



Strategieën van leerlingen bij het beantwoorden van deelopgaven in de periodieke peilingen aan het eind van de basisschool van 2004 en 1997¹

C.M. van Putten & M. Hickendorff
Universiteit Leiden

De prestaties op het gebied van rekenbewerkingen (voorheen cijferen genoemd) zijn opnieuw sterk gedaald, zoals blijkt uit de resultaten van de vierde periodieke peiling (PPON 2004). Wij trachten met dit artikel een bijdrage aan de verklaring hiervan te leveren, door uit te zoeken op welke wijze leerlingen de deelopgaven hebben aangepakt. Zowel van PPON 1997 als van PPON 2004 zijn deze oplossingsstrategieën onderzocht, zodat een vergelijking mogelijk is.

De daling van de prestaties bij 'delen' lijkt met twee veranderingen samen te hangen. Ten eerste laat het gebruik van strategieën verschuivingen zien. Het aandeel opgaven gemaakt met een traditionele staartdeling is fors gedaald, terwijl veel meer opgaven zijn beantwoord zonder dat daarbij een uitwerking is genoteerd. Het aandeel van uitwerkingen die in de realistische didactiek worden aanbevolen, is maar weinig toegenomen. Ten tweede hebben de afzonderlijke strategieën in 2004 minder vaak tot het goede antwoord geleid dan in 1997. Dit is vooral het geval bij het beantwoorden van opgaven zonder uitwerking. In 1997 was dit al de meest riskante strategie, in 2004 heeft deze aanpak ook nog eens aan relatief succes ingeboet.

1 Inleiding

In januari 2006 werden op de Panama-conferentie in Noordwijkerhout de resultaten van de vierde periodieke peiling (PPON 2004) gepresenteerd (Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005). Deze 'Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4' laat sterk gedaalde prestaties zien op het gebied van de rekenbewerkingen (optellen/afrekken, vermenigvuldigen/delen en samengestelde bewerkingen) ten opzichte van de peilingen in 1987, 1992 en 1997 (Wijnstra, 1992; Bokhove, Van der Schoot & Eggen, 1996; Janssen, Van der Schoot, Hemker & Verhelst, 1999). Ook in PPON 1992 en PPON 1997 was al een dalende tendens zichtbaar op het gebied van de bewerkingen. Met ons onderzoek naar het strategiegebruik van de PPON-leerlingen willen we een bijdrage leveren aan de verklaring van deze daling.

Periodieke peilingen zijn primair opgezet om regelmatig het peil vast te stellen van het nationale prestatieniveau en om veranderingen daarin te registreren op peilstokken die eenzelfde betekenis hebben over een langere periode. Het Cito levert hiermee een psychometrisch hoogstandje. Met de uitvoering van deze overheidsopdracht zijn we dan ook verlost van ongefundeerde uitspraken over het prestatiepeil van de Nederlandse leerlingen. Deze waren vaak gebaseerd op anekdotische informatie of gingen uit van de aanname dat vroeger alles beter was. Het systeem van de periodieke peilingen blijkt echter niet

vanzelfsprekend in staat om veranderingen ook te verklaren, met name niet als deze zich vrij homogeen voltrekken. Het peil voor de genoemde rekenbewerkingen is namelijk gedaald zowel bij jongens als bij meisjes, bij allochtone en bij autochtone leerlingen.

Er worden natuurlijk wel allerlei verklaringen geopperd voor de gedaalde prestaties in het domein van de rekenbewerkingen, variërend van het toegenomen aantal parttime leerkrachten (maar waarom zou dit resulteren in juist een sterkere daling op dit gebied, vergeleken met andere gebieden van het rekenen?), tot minder tijd besteed aan cijferend rekenen en meer tijd besteed aan inzicht en aan flexibel rekenen. Er is ons echter geen empirisch onderzoek bekend naar deze of andere oorzaken van de geconstateerde daling.

Anderen slaan het verklaren over en willen, geconfronteerd met het lage en verder gedaalde peil van de prestaties bij bewerkingen als delen, direct tot keuzen en beslissingen overgaan. Het onderwijs zou bij cijferend delen moeten kiezen voor het zogenaamde opvermenigvuldigen in plaats van de traditionele staartdeling of het realistische kolomsgewijs delen (Van Galen in 'Volgens Bartjens...', mei 2005). Het onderwijs zou moeten kiezen tussen goed leren om iets precies uit te rekenen of goed leren schatten, al dan niet in combinatie met het leren gebruiken van de zakrekenmachine (Gravemeijer op de Panama-conferentie in Noordwijkerhout, 18 januari 2006).

Wij menen echter, net als NVORWO-voorzitter Vedder (in het televisieprogramma 'Twee Vandaag', 3 april 2006), dat het nodig is om de achtergronden van de prestatiedaling te onderzoeken. Daarom willen wij uitzoeken met

welke oplossingsstrategieën leerlingen de PPON-opgaven hebben aangepakt, wat het relatieve succes van deze strategieën is en welke veranderingen zich daarin hebben voltrokken. Iedere verklaring voor het lage en gedaalde prestatiepeil bij de bewerkingen zal namelijk ook moeten kunnen verklaren hoe leerlingen deze opgaven aanpakken en waarom dat veranderd is. De verklaringsruimte kan ingeperkt worden door empirische kennis over het strategiegebruik. En ook voor verantwoorde keuzes en beslissingen over doelstellingen en didactiek van het rekenonderwijs is deze kennis zonder meer noodzakelijk.

Onderzoek naar deze strategieën past overigens goed bij de al langer bestaande aandacht voor de zogenoemde informele strategieën die leerlingen gebruiken bij het oplossen van rekenopgaven. Naar deze informele strategieën is veel onderzoek gedaan bij jonge leerlingen uit het basisonderwijs. Onderzoek naar de verdere ontwikkeling van deze strategieën in de bovenbouw van de basisschool is schaarser, zeker op het gebied van de bewerkingen als vermenigvuldigen en delen (Van Putten, Van den Brom-Snijders & Beishuizen, 2005). De focus op strategiegebruik van leerlingen past ook heel goed bij het realistisch rekenen en de realistische reken-wiskundemethoden die in de periode tussen PPON 1987 en PPON 2004 het Nederlandse onderwijs hebben veroverd.

Al eerder is door de Universiteit Leiden en het Cito onderzoek gedaan naar het strategiegebruik van PPON-leerlingen bij het oplossen van de opgaven voor delen (Rademakers, 2001; Rademakers, Van Putten, Beishuizen & Janssen, 2004). Toen konden we alleen beschikken over de toetsboekjes van PPON 1997: toetsboekjes uit eerder PPON-onderzoek waren niet meer beschikbaar. Uit de uitwerkingen die de leerlingen in de toetsboekjes in 1997 bij de opgaven hadden opgeschreven, is per opgave de gebruikte oplossingsstrategie afgeleid. Bij PPON 2004 is opnieuw samengewerkt met het Cito om de gebruikte strategieën te inventariseren (Van Bolhuis e.a., 2004; Janssen e.a., 2005).

