

Materiaalontwikkeling Procenten Volwasseneneducatie

W. Matthijse
SVE, Amersfoort

1 Inleiding

In dit artikel gaat het om materiaalontwikkeling ten behoeve van procentrekenen op niveau 2/3¹ binnen de basiseducatie.

Achtereenvolgens worden de volgende onderdelen uitgewerkt:

- het kader waarbinnen dit materiaalontwikkelproject moet worden geplaatst;
- vooronderzoek naar het rekenniveau van de cursisten ten aanzien van procenten;
- overwegingen (dilemma's) bij het ontwerpen van pakketjes en enkele eerste ervaringen.

2 Kader waarbinnen het materiaalontwikkelproject 'Procenten' moet worden geplaatst

Materiaalontwikkeling voor de basiseducatie is een stap in een proces van leerplanontwikkeling ten behoeve van de basiseducatie waarmee in 1991 een begin is gemaakt door middel van de publikatie van de 'Doelen Rekenen-Wiskunde'. In die publikatie wordt een drietal rekenniveaus onderscheiden voor de basiseducatie.

Voor elk van die niveaus zijn vervolgens cursusplannen (1992, 1994, 1995) geschreven, documenten waarin staat hoe rekenonderwijs er op het betreffende niveau uit zou kunnen zien: doelen, inhoud, (deel-) leergangen, didactiek, voorbeeldactiviteiten en lesmaterialen. Als vervolg op deze cursusplannen en passend binnen het didactisch kader ervan, zijn in 1994 een tweetal materiaalontwikkelprojecten van start gegaan met als doel geschikt lesmateriaal voor volwassenen te ontwikkelen (dat tot op heden in beperkt mate voorhanden is en waaraan grote behoefte bestaat) en tegelijkertijd meer kennis en inzicht te verkrijgen over geschikt rekenonderwijs voor volwassenen. Immers, de in de eerder genoemde cursusplannen beschreven aanpak 'leunt' in hoge mate op de 'realistische kinderdidactiek', zoals die de afgelopen jaren ontwikkeld is.

Er zijn echter met betrekking tot (reken)onderwijs aan niet tot laag opgeleide volwassenen in de basiseducatie enkele zaken te noemen, die duidelijk afwijken van rekenonderwijs aan kinderen. Zaken die consequenties moeten hebben voor een eigen volwassen versie van een realistische didactiek. Ik hang ze op aan vijf 'kapstokken':

- 1 Vanwege de sterke nadruk op functionaliteit en leermotivatie, is een sterke toespitsing van *contexten* en *toepassingssituaties* op de verschillende leerperspectieven (sociale redzaamheid, opleiding of werk) noodzakelijk.
- 2 Gelet op kenmerken van cursisten binnen de basiseducatie met betrekking tot hun leervaardigheid, lijkt een zekere beperking geboden ten aanzien van de verscheidenheid (meersporigheid) van gehanteerde uitleggen en *modellen*. Dit houdt tevens een zekere terughoudendheid in ten aanzien van het vermogen tot zelfconstructie met ondersteuning van die modellen. Voorts is het zo dat verreweg de meeste cursisten in hun dagelijks leven veel rekenen - al zullen zij dat zelf niet altijd als rekenen benoemen. De meeste cursisten hebben zo hun eigen strategieën, aanpakken (vaak informeel, niet-schools van karakter). Bij de keuze voor een model moet voorop staan of eigen informele aanpakken van cursisten daarin op een natuurlijke wijze een plaats kunnen vinden.
- 3 Ten aanzien van interactie is een tweetal opmerkingen te maken.

Het grootste deel van de cursisten binnen de basiseducatie bestaat uit anderstaligen. Dat houdt in dat zij rekenonderwijs krijgen in een tweede taal die zij doorgaans ook nog zelf aan het leren zijn. Vanwege hun leeftijd en achtergrond kost het verwerven van die tweede taal de nodige moeite en tijd. Communicatie en interactie over rekenstrategieën wordt daarmee geproblematiseerd. (Overigens dient hier niet een voorkeur voor 'taalarm' rekenonderwijs uit afgeleid te worden!) (Zie hiervoor ook Van den Hurk, 1995.)

