ze zijn daardoor sneller in staat problemen in hun vakgebied of daaraan gerelateerde problemen te herkennen en op te lossen.

In het onderwijs komen we vaak een contraproductieve strategie tegen, namelijk het opsplitsen van leerstof in hapklare brokken. Dat heeft wel succes op korte termijn, de eerstvolgende toets, maar leidt tot het opslaan in het langetermijngeheugen van onsamenhangende schema's.



Wat is het alternatief? Uit de verschillende katernen komen in deze bijdrage wat mogelijke antwoorden op die vraag naar voren. Wegens ruimtegebrek laten we de talloze voorbeelden uit de katernen weg en beperken we ons tot in woorden omschreven constatering en conclusies. In elk katern wordt ingegaan op de vraag hoe de verschillende soorten doelen: *Weten dat*, *Weten hoe*, *Weten waarom*, *Weten over weten*, *Houding* kunnen worden bereikt.

## Vergelijkingen vergelijken

De vraag die in dit katern (auteurs Peter Kop en Paul Drijvers) centraal staat, luidt: Wat is een effectieve en efficiënte didactiek voor het leren en onderhouden van algebraïsche vaardigheden? Wat kunnen we, terugkijkend, als antwoorden formuleren? Allereerst is gesteld dat algebra belangrijk is en blijft. De gestelde vraag is dus zeker relevant. Vervolgens is aan de hand van fouten die leerlingen maken een aantal didactische aandachtspunten voor het algebraonderwijs in het algemeen gedestilleerd:

- de dualiteit proces – object
- visuele kenmerken van expressies en explicitering van rekenregels
- basisvaardigheid en symbol sense
- de betekenis van algebraïsche expressies
- het oefenen van vaardigheden
- de ontwikkeling van schema's.

Als docent kan het dus nuttig zijn om bij de voorbereiding van onderwijs in de algebra na te gaan of en op welke manier deze punten van belang zijn. Hoe zie je het proces- en objectkarakter terug, en wat wordt van leerlingen op dit punt verwacht? Welke cues of afleiders springen in het oog bij de expressies of formules die aan de orde komen? Om welke vaardigheden, maar ook om welke inzichten en beelden gaat het? Hoe kunnen de algebraïsche objecten en procedures betekenis hebben voor de leerlingen, wat kunnen leerlingen er zich bij voorstellen? Hoe gaan we de

vaardigheden onderhouden en wat zijn daarvoor geschikte oefeningen? Welke schema's zijn vruchtbaar voor de leerling om te ontwikkelen en hoe bouwen we deze op?

Bij wijze van voorbeeld zijn deze vragen in dit katern uitgewerkt voor het onderwerp vergelijkingen. Aangegeven is op welke manier de vragen kunnen worden beantwoord en tot welk didactisch ontwerp dit kan leiden. Bij het ontwerpen hebben we vooral gebruik gemaakt van het besef dat het ontwikkelen van cognitieve schema's expliciet doel van het onderwijs is. Om deze ontwikkeling te ondersteunen, kan het in samenspraak met leerlingen structuren van het domein zinvol zijn. Het idee is dat een dergelijke structurering leerlingen helpt van hoger standpunt naar vergelijkingen te kijken, zodat sprake is van verticaal mathematiseren: het oplossen van vergelijkingen is op een hoger niveau object van studie geworden. Als het idee van het structureren een statisch beeld van de beoogde mentale schema's oproept, is dat niet terecht. Algebraïsche schema's kenmerken zich ook door wendbaarheid, door het vermogen flexibel te switchen tussen concrete betekenis en abstract manipuleren, tussen globaal en lokaal kijken, tussen proces en object, tussen impliciete en expliciete regels, en tussen verschillende strategieën.

Behalve aan het ontwikkelen van schema's rond het onderwerp vergelijkingen is ook gewezen op het belang van variatie in oefeningen, die aanleiding zijn voor de ontwikkeling van zowel routine in basistechnieken als betekenisvolle beelden en strategieën die deel uitmaken van symbol sense. Het zou niet goed zijn het één ten opzichte van het andere te verwaarlozen. Dat neemt niet weg dat er in de praktijk een didactische spanning bestaat tussen het uitvoeren van algebraïsche bewerkingen 'op de automatische piloot' en het inzichtelijk werken. Freudenthal beschrijft het gevaar van te grote nadruk op automatiseren als volgt:

I have observed, not only with other people but also with myself (...) that sources of insight can be clogged by automatism. One finally masters an activity so perfectly that the question of how and why is not asked any more, cannot be asked any more, and is not even understood any more as a meaningful and relevant question.

Daar staat tegenover dat een gebrek aan routine ervoor zorgt dat eenvoudige bewerkingen het werkgeheugen overmatig belasten, waardoor er te weinig ruimte overblijft om grotere problemen aan te pakken. Te veel nadruk op routine leidt echter tot een 'automatische piloot' die wendbaarheid of zicht op alternatieve methoden in de weg staat; het eigen denken stopt en wordt niet meer gebruikt in nieuwe situaties.

Het is onze overtuiging dat de zes genoemde aandachtspunten niet alleen van belang zijn bij onderwijs in het oplossen van vergelijkingen, maar ook bij andere onderwerpen uit de algebra. Ook dan kan expliciete structurering de mentale schemaontwikkeling ondersteunen. Zo kan bijvoorbeeld bij het ontwikkelen van een schema voor het werken met functies en hun representaties een structuur met overgangen tussen verbale representatie, tabel, grafiek en formule een papieren weerslag zijn waaraan veel aspecten van het mentale schema kunnen worden opgehangen. Ook bij andere onderwerpen uit het algebraïsche curriculum is de balans tussen vaardigheden en inzicht delicaat. De voornaamste conclusie van dit katern is dan ook dat inzicht in de zes genoemde factoren de docent kan helpen bij de ontwikkeling van een effectieve en efficiënte didactiek voor het leren en onderhouden van algebraïsche vaardigheden. Misschien is het nog wel sterker: een didactiek die deze factoren verwaarloost, zal minder effectief en efficiënt zijn.

## De afgeleide in breed perspectief

Centraal in dit katern (auteurs Joke Daemen en Gerrit Roorda) staan de vragen:

1. Wat moet de leerling leren over de afgeleide? Om welke feiten, procedures en concepten gaat het ons in het wiskundeonderwijs over de afgeleide?
2. Wat is er moeilijk aan het onderwerp?
3. Hoe kun je dit onderwerp het beste onderwijzen?

Onze reactie op deze probleemstelling is:



1. Het concept afgeleide is erg breed, met verschillende representaties, met verschillende niveaus, wiskundig en in toepassingen, notaties die erbij horen, algebraïsche vaardigheid in het berekenen van afgeleides en de taal die gebezigd wordt. Al deze facetten zijn in één schema weergegeven. Hoewel het per doelgroep verschilt wat een leerling van dit schema moet leren, gebruiken we dit schema als uitgangspunt. Daarbij vinden wij (de auteurs) het belangrijk dat er altijd vanuit het brede perspectief beredeneerd wordt wat een leerling moet leren, dus niet op basis van een smalle interpretatie van het concept afgeleide. Vooral de stap van niveau 2 naar niveau 3 is van een hoog abstractieniveau. De strengheid van het behandelen van de limietovergang, van het differentiequotiënt naar het differentiaalquotiënt, is afhankelijk van de doelgroep. Voor leerlingen waar de nadruk ligt op het kunnen toepassen van het concept afgeleide, zal er veel nadruk liggen op de grafische benadering. Voor leerlingen uit de exacte profielen zal het uiteindelijk toch gaan om de beheersing van de analytische representatie, maar daarbij moet er toch overzicht blijven over het gehele concept, met de verschillende representaties en niveaus en in verschillende contexten.

2. Leerlingen zien in eerste instantie stukjes van een groot geheel van het concept afgeleide. De meeste studenten zien wel de stukjes, maar niet het geheel. Michelle Zandieh beschrijft dat leerlingen die hetzelfde onderwijs genieten, toch verschillende routes volgen om uiteindelijk tot begrip te komen, waarbij er wel verschil is in het uiteindelijke overzicht over het concept. Maar langzamerhand moet het overzicht over het geheel groeien. Daarbij zijn heel wat hobbels te nemen. Objecten leren hanteren, maar ook de onderliggende processen kennen, overgangen tussen representaties, de relaties tussen de theorie van wiskunde en de toepassingen in andere vakken. Daarnaast moet er aandacht zijn voor de vele verschijningsvormen in woorden en taal die gebezigd worden binnen de diverse toepassingen van aan de afgeleide verbonden concepten.

3. In dit katern vinden we een aantal aanwijzingen voor het onderwijs over de afgeleide. Er bestaat natuurlijk geen eenduidig antwoord op de vraag hoe je differentiaalrekening moet onderwijzen. Wat wel duidelijk wordt, is dat eenzijdige nadruk op bepaalde aspecten van het concept (bijvoorbeeld de rekenregels, of de limietdefinitie) tot gevolg heeft dat het overzicht over het gehele concept verloren kan gaan.

## Modelleren

In de probleemstelling hebben we (auteurs van dit katern: Jeroen Spandaw en Bert Zwaneveld) de volgende drie vragen geformuleerd:

1. Waarom moet modelleren door de leerlingen geleerd worden?
2. Wat is er moeilijk aan modelleren?
3. Welke kennis, vaardigheden en attitudes van leerlingen en docenten zijn noodzakelijk om modelleeronderwijs in te richten?

Op basis van het voorafgaande komen we tot de volgende antwoorden.

1. Modelleren moet leiden tot enerzijds een beter inzicht in de (on)mogelijkheden van wiskunde, hetgeen de opvattingen van leerlingen over wiskunde alleen maar ten goede kan komen, en anderzijds tot beter verankerde wiskundige kennis die flexibeler ingezet kan worden.
2. Docenten en leerlingen zijn niet gewend zelf wiskundige beschrijvingen bij probleemsituaties te maken. Als je aan modelleren begint, moet je je ervan bewust zijn dat dit een zeer complexe zaak is waarin niet-wiskundige aspecten een essentiële rol spelen. Ondanks de in dit katern genoemde praktijktips, zullen toetsing en begeleiding van open modelleeropdrachten door de docent lastig en tijdrovend blijven.
3. Opvattingen over de relatie tussen wiskunde en de werkelijkheid moeten eventueel worden bijgesteld. Leerlingen en docenten kunnen echter houvast ontnemen aan de besproken modelleercyclus. Om de modelleercyclus voor de leerlingen hanteerbaar te maken, zal de docent zelf over voldoende modelleerervaring moeten beschikken. Dat betekent dat hij of zij zelf een goed inzicht in de (on)mogelijkheden van het modelleren moet hebben.