De vraagstelling in dit artikel is of er een relatie bestaat tussen strategiegebruik en prestatie, of die relatie aan veranderingen onderhevig is en of de daling van de prestaties samengaat met bepaalde veranderingen in strategiegebruik. In PPON 1997 vonden we dat gebruik van de traditionele staartdeling met iets betere prestaties samenhangt dan gebruik van realistische strategieën. Ook vonden we dat leerlingen die opgaven hadden beantwoord zonder een erbij geschreven uitwerking, bijzonder slechte prestaties leverden (Rademakers e.a., 2004). Of het gebruik van deze strategieën veranderd was tussen 1987 en 1997 konden wij destijds niet nagaan, hooguit konden we enkele vermoedens uitspreken. In dit artikel worden prestaties en strategiegebruik bij de deelsommen uit PPON 2004 beschreven en vergeleken met die uit PPON 1997. In tweede instantie maken we uitsplitsingen naar het alge-

mene rekenniveau van de leerlingen, naar sekse en naar de didactische voorkeur van de leerkracht van deze leerlingen.

2 Het onderzoek

In PPON 2004 waren in totaal veertien deelopgaven opgenomen voor het onderwerp 'Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen'. Onder bewerkingen vallen opgaven waarbij leerlingen uitrekenpapier mogen gebruiken. Meestal is het dan ook gewenst om tussenuitkomsten te noteren of een standaardcijferprocedure toe te passen (Janssen e.a., 2005, pag.16).² De leerlingen maakten echter niet allemaal alle opgaven, maar slechts een gedeelte. Het onderzoeksontwerp is hierin veranderd ten opzichte van eerdere peilingen (Janssen e.a., 2005, pag.23). In 2004 hebben 1044 leerlingen tussen de vier en de acht deelopgaven gemaakt, resulterend in 5704 voorgedekte deelopgaven in totaal. Deze deelopgaven waren opgenomen in verschillende toetsboekjes met een gevarieerd aanbod van opgaven uit verschillende domeinen, waarbij ook uitwerkingen mochten worden opgeschreven. In PPON 1997 (Janssen e.a., 1999) is steeds voor afzonderlijke domeinen een toetsboekje samengesteld. Alle tien deelopgaven zaten toen in één toetsboekje (samen met vermenigvuldigingsopgaven); zij werden door 574 leerlingen gemaakt, resulterend in een totaal van 5740 aangeboden opgaven.

Overige gegevens over de steekproeven en afnamen kunnen in de PPON-publicaties reken-wiskundeonderwijs worden gevonden.

De strategieën

Om de informatie over de strategieën die leerlingen gebruiken bij het oplossen van de deelopgaven te verkrijgen, zijn notities van de leerlingen in de toetsboekjes geanalyseerd. De leerlingen waren geïnstrueerd hun uitwerkingen te noteren in de open ruimten in de boekjes en niet op apart uitrekenpapier. Deze uitwerkingen zijn vervolgens gecodeerd volgens een systeem van strategiebeschrijvingen. Een deel van de opgaven bleek beantwoord zonder een uitwerking, een ander deel was helemaal niet gemaakt. Ook was een aantal opgaven met een onduidelijke, niet te coderen uitwerking gemaakt of met een verkeerde bewerking aangepakt (bijvoorbeeld door deeltal en deler te vermenigvuldigen).

Bij uitwerkingen die wel te gecodeerd konden worden, zijn de realistische strategieën en de traditionele staartdeling als eerste onderscheiden. Bij het gebruik van een traditionele staartdeling is verder opgetekend of een lijst van veelvouden van de deler (een vermenigvuldigingslijst) werd genoteerd of niet. De realistische strategieën zijn nader te specificeren door middel van (1) het al dan niet

noteren van de vermenigvuldigingslijst, (2) het al dan niet toepassen van het schema van herhaald aftrekken en (3) de mate van verkorting, onderverdeeld in 'laag niveau' waarbij kleine stappen worden genomen, en 'hoog niveau' waarbij de eerste stap minstens tien of honderd keer de deler is, en de overige stappen ook voldoende verkort zijn. Het volgende overzicht geeft de onderscheiden strategieën (fig.1).

realistische strategie
laag niveau
hoog niveau zonder schema
hoog niveau met schema
hoog niveau met schema en vermenigvuldigingslijst
traditionele staartdeling
zonder vermenigvuldigingslijst
met vermenigvuldigingslijst
antwoord zonder uitwerking
overige
verkeerde bewerking
uitwerking onduidelijk
opgave niet gemaakt

figuur 1: onderscheiden strategieën voor het coderen van de uitwerkingen van leerlingen

In figuur 2 zijn twee voorbeelden van uitwerkingen van leerlingen gegeven, gecodeerd als een realistische strategie en als een traditionele staartdeling.

In de bespreking van de resultaten zal de aandacht uitgaan naar de hoofdlijnen en zullen daarom voornamelijk de 'hoofd'-strategieën besproken worden.

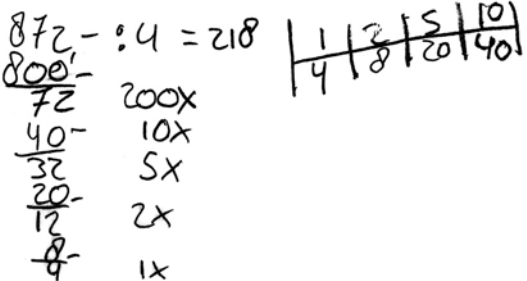
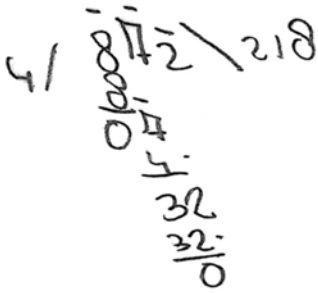
3 Resultaten

De resultaten zullen als volgt worden gepresenteerd. Na het bespreken van de (verschillen in de) *totale prestatie* op de deelsommen van PPON 1997 en PPON 2004, komt het *gebruik* van de verschillende strategieën aan bod, waarbij tegelijkertijd de *prestaties* bij gebruik van deze strategieën (de mate van succes bij het gebruik van een strategie) worden besproken. Hierna wordt onderzocht of leerlingen *consistent* zijn in het gebruik van strategieën over de deelopgaven heen, en of daarin veranderingen tussen de twee peilingen zijn opgetreden.

Vervolgens zal worden ingegaan op de resultaten van PPON 2004. Achtereenvolgens zullen de verschillen tussen leerlingen op basis van *algemeen rekenniveau* en *seks* aan bod komen, en verschillen tussen leerlingen die door een leerkracht met een verschillende *didactische voorkeur* voor het aanleren van delen onderwezen zijn. Als laatste zullen de verschillen in strategiegebruik en prestatie in een parallelonderzoek binnen PPON 2004 worden besproken: de *individuele afnamen*. Dit laatste aspect levert een interessante verdieping van de daarvoor besproken resultaten.