Daarnaast wordt binnen de volwasseneneducatie in steeds sterkere mate gedacht vanuit individuele leertrajecten, aan 'onderwijs op maat' (zeker vanaf niveau 2/3 basiseducatie). Teneinde leerwegen voor cursisten korter en efficiënter te maken wordt met cursisten afzonderlijk een traject (een programma)

vastgesteld. Een dergelijke aanpak vergt van instellingen een flexibel en modulair aanbod, waarbij cursisten in grotere mate zelfstandig, 'op afstand begeleid', dit programma uitvoeren. Dit lijkt op gespannen voet te staan met het huidige interactieve groepsonderwijs.

Tot slot zijn er dan nog een tweetal aspecten die hieraan toegevoegd kunnen worden:

- 4 Er is de noodzaak tot *toespitsing van inhouden* van het rekenonderwijs tot die inhouden die relevant en functioneel zijn met het oog op het beoogde leerperspectief, een perspectief dat zowel sociaal-maatschappelijk kan zijn als gericht op werk of vervolgopleiding. Een voorbeeld: gegeven de zeer geringe maatschappelijke relevantie van formeel breukrekenen of van het cijferen krijgen deze onderwerpen een geheel andere betekenis en plaats in het programma. Daarentegen neemt de zakrekenmachine een zeer belangrijke plaats in.
- 5 Daarnaast hebben de cursisten die vroeger op school hebben gezeten ook een *rekenverleden*: herinneringen, ervaringen en beelden over rekenonderwijs, met daarin een dominante plaats voor het schoolse, cijferende, mechanistische rekenen.
Er is vaak een grote kloof tussen enerzijds hun schoolse verleden en (flarden van) schoolse rekenkennis en anderzijds hun dagelijkse (informele) rekenwerk. Ook hebben ze vaak een 'schoolse' verwachting van rekenonderwijs in de basiseducatie.

3 Een procentenproject

Het project wordt uitgevoerd door de Stichting Volwassenen Educatie (SVE) in samenwerking met twee basiseducatie-instellingen in Utrecht en Nieuwegein.² In deze instellingen is het vooronderzoek uitgevoerd en zijn de experimentele pakketten door de twee betrokken docenten getest.

In het project zitten de volgende stappen:

- vooronderzoek procentenkennis c.q. strategieën bij cursisten;
- ontwerp van experimentele pakketten. ;
- uittesten en bijstellen van de pakketten.

Het project bevindt zich op dit moment in de derde fase.

Het vooronderzoek

In het vooronderzoek is bij elf cursisten onderzocht wat hun kennis, inzichten en rekenstrategieën zijn ten aanzien van procenten.

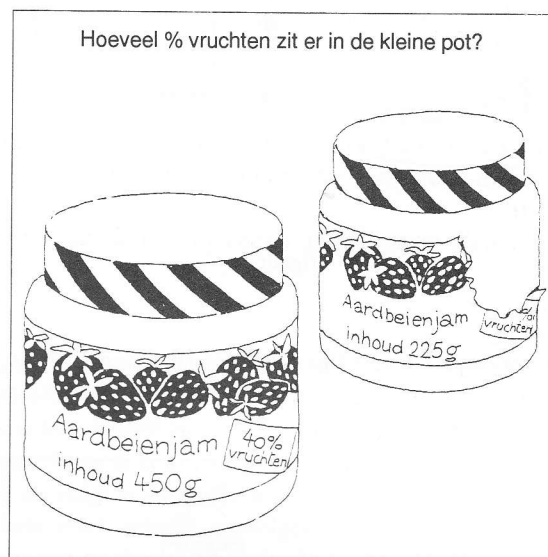
Het ging hierbij om elf anderstalige cursisten die in hun land van herkomst rekenonderwijs hebben gehad. Zij

hadden geen van allen rekenonderwijs (inclusief de basiseducatie) in Nederland genoten. De onderzoekjes hadden de vorm van interactieve, procesgerichte reken-gesprekken.³

Ik zal eerst enkele voorbeelden geven van het rekenwerk van de cursisten die mijns inziens illustratief zijn. Daarna zal ik een meer algemeen beeld schetsen.