Bij het ontwerpen van modelleeronderwijs zal hij naast de kortetermijndoelen (de modelleercyclus en het hanteren daarvan bij het aanpakken van problemen) ook de lange termijn niet uit het oog mogen verliezen. We denken hierbij in het bijzonder aan het begrip van de doelen en beperkingen van modelleren en de rol van wiskunde hierbij.

Om deze doelen te bereiken, is het noodzakelijk om leerlingen gedurende hun gehele schoolloopbaan met enige regelmaat modelleerproblemen voor te leggen en zo alle stappen van de modelleercyclus de revue te laten passeren. De docent moet hierbij geschikte problemen kiezen, de verschillende activiteiten van de modelleercyclus aan de orde stellen, de benodigde domeinkennis verschaffen, de leerlingen het proces laten monitoren, de inzet van ict en de toetsing goed plannen en voor de leerlingen expliciteren.

## Van knoppen naar kennis

Net als katern 0 heeft dit katern over ict en wiskunde (auteurs Paul Drijvers en Bert Zwaneveld) sterke verbindingen met andere katernen. De vraag die in dit katern centraal staat, luidt:

*Wat kan ict-gebruik toevoegen aan het wiskundeonderwijs en hoe kan de docent dit potentieel benutten?*

De conclusies ten aanzien van het *Wat* zijn dat ict een aantal relevante wiskundige functionaliteiten biedt, die kunnen worden ingezet als gereedschap, voor oefening en voor begripsvorming. Bij dat laatste kunnen belangrijke troeven zoals visualisatie, exploratie en dynamiek worden uitgespeeld. Onderzoeksresultaten met betrekking tot het gebruik van ict in de wiskundeles suggereren dat het 'use to learn' en het 'learn to use' in praktijk moeilijk te scheiden zijn, omdat de ontwikkeling van de technieken voor het gebruik van ict bij wiskunde veelal gelijk op gaat met die van de mentale schema's die leerlingen daarbij nodig hebben. Mits aan de transfer voldoende aandacht wordt besteed, zullen ook pen-en-papier vaardigheden hierdoor toenemen.

De belangrijkste conclusie ten aanzien van het hoe is dat de inzet van ict een goede didactische doordenking vooraf vraagt en een zorgvuldige begeleiding in de les. De docent moet zich de doelen en kansen van het ict-gebruik goed bewust zijn, want elk ict-middel heeft eigen mogelijkheden en beperkingen:

*Tools matter: they stand between the user and the phenomenon to be modelled, and shape activity structures.*

Via individuele en klassikale interacties kan de docent de rol van ict in het leren orkestreren.

Afwisseling van werkvormen en van ict met bord of pen-en-papier wordt aangeraden. Notaties en technieken kunnen worden vergeleken. De kracht en de zwakte van ict kan onderwerp van reflectie zijn. Op dergelijke didactisch verantwoorde manier kan de inpassing van ict een motiverende en eigentijdse bijdragen leveren aan het leren van de leerlingen.

In de andere katernen wordt op dit katern aangehaakt. Zo staat in het katern over differentiëren bijvoorbeeld de volgende opdracht:

In het ict-katern *Van knoppen naar kennis* wordt een onderscheid gemaakt in een drietal didactische functies van ict in het wiskundeonderwijs: die van uitvoerder, die van oefenomgeving, en die van leermiddel bij begripsontwikkeling.

Op het internet (bijv. de site van de digitale school) staan diverse mogelijkheden voor het gebruik van ict ter ondersteuning van het leren van de afgeleide. Ga na bij elk van deze toepassingen wat de didactische functie van de ict-toepassing kan zijn en hoe je deze dan uitwerkt op klassenniveau.

## Statistiek: Rekenen aan en redeneren met data

Om een indruk te geven van de indeling van alle katernen volgt hier de inhoudsopgave van het katern Statistiek (auteurs Lidy Wesker en Anne van Streun).

- 1 Oriëntatie
  - 1.1 Statistiek in dit katern
  - 1.2 Statistiek, een vak apart
  - 1.3 Statistiekonderwijs
2. Probleemstelling
3. Probleemverkenning
  - 3.1 Misvattingen en misleidende conclusies
  - 3.2 Beschrijvende statistiek
  - 3.3 Datasets gebruiken
  - 3.4 Mathematische statistiek
4. Wat we al weten over statistiekonderwijs
  - 4.1 Beschrijvende statistiek
  - 4.2 Mathematische statistiek
  - 4.3 Uitvoeren 'statistisch' onderzoek
5. Ontwerpen

De Oriëntatie en Probleemverkenning zijn veelal breed opgezet om het gehele gebied kort te schetsen aan de hand van voorbeelden. Daarna concentreert de tekst van het katern zich op een deelgebied om aan de hand daarvan de bredere problematiek te illustreren. Het uiteindelijke doel is dat de leraar (in opleiding) voldoende aanknopingspunten en argumenten heeft ontmoet om het eigen onderwijs op kwalitatief goed niveau te ontwerpen.

## Meetkunde: Vanouds tot de dag van vandaag

Een meetkundekatern (auteurs Nellie Verhoef en Anne van Streun; katern nog in ontwikkeling) kan natuurlijk niet zonder een historisch overzicht met de discussie over de plaats van meetkundeonderwijs:

1. De oorsprong van de Euclidische meetkunde.
2. De discussies in de 19<sup>e</sup> en 20<sup>e</sup> eeuw over het meetkundeonderwijs.
3. 'Weg met Euclides. De New Math.'
4. De meetkunde in de tweede fase HAVO- vwo.

Didactisch staat de ontwikkeling van meetkundige concepten centraal. Van Hiele legt de nadruk op niveaus in het redeneren en argumenten over meetkundige objecten. Karakteristiek voor de geleidelijke ontwikkeling (abstractieverhoging) is het afleiden van steeds weer nieuwe relaties en verbanden, het uitbreiden van het relatienet. Freudenthal benadrukt de kracht van slechts één paradigmatisch voorbeeld. Enerzijds is er sprake van een geleidelijk ontwikkelingsproces uitgaande van een rijke schakering aan contexten en oplossingsstrategieën, anderzijds zijn er ook situaties denkbaar waarbij de abstracties als vertrekpunt worden gekozen waarna aan de hand van paradigmatische, exemplarisch en gestileerd, voorbeelden het abstractieproces op gang komt. Freudenthal duidt dit verschil aan met de begrippen *comprehension (samenvoegen)* en *apprehension (oppakken)*.

Een ander belangrijk didactisch aspect is het leren oplossen van meetkundige problemen:

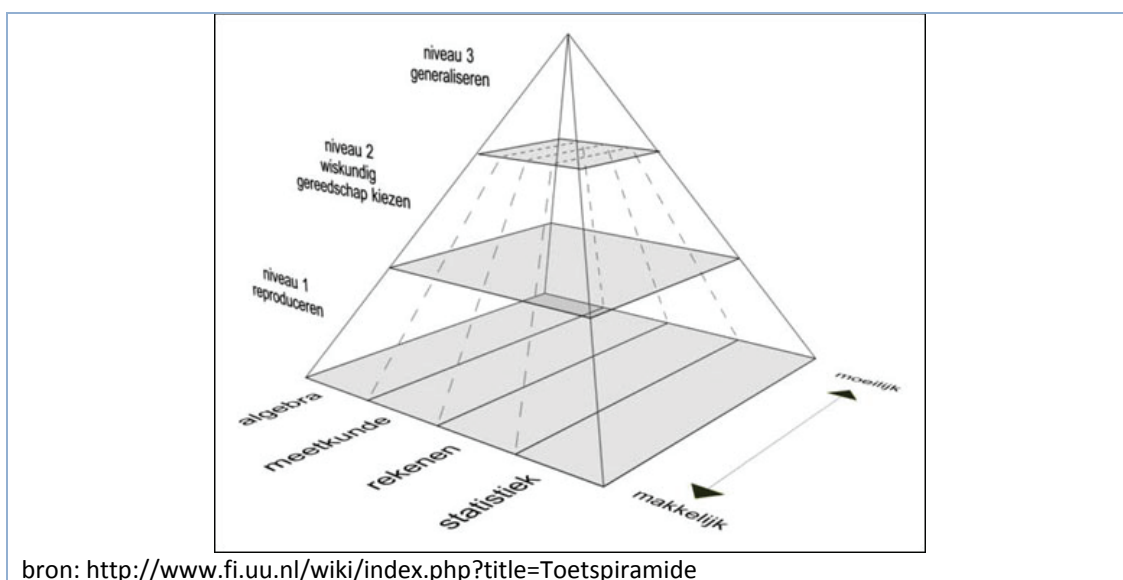
- Het exploreren van meetkundige relaties met behulp van software
- Bewijzen als denkmethode
- Een passende didactiek
- Verschillende bewijsmethoden.

In een speciale bijlage krijgt de lezer de gelegenheid om de eigen meetkundige kennis en vaardigheden te testen en op een goed beheersingsniveau te brengen.

## Toetsing

De bedoeling van dit katern (auteur Truus Dekker; katern nog in ontwikkeling) is om de aspecten van toetsing die in de andere katernen zijdelings aan de orde komen in een breed kader te plaatsen, zodat leraren (in opleiding) een goed gefundeerd kader in handen krijgen om toetsen te beoordelen en zelf toetsen te maken.

Een bespreking van verschillende vormen van toetsen, passend bij *Weten dat*, *Weten hoe*, *Weten waarom*, is op zijn plaats, evenals een schets van de grote internationale onderzoeken als TIMSS en PISA. Een nadere uitwerking van de bekende toetspiramide staat centraal.



## Verbanden en functies

De totale leerlijn wordt in dit katern (auteurs Peter Kop en Willem Hoekstra) geanalyseerd vanaf de verbanden tussen twee grootheden in de onderbouw via het gebruik van formules en functies bij andere vakken tot de geavanceerde wiskundige functies in de bovenbouw HAVO-VWO. Speciale aandacht is er voor de (onderliggende) leerproblemen zoals

- Procept
- Variabelen
- Notaties o.a. '='-teken
- Representaties koppelen
- Conventies
- Symbolische representatie, symbol sense
- Functies van meerdere variabelen en de representaties.