Strategieën en prestaties PPON in 1997 en 2004

In lijn met de algemene resultaten voor de bewerkingen van PPON 2004, is de totale prestatie op de deelopgaven in PPON 2004 vrij sterk gedaald ten opzichte van PPON 1997. In 1997 werd 51 procent van de opgaven correct opgelost, in 2004 was dat nog maar 39 procent. Er kan echter een mogelijk verschil in moeilijkheidsgraad tussen de opgavenverzamelingen van deze twee peilingen hebben meegespeeld. Daarom zijn deze gegevens ook onderzocht voor opgaven die in beide peilingen opge-

Gerard koopt een nieuwe fiets voor € 872,-. Hij mag deze fiets in vier keer betalen. Elke keer een kwart. Wat moet Gerard per keer betalen?	
 Realistische strategie van een hoog niveau, met schema en met een vermenigvuldigingslijst	 Traditionele staartdeling zonder vermenigvuldigingslijst

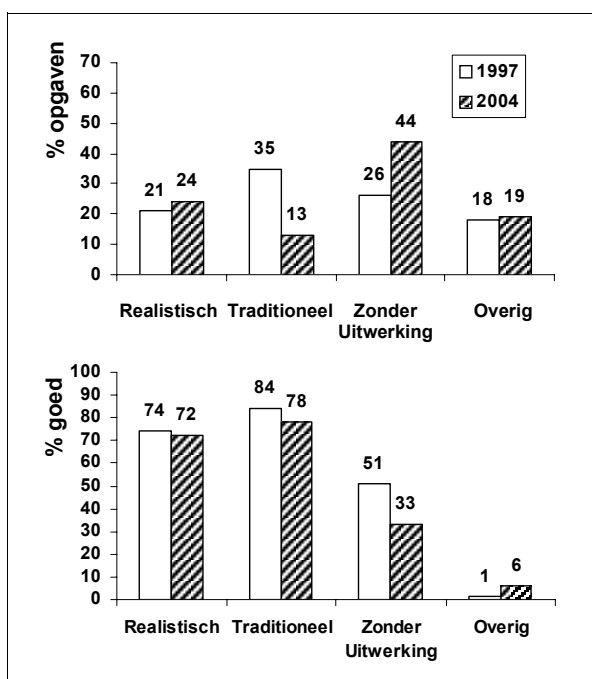
figuur 2: voorbeelden van uitwerkingen van leerlingen, gecodeerd als een realistische strategie (links) en als een traditionele staartdeling (rechts)

nomen zijn. Er zijn vier gemeenschappelijke opgaven, waarvan in 1997 nog 61 procent correct werd opgelost. In 2004 is dat percentage gedaald naar 43 procent.

In de volgende paragrafen zal onderzocht worden hoe deze daling van prestaties op de deelopgaven samengaat met verschuivingen in strategiegebruik, hoe succesvol de strategieën zijn voor het goede antwoord en of in deze relatie veranderingen zijn opgetreden die samenhangen met de daling in de totale prestatie.

Strategieën en prestaties over de opgaven

In het bovenste deel van figuur 3 is het gebruik van de vier onderscheiden 'hoofd'-strategieën in 1997 en 2004 weergegeven, terwijl het onderste deel de effectiviteit van deze strategieën afbeeldt: het percentage correcte oplossingen, gegeven dat een bepaalde strategie is toegepast. Deze twee resultaten geven samen een geïntegreerd beeld van de verschuivingen tussen 1997 en 2004.³



figuur 3: percentage opgaven (boven) en percentage correct beantwoorde opgaven (onder) per strategie bij PPON 1997 en 2004; bovenste deel: PPON 1997 $N = 5740$, en PPON 2004 $N = 5704$ opgaven; onderste deel (gegevens betreffen alleen de vier gemeenschappelijke opgaven): PPON 1997 $N = 2296$ opgaven, en PPON 2004 $N = 1558$ opgaven

Opvallend is dat bijna de helft van de opgaven (44 procent) in 2004 is beantwoord zonder dat daar een uitwerking bij is opgeschreven. Niet alleen is dit aandeel fors, het is ook sterk gestegen ten opzichte van 1997, toen bij een kwart van de opgaven (26 procent) geen uitwerking werd teruggevonden. Verder valt op dat in 1997 nog een derde deel (35 procent) van de opgaven met een traditionele staartdeling werd opgelost, en dat dit aandeel in 2004 naar 13 procent is gezakt. Hier staat echter geen

evenredige stijging in het aantal opgaven opgelost met een realistische strategie tegenover: van een aandeel van 21 procent in 1997 is dit in 2004 blijven steken op 24 procent.

Uit bestudering van de specifiekere strategieën, bleek verder dat de realistische strategieën voornamelijk met een grote mate van verkorting zijn uitgevoerd ('hoog' niveau), en dat bij het merendeel ook het schema van herhaald aftrekken (het realistisch 'happenschema') is toegepast. Het noteren van een vermenigvuldigingslijst van de deler gebeurde in een minderheid van de gevallen, zowel bij de traditionele staartdeling als bij de realistische strategieën.

Als we de categorie 'Overig' buiten beschouwing laten, omdat deze voornamelijk uit niet gemaakte opgaven bestaat die uiteraard nooit tot een correcte oplossing kunnen leiden, blijkt uit het onderste deel van figuur 3 dat het maken van de deelopgaven zonder uitwerking in beide peilingen de minst succesvolle strategie is. Bovendien werden in 2004 ook nog eens relatief minder opgaven die gemaakt zijn zonder uitwerking correct opgelost (33 procent) dan in 1997 (51 procent). Als opgaven werden gemaakt met een uitwerking, werd veel vaker de juiste oplossing gevonden. De traditionele staartdeling lijkt in beide peilingen met succespercentages van 84 procent in 1997 en 78 procent in 2004, iets vaker tot succes te leiden dan het gebruik van een realistische strategie met respectievelijke succespercentages van 74 en 72 procent. De verschillen tussen 1997 en 2004 zijn klein, maar laten toch ook voor deze twee strategieën een daling in effectiviteit zien.

Deze resultaten samennemend, is het gebruik van de minst succesvolle strategie, zonder uitwerking, vrij sterk toegenomen, terwijl deze strategie ook (nog) minder effectief is gebleken. Tegenover deze stijging van opgaven gemaakt zonder uitwerking, staat een daling van het aantal opgaven dat met de meest succesvolle strategie, de traditionele staartdeling, is gemaakt. Het gebruik van de staartdeling lijkt dus nauwelijks verschoven naar gebruik van de bijna net zo succesvolle realistische strategieën. De waargenomen daling van de algemene prestaties op de deelopgaven, lijkt daarom gezocht te moeten worden in zowel een verschuiving van het strategiegebruik, als in een verandering in de mate van succes bij het toepassen van de strategieën.

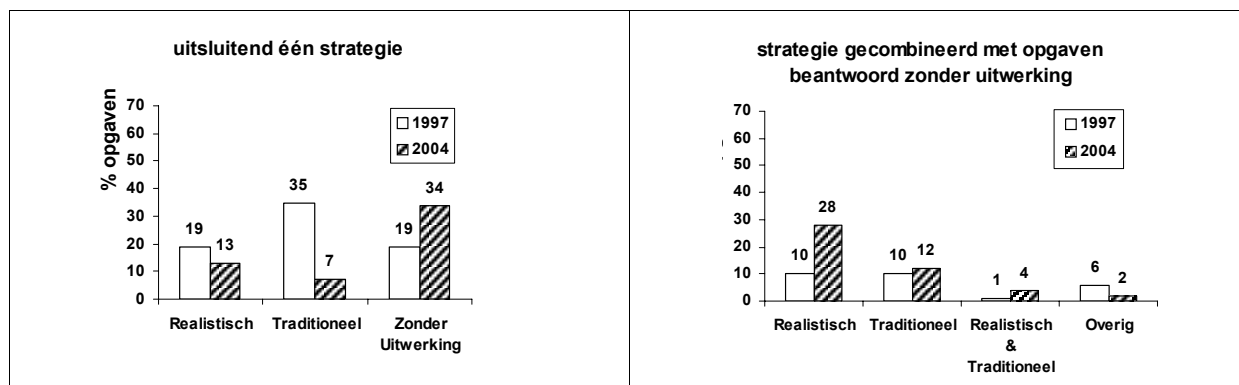
De leerlingen: consistent strategiegebruik