Vruchtenpercentage

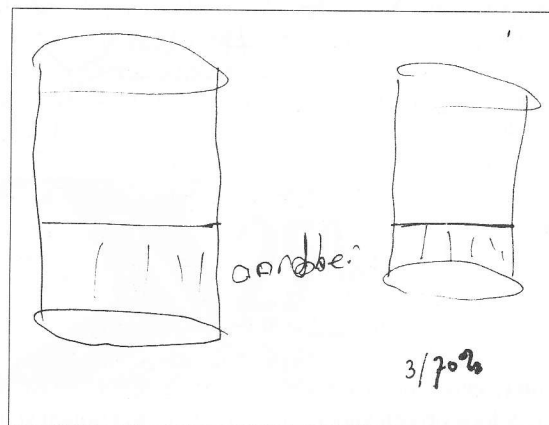
Een opgave die aan alle cursisten is voorgelegd treft u aan in figuur 1.



figuur 1

Zeki had als oplossing: '20 procent'.

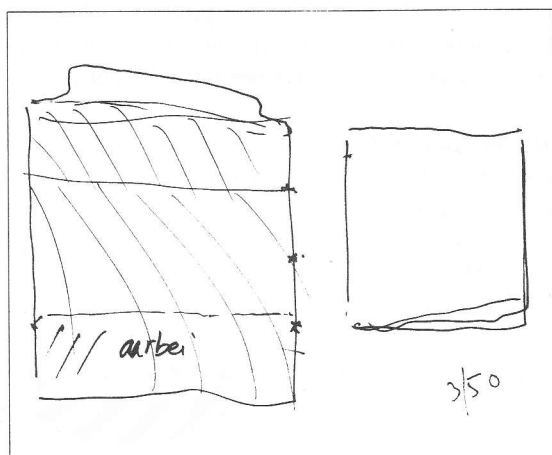
Toen ik vroeg of hij er een tekening bij kon maken, maakte hij onderstaande schets (fig. 2).



figuur 2

Naderhand realiseerde ik me dat ik hier had kunnen doorvragen door het potje verder te halveren, zodat hij dan in 'conflict met zichzelf' had kunnen komen. Overigens kan dan beter naar het suikerpercentage worden gekeken vanwege de connotatie 'zoeter, minder zoet'.

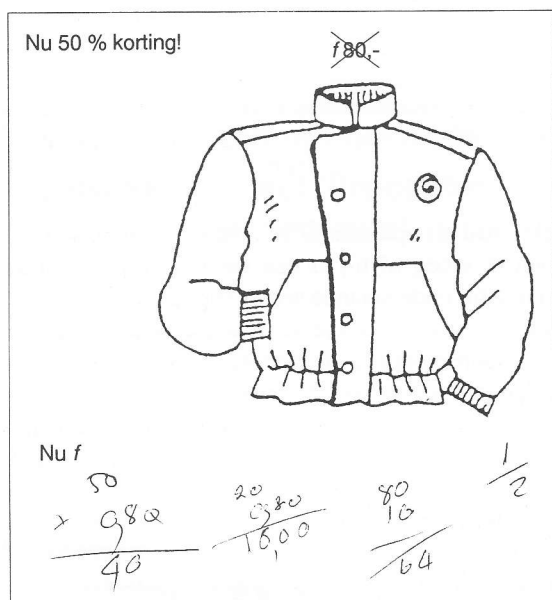
Een geheel andere benadering was die van Oanh Le. Hij koppelde 40 procent aan 0,25 en verdeelde de pot in vier delen (fig.3). Hij bleek $\frac{4}{10}$ deel (40 procent) te verwarren met $\frac{1}{4}$ deel.



figuur 3

Korting

Dit rekenwerk is van Thu (fig.4). Hij berekent hier 50 en 20 procent korting op een jas van f80,-. Met hem kiezen veel cursisten dan voor een cijferende aanpak.



figuur 4

Echter, een eindje verderop in het gesprek blijkt hij moeiteloos op een ander repertoire over te kunnen stappen. De vraag was:

Prijsverlaging van 19 procent.

Wat wordt de nieuwe prijs van een cassettebandje van f10,-?