## Reflectie

De voortgaande professionalisering van eerstegraads leraren, waar dit project een bijdrage aan wil leveren, heeft als eerste opbrengst de voortgaande professionalisering van de betrokkenen, de universitaire wiskundendidactici. Anders dan bij het maken van een gewone bundel waarin iedere auteur het eigen ei legt, ging en gaat het hier om inhouden waar alle deelnemers mee aan de slag willen. Het streven naar consensus heeft geleid tot stevige discussies op hoog niveau, die door alle betrokkenen als waardevol en verrijkend zijn ervaren.

Dankzij ELWIER is de productie van de katernen in een versnelling gekomen, omdat de auteurs nu wat extra tijd tot hun beschikking kregen om te studeren en te schrijven. Zonder deze katalysator was

het gehele project waarschijnlijk niet eens van de grond gekomen. In 2008-2009 wordt ervaring met de voltooide katernen opgedaan en wordt op basis van de evaluaties de 'eindtekst' vastgesteld. Inmiddels is er belangstelling voor de inhoud van de katernen in een bredere kring. Niet alleen op verschillende deeltijd lerarenopleidingen voor de eerstegraads bevoegdheid gaat er met sommige katernen worden gewerkt, maar ook in het curriculum van tweedegraads lerarenopleidingen worden delen van katernen ingezet. Nu de basisteksten er liggen, is het goed voorstelbaar dat hiervan afgeleide versies komen voor andere doelgroepen.

Het gehele gebied van het wiskundeonderwijs overziend, is het voor mij duidelijk dat er een aantal katernen zou moeten komen over de didactische implicaties van het onderwijs in de wiskunde, als dat is ingebed in competentiegericht leren, bredere leergebieden en dergelijke. De relatie tussen het ontwikkelen en beheersen van wiskundige concepten/methoden en het benutten van die concepten/methoden in praktijksituaties is problematisch en vraagt nieuwe didactische strategieën. Een mooi project voor het vervolg van ELWIER, als dat er komt.

## Literatuur

Van Dormolen, J. (1974). *Didactiek van de wiskunde*. Utrecht: Oosthoek's Uitgeversmaatschappij.

# Minor Doorlopende Rekenlijnen PO-VO

Gé Nielissen, Open Universiteit (Ruud de Moor Centrum); Nathalie de Weerd, Christelijke Hogeschool Windesheim

## Samenvatting

Een aantal partners binnen ELWIER heeft naar aanleiding van de discussies over doorlopende leerlijnen in het rekenonderwijs besloten om samen een minor (bijvak) te ontwikkelen die zich richt op de overgang van PO naar VO. In het project zullen vooral de bouwstenen voor een dergelijke minor worden ontwikkeld met de bedoeling om deze digitaal en kosteloos aan de opleidingen ter beschikking te stellen. Met die bouwstenen kan elke opleiding een eigen invulling geven aan de minor. Studenten en leerkrachten verwerven door het volgen van deze minor vaardigheden en kennis om leerlingen voor het vak rekenen-wiskunde adequaat te begeleiden bij de overstap van het primair onderwijs naar het voortgezet onderwijs.

## Waarom een minor doorlopende rekenlijnen?

De Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen heeft in haar eindverslag (Meijerink, 2008) een reeks van aanbevelingen opgenomen om de kwaliteit van het onderwijs voor taal en rekenen te verbeteren. In het bijzonder had de expertgroep de opdracht om naar de overgang PO-VO te kijken en de doorlopende leerlijnen door middel van referentieniveaus in kaart te brengen. Dit heeft geleid tot een advies waarin voor de twaalfjarigen wordt gewerkt met de zogenaamde 1F- en 1S-niveaus. Daarbij staat het 1F-niveau voor het minimum dat beheerst zou moeten worden aan het eind van de basisschool, en het 1S-niveau is het niveau dat we nastreven voor leerlingen die gemiddeld of net bovengemiddeld scoren.

Voor een aantal zwakke rekenaars zal het halen van het 1F-niveau een moeilijke zaak zijn. Een aanzienlijk deel van de leerlingen die in de basisberoepsgerichte leerweg van het VMBO terecht komen haalt dit niveau niet. Aan de andere kant zouden goede leerlingen wat meer moeten doen dan het 1S-niveau vereist om zo beter te zijn voorbereid op de overgang naar HAVO of VWO. De expertgroep komt dan ook met de aanbeveling van een gedifferentieerde benadering van de verschillende groepen leerlingen om zo meer leerlingen op het 1S-niveau te krijgen.

De introductie van de referentieniveaus heeft grote gevolgen voor leerkrachten in het primair onderwijs, maar ook voor docenten in het voortgezet onderwijs. Leerkrachten in het primair onderwijs moeten voldoende zijn toegerust en ondersteund worden bij het streven om zoveel mogelijk leerlingen op het 1F- en 1S-niveau te krijgen. Ze zullen ook een beeld moeten hebben van hetgeen in het voortgezet onderwijs van de leerlingen verwacht kan worden. Op eenzelfde manier zullen docenten in het voortgezet onderwijs ook over de muur moeten kijken bij het basisonderwijs en ze zullen zich moeten verdiepen in de referentieniveaus.

Tijdens een discussie in de forumgroep van ELWIER werd in het voorjaar het idee geboren om een minor te ontwerpen die zich richt op de doorlopende leerlijnen van het rekenonderwijs. Deze minor zou dan zowel op de PABO's als op de tweedegraadslerarenopleidingen aangeboden kunnen worden. De studenten die de minor volgen gaan letterlijk over de drempels en zullen worden geconfronteerd met de vele aspecten van de overgang van het PO naar het VO.

## Uit welke onderdelen bestaat de minor?

Centraal in de minor staat een onderzoek dat de deelnemers uitvoeren waarbij de onderzoeksvragen te maken hebben met de doorlopende rekenlijnen PO-VO. Dit kan een onderwerp zijn zoals kommagetallen; hoe gaat men daarmee om in het PO en waarin verschilt dit van het gebruik van

kommagetallen in het vo? Maar ook onderwerpen zoals verhoudingen, breuken en procenten verschillen in didactische aanpak. Ook meer algemene onderwerpen zoals het werken met hoogbegaafde kinderen in groep 7 en 8 en in het vo kunnen in de minor worden opgenomen. Naast dit onderzoek zal de minor bestaan uit een stage waarbij PABO-studenten worden geconfronteerd met de wiskundelessen in het voortgezet onderwijs en studenten van de tweedegraads opleidingen wiskunde kennis maken met de manier waarop het rekenen in het po wordt gegeven. In dit onderdeel van de minor kunnen deelnemers uit de verschillende doelgroepen ook aan elkaar gekoppeld worden. Deze opzet leidt er ook toe dat de vo-student met de bovenbouwleerkracht over het advies voor vervolgonderwijs kan spreken, en dat de po-student met de mentor van het eerste jaar de begeleiding van de leerlingen kan bespreken. Om de stages en de onderzoeksopdracht te laten slagen zal de minor ook een meer theoretisch blok bevatten waarin achtergronden rond de doorlopende leerlijnen rekenen/wiskunde aan bod komen en waarin men leert hoe zo'n onderzoek moet worden opgezet en uitgevoerd. Een voorbeeld van een invulling voor het theoretische blok zijn colleges waarin vo-studenten leren hoe men rekent maar ook wat men leert op de basisschool. De student moet immers begrijpen hoe zijn leerlingen in het vo aan de analyses bij wiskundige onderwerpen komen. Voor po-studenten kan het opstellen van een advies voor vervolgonderwijs voor de leerling uit de bovenbouw een onderwerp van studie zijn. In het vo zijn immers vele verschillende niveaus aanwezig. Het is belangrijk dat een leerkracht in het po weet welke onderwerpen van zijn stof belangrijk zijn voor het vo. Hoe wordt het in de verschillende niveaus aangeboden? Welke verschillende leerinhouden zijn te herkennen? Welke onderdelen uit het vo kan ik nu op een andere manier aanbieden? Hierbij kan gedacht worden aan het gebruik van de zakrekenmachine.

## Het uitvoeringstraject

Naar aanleiding van bovenstaande overwegingen is er door een aantal partners van ELWIER een projectgroep gevormd die belast is met de uitvoering van de beschreven ideeën. In het project dat van start gaat op 1 januari 2009 zijn enkele activiteiten gedefinieerd die elk door een werkgroep worden uitgevoerd.

### 1 Bouwstenen verzamelen

Deze werkgroep heeft de praktische taak om een lijst met bouwstenen te produceren die in de minor kunnen worden opgenomen. Het is de bedoeling dat daarbij zoveel mogelijk gebruik wordt gemaakt van bestaande materialen.

### 2 Voorbereiden en uitvoeren van pilots

In de tweede helft van 2009 zullen de eerste pilots van start gaan waarin studenten van lerarenopleidingen de minor gaan volgen. De voorbereidingen en de uitvoering van de experimenten zullen nauwkeurig worden gevolgd. De informatie die zo wordt verkregen is natuurlijk van belang voor het (evaluatie)onderzoek, en daarnaast moet er ook een implementatieplan uit worden afgeleid voor opleidingen die na 2009 met deze minor aan de slag willen.

### 3 Website

Er komt een website voor de gebruikers van deze minor. Via de website zullen uiteraard de bronnen worden aangeboden. De website zal ook een belangrijke rol spelen in de communicatie met en tussen de gebruikers. Hoe dat eruit gaat zien is in dit stadium nog niet exact aan te geven. Het hangt natuurlijk in belangrijke mate af van de wensen die door de opleidingen bij de projectgroep worden ingebracht.

Te denken valt aan een uploadfunctie waarmee opleidingen zelf nieuwe bronnen kunnen inbrengen, een reactieformulier waarmee op alle onderdelen van de minor kan worden gereageerd. Een ander idee dat onderzocht wordt is het inrichten van een plek waar onderzoeksverslagen van studenten een plek kunnen krijgen. Als de verslagen gekoppeld worden aan begrippen uit het aandachtsgebied

van de doorlopende rekenlijnen kunnen andere studenten bekijken wat er al gedaan is en zich hierdoor laten inspireren bij het formuleren van eigen onderzoeksvragen.

#### 4 Onderzoeksactiviteiten

Aan de ontwikkeling en implementatie van de minor doorlopende rekenlijnen PO-VO worden ook enkele onderzoeksactiviteiten gekoppeld. Het onderzoek zal zich richten op leerprocessen van studenten in heterogene groepen (PABO – tweedegraads) in relatie tot de minor. Bij toespitsingen van de onderzoeksvragen zal onder meer gekeken worden naar de uitkomsten van de door ELWIER gehouden enquête onder opleiders.