Naast de hiervoor besproken resultaten is het ook interessant het strategiegebruik van de individuele leerling over alle aangeboden opgaven als geheel te typeren. We proberen nu de leerlingen in te delen in strategieklassen: leerlingen die consistent één strategie op alle deelopgaven toepassen, en leerlingen die twee of drie verschillende strategieën gebruiken voor de verschillende opgaven.⁴

Als eerste zullen de strategieklassen besproken worden

van leerlingen die consistent één strategie toepassen (links in figuur 4). In 1997 was in totaal 74 procent van de leerlingen consistent in zijn of haar strategiegebruik,

taties van die strategieën bij de deelopgaven uit PPON 2004 zullen hieronder uitgesplitst worden voor (1) leerlingen met een verschillend algemeen rekenniveau, (2)



figuur 4: strategieklassen bij PPON 1997 ($N = 574$ leerlingen) en bij PPON 2004 ($N = 1044$ leerlingen).

in 2004 was dit 54 procent van de leerlingen. In 2004 maakte een derde deel van de leerlingen (34 procent) alle opgaven zonder uitwerking, terwijl dit in 1997 maar een vijfde deel (19 procent) van de leerlingen was. Daartegenover is het aandeel leerlingen dat opgaven uitsluitend met een traditionele staartdeling maakt, drastisch afgenomen, van 35 procent in 1997 naar nog maar 7 procent in 2004. Ten slotte is het percentage leerlingen dat consistent de opgaven met een realistische strategie aanpakt ook afgenomen, van 19 procent in 1997 naar 13 procent in 2004. Ook hier is de afname van de traditionele staartdeling dus niet ten goede gekomen aan het toepassen van realistische strategieën.

De illustratie rechts in figuur 4 laat het aandeel zien van leerlingen die het maken van opgaven zonder uitwerking combineerden met het gebruik van (één of meer) andere strategieën. In het algemeen is dit percentage gestegen van 21 procent in 1997 naar 44 procent in 2004. Meest opvallend is dat vooral het combineren van opgaven beantwoord zonder uitwerking met het toepassen van realistische strategieën, sterk is toegenomen van 10 procent van de leerlingen in 1997 naar 28 procent in 2004. De overige combinaties komen niet zo vaak voor, en vertonen ook weinig verschillen tussen 1997 en 2004. Wel kan opgemerkt worden dat het combineren van realistische strategieën met traditionele staartdelingen in beide peilingen bijna niet voorkomt.

Kortom, het uitsluitend toepassen van een realistische strategie en in sterkere mate het uitsluitend toepassen van een traditionele staartdeling is afgenomen. Dit terwijl het maken van opgaven zonder uitwerking, zowel consistent bij alle opgaven als gecombineerd met een realistische strategie, is toegenomen.

Verschillen tussen leerlingen in PPON 2004

De resultaten over het gebruik van strategieën en de pres-

jongens en meisjes en (3) op grond van de didactische voorkeur van de leerkracht voor het aanleren van delen.

Algemeen rekenniveau van de leerling

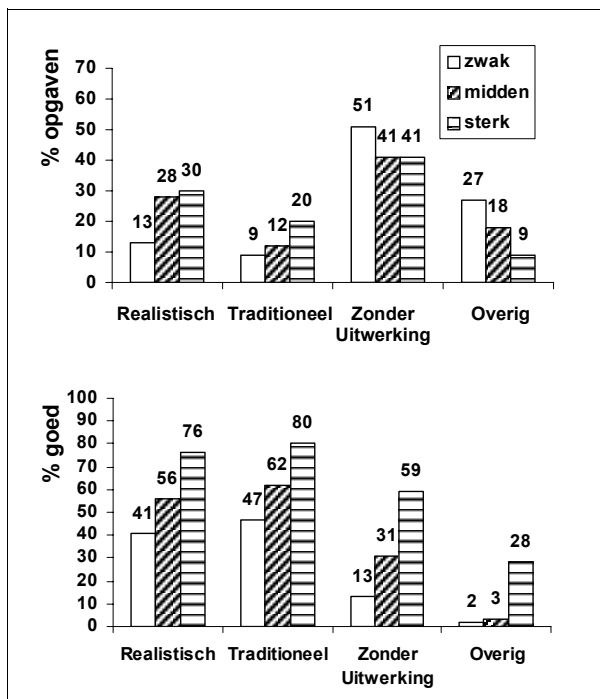
In de onderzoeksopzet voor PPON 2004 maakten leerlingen een variatie van opgaven uit verschillende domeinen. Daardoor is het mogelijk van elke leerling die deelopgaven heeft gemaakt, ook een score voor algemene rekenvaardigheid te schatten. Op basis hiervan zijn de leerlingen ingedeeld in drie groepen van gelijke grootte: zwakke, gemiddelde (midden) en sterke rekenaars.

In figuur 5 is het gebruik van en de effectiviteit van de strategieën uitgesplitst naar deze rekenniveaus. In het gebruik van strategieën lijken vooral de zwakke leerlingen zich te onderscheiden. Bij deze groep worden minder opgaven met een uitwerking opgelost (51 procent zonder uitwerking), dan bij de gemiddelde en de sterke rekenaars (beide 41 procent zonder uitwerking). Vooral het aantal opgaven opgelost met realistische strategieën blijft bij de zwakke rekenaars achter ten opzichte van de andere groepen (13 procent tegenover 28 en 30 procent). Uit nadere bestudering bleek verder dat bij de opgaven die door zwakke leerlingen met realistische strategieën zijn opgelost, deze strategieën relatief vaker van een 'laag niveau' zijn, dan bij de gemiddelde en sterke groep. Opgaven gemaakt met een traditionele staartdeling komen minder vaak voor bij zwakke leerlingen (9 procent) dan bij gemiddelde leerlingen (12 procent) en het meest bij sterke leerlingen (20 procent).

Ten slotte komen opgaven die niet gemaakt en dus overgeslagen zijn, bij zwakke leerlingen (27 procent) vaker voor dan bij gemiddelde leerlingen (18 procent), en bij de sterke rekenaars het minste (9 procent), in de lijn van de verwachting.

Op basis van de gegevens van PPON 1997 is een soortge-

lijke analyse uitgevoerd. In 1997 zijn dezelfde tendensen zichtbaar met betrekking tot de verschillen tussen de drie groepen rekenaars in het gebruik van de strategieën. Opvallend is wel, dat de eerder beschreven lichte toename in het gebruik van realistische strategieën vooral aan de groep sterke rekenaars moet worden toegeschreven. Bij deze groep is het aantal met een realistische strategie opgeloste opgaven het meest gestegen.



figuur 5: percentage opgaven (boven) en percentage correct beantwoorde opgaven (onder) per strategie bij PPON 2004, uitgesplitst naar rekenniveau (zwak: $N = 1864$ opgaven, midden: $N = 1894$ opgaven, sterk: $N = 1825$ opgaven).

