

# Taarten en sterren

## Spelen of onderzoeken op het RekenWeb

Het RekenWeb van het Freudenthal Instituut, dat heel populair is bij basisschoolleerlingen, - en niet alleen op school! - probeert met speelse onderzoeksoopdrachten kinderen uit te dagen tot echt denken, redeneren en verklaren. Daarbij is de rol van de leerkracht echter nog steeds onmisbaar, want de computer is niet in staat om redeneringen te beoordelen en daarop door te vragen.

### 'Taart'

Heeft u al eens een taart gemaakt op het RekenWeb? Het is een populaire activiteit op heel wat scholen. Een voorbeeld van zo'n taart staat in afbeelding 1.

Er valt veel te onderzoeken aan dat taarten maken. Je kunt bijvoorbeeld de onderlinge afstand tussen de vruchten veranderen via het aantal minuten. Kies je voor 10 minuten dan krijg je 6 aardbeien op je taart. Kies je voor 5 minuten dan krijg je een rondje met 12 aardbeien. Dus net als op de klok is de cirkel blijkbaar in 60 stukjes verdeeld en als jouw getal een heel aantal malen in 60 past maakt de computer één rondje en legt de aardbeien op de afstand die je koos.

Maar wat gebeurt er nu als je een getal kiest dat niet een heel aantal malen in 60 past? Dat hangt af van de versie van 'Taart' waaraan je werkt. Er is een versie waarbij de computer altijd stopt na 60 minuten, zodat je met getallen als 8 en 11 de slordige taart van afbeelding 2 krijgt. Er is ook een versie waarbij de computer een nieuwe ronde begint, en uitzoekt hoeveel rondes hij in totaal moet maken om het gekozen aantal minuten wel mooi te verdelen. Kies je bijvoorbeeld voor 8 minuten dan stopt de computer na twee rondjes, want twee rondjes zijn 120 minuten en  $120 : 8$  komt mooi uit zonder rest.

Met 'Taart' kun je iets leren over delen en veelvouden, maar er zit ook meetkunde in. Leg je een aardbei bovenaan voordat je op de knop 'stempel/leg neer' klikt, dan wijzen alle aardbeien naar het midden; leg je de aardbei

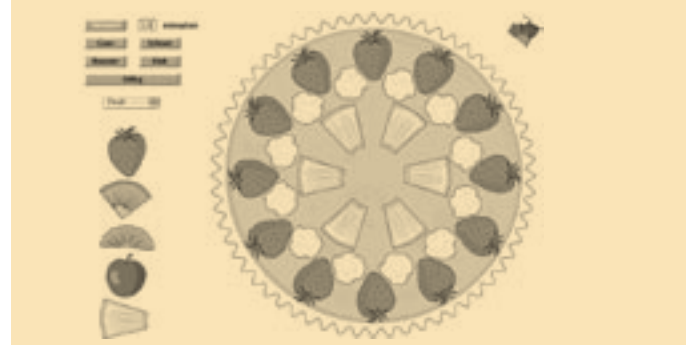
onderaan dan wijzen de punten naar buiten. U kunt het verschil zien in de afbeeldingen 1 en 2.

In 'Taart' kun je een heleboel ontdekken. De vraag is of kinderen dat inderdaad zullen doen. En kunnen ze verklaren hoe het werkt? Voor veel kinderen is dat te hoog gegrepen. Het is vooral lastig om te beredeneren wat er gebeurt bij het 'over de 60 gaan', als de computer meer rondjes maakt.

### 'Ster'

'Taart' is een aantrekkelijk programma, maar het biedt kinderen niet zo veel houvast om uit te zoeken wat er bij dat 'over de 60 gaan' precies gebeurt. Als probleem van de maand mei 2005 boden we daarom een taak aan die op 'Taart' lijkt, maar

Afbeelding 1



Taart versieren is een populaire activiteit van het Rekenweb. Hier liggen de aardbeien onderling op 5 minuten afstand.

die het 'rond gaan' veel duidelijker aan de orde stelt.

In dit programma, dat 'Ster' heet, kun je de computer stippen laten neerleggen op de rand van een cirkel. De cirkel heeft 60 streepjes. Dat aantal kun je eventueel veranderen. Wat je in ieder geval moet kiezen is het aantal streepjes per stap, dat wil zeggen het aantal streepjes dat gepasseerd wordt voordat de volgende stip getekend wordt. De computer begint altijd midden bovenaan. In afbeelding 3 werd na iedere 24 streepjes een stip gezet en ging de computer twee keer rond. De stippen kwamen terecht na 24, 48, 72, 96 en 120 streepjes, wat betekent dat de stippen uiteindelijk om de 12 streepjes op de cirkel staan. Als je op de knop 'hele figuur' klikt zie je de ster stap voor stap ontstaan.

Het verschil met 'Taart' is niet alleen dat de computer lijnen trekt, maar ook dat de kleur van de stippen verandert per 'ronde'. Je krijgt als het ware aardbeien met steeds een andere kleur. In afbeelding 3 zijn de stippen van 24 en 48 op de computer rood, maar die van 72, 96 en 120 zijn oranje omdat ze gezet zijn nadat de 60 gepasseerd is.