Thu: 'Iets minder dan acht gulden, want 20 procent is eenvoudige deel.'

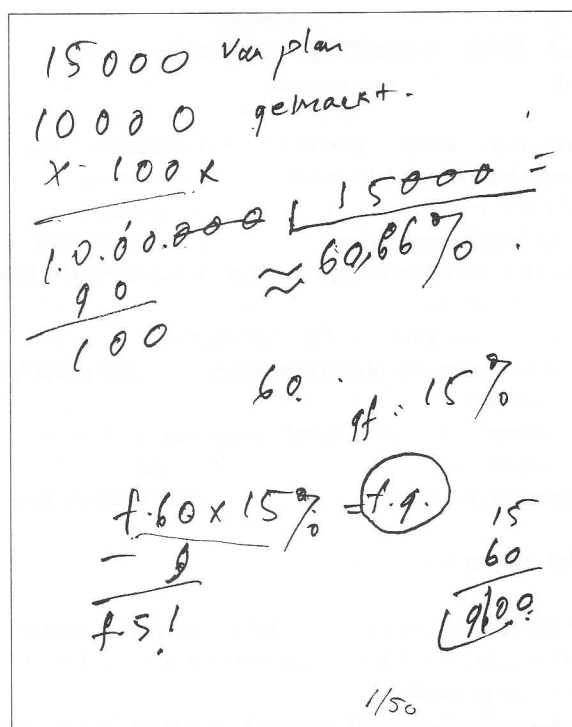
De indruk ontstaat dat sommige cursisten willen laten

zien wat ze kunnen. Vooral bij cursisten met een Aziatische achtergrond lijkt dit sterk te spelen.



figuur 5

Zij beschikken over een zekere trots op hun - cijferende - rekenkunst. Ook al kan het dan makkelijker, toch laten ze zien dat het ook moeilijker (echt rekenen) kan. Een andere cursist, Elif, kreeg ook het bovenstaande kortingsprobleem (fig. 5), maar dan met 40 procent korting (op f80,-).



figuur 6



figuur 7

Dat werd cijferend opgelost. In een eerdere fase van het gesprek echter had hij 20 procent korting uit zijn hoofd uitgerekend via een vijfde deel eraf.

Toen ik hem daarmee confronteerde en vroeg welke percentages hij uit zijn hoofd rekende (via breuken) gaf hij het volgende rijtje:

50%, 25%, 10%, 20% en 33,3%.

Alle andere percentage-berekeningen gaan via een of andere vorm van de éénprocent-aanpak. Dat cijferen kan een hoge vlucht nemen, getuige het volgende antwoord van Oanh Le toen ik hem vroeg een voorbeeld te

geven van procenten uit het dagelijks leven (fig.6).

Oanh Le:

Een autofabriek plant vijftienduizend auto's, maar ze maken er maar tienduizend. Dat is hoeveel procent?

Hoewel de meeste cursisten via breuken rekenen, bewandelt een enkele cursist de weg van verhoudingen. Refik moet hier 40 procent korting berekenen op een jas van f 80,-. Wat wordt de nieuwe prijs? Refik rekent hier als volgt (fig.7).

Hij neemt 40 procent korting van f 10,-; dat levert f 6,- op. Daarna vermenigvuldigt hij met 8. Dat levert f 48,- op.

Ik vroeg toen naar 3 procent korting. Hij ging op dezelfde wijze te werk (terwijl $3 \times 0,80$ eerder voor de hand lijkt te liggen). 3 procent korting op f 10,- levert f 9,70 op. Vervolgens probeert hij $8 \times 9,7$ cijferend op te lossen, maar loopt dan vast. Voor hem fungeert de f 10,- als tussenstation, dat hij neemt als bedragen kleiner zijn dan f 100,-