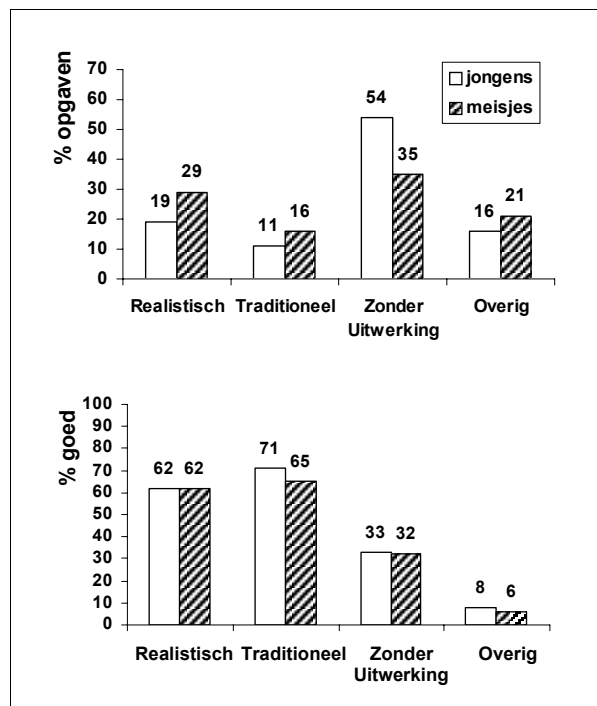
De mate van succes van de strategieën, uitgesplitst naar rekenniveau, volgt de te verwachten tendens (onderste deel figuur 5). Voor alle strategieën geldt dat opgaven met die strategie opgelost, relatief vaker correct worden opgelost door sterke leerlingen dan door gemiddelde leerlingen, die op hun beurt weer vaker tot het goede antwoord komen dan zwakke leerlingen. Opvallend is ook dat sterke rekenaars van de opgaven gemaakt zonder uitwerking, nog in meer dan de helft van de gevallen (59 procent) tot het goede antwoord kwamen, terwijl gemiddelde en zwakke leerlingen hierbij duidelijk minder succesvol waren met respectievelijk 31 en 13 procent correct. Even opvallend is dat opgaven die door zwakke leerlingen met een uitwerking werden beantwoord, aanzienlijk vaker goed gemaakt zijn dan opgaven die door zwakke leerlingen zijn gemaakt zonder dat een uitwerking is opgeschreven. Dezelfde verschillen tussen de drie groepen rekenaars zijn in 1997 waargenomen.

Deze bevindingen samennemend, valt te concluderen dat zwakke leerlingen niet alleen veel vaker opgaven maken

zonder een uitwerking te noteren of opgaven overslaan, maar dat dit voor hen ook een buitengewoon risicovolle strategie is die zelden tot de correcte oplossing leidt. Sterke leerlingen hebben op alle fronten gunstiger resultaten: niet alleen komen overgeslagen opgaven bij hen minder vaak voor en opgaven met een uitwerking vaker, bovendien boeken zij aanzienlijk meer succes met deze strategieën.

Sekse van de leerling

De algemene prestatie van meisjes was met 40 procent van de opgaven goed net iets beter dan van jongens met 39 procent goede antwoorden. Het gebruik en de effectiviteit van de strategieën worden in figuur 6 uitgesplitst naar sekse van de leerling. De bovenste figuur laat zien dat opgaven zonder uitwerking bij jongens (54 procent) vaker voorkwamen dan bij meisjes (35 procent). Zowel opgaven gemaakt met een realistische strategie, als opgaven gemaakt met een traditionele staartdeling, kwamen bij meisjes vaker voor (respectievelijk 29 en 16 procent) dan bij jongens (respectievelijk 19 en 11 procent).



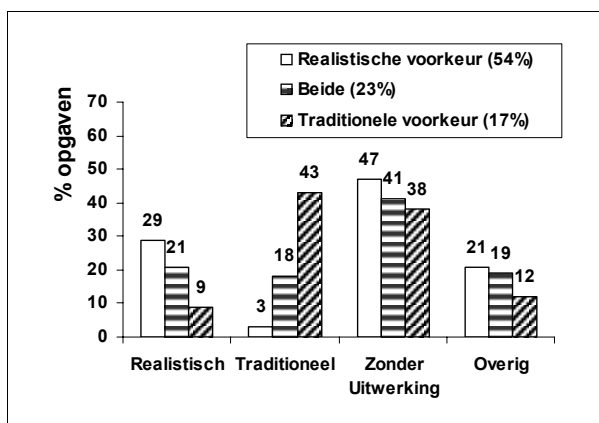
figuur 6: percentage opgaven (boven) en percentage correct beantwoorde opgaven (onder) per strategie bij PPON 2004, uitgesplitst naar sekse (jongens: $N = 2788$ opgaven, meisjes: $N = 2818$ opgaven)

De onderste figuur laat verder zien, dat er bij de meeste strategieën geen verschil is in de effectiviteit tussen jongens en meisjes. Een uitzondering is een lichte achterstand van meisjes bij de traditionele staartdeling (65 procent correct) ten opzichte van jongens (71 procent correct). Samenvattend: opgaven gemaakt met de niet succesvolle

strategie zonder uitwerking komen vaker bij jongens voor dan bij meisjes. Omdat jongens met de traditionele staartdeling iets meer succes boeken dan meisjes, heft dat het nadeel voor jongens weer op. Het onderzoek van 1997 liet soortgelijke resultaten zien.

Didactische voorkeur van de leerkracht

In PPON 2004 is aan de leerkrachten gevraagd welke didactische aanpak voor het aanleren van delen het beste aansluit bij de praktijk in de klas. Zij konden daarbij kiezen uit de traditionele staartdeling (17 procent van de leerkrachten), de realistische aanpak (54 procent) of beide benaderingen (23 procent). Van de overige 6 procent van de leerkrachten is de didactische voorkeur onbekend. Opvallend is dus dat hoewel vrijwel alle scholen met een realistische rekenmethode werken waarin de traditionele staartdeling niet wordt behandeld, toch nog 40 procent van de leerkrachten aan die aanpak ofwel de exclusieve voorkeur gaf, ofwel naast de realistische aanpak bleef behandelen. Vooral het gebruik van realistische en traditionele strategieën hangt samen met de didactische voorkeur van de leerkracht, zoals in figuur 7 is te zien.



figuur 7: percentage opgaven per strategie bij PPON 2004, uitgesplitst naar de didactische voorkeur van de leerkracht (leerkracht met realistische didactische voorkeur: $N = 3073$ opgaven, leerkracht met didactische voorkeur voor beide benaderingen: $N = 1346$ opgaven, leerkracht met traditionele didactische voorkeur: $N = 1000$ opgaven)