Een voor de hand liggende vraag in dit kader is hoe de minor de ontwikkeling van kennis en vaardigheden faciliteert bij deelnemende studenten ten aanzien van doorlopende leerlijnen van primair onderwijs naar voortgezet onderwijs.

Om hier enig inzicht in te krijgen wordt gekeken naar vragen als:

- Hoe wordt het leerproces van studenten bepaald door keuzen die gemaakt zijn door ontwikkelaars?
- Hoe wordt het leerproces van studenten bepaald door keuzen die opleidingen maken bij de uitvoering van de minor?
- Hoe wordt het leerproces van studenten bepaald door de mogelijkheid om in de praktijk aan onderzoeksvragen te werken?
- Hoe wordt het leerproces van studenten bepaald door voorkennis en voorgeschiedenis van studenten, met name ten aanzien van de gecijferdheid?

De looptijd van het onderzoek maakt dat het ontwerpen van een instrument om het leerproces van studenten te meten niet goed mogelijk is. Daarom wordt gekozen voor een vorm van case study onderzoek. Het ligt voor de hand om hierin enkele kenmerken van design research in te bouwen, zodat keuzen en overwegingen van ontwerpers in verband kunnen worden gebracht met geobserveerde ontwikkelingen.

Het ontwikkel- en onderzoekstraject loopt van 1 januari 2009 tot en met 31 december 2009. Vanaf dat moment moet de minor voor alle PABO's en tweedegraadsopleidingen beschikbaar komen. De bouwstenen van deze minor kunnen daarnaast een rol spelen bij professionaliseringstrajecten van leerkrachten in het basisonderwijs en docenten in het voortgezet onderwijs.

### Literatuur

Goffree, F. (1995). *Proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde en didactiek op de pabo*. Utrecht: Freudenthal instituut.

Jansen, J., Schoot, F. van der & Hemker, B. (2005). *PPON (periodieke peiling van het onderwijsniveau). Balans (32) van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. Arnhem: CITO Instituut voor toetsontwikkeling.

*Over de drempels met taal en rekenen. Eindrapportage van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (commissie Meijerink)*. (2008).

Staal, H. (2006). *De Kennisbank Wiskunde en competentiegericht opleiden van wiskundeleraren*. Verslag van een samenwerking tussen de Educatieve Hogeschool van Amsterdam en het Ruud de Moor Centrum. Heerlen: Open Universiteit.

*TAL - Meten en meetkunde bovenbouw*. (2007). Groningen: Wolters Noordhoff.

Treffers, A. & Moor, E. de (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het Reken-Wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 1: Overzicht Einddoelen*. Tilburg: Zwijssen.

Treffers, A. & Moor, E. de (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het Reken-Wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 2: Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijssen.



- Treffers, A. & Streefland, L. (1994). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool: Deel 3: Breuken*. Tilburg: Zwijsen.
- Treffers, A. Streefland, L. & Moor, E. de (1996). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 3b: Kommagetallen*. Tilburg: Zwijsen.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., Buys, K. & Treffers, A. (Eds.) (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen annex leerlijnen. Hele getallen bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters Noordhoff.

## Overige verwijzingen

- Digischool, [www.digischool.nl](http://www.digischool.nl)
- Kennisbank rekenen, [www.kennisbankrekenen.nl](http://www.kennisbankrekenen.nl)
- Kennisbank wiskunde, [www.kennisbankwiskunde.nl](http://www.kennisbankwiskunde.nl)
- Paborekenen, [www.paborekenen.nl](http://www.paborekenen.nl)
- Wiki reken-wiskunde onderwijs, <http://www.fi.uu.nl/wiki>
- WisWeb, <http://fi.uu.nl/wisweb>

# Verleiden in grenspraktijken: omgaan met percepties van senior wiskundeleraren

Frits Achterberg, Universiteit Utrecht (IVLOS); Monique Pijls, Universiteit van Amsterdam  
(Instituut voor de Lerarenopleiding)

## Samenvatting

Dit artikel gaat over de kunst van het *verleiden*, om met elkaar een band aan te gaan, voor korte of langere tijd, enigszins of alleszins. Dit artikel gaat ook over wiskundeonderwijs in het vo. In de inleiding schetsen we een beeld van de polemieken in de vakpers en de kranten over het wiskundeonderwijs. Wederzijdse verkettering, wederzijdse incompetenties worden aangevoerd. Dan komen twee ervaren senior wiskundedocenten aan het woord: over wat er niet goed gaat, wat hen bezielt en waarvan zij genieten in het wiskundeonderwijs. Ze laten zien dat zij hun leerlingen eigenlijk verleiden tot meedenken en mede betekenis geven aan hun wiskundeonderwijs. Beiden zijn oudere docenten, die de komende jaren het voortgezet onderwijs zullen domineren. Er is te weinig instroom van jonge docenten. Hoe komt er een einde aan de uitsluiting en wederzijdse verkettering, in een docentenveld wat in sterke mate bestaat uit oudere docenten die zowel bevlogen als kritisch zijn? Hoe komen we verder? En dan spreken we over de kunst van het verleiden, zoals Robert-Jan Simons heeft voorgesteld als aanpak bij een stagnerende verandering (zie ook Terlouw, 2008). En die verandering heeft geen vast eindpunt.

## Inleiding

Maaïke den Houting (2007) verbaasde zich in haar rekenonderwijs aan PABO-studenten erover dat deze zo weinig begrijpen van een opgave als  $(3\frac{1}{2} \cdot 17) + (28 \cdot 3\frac{1}{2})$ . Deze opdracht moeten ze met handig rekenen oplossen, maar studenten cijferen vooral. Welke verhalen kunnen bij deze som horen? Geleidelijk aan komen studenten met voorbeelden uit het leven: verf mengen, geld verdienen. De studenten leren betekenis te geven aan de getallen zodat ze ermee en erover kunnen redeneren. Dat hebben ze niet meegekregen in het voortgezet onderwijs. Ze hebben daar het rekenen afgeleerd. En Maaïke den Houting vraagt zich af wat zij als toenmalige wiskundedocente fout heeft gedaan. Ze beseft dat het onderwijs in wiskunde in het vo niet voortging op het onderwijs van de basisschool: daar werken ze heel anders met breuken dan via de staartdeling, procedures of handigheidjes (zie ook een artikel in Trouw, 30-04-2008). Wiskundedocenten in het vo zouden daarvan veel beter en dieper op de hoogte moeten zijn. De leraar en de leerling in het vo kennen elkaar niet goed! En op de PABO moet je heel anders rekenen dan in het vo, ervaren de studenten. "Je moet kennis hebben van getallen. Je moet de bewerkingen op verschillende niveaus beheersen en er juiste contexten of modellen bij kunnen vinden". En Den Houting pleit voor betekenis geven aan getallen en getalsrelaties, en leerlingen niet onderdompelen in handigheidjes en procedures, want zo komen ze nooit tot dieper inzicht. Rekenwerk moet weer betekenis krijgen.

Rond het wiskundeonderwijs woeden grote verschillen van mening. Een korte blik op de kranten geeft dat al weer. Chavannes, NRC 29-12-2007: "Als je babbelrekenkunde meet, scoren we goed. Maar dat wil nog niet zeggen dat Nederlandse kinderen kunnen rekenen". En hij vertelt over zijn zoontje dat moest leren schatten met de opdracht  $34 + 34$ , en het antwoord 60 gaf, waarop de juffrouw aangaf dat het misschien dichter bij 70 lag. "Maar ik moest toch schatten?" Als gokken mooier is dan rekenen, dan wordt schatten de reflex. "Als je ze leert een gooi te doen zonder vaste stramien te oefenen, dan blijven zelfs eenvoudige rekenhandelingen ongewisse avonturen". Zo stelt Chavannes zich op tegenover Den Houting. Moeten kinderen eerst begrijpen wat ze doen om

dan pas sommen te kunnen oefenen, of leren ze begrijpen door te oefenen: realisten tegenover cijferaaars. Deze discussie woedt in het NRC begin 2008. Verhoef meldt op 25-01-2008 dat realistisch rekenen is mislukt.

Dit voorbeeld geeft een kleine blik op de meningsverschillen over rekenonderwijs die er toe hebben geleid dat het beeld versterkt werd dat studenten op de PABO niet konden rekenen. Dat heeft te maken met een aansluitingsprobleem, stelt Den Houting, maar misschien ook met een onvoldoende niveau wat betreft abstract rekenen. In de politiek en in onderwijsland is men het oneens: nu eens overheerst de ene stroming, maar later keert de slinger terug: wiskundedocenten weer op een ander spoor. Wat te doen?

## Wiskundedocenten

In een uitgebreid interview met twee senior wiskundedocenten (Taco en Aernout) hebben wij gesproken over hun eigen ervaringen met de veranderingen en de organisatie van het wiskundeonderwijs in het vo. In eerste instantie komen er heel veel praktische problemen langs: secties krijgen geen uren meer, maar teams wel, dus vakinhoudelijke activiteiten moet de docent op eigen rekening doen, en teamoverstijgende activiteiten krijgen geld. Er is in de wiskundesectie weinig kennis van doorlopende leerlijnen; er is veel te weinig tijd om het vak goed te geven, en er speelt een personeelsprobleem: er is bijna geen instroom van wiskundedocenten op school!

Taco, de meest ervaren wiskundedocent, geeft aan dat meetkunde zo mooi is. De inhoud van een bol die precies in een cilinder past, kent een vaste verhouding ten opzichte van de inhoud van de cilinder:  $1 : 2$ . Dat is verbazingwekkend. Laten we samen eens hier naar kijken en bezien welke strategieën en perspectieven ons kunnen helpen dit raadsel betekenis te geven. *Dit soort opdrachten mag je de leerlingen niet ontnemen. Zij verlangen ook naar mooie opdrachten. Maar hoe krijgen we de jazz weer als ondergrond in het vak?* Zelfstandig werkende leerlingen komen hier niet aan toe. En ook veel docenten komen er niet aan toe. “Je komt niet toe aan de mooie opdrachten”, stelt zijn collega. “En er is zoveel: bijvoorbeeld Martin Kindt’s *Algebra off course*, 2004, van het Freudenthal Instituut uit Utrecht.”