Als je wilt voorspellen waar stippen terecht zullen komen, kun je het beste zodra je de 60 gepasseerd bent, blijven door-

'Ster' is een computerprogramma op het RekenWeb dat kinderen uitdaagt om verklaringen te geven.



tellen en dan 60 (of een veelvoud daarvan) van de uitkomst aftrekken. Kies je bijvoorbeeld voor 8 minuten, dan zal de computer op een gegeven moment een stip op 64 minuten zetten. Maar 64 minuten is 4 minuten over het beginpunt, dus je moet van de getallen in de tweede ronde steeds 60 aftrekken. In de volgende rondes deel je door 60 en je kijkt naar de rest die overblijft. Modulo-rekenen heet dat in de wiskunde.

### Waarom krijg je bij 8 twee kleuren?

Het probleem van mei startte met voorbeelden waarin de stippen één, twee of drie kleuren hadden. Met 6 streepjes per stap krijg je één kleur, met 8 streepjes krijg je twee kleuren, met 9 streepjes krijg je drie kleuren. Rekent u het even na?  $60 : 6$ ,  $120 : 8$  en  $180 : 9$ . De opdracht aan de leerlingen was om andere getallen te zoeken waarmee je ook respectievelijk één, twee of drie kleuren krijgt. Daarna volgde de vraag: 'Waarom krijg je met 8 streepjes twee kleuren?' We kregen 223 antwoorden op deze vraag, antwoorden als 'Geen idee' meegerekend. Het aantal geeft al aan dat de opdrachten lastig waren, want vaak krijgen we meer dan

### De andere kant uit

Bij het tweede probleem van mei, een week later, lieten we met opzet de stippen weg in het voorbeeld.

Met de stippen erbij zie je aan de kleuren direct het verschil: bij 10 streepjes is de computer slechts één keer rondgegaan, bij 50 streepjes had hij daar 5 rondes voor nodig. Het lijkt alsof de computer achterstevoren werkt, maar dat is in zekere zin gezichtsbedrog, want de computer loopt 300 streepjes lang voordat hij stopt.

De vragen die we stelden waren: 'Kun je een getal vinden dat dezelfde figuur maakt als het getal 20?' 'En welk getal maakt ook de figuur van 12?' De derde vraag luidde:

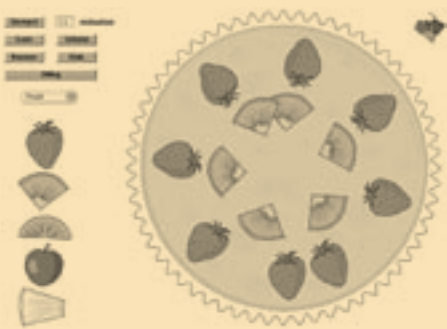
'Elke ster kun je steeds op twee manieren maken. Hoe kun je de twee getallen vinden die allebei dezelfde ster opleveren?'

Een helder antwoord luidde:

'Het eerste getal moet je van het totaal aantal streepjes (60) aftrekken.'

Je kunt, zegt een van de kinderen, ook naar het punt halverwege kijken: 'De twee getallen moeten dezelfde afstand van 30 hebben. Voor min en plus.'

Afbeelding 2



Voor de aardbeien is een onderlinge afstand van 8 minuten gekozen en voor de kiwischijfjes 11 minuten. Dat komt niet mooi uit.

1000 inzendingen op een probleem van de maand. Er waren 58 kinderen met een min of meer volledige, correcte verklaring.

Twee voorbeelden:

'Je krijgt met 8 streepjes twee kleuren, omdat 60 niet deelbaar is door 8, maar 120 wel.'

'Het zijn dan 120 streepjes om twee rondjes te maken. Dan moet je 15 stappen van 8 maken om precies rond te komen.' Erg veel kinderen kwamen met een vaag of onvolledig antwoord.

'De streepjes komen dan niet tegen elkaar aan behalve bij de tweede ronde'

'Omdat het getal 8 niet heel in zestig past.'

Natuurlijk zijn er ook foute verklaringen:

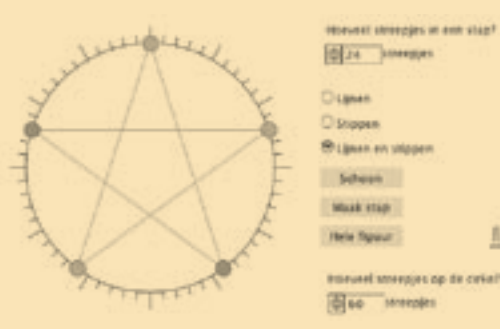
'4 keer 2 is 8, dus je krijgt dan 4 keer 2 kleuren.'

'Omdat als je een hoger getal doet er nog meer streepjes komen.'

'Doordat er niet genoeg rode balletjes zijn.'

En andere kinderen geven wel correcte getallen waarmee plaatjes gemaakt worden met één, twee of drie kleuren, maar weten geen verklaring voor het verschijnsel dat 8 twee kleuren oplevert. Eén kind is heel open over zijn aanpak: 'Je doet gewoon een cijfer en dan komt het er misschien uit.'