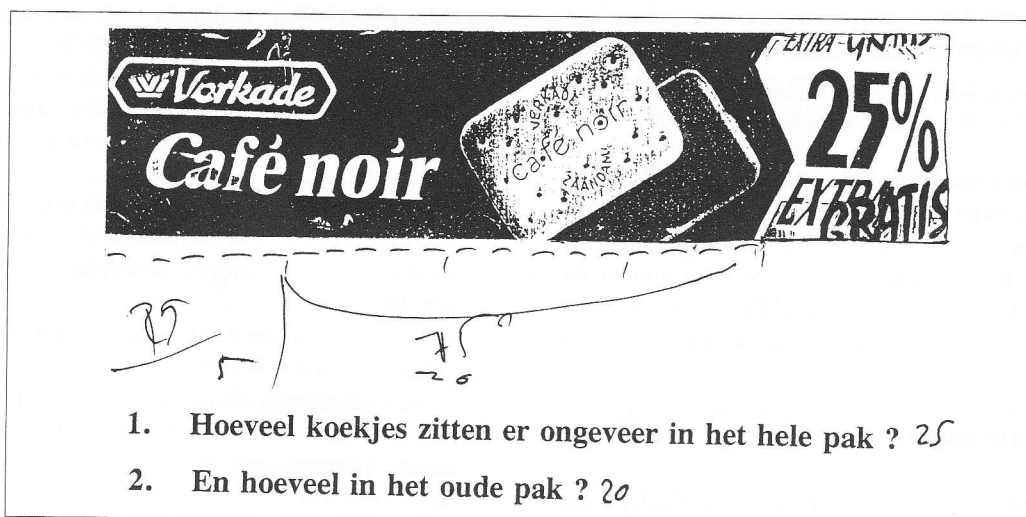
Het koekjespak

Een opgave die aan alle cursisten is voorgelegd is de volgende (fig.8).

Zeki kwam tot 25 koekjes in het grote pak en 20 in het oude. Toen ik hem vroeg dat aan mij uit te leggen, ging hij als volgt te werk: Hij tekende 20 streepjes onder het 'oude pak', schrijft vervolgens 25 onder de eerste 5 streepjes en daarna 75 onder de overige 15. Vervolgens zegt hij: 'Dit zijn er 25 en dat zijn er 75' en schrijft nog een 5 onder de 25 en 20 onder de 75.

Zijn uitleg doet denken aan het model van de dubbele getallenlijn met aan de bovenkant de getallen vijf en twintig (in de vorm van streepjes/koekjes) en aan de onderkant de getallen 25 en 75. Waarbij vervolgens de bovenkant-getallen weer onder worden gezet (de twintig is overigens bedoeld als totale hoeveelheid en niet als deel (de 75 procent)).