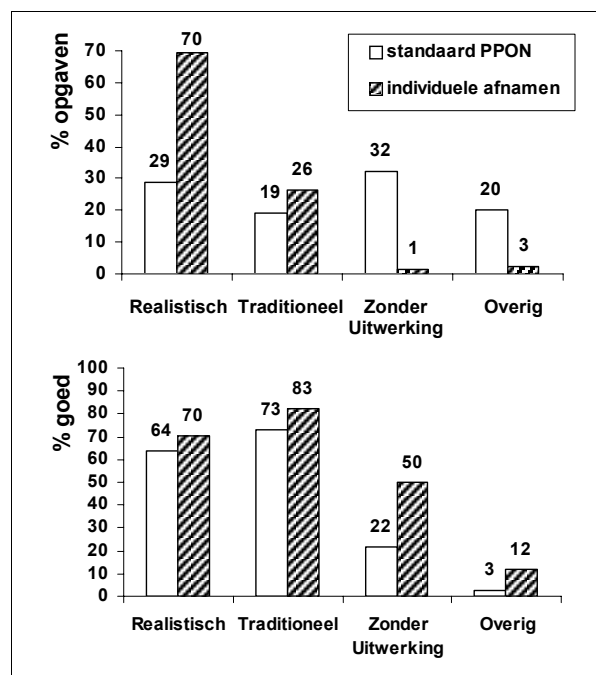
Van alle opgaven gemaakt door leerlingen met een leerkracht met een voorkeur voor de realistische aanpak, is bijna een derde deel (29 procent) ook met een realistische strategie opgelost, terwijl maar 3 procent met een staartdeling is aangepakt. Bijna de helft van deze opgaven (47 procent) is gemaakt zonder uitwerking. De opgaven gemaakt door leerlingen met een leerkracht met een voorkeur voor de traditionele aanpak laten het tegenovergestelde beeld zien: van deze opgaven werd bijna de helft (43 procent) met een staartdeling opgelost tegenover maar 9 procent met realistische strategieën. Ook komen opgaven beantwoord zonder uitwerking wat minder vaak voor met 38 procent. De resultaten voor de opgaven

gemaakt door leerlingen met een leerkracht die beide aanpakken toepast, nemen een soort middenpositie in. Kortom, hoe het delen aangeleerd wordt lijkt sterk van invloed op het strategiegebruik van de leerlingen. Opgaven gemaakt zonder uitwerking komen echter bij alle aanpakken van de leerkracht veel voor.

Parallelonderzoek PPON 2004: individuele afnamen

Binnen PPON 2004 heeft nog een ander onderzoek plaatsgevonden. Bij een selectie van leerlingen zijn achttien opgaven individueel, met een toetsleider, afgenomen om op die manier gegevens te verzamelen over de gebruikte oplossingsprocedures. Hier waren ook twee deelopgaven bij. Op basis van de notities van de proefleider en de uitwerkingen van de leerlingen, is hetzelfde coderingssysteem voor strategieën toegepast als hiervoor. Zo zijn van 140 leerlingen van 58 verschillende scholen, de strategieën bij delen op twee opgaven verkregen: één opgave waarin $7829 : 12$ en één opgave waarin $736 : 32$ (beide in een context) moest worden opgelost. Deze twee opgaven waren ook opgenomen in de standaard PPON, zodat een vergelijking van de resultaten en het strategiegebruik mogelijk is.

Omdat de individuele afnamen onderdeel waren van de standaard PPON, zijn veel omstandigheden van deze twee onderzoeken sterk vergelijkbaar, zoals de samenstelling en het rekenniveau van de steekproef en het moment van toetsafname. Toch presteren de leerlingen in het individuele onderzoek aanzienlijk beter met respectievelijk 60 procent tegenover 29 procent goed bij de eerste opgave, en 84 procent tegenover 52 procent goed bij de tweede.



figuur 8: percentage opgaven (boven) en percentage correct beantwoorde opgaven (onder) per strategie bij de standaard

PPON-afname 2004 ($N = 780$ aangeboden opgaven) en bij individuele afnamen ($N = 280$ aangeboden opgaven), op basis van de twee gemeenschappelijke opgaven

In figuur 8 zijn verschillen in gebruik en effectiviteit van strategieën tussen beide afnamen weergegeven. Deze figuur is gebaseerd op gegevens van de twee gemeenschappelijke opgaven.

Onmiddellijk valt het grote verschil op in het aandeel opgaven dat zonder uitwerking beantwoord of overgeslagen is. Kwam dit bij de standaardafname, zoals we al eerder gezien hebben, vaak voor (op deze twee opgaven in 32 procent van de gevallen zonder uitwerking en 20 procent overgeslagen of onduidelijk), bij de individuele afnamen werd door nagenoeg alle leerlingen een uitwerking opgeschreven (slechts 1 procent van de gevallen is zonder uitwerking beantwoord en 3 procent is onduidelijk of overgeslagen). Dit geringere aandeel van opgaven, die zijn beantwoord zonder uitwerking en overgeslagen opgaven, lijkt vooral ten goede gekomen aan het aantal opgaven gemaakt met een realistische strategie en in mindere mate aan het aantal opgaven gemaakt met een traditionele staartdeling.

De gegevens over de mate van succes van de realistische en traditionele strategieën (onderste illustratie van figuur 8) laten minder grote verschillen zien. Al zijn alle strategieën bij de standaardafname iets minder succesvol dan bij de individuele afnamen, deze verschillen zijn niet groot genoeg om het verschil in totale prestatie te verklaren.⁵ Bovendien is enig voordeel voor de individuele afnamen wel te verwachten, omdat er interactie met de toetsleider plaatsvindt tijdens het oplossen van een opgave.

Dus laten leerlingen bij de individuele afnamen zien dat zij ten eerste goed in staat zijn een uitwerking te noteren, en dat dan ten tweede, hun prestaties aanzienlijk verbeteren. Dat leerlingen bij individuele afname strategieën met meer succes gebruiken, vormt maar een gering deel voor de verklaring. Het verschil zit voornamelijk in het feit dat ze opgaven oplossen met een strategie met een uitwerking.

4 Discussie

Het bestuderen van strategieën die leerlingen gebruiken bij het oplossen van deelopgaven binnen de bewerkingen leverde zeer waardevolle, aanvullende informatie op, die gebruikt kan worden bij het verklaren van de daling van de prestaties bij dit onderdeel. Deze daling van 1997 naar 2004 lijkt toegeschreven te kunnen worden aan: (1) een verschuiving in het strategiegebruik, en (2) een verandering in het succes van de verschillende strategieën. Wat het strategiegebruik betreft is er sprake van een daling van het gebruik van de relatief succesvolle traditionele staartdeling. Daarvoor zijn, misschien anders dan ver-

wacht, geen realistische strategieën in de plaats gekomen, maar wel het risicovolle beantwoorden van opgaven zonder uitwerking. Tegelijk is gebleken dat het beantwoorden van opgaven zonder uitwerking in 2004 ook minder succesvol verliep dan in 1997. Ook de overige strategieën blijken dan iets minder succesvol te zijn.

De factor 'algemeen rekenniveau' lijkt ook een belangrijke rol te spelen: vooral de zwakke rekenaars maken opgaven vaak zonder uitwerking en komen daarmee vrijwel nooit tot het goede antwoord. Terwijl het maken van opgaven zonder uitwerking voor de sterke rekenaars niet zo riskant is en ook nog eens minder vaak plaatsvindt.

Ondersteuning voor de interpretatie dat vooral het maken van opgaven zonder uitwerking bepalend is voor de daling in prestaties, kan ook ontleend worden aan de resultaten van de individuele afnamen. Bij deze individuele afnamen maakten leerlingen de opgaven wél met behulp van het opschrijven van een uitwerking. De geleverde prestaties waren aanzienlijk beter, terwijl de strategieën afzonderlijk niet veel succesvoller waren. Het lijkt er dus op, dat zodra de leerlingen een uitwerking opschrijven bij het oplossen van een deelopgave, waartoe ze goed in staat lijken te zijn, de prestaties vanzelf beter uitpakken.