Aernout: “De formulekaart volgen leerlingen zoals een kok een recept in een kookboek regel voor regel volgt. Ze kunnen er niet mee goochelen. De formules worden niet begrepen. Ze hebben geen betekenis voor veel leerlingen. Maar voor wie het anders wil doen, is er onvoldoende tijd beschikbaar. *De leerlingen willen meer tijd van de docent, en de docenten willen meer tijd voor hun leerlingen hebben.*”

Een ervaren, oudere docent: “Rekenen gaat goed tot de brugklas, juist ook dank zij verrassende methodes in het basisonderwijs. De hele wereld vindt nu dat er in het voortgezet onderwijs meer gerekend moet worden. Dus leerlingen krijgen nu heel veel extra werkbladen en er wordt meer dan ooit gerekend. Denk je nu echt dat leerlingen groeien door meer van hetzelfde te doen? Volgens mij voegt deze benadrukking van al dat oefenen niets toe. De gevoeligheid voor rekenen is bij deze kinderen al achter de rug”.

In de toekomst zullen, ook voor het vak wiskunde, senior docenten onmisbaar zijn. Dat is voorlopig geen probleem, behalve dan dat we weinig instroom van jonge en nieuwe docenten wiskunde hebben en dat de uitstroom uiteraard wel doorgaat. Senior docenten stimuleren om (langer) te blijven werken zal mogelijk helpen, maar daarna blijft de uitstroom omvangrijk.

Zoals gezegd, zijn er heel wat concrete en praktische problemen in het voortgezet onderwijs. We vragen de lezer nu om deze praktische hindernissen even te laten voor wat ze zijn en met ons mee te kijken naar zaken die misschien essentiëler zijn.

De basis van kennis en vaardigheden op vakinhoudelijk gebied is in de loop van een carrière stevig neergezet en regelmatig uitstekend te benutten door de docenten. Zij zijn experts in de traditionele didactische en vakinhoudelijke modellen. Daarin hebben ze al jaren doorgeleerd en daarbinnen hebben ze verbeteringen aangebracht. Daarmee hebben ze successen behaald. Dat is te danken aan routines, vaste stramien, sectieoverleg, rust op school, maar ook aan ontwikkeling binnen kaders. De traditionele docent heeft niet stil gestaan.

De veranderingen in het wiskundeonderwijs verstoren de traditionele, verworven vakexpertise. Juist door iets nieuws, een nieuw paradigma voor te stellen (wat beter zal gaan werken, zo is de verwachting) geven overheid, onderwijsopleiders, universiteiten een brevet van incompetentie af aan de traditioneel opgeleide docenten. Die verzetten zich tegen dat beeld, en werken niet van harte mee aan de vernieuwing. De stevige docenten met jaren ervaring worden verzwakt, afgeschreven en de school gaat dus steunpilaren missen. (zie Fullan, 2001).

Veranderingen zijn vaak van boven af opgelegd, en afgezien van goede bedoelingen over eigenaarschap: dat gaat aan het probleem voorbij. Vele oudere docenten, ook in het wiskundeonderwijs, willen helemaal niet eigenaar worden van de vernieuwde inhoud omdat ze het daarmee intellectueel en cultureel oneens zijn.

Er is dus sprake van diepe discrepanties binnen de school, de secties, teams. Oud versus nieuw, realistisch versus abstract, geïntegreerd wiskundebeeld in de onderbouw versus een verbrokkeld aanbod in de bovenbouw (wiskunde A t/m D), zelfstandig werkende leerlingen versus het volgen van de leraar. De tegenstellingen en kloven worden in vakbladen en de gewone pers alleen maar aangescherpt, wat in hoge mate de communicatie tussen betrokken partijen belemmert. Partijen worden eerder uiteen gedreven dan bijeen gebracht (zie bijvoorbeeld [www.ctwo.nl](http://www.ctwo.nl))

Senior docenten willen 'mooie dingen doen met hun leerlingen' om zo een diepere betekenis te geven aan bijzondere en wonderlijke regelmatigheid zoals ze die bijvoorbeeld kennen uit de algebra en de meetkunde. Daar laten docenten wiskunde bevologenheid zien; daar haken leerlingen aan, ook al vinden ze dergelijk enthousiasme in eerste instantie gek.

Senior docenten wiskunde willen ook meer tijd met hun leerlingen doorbrengen om hen te helpen de wiskunde te verwerven. "Geef ons vak terug, geef het vak aan de kinderen terug".

Deze zes punten vormen in hun kernen een reusachtig energiek op school. Ze leiden bij elkaar tot verbittering onder docenten, en tot niet eenduidige resultaten van de leerlingen.

## Een andere aanpak: verleiden

Hoe kunnen we mensen verleiden? Aan het woord is Robert-Jan Simons, wetenschappelijk directeur van het IVLOS (Achterberg, in voorbereiding). "Verleiden is mijn strategie bij dit soort dingen. Je verleidt mensen door ze in een veilige en een onverwachte situatie samen aan het werk te zetten. Ik gebruik voor zo'n situatie het woord 'grenspraktijk'. Een grenspraktijk is een situatie waarin mensen met verschillende perspectieven met elkaar aan de slag gaan. Wiskundedocenten van verschillende oriëntatie, docenten en opleiders, leerlingen en ouders gaan iets met elkaar doen wat deelnemende groepen belangrijk vinden en waar niet het etiket van wiskunde vernieuwing op staat. In een grenspraktijk gaan deelnemers iets doen, wat verschillende partijen leuk vinden. Spelen is een belangrijke vorm, gewoon dingen doen, aan de slag gaan. Niet praten maar doen. Belangrijk bij het verleiden is om de intentie een beetje verborgen te houden. Het is een klein beetje gedekt, geheimzinnig, maar het is ook een spel. Het is een combinatie van die twee elementen. De agenda geeft een andere indruk dan waar het eigenlijk naar toe kan gaan. En tegelijkertijd is het ook weer wel duidelijk."

Een voorbeeld van zo'n grenspraktijk waarin wiskundedocenten met kleine stapjes nieuwe mogelijkheden verkennen, zien we in het onderzoek van Dekker en Pijls uit 2008. Zij observeerden steeds een reguliere les van een docent en legden hem de vraag voor: "Hoe zou je de discussie

tussen leerlingen nu (nog meer) op gang kunnen brengen in jouw les?” Vervolgens kozen of ontwikkelden docenten een methode, bijvoorbeeld het bewust uitsluitend stimuleren van de samenwerking tussen leerlingen (procehulp) zoals in het voorbeeld Linda. Dit bleek niet gemakkelijk en had tegelijk grote gevolgen: leerlingen die eerder hun werk niet uitlegden, gingen dat nu wel doen. Kleine stapjes, grote veranderingen! In gang gezet door twee maal observeren en coachen door de onderzoeker/opleider. Eerst om docenten bewust te maken van de eigen praktijk en vervolgens om de uitnodiging naar een nieuwe praktijk te bevestigen.

Simons (Achterberg, in voorbereiding): “Een jongen probeert een meisje te verleiden. Dat meisje weet heel goed dat hij andere bedoelingen heeft, naast wat hij voorstelt te gaan doen. Maar dat zeggen beiden niet. De jongen zegt niet tegen het meisje: ik ga je nu verleiden. Wil je met me naar bed? Dat komt misschien later. Hij zegt: ‘Ga je mee naar de bioscoop?’ of ‘Zullen we gaan wandelen?’ Je weet allebei dat er iets anders achter zit, dat is ook leuk, maar je kunt er ook gemakkelijk weer onderuit. Want je kunt zeggen: ‘Ik ben dat helemaal niet van plan. Ik wil gewoon naar de bioscoop.’ Het is ook een vorm van veiligheid, je kunt daarmee aftasten of je elkaar echt wel leuk vindt. Je moet ook dingen ontdekken, in dat proces. Verleiden is ook *geleidelijkheid*. In gesprek zijn, samen dingen doen, elkaar leren kennen.”

We moeten op zoek naar activiteiten die aantrekkelijk zijn, voor de verschillende wiskundigen, docenten, opleiders, leerlingen en ouders. En soms ook voor de buitenstaanders. Buitenstaanders hebben hun rol. Dingen die in een school heel vanzelfsprekend lijken te zijn, zijn voor iemand buiten de school helemaal niet vanzelfsprekend. Als de docent Taco met zijn mooie meetkunde met leerlingen aan de slag gaat, gaat het hem niet om een cijfer ter beoordeling; het gaat zelfs niet om een direct didactisch resultaat. Het gaat om de verwondering van de merkwaardige gelijkvormigheden en verhoudingen en om samen te gaan snappen wat dat nou betekent. Het lijkt totaal vrijblijvend, maar dat is het helemaal niet, alleen zeggen we dat niet, maar hopen op dit bijkomende effect.

In de ‘grenspraktijk’ moeten de activiteiten worden georganiseerd, kunnen en mogen we met elkaar samenwerken, worden alle mensen erbij betrokken (zie ook Nelissen, 2003). Ook de schoolleiding en de schoolopleiders staan er achter, kijken mee, doen mee, stimuleren en faciliteren. De deelnemers in zo’n grensactiviteit gaan met elkaar aan de slag, stellen zich bepaalde vragen die ze interessant vinden en waar ze het met elkaar over willen hebben. En van daaruit komen ze wellicht op vragen waar je het eigenlijk met hen over wil gaan hebben. Als je met die vragen zou beginnen, dan wordt het niets, dan voelen docenten zich direct onder druk staan. Dus begin met vragen waar mensen zelf mee zitten, en vervolgens activiteiten toevoegen en ondernemen, zodat je hen verleidelijke scenario’s kan laten zien. Aan de slag. Verleiden is een wederzijds proces. Docenten worden verleid door te beginnen bij hun vak, en bij de ambities die zij voor dat vak hebben en de dingen waar ze tegen aan lopen in dat vak. In de verleidingsstrategie is belangrijk om dicht bij het vak van de docent te komen, hun beroepsidentiteit, hun ambachtelijkheid.

De kernverbetering in het wiskundeonderwijs zou zijn: verleid de deelnemers aan dat onderwijs, dichtbij in de klassen en secties, verderaf ook in de samenleving, op een interessante manier met elkaar in gesprek en in actie te komen, om zo via praktijken de meest geëigende vorm van onderwijs en toeigening van wiskunde tot stand te brengen, via grenspraktijken, niet via vernieuwingen van buiten de school, en evenmin via terugtochten naar de tradities.

## Kortom

### Probleem:

- De discussie over wiskundeonderwijs in het vo is fel, polemisch en elkaar uitsluitend.
- De opvattingen over wiskundeonderwijs volgen een slingerbeweging, heen en weer, alles of niets.