Geconstateerd kan worden dat deze verpakking blijk-

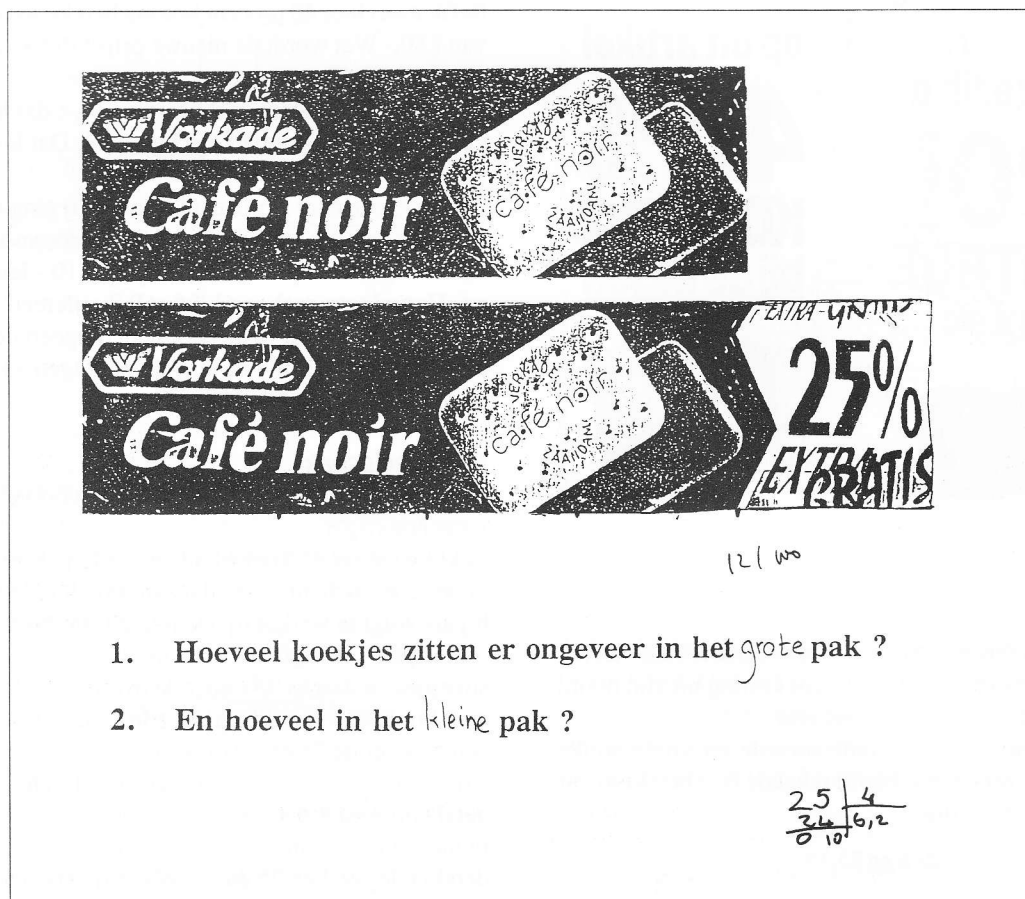


figuur 8

1. Hoeveel koekjes zitten er ongeveer in het hele pak ? 25
2. En hoeveel in het oude pak ? 20

Elif zet bijvoorbeeld streepjes (fig. 9).

- tussen cursisten onderling is sprake van grote nivea-
verschillen;
- over het algemeen hebben cursisten een beperkt be-
grip van procenten: ‘een aantal min of meer vaste
procedures’; ‘procenten, dat doe je zo ...’.



figuur 9

'10 koekjes in oude pak en 14 koekjes in nieuwe pak, want 25 procent extra is 4 extra, want 25 keer 4 is 100.'

Wat men ziet is dat er (mechanistisch) gemanipuleerd wordt met de eigenschappen van getallen zonder dat men weet of en waarom er gedeeld of juist vermenigvuldigd moet worden (zie ook jampotvoorbeeld van Oanh Le).

Als alle onderzoeken naast elkaar worden gelegd dan zijn er naast de nodige verschillen toch ook wel wat ge-

Het repertoire dat men heeft wordt nogal mechanistisch ingezet en is gefragmenteerd (gefossiliseerd): weinig dwarsverbanden, beperkte flexibiliteit en wendbaarheid;

- cursisten hebben een zekere weerstand tegen ‘makkelijk’ rekenen (via een strook, makkelijk breuken of een zakrekenmachine) en tegen schattend rekenen. Met name is dit sterk bij cursisten uit Azië (Chinezen, Vietnamezen). Zij zijn trots op hun (cijferende) rekenkunst.

4 Het ontwerpen van experimentele pakketten

Vervolgens is een eerste ontwerp gemaakt voor een pakket procentrekenen.

Dat ontwerp ging gepaard met de nodige afwegingen en dilemma's. Daarvan zal ik er twee kort bespreken:

- 1 Modelkeuze.
- 2 Zelfstandig werken.

Modelkeuze

Het procentbegrip kent een verhoudingsaspect (zoveel per honderd) en een breukenaspect (1 procent is $\frac{1}{100}$ deel).

Het verhoudingsaspect kan ondersteund worden door middel van de verhoudingstabel, die vooral als rekenmodel fungeert. Het breukenaspect kan ondersteund worden door middel van de procentenstrook die zowel als denkmodel (visualisering) en als rekenmodel fungeert. Het kan verschillen per type probleem, of een verhoudingsaanpak dan wel een breukenaanpak de voorkeur verdient.

In principe kunnen echter alle procentproblemen, hetzij via een breukenaanpak, hetzij via een verhoudingsaanpak, of via een combinatie van beide worden aangepakt. Moesten nu beide modellen worden verwerkt in het pakket?