De observatie dat het veranderende strategiegebruik een grote rol speelt in de daling van de prestaties bij de deelopgaven, roept natuurlijk de vraag op waar deze veranderingen vandaan komen. Logische verklaringen zouden de veranderingen in didactiek voor het aanleren van delen en de aard van het realistische rekenonderwijs in de bovenbouw zijn. Het gebruik van de succesvolle staartdeling daalt natuurlijk, omdat deze in vrijwel alle nieuwe reken-wiskundemethoden is vervangen door realistische varianten, met op de eerste plaats het vroegere paradepaardje van de realistische rekenbeweging, het progressief schematiserend aftrekken van veelvouden van de deler (Treffers, 1987). Het uitsterven van de traditionele staartdeling verloopt overigens veel langzamer dan men zou denken. In PPO 1997 werd 35 procent van de aangeboden deelsommen met een staartdeling opgelost, in PPO 2004 was dit aandeel gedaald tot 13 procent. In PPO 1997 gebruikte 45 procent van de leerlingen minstens één keer de staartdeling, in PPO 2004 was dit gedaald tot 19 procent van de leerlingen. In PPO 2004 had 17 procent van de leerkrachten van de onderzochte leerlingen een exclusieve voorkeur voor de traditionele staartdeling en ging bij 23 procent de didactische voorkeur naar zowel de traditionele als de realistische aanpak uit. De daadwerkelijke implementatie van het realistische gedachtegoed in de bovenbouw van de basisschool is dus nog steeds niet voltooid. Het 'Requiem voor een staartdeling' (Knip in NRC Handelsblad van 16 november 2003) heeft dus veel te vroeg geklonken, zeker zolang in lessen staartdelen van ouders en grootouders de traditionele aanpak wordt gepraktiseerd. Volgens 'De Volkskrant' (4

april 2006) ziet Gravemeijer de staartdeling 'niet meer terugkomen', alsof herintroductie na uitsterven al aan de orde is. Het succesvolle van de staartdeling is overigens niet louter een gevolg van het rekenniveau van de leerlingen die hem gebruiken, zoals Vermeulen zich in 'Volgens Bartjens...' (mei 2005) afvroeg. Hoewel staartdelen in zowel PPON 1997 als PPON 2004 vaker voorkwam onder de sterke rekenaars dan onder de zwakke of gemiddelde rekenaars, 'scoorde' de staartdeling in elke niveau-categorie hoger dan de realistische uitwerkingen, ook al waren de verschillen niet erg groot.

Merkwaardig genoeg trad er tussen 1997 en 2004 geen spectaculaire groei op van het gebruik van realistische uitwerkingen: alleen bij de sterke rekenaars is er een kleine toename te zien. Dit roept vragen op naar de voortschrijdende implementatie van het realistische rekenen in de bovenbouw van het basisonderwijs: waarom stagneert het hier noodzakelijke realistische gebruik van pen en papier? Wat immers wel zeer sterk gegroeid is, is het beantwoorden van deelopgaven zonder een uitwerking erbij op papier. Dit is een riskante werkwijze gezien de vele foute antwoorden, bovendien is deze lage succeskans overigens tussen 1997 en 2004 ook nog eens afgenomen.

Dit vraagt om nader onderzoek van onbedoelde en ongewenste neveneffecten van het realistische rekenonderwijs van bijvoorbeeld de grote nadruk op schattend rekenen en hoofdrekenen en de wellicht verstoorde balans tussen inzicht en oefenen. Veranderd aanpakgedrag zou ook een rol kunnen spelen: leerlingen zijn minder geneigd snel hun toevlucht tot een standaard cijferalgoritme te nemen dan voorheen. Van de leerlingen wordt nu meestal een andere aanpak verwacht. Dit sluit aan bij de daling van het gebruiken van 'standaard' strategieën, realistisch dan wel traditioneel cijferend. Ook is misschien de onderwijstijd besteed (en het belang gehecht?) aan bewerkingen en aan het oefenen ervan in het realistisch onderwijs verminderd, zoals sommigen opperen. De totale tijd besteed aan rekenen is sinds 1997 gelijk gebleven, zo blijkt uit het onderzoek naar het onderwijsaanbod in de Balans (Janssen e.a., 2005), maar dat sluit niet uit dat aan sommige gebieden meer en aan andere gebieden juist minder tijd wordt besteed. Meer 'realistische' leerkrachten die minder tijd besteden aan bewerkingen, zou kunnen verklaren waarom het verdwijnen van de staartdeling geen plaats heeft gemaakt voor de realistische strategieën. Mogelijk hebben leerlingen deze strategieën te weinig onder de knie en antwoorden dan zonder een uitwerking te noteren. Nader onderzoek zou moeten uitwijzen of dit inderdaad ook een neveneffect van het realistische rekenonderwijs is.

De tendens om een antwoord te geven zonder schriftelijke ondersteuning bij deelopgaven waar dat over het algemeen wel gewenst is, is door ons wel eerder waargenomen in kleinschalig onderzoek op scholen in Leiden en omgeving. Hierbij ging het echter om hooguit 11 procent

van de opgaven in groep 6, overigens met een grote kans op succes (Van Putten e.a., 2005), en het leek in een ander onderzoek van groep 6 naar groep 8 juist af te nemen (Bakker, 2005). Bij de individuele toetsafnamen in het kader van PPON 2004 is dit fenomeen niet opgemerkt, omdat de interactie van de leerling met de toetsleider juist gericht was op het achterhalen van de strategie van de leerling.

Een en ander roept wel de vraag op wat nu een betere afspiegeling is van hoe leerlingen 'in het echt' een opgave aanpakken: dat wat ze in de toetsboekjes doen, of dat wat ze in een interactie met een toetsleider laten zien, of zit het hier ergens tussen in? En waar komen die verschillen vandaan? Hebben leerlingen (tegenwoordig?) een te korte concentratiespanne voor het gebruikmaken van geschreven uitwerkingen die over het algemeen bij deze deelopgaven noodzakelijk zijn om tot een goed antwoord te komen, bijvoorbeeld omdat ze in de zogenoemde zap-cultuur zijn opgegroeid? Of is de afname PPON Einde Basisonderwijs te vrijblijvend, zo na de Cito eindtoets en vlak voor het einde van het schooljaar? Opgemerkt moet worden dat de peilingen Einde Basisonderwijs steeds in deze periode zijn afgenomen.

Ook kan de vraag gesteld worden wat voor gevolgen deze bevindingen hebben voor het onderwijs. Missen de zwakke leerlingen de essentie van het realistische delen en maken zij daardoor zo vaak opgaven zonder uitwerking? Moeten de bewerkingen misschien gedifferentieerder aangeleerd worden?

Een andere vraag is of de metacognitieve vaardigheden meer aandacht moeten krijgen, zodat leerlingen in gaan zien dat het maken van opgaven zonder uitwerking riskant is en het daarom minder gaan doen? En, moeten we de staartdeling nog niet afschrijven als strategie, maar moet er een leerlijn komen waarin voortbouwend op het realistisch delen met het happenschema vervolgens de staartdeling wordt geïntroduceerd, zoals in oudere realistische rekenmethoden nog het geval was?