- De docenten wiskunde vo verouderen en zijn groot geworden in een traditionele onderwijsopvatting over wiskunde.
- Vernieuwingen hebben met name de oudere docenten onder druk gezet, hen een ervaring gegeven van culturele obsoletie en hebben hun kracht veranderd in zwakheid.

#### Dialogo:

- Oudere docenten wiskunde willen mooie vakonderdelen laten zien aan anderen, leerlingen, ouders, schoolleiders, om de liefde voor dat vak en de schoonheid van samen nadenken; daar ligt hun bevoegenheid. Dat kunnen ze in een grenspraktijk inbrengen.
- Verleiden in grenspraktijken helpt om een basis te scheppen om de mogelijkheden van een vak intensief te verkennen en betekenis te geven. Daarmee komen we tot een verbetering van de aanpak van het wiskundeonderwijs.

## Literatuur

Achterberg, F. (in voorbereiding). *Het jazzorkest speelt; over musici, dirigent, instrumenten en muziek*. Frits Achterberg, in gesprek met Robert-Jan Simons.

Dekker, R. & Pijls, M. (2008). *Wiskundig discussiëren in het vo: de rol van de docent. Over de muurtjes*. Utrecht: Freudenthal Instituut

Den Houting, M. (2007). Waar cijfers weer getallen zijn...*Euclides*, 82(6), 300-302.

Fullan, M. (2001). *The new Meaning of Educational Change*. London: Routledge, Palmer.

Nelissen, J. (2003). Opvattingen over innovatie en implementatie. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 21(4), 14-21.

Terlouw, B. (2008). Verandering van ons reken-wiskundeonderwijs begint bij de leerkracht. *Panama Post*, 27(2), 45-48.

-Dagbladen, zie tekst

# Wiva - Wiskundeleraar Vakbekwaam

Monica Wijers, Dédé de Haan, Flsme, Universiteit Utrecht

## Inleiding

Er is momenteel veel te doen over de leraar. Zo was er eind 2007 het advies 'Leerkracht!'<sup>19</sup>. Het lerarentekort is nog steeds zeer actueel, zeker voor wiskundeleraars. En daarnaast is er een start gemaakt met de discussie over een mogelijk beroepsregister voor alle docenten, naar aanleiding van het in werking treden van de wet BIO (beroepen in het onderwijs). De Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars (NVvW) heeft het initiatief naar zich toegetrokken om uit te zoeken wat een beroepsregister voor wiskundeleraars zou kunnen inhouden, onder andere op het gebied van professionalisering. Het totale traject van invoering van een beroepsregister zal enkele jaren in beslag nemen.

## WiVa

Het bestuur van de NVvW heeft de projectgroep Wiva ('Wiskundeleraar Vakbekwaamheden') samengesteld<sup>20</sup>, waarin ook SBL (Stichting Beroepskwaliteit Leraren) en het Freudenthal Instituut participeren. Doel is de ontwikkeling van beroepsstandaarden voor wiskundeleraars, evenals registratiecriteria voor opname in het lerarenregister en vakspecifieke eisen voor continue professionalisering.

## Waarom een lerarenregister?

OVERZICHT COMPETENTIES	MET LEERLINGEN	MET COLLEGA'S	MET OMGEVING	MET ZICHZELF
INTERPERSOONLIJK	1			
PEDAGOGISCH	2			
VAKINHOUDELIJK & DIDACTISCH	3	5	6	7
ORGANISATORISCH	4			

Voor dit referentiekader bestaat een breed draagvlak in en buiten het onderwijs. Met de definitie van de zeven onderscheiden lerarencompetenties kunnen de kenmerken van goed onderwijs vertaald worden naar de verantwoordelijkheden van de leraar.

Figuur 1. Overzicht competenties. Bron: SBL

Wat heb je eraan als je naam ergens op een lijst staat? Dat is ongeveer de eerste vraag van de meeste collega's die over dit lerarenregister horen. We leggen dan uit dat het niet zomaar een lijst is en dat je daar niet zomaar opkomt als je toevallig wiskundeles geeft. Al enige tijd vallen we onder de Wet BIO en daarmee is een aantal zaken geregeld dat nogal ingrijpt op het vroegere systeem van bevoegdheden. Een nieuwe regeling is dat het bevoegd gezag de bekwaamheid van de docent bepaalt; niet langer is een bevoegdheid noodzakelijk, wel bekwaamheid. Om die bekwaamheid aan te tonen, is het bevoegd gezag per 1 augustus 2007 wettelijk verplicht per docent een

<sup>19</sup> Leerkracht! Advies van de commissie leraren (onder voorzitterschap van Rinnooy Kan). September 2007. from [http://www.minocw.nl/documenten/rapport\\_leerkracht\\_2.pdf](http://www.minocw.nl/documenten/rapport_leerkracht_2.pdf)

<sup>20</sup> Projectgropleden zijn Marianne Lambriex (NVvW), Monica Wijers (FI, 2007-2008), Vincent Jonker (FI, 2007-2008), Natalie van der Veen (SBL, 2007-2008), Dédé de Haan (FI, 2008-2009) en Barbara van Amerom (2008-2009).

bekwaamheidsdossier te hebben. Veel managers zijn hier al mee bezig en storten de inmiddels bekende zeven competenties<sup>21</sup>, ontwikkeld door het SBL, over hun personeel uit. De nvvw stelt zich echter op het standpunt dat niet het bevoegd gezag alleen de bekwaamheid van de leraar kan bepalen, maar dat bij uitstek de beroepsgroep zelf de aangewezen instantie is om dit te kunnen. Leraren bepalen de bekwaamheden van leraren! Dat kan door middel van een register; dat geeft een garantie naar de buitenwereld, en kan inspireren tot kwaliteit.

## Nog meer vragen

Hoe dat lerarenregister eruit gaat zien, is dan de volgende vraag, en dan volgen er vlug meer: Wat zijn criteria voor registratie? Wie gaat het register beheren? Is er draagvlak onder leraren? Is er draagvlak onder schoolleiders? Wie profiteert ervan? Hoe ziet het er fysiek uit? Hoe wordt het administratief geregeld? Wat gaat het kosten? Wie gaat dat betalen? Wat zijn nadelen, risico's? Wat zijn de beroepsstandaarden? Hoort er een beroepscode bij? Enz. enz.

Om deze vragen te kunnen beantwoorden, participeert wiva in een samenwerkingsproject van het SBL met andere vakinhoudelijke verenigingen. Uit deze samenwerking zijn generieke beroepsstandaarden ontwikkeld die voor elke leraar gelden, en is gebleken dat er behoefte is aan meer vakspecifieke standaarden. Aan een gymdocent worden immers andere eisen gesteld dan aan een wiskundeleraar. De nvvw is voorloper, samen met de kvlo (leraren lichamelijke opvoeding) die al een register hebben, en Levende Talen die met het project bit<sup>22</sup> vooral de generieke standaarden vastlegt.

## Wat wordt er geregistreerd?

Veel beroepsgroepen hebben al een register; denk daarbij aan bijvoorbeeld artsen, notarissen en accountants. In dat rijtje horen ook leraren thuis; een register is echter nooit van de grond gekomen. Studie van die bekende registers wijst uit dat ze bestaan uit een opsomming van beroepsstandaarden, een beschrijving van de onderhoudsverplichting en een beroepscode. Zo gaat, zoals het er nu voorstaat, ook het lerarenregister eruit zien. Daarbij zijn de beroepsstandaarden, de aan leraren te stellen kwaliteitseisen, te formuleren als competenties; is de onderhoudsverplichting te lezen als bijscholing en professionalisering, en hoort een beroepscode onderschreven te worden. Er wordt gedacht over drie fasen in registratie:

1. Basisregister (ieder die een bevoegdheid behaald heeft)
2. Lerarenregister (periodes van vier jaar, aantoonbare groei van professionaliteit)
3. Expertregister.

## Pilot voorhoedegroep

In november 2008 start het projectteam wiva een pilot met een voorhoedegroep van docenten, goed gespreid over eerste en tweede graad. De pilot bevat de volgende onderdelen:

- inschrijven in het initieel register
- de overgang naar het beroepsregister vormgeven en maken
- instrumenten ontwikkelen voor bijvoorbeeld observaties, leerlingenquêtes en andere bewijsstukken
- criteria ontwikkelen voor erkenning van professionalisering, zowel in tijd (kwantiteit) als in kwaliteit.

<sup>21</sup> <http://www.lerarenweb.nl/bekwaamheid/matrix.swf>

<sup>22</sup> [www.levendetalen.nl](http://www.levendetalen.nl), klik daar op bit (Beroepsstandaarden en register in het Talenonderwijs)



## Wiva en de lerarenopleiding

De discussie over een beroepsregister voor docenten wiskunde behoort geënt te zijn op een gemeenschappelijk idee over een 'kennisbasis' die voor startende docenten noodzakelijk wordt geacht. In het kader van ELWIER is daarom de afstemming gezocht en gevonden tussen de ontwikkelgroep van wiva en de betrokken lerarenopleidingen.

Ook voor de PABO is de discussie over een kennisbasis die noodzakelijk geacht wordt voor de startende leerkracht op het gebied van de vakdidactiek rekenen-wiskunde nu actueel. Dat valt echter buiten de opdracht van wiva, maar zal door afstemming met Panama en NVORWO (o.a. in ELWIER-verband) ondersteund worden.

## Literatuur

- Jonker, V., Keijzer, R., & Wijers, M. (2007). De lerarenopleiding bevroegd. *Euclides*, 82(7), 267-270.
- Lambriex, M., Wijers, M., & Jonker, V. (2008). De zoektocht naar de wiskundige vakvaardigheden. *Euclides*, 83(6), 319-320.
- Staal, H. (2006). *De Kennisbank Wiskunde en competentiegericht opleiden van wiskundeleraren. Verslag van een samenwerking tussen de Educatieve Hogeschool van Amsterdam en het Ruud de Moor Centrum*. Heerlen: Open Universiteit.
- Wenger, E. (1998). Communities of Practice. Learning as a social system. *Systems Thinker*.

# Van rekenen naar algebra, doorgaande leerlijnen op de lerarenopleidingen

Frans Ballering, lerarenopleider wiskunde aan de Hogeschool Rotterdam (HRO); Hans Krabbendam, lerarenopleider wiskunde aan de Fontys Lerarenopleiding Tilburg (FLOT).  
Beiden zijn lid van de Samenwerkingsgroep Lerarenopleiders Wiskunde (SLW).