Afbeelding 3



Met het programma 'Ster' zetten kinderen stippen op gelijke onderlinge afstand op een cirkel, waarna een ster ontstaat.

Een oplossing die we niet voor ogen hadden met ons voorbeeld van 10 en 50, maar die natuurlijk ook werkt, is: 'Je doet gewoon plus zestig en dan wordt hij hetzelfde.' (10 en 70 leveren inderdaad ook dezelfde ster op.)

Veel kinderen hadden de oplossing voor 20 en 120 zichtbaar via proberen gevonden:

'Als je het dubbele doet krijg je meestal wel hetzelfde en als dat niet lukt verdubbel je hem nog een keer en nog een keer enzovoort tot je dezelfde ster hebt.'

'Door maal 2, 4, 6 enz. te doen. Vaak krijg je dan dezelfde figuur.'

Jammer genoeg konden we niet doorvragen bij de leerlingen met een goed antwoord. Zouden ze echt kunnen verklaren waarom aftrekken van 60 tot dezelfde figuur leidt? Misschien bracht simpelweg het feit dat de computer van de andere kant lijkt te beginnen een deel van de kinderen op het idee van aftrekken.

### Onderzoeksopdrachten

Het zijn pittige opgaven, dat realiseren we ons. Gelukkig kun je op de computer ongestraft van alles uitproberen, net zolang totdat je door hebt hoe het zit. We vroegen kinderen wat ze van de opgaven vonden.

Zet leerlingen in tweetallen aan een computeropdracht zodat het verwoorden, verklaren en redeneren gestimuleerd wordt.



JASPER OOSTLANDER

'Het was een leuk gezicht met die bolletjes en streepjes. En echt moeilijk was het niet.'  
'Pittig, maar dat vinden wij leuk. Er ontstaan mooie figuren.'  
'Leuk, omdat je eigenlijk niet over zoiets logisch nadenkt als je er geen opdracht over krijgt. En nu zie ik dat het eigenlijk heel logisch is!'  
'Leuk, omdat ik rekenen leuk vind, (en al helemaal op de spelmanier) behalve staartdelingen.'

Er zijn heel wat klassen waar kinderen het probleem van de maand mogen doen. Vaak zijn dat opgaven die een beetje buiten het gewone rekenen liggen, meer in de sfeer van logisch redeneren dan sommetjes maken. Kinderen sturen hun antwoorden naar het RekenWeb en daarmee maken ze kans op een prijsje. Als de maand voorbij is wordt het probleem opgenomen in het vaste aanbod van RekenWeb. Inmiddels zijn we ertoe overgegaan om de opgaven op het RekenWeb in twee categorieën in te delen: spellen en onderzoekopdrachten.

Bij de spellen geeft de computer zelf feedback op de oplossingen. De computer laat bij 'Minigolf' bijvoorbeeld zien of het balletje in het putje komt, en bij 'Boodschappen schatten' bepaalt de computer of je genoeg opgaven goed hebt om naar het volgende 'level' te gaan. De 'onderzoekopdrachten' hebben we toegevoegd omdat het bij rekenen-wiskunde belangrijk is dat kinderen ook leren om dingen te verklaren. De antwoorden op de vragen over de stippen en lijnpatronen

van Ster kan een computer niet beoordelen, laat staan dat een computer kan doorvragen als een kind een te vaag antwoord geeft. Daarom is het belangrijk dat kinderen bij de onderzoekopdrachten van RekenWeb hun antwoorden uitprinten om die vervolgens met de leerkracht te bespreken.

### Rol van de computer

Kinderen kunnen veel leren door zelfstandig op onderzoek te gaan. Dat zeggen niet alleen de voorstanders van het nieuwe leren, dat zegt eigenlijk iedereen. De computer lijkt daarbij een ideaal onderwijsmiddel, want kinderen kunnen experimenteren en blijven zoeken tot ze een oplossing gevonden hebben. De opgaven op het Rekenweb zijn heel geschikt voor dergelijk onderzoeksgericht onderwijs.

Op dit moment wordt het Rekenweb vaak ingezet als een extra taak die leerlingen mogen doen als ze hun andere werk afhebben. Op zich is dat prima, als het maar niet betekent dat de leerkracht niet omkijkt naar wat leerlingen doen. Zet leerlingen bij voorkeur in tweetallen aan een opdracht, laat hen opschrijven wat ze doen en bespreek dat na. De opdrachten die in dit artikel zijn besproken liggen wat buiten het gewone leerplan, maar er zijn ook opgaven die heel direct aansluiten op stof die in de methode aan de orde komt. Het zijn, hoe dan ook, opgaven die leerlingen aan het denken zetten.

*De auteur is werkzaam op het Freudenthal Instituut  
Zie: [www.fi.uu.nl/rekenweb](http://www.fi.uu.nl/rekenweb)*

Afbeelding 4



Hier zie je een ster van 6 lijnen. Dit plaatje kun je op twee manieren maken. Het kan met 10 streepjes in een stap en het kan met 50 streepjes in een stap. Probeer maar.