Ten slotte vragen we ons af of er meer aandacht moet worden besteed aan het opschrijven van uitwerkingen, bijvoorbeeld door niet alleen goede antwoorden te belonen, maar ook de aanpak en uitwerking van de leerling in de beoordeling mee te nemen. De Engelse reken-didacticus Thompson (2004) onderscheidt in dit verband persoonlijke kladjes (*jottings*) om een berekening te ondersteunen en passend bij de soms nog zeer informele strategieën van kinderen, van uitwerkingen (*workings*) die de functie van berekeningen hebben die ook begrijpelijk voor de leerkracht moeten zijn. Zij kunnen volgens Ruthven in elkaars verlengde liggen:

It can augment working memory by *recording* key items of information (and) it can cue sequences of actions through *schematising* such information within a spatial configuration. (1998, pag.31)

Noten

- 1 De resultaten die in dit artikel worden gepresenteerd, zijn verkregen door nadere analyse van PPON-toetsboekjes uit 1997 en 2004. Cito heeft deze toetsboekjes beschikbaar gesteld aan de Universiteit Leiden, Sectie Methoden en Technieken van Psychologisch Onderzoek. Wij zijn Cito, in het bijzonder J. Janssen en F. van der Schoot, bijzonder erkentelijk voor deze samenwerking. De strategieanalyse van de deelopgaven in PPON 1997 is verricht door G. Rademakers (2001) en M. Beishuizen (zie Rademakers e.a., 2004). De strategieanalyse van de deelopgaven in PPON 2004 is verricht door studenten Pedagogische Wetenschappen (zie Bolhuis e.a., 2004). Een eerdere versie van dit artikel is opgenomen in de Balans van PPON 2004 (Janssen e.a., 2005). De onderzoeksresultaten zijn ook gepresenteerd tijdens een Cito-verdiepingswerkgroep op de Panama-conferentie (Noordwijkerhout, 18 januari 2006) en een PPON-symposium van Cito op de 'Onderwijs Research Dagen' (Amsterdam, 11 mei 2006).
- 2 In de peilingen van 1987 en 1992 werden de bewerkingen nog als 'cijferen' aangeduid. Vanaf de peiling van 1997 wordt deze term niet meer gebruikt, omdat de standaardcijferprocedure nog maar een van de procedures bleek te zijn, waar leerlingen gebruik van maken (Janssen e.a., 1999, pag. 14). Om deze connotatie van de term cijferen met standaardprocedures te vermijden, gebruiken wij deze term ook niet in dit artikel.
- 3 Er dient opgemerkt te worden dat beide weergaven een iets andere opgavenverzameling betreffen: voor de volledigheid zijn bij de grafiek over het gebruik van de strategieën de percentages over de gehele opgavenverzamelingen van 1997 en 2004 weergegeven, omdat werd verwacht dat mogelijke verschillen in moeilijkheidsgraad weinig effect op het gebruik van de strategieën hebben. Inderdaad leverde vergelijking van de percentages opgaven per strategie op basis van de gehele opgavenverzameling met die op basis van de vier gemeenschappelijke opgaven, nagenoeg dezelfde resultaten. Daarentegen is de moeilijkheidsgraad van de opgaven natuurlijk wel van invloed op de mate van succes van de correcte vergelijking bij die grafiek. Er is voor gekozen om de succespercentages te baseren op de vier gemeenschappelijke opgaven.
- 4 In PPON 1997 maakten alle leerlingen die deelopgaven maakten, tien deelopgaven. De volgende regel werd gehanteerd: een leerling beschikt over een strategie, als hij of zij deze op minstens drie verschillende opgaven toepasten. Voor PPON 2004 ligt dit iets gecompliceerder, omdat de leerlingen die deelopgaven maakten, tussen de vier en acht deelopgaven kregen aangeboden. De regel is daarom als volgt uitgebreid: leerlingen die vier of vijf opgaven maakten, beschikken over een strategie als zij die op minstens één opgave lieten zien; bij zeven of acht

opgaven moesten zij een strategie minstens twee keer gebruiken.

- 5 Merk op dat het vrij hoge succespercentage van het maken van opgaven zonder uitwerking bij de individuele afnamen maar op een heel klein aantal opgaven gebaseerd is, dus dat daaraan niet teveel betekenis kan worden ontleend.

Literatuur

- Bakker, C.M. (2005). *Strategiekeuze bij het maken van deelsommen: een onderzoek in de bovenbouw van het basisonderwijs*. Leiden: Universiteit Leiden (bachelorscriptie psychologie).
- Bokhove, J., F. van der Schoot & Th. Eggen (1996). *Balans van het rekenonderwijs aan het einde van de basisschool 2*. Arnhem: Cito.
- Bolhuis, A. van, D. van Brakel, F. Burghouts, S. Deenen, D. Gopal, J. Hofman, G. van 't Land, J. Ligtvoet, E. Murre, K. Ratsma & B. van der Weide (2004). *Rekenstrategieën bij deelsommen*. Oefenonderzoek 2004. Universiteit Leiden: Pedagogische Wetenschappen.
- Janssen, J., F. van der Schoot, B. Hemker, & N. D. Verhelst (1999). *Balans van het reken- wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 3*. Arnhem: Cito.
- Janssen, J., F. van der Schoot, & B. Hemker (2005). *Balans van het reken- wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. Arnhem: Cito.
- Putten, C.M. van, P.A. van den Brom-Snijders & M. Beishuizen (2005). Progressive Mathematization of Long Division Strategies in Dutch Primary Schools. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36, 44 -73.
- Rademakers, G. (2001). *Strategiegebruik, prestaties en foutentypen bij delen in groep 8 van het basisonderwijs; de PPON-data 1997 nader geanalyseerd*. Leiden: Universiteit Leiden (doctoraalscriptie Pedagogische Wetenschappen).
- Rademakers, G., C. M. van Putten, M. Beishuizen & J. Janssen (2004). Traditionele en realistische algoritmes bij het oplossen van deelsommen in groep 8; een nadere analyse van PPON-materiaal uit 1997. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 23(4), 3-7.
- Ruthven, K. (1998). The use of mental, written and calculator strategies of numerical computation by upper primary pupils within a "calculator-aware" number curriculum. *British Educational Research Journal*, 24, 21-42.
- Thompson, I. (2004). To jot or not to jot. *Mathematics in School*, 33(3).
- Treffers, A. (1987). Integrated column arithmetic according to progressive schematisation. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 125-145.
- Wijnstra, J.M. (red). (1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool*. Arnhem: Instituut voor Toetsontwikkeling.

A recent Dutch national assessment at the end of primary school (PPON 2004) shows that student achievement for written arithmetic has again dropped sharply compared to earlier assessments. In this paper, we try to contribute to the causal explanation of this achievement drop by exploring the strategies used by the students to solve the division problems of the PPON assessments of 2004 and 1997.

The achievement drop for written division is related to two types of changes. First, there were clear changes in strategy use: in 2004 the traditional long division algorithm has been used far less than in 1997, while application of the new realistic division procedure hardly changed over that period. However, there was an increased tendency to answer the division problems without any workings or jottings. Second, all these different strategies proved to be less successful in 2004 compared to 1997; this was especially true for answering without workings or jottings. In 1997 this answer-only approach was already the most risky strategy: it got even worse in the national assessment of 2004.

These results remain valid when we control for gender and for general mathematical level of the students, but boys and students with a weak mathematical level have a stronger tendency to answer the problems without workings or jottings compared to girls and other levels.