## Inleiding

In dit artikel proberen we met behulp van enkele voorbeelden te schetsen wat onze eerstejaars aan de tweedegraadslerarenopleiding wiskunde meebrengen aan bagage en wat we op het gebied van het rekenen daar nog verder aan doen.

We laten de voorbeelden voorafgaan door ongenueanceerde observaties om het probleem helder te introduceren. Daarmee schetsen we ogenschijnlijk een somber beeld van onze eerstejaars. Het is niet de bedoeling de aandacht te richten op het klagen over ons voortgezet onderwijs. We gaan liever uit van de gedachte dat een goede opleiding invloed heeft.

Tevens laten we aan de hand van enkele voorbeelden zien waarom we niet altijd blij zijn met de inhoud en didactiek van de rekenhoofdstukken in de schoolboeken voor wiskunde.

De rekendidactiek op de opleiding krijgt aandacht door het doorwerken van het boek 'Rekenen voor de lerarenopleiding'<sup>23</sup>, waar niet alleen het rekenen op de middelbare school maar ook de didactiek van de basisschool aan de orde komt, en de term realistisch wiskundeonderwijs inhoud moet krijgen.

We sluiten af met discussievragen.

## Een wiskundeleraar tweedegraads in opleiding

### Enkele karakteristieken

ook zij hebben weinig gerekend in het vo  
hun leraar zei meestal: mag dat?  
ze leerden vooral hoe het moest  
er werd niet gevraagd waarom.

Resultaat: grote onzekerheid ten aanzien van formele operaties met breuken; niet in staat tot concretiseren; onvoldoende getalbegrip; getallen zijn vooral om mee te rekenen; sinds groep 6 nooit meer een getallenlijn getekend.

Zomaar een vergelijking uit een eerstejaars les analyse:  $f'(t) = 2,4f(t)(1 - \frac{f(t)}{8})$ . Ik maak daarvan  $f'(t) = 0,3f(t)(8 - f(t))$  en de vraagtekens zijn niet van de lucht. De meest gestelde vraag: "Mag dat?"

Een noemer 8 vervangen door een teller  $\frac{1}{8}$ ? Een vergelijkbare reactie.

Maar wegstrepen kennen ze allemaal en kunnen ze ook allemaal. Er zijn studenten die ook geen moeite hebben met  $\frac{3a+4}{a} = 7$  maar de wat betere trappen alleen in die val bij  $\frac{3f(a)+4}{f(a)}$

(Waarom zegt niet allang iedereen: "wegdelen"?).

---

<sup>23</sup> Ballering F., e.a., 'Rekenen voor de lerarenopleiding', derde herziene druk, APS, Utrecht, 2008

Elke student pakt voor 24x58 zijn rekenmachine, dat is geen probleem. Maar uitgaan van de eigenschappen van getallen, zodat bijvoorbeeld 24x58 kan worden uitgerekend door 24x60-48? Dat komt echt niet aan.

Wat bijvoorbeeld te denken van een verdere 'uitwerking' van  $\sqrt{7}$  door een wiskundestudent:

$\sqrt{7} = \sqrt{4+3} = 2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ . Dit vraagt wel weer enige pas op de plaats.

Het zijn zomaar enkele voorbeelden die natuurlijk geen algemene geldigheid hebben, maar bedoeld zijn om aan te geven waar de zekerheden en onzekerheden van onze studenten zitten. Voor studenten met vooropleiding vwo geldt misschien dat de onzekerheden pas komen als er algebra in

het spel is, bijvoorbeeld bij het vervangen van een noemer  $n$  door  $\frac{1}{n}$ . Het zijn vaardigheden waar je

bij een cursus analyse toch af en toe graag snel een beroep op doet, om verder door te dringen in de materie of om een formule een handigere vorm te geven.

Bij lessen vakdidactiek valt al heel snel op dat denken over getallen iets is wat ze (opnieuw?) moeten leren. Dat de getallenlijn daarbij een fantastisch denkmodel is, behoort dus ook niet tot hun repertoire.

Dit gebrek aan inzicht in de getalstructuur en daarmee het gebrek aan wendbaarheid binnen die getallenwereld leidt stevast tot problemen die zorgen voor onbedoelde en onnodige hobbels in het leerproces van de student. Hobbels, die de student bovendien onzeker maken en hem/haar het gevoel geven niets te kunnen.

Als dit nog geen uitdaging voor opleiders is! Ze kunnen heel wat moeilijke wiskunde aan, maar op waaromvragen moeten ze nog leren antwoorden. Hoe veel breder kunnen wij hun kijk op wiskunde maken?

Dat er een analoog vermoeden is over de kennis van getallen bij de beginnende student op de PABO behoeft hier geen nadere onderbouwing, gezien de vooral ook in de pers breed uitgemeten discussie over het rekenniveau van die studentengroep. Veel meer aandacht voor het eigen niveau zou op de PABO prioriteit moeten hebben.

## Rekenen in het voortgezet onderwijs

### Enkele karakteristieken

de schoolboeken doen alsof leerlingen nog nooit van een breuk hebben gehoord

de leerlingen maken vooral sommen

de leraar alleen op afroep

de rekenmachine eerst.

In alle wiskundemethoden staan wel hoofdstukken rekenen. Er wordt daarin aandacht besteed aan breuken, decimale getallen, procenten, verhoudingen en verhoudingstabellen. Niet noodzakelijk in deze volgorde.

Bij het onderwerp breuken komen in een boek<sup>24</sup> voor vmbo-leerlingen de volgende opgaven voor. De eerste is de derde opgave in de paragraaf, nog voordat er enige theorie is geweest.

---

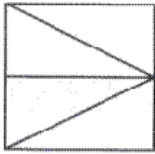
<sup>24</sup> De voorbeelden uit de schoolboeken komen allemaal uit: Reichard e.a., Getal en Ruimte 1 vmbo KGT, deel 1, EPN, Houten, 2007

- 32 Jaap koopt met zijn drie broers een dvd recorder. Ze betalen ieder evenveel.  
 a Welk deel betaalt ieder?  
 b Hoeveel euro betaalt Jaap?



De tweede opgave volgt op een stukje over een pizza en het gebruik van de woorden teller, noemer en breuk.

34 **werkboek**  
 Het vierkant is verdeeld in vier gelijke stukken.  
 Kleur  $\frac{3}{4}$  deel rood.



35 **werkboek**

Beide opdrachten gaan eraan voorbij dat leerlingen op de basisschool vanaf groep 6 in die zin al wel met breuken hebben leren omgaan. Natuurlijk, ze zijn daarvan weer veel vergeten, maar bij een context met vier mensen om een breuk vragen of een aantal stukjes laten kleuren betekent dat je ze degradeert tot eenvoudigweg het tellen van stukjes, terwijl we ze toch graag willen laten nadenken over breuken.

Hieronder een stukje theorie over afronden.

**Afronden**

<p>Bij 0,72864 heb je vijf decimalen.          Bij het afronden op twee decimalen kijk je naar de derde decimaal.          0,72864 is afgerond 0,73.</p> <p style="text-align: center;">↑                    ↑</p> <p>derde decimaal    tweede decimaal          5 of meer        wordt 1 meer</p>	<p>Bij 2,356 heb je drie decimalen.          Bij afronden op een geheel getal kijk je naar de eerste decimaal.          2,356 is afgerond 2.</p> <p style="text-align: center;">↑                    ↑</p> <p>eerste decimaal    geheel getal          minder dan 5        verandert niet</p>
--	---

**Bij het afronden kijk je naar de eerste decimaal die je weglaat.**

- Is die decimaal een 5 of hoger? Dan wordt het cijfer ervoor 1 hoger.
- Is die decimaal kleiner dan 5? Dan verandert het cijfer ervoor niet.

De getallenlijn ontbreekt geheel; afronden is een technische procedure, een algoritme waar de waaromvraag niet gesteld kan worden. Dat model van die getallenlijn is hier juist zo toepasbaar, omdat het af te ronden getal visueel geplaatst kan worden ten opzichte van mogelijke antwoordkandidaten<sup>25</sup>.

<sup>25</sup> Onderstaand stukje is afkomstig uit: Staal, H. e.a., 'Het voorbereiden van lessen' voor de lerarenopleiding wiskunde, APS, Utrecht, 2002

Bij afronden wil ik dat leerlingen een beeld hebben van de getallenlijn. Ik ga ze vragen naar dat beeld. Zo nodig geef ik een voorbeeld. Met inzoomen en uitzoomen.

Eerste vraag: waar denk je aan bij afronden?

Vervolgvraag: Kun je een voorbeeld geven?

Teken er eens een getallenlijn bij. Waar kijk je naar op die getallenlijn? (waar het getal het dichtst bij ligt; linkerdeel het grootst? of rechterdeel?)

Laatste vraag: waarom wordt 5,46 niet afgerond naar 6? (inzoomen bij afronden)

Toch is er ook een echte denkvraag: Joris heeft nog  $\frac{5}{8}$  van zijn pizza over en Mariska  $\frac{5}{12}$ . Hebben ze samen meer of minder dan een hele pizza over?

Hoeveel wiskundeleraren zouden deze opgave echter ook als een denkvraag behandelen?

Studenten moeten leren dat een schoolboek een hulpmiddel is om doelen te bereiken en dat praten en denken over wiskunde en getallen daarbij een belangrijke rol moeten spelen. Liever een goed instagesprek over breuken ("schrijf jij er eens tien op, kun je er nóg honderd opschrijven, kun je ook breuken opschrijven die gelijk zijn aan 3? Hoeveel? .....") dan een aantal stukjes van een figuur kleuren.

Studenten vertellen dat leerlingen al op de basisschool hebben geleerd om zodra er een getal verschijnt naar de rekenmachine te grijpen. Wij zijn dan geneigd om dat niet te geloven. Ook hier stellen wiskundeschoolboeken nog wel eens teleur, zoals in dit voorbeeld: 'Afronden met de rekenmachine'.

### Afronden met de rekenmachine

Rond 3,25698 met de rekenmachine af op twee decimalen.  
Dat gaat zo:

**Casio fx-82ES**

Tik in **3 . 2 5 6 9 8 =**.  
Druk op **SHIFT MODE**.  
Bij FIX staat 6. Kies dus **6**.

De rekenmachine vraagt op hoeveel decimalen. Tik dus in **2** van twee decimalen.  
Je krijgt als antwoord 3,26.

Afronden zet je zo uit:  
Druk op **SHIFT MODE**.  
Bij NORM staat 8. Kies dus **8**.  
Kies als laatste voor **2**.  
Op het scherm staat weer het getal 3,25698.

**TI-30XS**

Afronden op 2 decimalen gaat zo:  
Kies **MODE**.  
Ga met de cursor naar beneden tot FLOAT.  
Ga met de cursor naar rechts tot 2.  
Bevestig met **ENTER**.  
Kies **QUIT** met **2nd MODE**.  
Je krijgt als antwoord 3,26.

Afronden zet je zo uit:  
Kies **MODE**.  
Zet de cursor op FLOAT.  
Bevestig met **ENTER**.  
Kies **QUIT**.

Op het scherm staat weer het getal 3,25698.

In verhoudingstabellen wordt vrijwel altijd teruggerekend naar 1, zoals het volgende voorbeeld laat zien<sup>26</sup>.

### Een non-voorbeeld

We kijken in een schoolboek bij het onderwerp verhoudingen. Zoals in de methoden van de laatste jaren gebruikelijk is, komen er verhoudingstabellen te voorschijn en de kinderen leren dat je daarin kolommen met een getal mag vermenigvuldigen en door een getal mag delen. Of, wat mooier gezegd, in een verhoudingstabel is elke kolom gelijk aan een andere kolom vermenigvuldigd met één getal. Tot zover geen probleem.

Het voorbeeld gaat als volgt:

Druiven kosten € 4,00 per 250 gram. Hoeveel kosten 400 gram druiven?

Onder deze tekst staan drie tabellen.

hoeveelheid (g)	250		400
prijs (€)	4,00		?
hoeveelheid (g)	250	1	400
prijs (€)	4,00	.....	?
hoeveelheid (g)	250	1	400
prijs (€)	4,00	0,016	?

Stel je voor: je weet dat  $250=5 \times 50$  (of je weet dat  $25=5 \times 5$ , dus je kent je tafels en je bedenkt met behulp daarvan of met hulp van je leraar dat  $250=50 \times 5$ ).

Evenzo met  $40=8 \times 5$  (tafels) en  $400=8 \times 50$  (het toepassen van tafelkennis). Daarna heb je geen rekenmachine meer nodig, want in je tabel staat dan:

hoeveelheid (g)	250	50	400
prijs (€)	4,00	0,8	?

Of nog handiger:

hoeveelheid (g)	250	50	400
prijs in eurocenten	400	80	?

Met boogjes komt daar dan bij  $\boxed{:5}$  en  $\boxed{\times 8}$  en je vindt als antwoord 640.

Als je niet per se hoeft terug te rekenen naar 1 en je gebruikt eventueel meer tussenstappen, wordt er met eenvoudige getallen gerekend met als voordelen:

uitstralen dat VMBO-leerlingen best kunnen rekenen

VMBO-leerlingen oefenen met tafels en toepassingen daarvan

VMBO-leerlingen oefenen in omzetten van € 4,00 naar 400 eurocent.

In hetzelfde schoolboek volgen hierna opdrachten waarbij de leerlingen van 200 naar 320 moeten rekenen, van 50 naar 8, 196 moet worden gedeeld door 7 (twee keer 70 eraf en dan  $8 \times 7 = 56$ ) 279 delen door 9 en 3,75 delen door 5. Je zou bijna denken dat bij deze opgaven is gedacht aan een les(deel) zonder de rekenmachine. Ofwel, er liggen allerlei kansen om de leerlingen eens te laten rekenen.

<sup>26</sup> Zie noot 1

# Rekendidactiek op de opleiding voor leraar wiskunde

## Enkele karakteristieken

studenten moeten ervaren dat rekenen meer is dan optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen het (grote) verschil ervaren tussen een algoritme leren en begrijpend leren

oefenen baart misschien wel kunst, maar zelden inzicht

rekenen is de basis van algebra

op naar realistisch wiskundeonderwijs

Stiekem zijn we hierboven al begonnen met rekendidactiek. Het voorbeeld van de verhoudingstabellen staat geheel in hoofdstuk 8 van het boek 'Rekenen voor de lerarenopleiding', onder het motto: er horen lessen of delen van lessen te zijn waarbij de rekenmachine in de tas blijft. Daaraan voorafgaand wordt eerst het eindniveau van de basisschool besproken, aan de hand van het PPO 2004<sup>27</sup>. Daar kunnen de studenten in het eerste jaar nog niet voldoende grip op krijgen, maar we beginnen alvast om een idee te krijgen.

Daarna proberen we studenten te laten ervaren dat rekenen veel meer is dan optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. We laten ze rekenen in het Land van Okt, zonder dat je mag omrekenen van 8 naar 10 of 10 naar 8. Ze leren daarmee zich te verplaatsen in het leren rekenen en verder ervaren ze daarbij het belang van de structuur voor heel veel dingen die we met getallen doen.

"Realistisch wiskundeonderwijs is meer dan realistisch wiskundeonderwijs". Dat is een uitspraak die we gebruiken na uitgebreid stilstaan bij het leren van algoritmen: eerst door voordoen-nadoen, dan door onderzoek en proberen, door kleine duwtjes naast zelf ontdekken. Duidelijk moet worden dat realistische wiskunde niet alleen het gebruiken van de realiteit betekent, maar ook voorkeur voor een constructivistische didactiek, die onder meer gebruik maakt van didactische elementen als hulpmiddelen en modellen, concretiseren en langzaam abstraheren.

Bij breuken moeten studenten in de tweedegraadsopleiding in het kader van vakdidactiek enkele didactische modellen leren kennen, zoals de breukenstok en de dubbele getallenlijn. Bij verhoudingen en procenten staan de verhoudingstabellen centraal. Die moeten wel in samenhang met de dubbele getallenlijn, waarmee ook de wiskundeleraar een wapen in handen krijgt om kinderen een beeld te geven bij dat moeilijke begrip procent.

Oefening baart kunst, maar zelden inzicht. We geven in het boek 'Rekenen voor de lerarenopleiding' een aantal mogelijkheden om bij oefenen het begrip niet uit het oog te verliezen en het overzicht niet kwijt te raken, maar juist te krijgen. Er zijn veel voorbeelden in opgenomen en de mogelijkheden voor eigen producties worden verkend.

Het laatste hoofdstuk wil laten zien dat rekenen de basis is van algebra en daarmee moet natuurlijk duidelijk worden dat er een doorlopende lijn hoort te zijn van basisschool naar middelbare school.

## Het rekenboek nader bekeken

Het bovengenoemde APS-boek 'Rekenen voor de lerarenopleiding' is oorspronkelijk in 1994 ontwikkeld op basis van nascholingsmateriaal voor de invoering van W12-16, het leerplan wiskunde dat in 1993 is ingevoerd. Door genoemde ontwikkelingen was de tweede druk die stamt uit 1997 toe aan een ingrijpende herziening. Die derde druk is er nu. Een korte vergelijking van tweede en derde druk:

Het 'oude' boek ging veel meer uit van het voortbouwen en uitbouwen van op de basisschool verworven vaardigheden. Daardoor lag het accent in de tweede druk met name op het praktisch rekenen, de invulling zoals die in eerste instantie is bedacht voor het vo. Het nieuwe boek gaat veel

---

<sup>27</sup> Jansen, J. F. van der Schoot, B. Hemker, 'Balans [32] van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4', CITO, Arnhem, 2005

meer uit van het laten doorlopen van leerlijnen, en daarom is er ook veel aandacht voor breuken, verhoudingen en procenten en de fouten die leerlingen daarbij maken. Minder aandacht is er voor eigen oplosmethoden en de flexibiliteit die leerlingen in hun eigen strategieën kunnen hebben. Er is meer aandacht voor gevarieerd oefenen. Bovendien nemen we het rekenen als aangrijpingspunt voor uitbouw, ook naar de algebra. Er is daardoor meer aandacht voor eigenschapsrekenen en eigenschappen van getallen die 'abstract' kunnen zijn.

## Vergeleken op inhoudsopgave

Nog even een kort schematisch overzicht, waarin de andere accenten duidelijk worden:

### **Inhoud oud (1997)**

Resultaten van het huidige rekenonderwijs  
Het land van okt  
De tegelzetter  
Ontwikkelingen in het reken/wiskundeonderwijs  
Hoofdpijnen van het rekenen in het vo  
Examenprogramma VBO/MAVO  
Eigen oplosmethoden van leerlingen  
Analyseren van rekenfouten  
De zakrekenmachine

### **Inhoud nieuw (2008)**

Het rekenonderwijs in ontwikkeling  
Het land van okt  
De tegelzetter  
  
Hoofdpijnen van het rekenen in het vo  
Examenprogramma VBO/MAVO  
Breuken  
Verhoudingen en Procenten  
De rekenmachine  
Handig rekenen en Schatten  
Gevarieerd Oefenen  
Van rekenen naar algebra

## Discussie

Het is duidelijk dat PO en VO met elkaar de doorgaande lijnen met betrekking tot het rekenen moeten vormgeven. Het is ook duidelijk dat de lerarenopleidingen PO en VO samen moeten kijken hoe de leraren voldoende toegerust kunnen worden om dit leerstofdomein goed vorm te geven. Daarom sluiten we af door enkele vragen/discussiepunten aan te geven:

Wat zijn de verschillen tussen aanstaande leraren wiskunde en leraren basisonderwijs?

Wat moeten (aanstaande) leraren wiskunde in het VO weten van het rekenen in het PO?

Wat moeten (aanstaande) leraren in het basisonderwijs weten over wiskundeonderwijs in het VO?

Is het mogelijk om studenten van de PABO en van de lerarenopleiding van elkaar te laten leren?

Is het mogelijk noodzakelijk dat lerarenopleiders van PABO- en wiskundestudenten van elkaar leren?

Meer specifiek:

Welke plaats geven we zwakke rekenaars in de vakdidactiek?

Gebruiken we bij het rekenen nog de volgorde concreet-schematisch-abstract?

Welke vragen/discussiepunten kunnen we hier nog aan toevoegen?

## Literatuur

Ballering, F. et al. (2008). *Rekenen voor de lerarenopleiding* (derde herziene druk), Utrecht, APS.

Jansen, J. F., Schoot, B. van der, & Hemker (2005). *Balans [32] van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*, Arnhem: CITO.

Reichard, et al. (2007). *Getal en Ruimte 1 vmbo KGT, deel 1*, Houten: EPN.

Staal, H. et al. (2002). *Het voorbereiden van lessen voor de lerarenopleiding wiskunde*, Utrecht: APS.