Ideaal gesproken wel, immers dat leidt tot een 'meer-sporige' benadering waarbij cursisten uit een breed repertoire kunnen kiezen wat een geschikte strategie is. Gezien de beperkte tijd die cursisten en instellingen doorgaans ter beschikking staat en de moeite die het kost zich nieuwe denk- en rekenmodellen eigen te maken, lijkt dit niet wenselijk (zie ook paragraaf 2).

In dit pakket wordt gekozen voor een benadering van procenten via breuken, en wel om de volgende redenen:

- de procentenstrook (hierna te noemen: strook) heeft een sterk visueel en aanschouwelijk karakter, het redeneerproces lijkt goed te volgen. Dit werd ook bevestigd door enkele voorbeelden uit het vooronderzoek. Achter de strook kan een modelcontext ge-

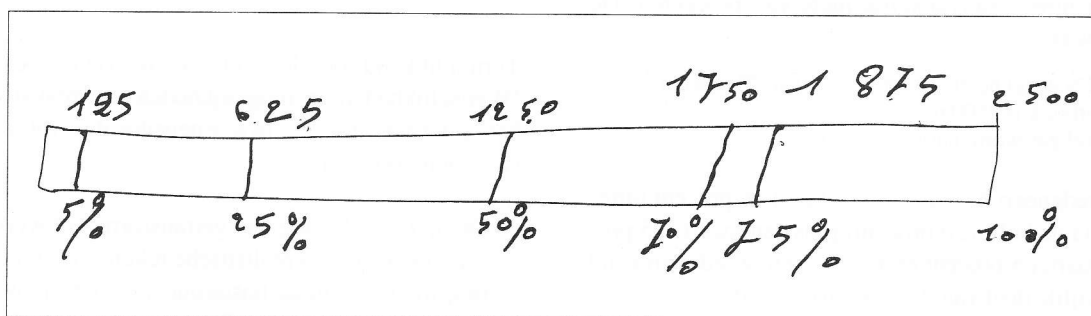
dacht worden;

- de strook biedt begripsmatige ondersteuning voor bepaalde (vaak onbegrepen) rekenfeiten waarover veel cursisten beschikken, zoals 100 procent is alles, 25 procent is een kwart, enzovoort. Cursisten hebben doorgaans al veel kennis van het rekenen met eenvoudige breuken als $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$, enzovoort. Het rekenen met deze breuken komt in het dagelijks leven veel voor. Dat is van belang. Immers het gekozen model moet zoveel mogelijk aan de eigen kennis een plaats kunnen bieden. Cursisten moeten met dit model hun eigen 'gefossiliseerde kennis' weer 'tot leven kunnen wekken', kunnen verklaren. (Dit lijkt me een betere weg dan te zeggen: 'Ze hanteren een mechanistische éénprocent-aanpak, dus kiezen we daar juist niet-voor');
- schattend rekenen met procenten kan met behulp van de strook beter ondersteund worden dan via de verhoudingstabel. Dit is met name van belang vanwege de belangrijke plaats die schattend rekenen krijgt in combinatie met het werken met de zakrekenmachine;
- de overstap naar de éénprocent-aanpak en de zakrekenmachine is goed te maken. Er wordt op grond van consistentieoverwegingen voor gekozen om bij inzet van de zakrekenmachine de éénprocent-aanpak te volgen, dus 17,5 procent BTW van f 345,- wordt $17,5 \times 3,45 =$. In latere instantie komt de methode via decimaalgetallen aan de orde. In principe zijn echter alle typen procentopgaven inzichtelijk op te lossen via de breukenaanpak, visueel ondersteund door de strook.

Zelfstandig werken

Binnen de volwasseneducatie is men zich sterk aan het oriënteren op het op andere wijze organiseren van het leerproces. Er is sprake van toenemende 'individualisering', 'flexibilisering' en 'individuele leertrajecten'. Men wil rekenmateriaal met meer 'docentonafhankelijke(re)' instructie, controle en reflectiemomenten.

In de pakketten is dit aspect verwerkt via: (reflectieve) antwoordenboeken, samenvattingen vooraf en aan het eind van lessen, tips, suggesties en hulp tussendoor, fictieve dialogen op papier, het werk van een andere cur-



figuur 10

sist bekijken, afnemende sturing, het zelf opschrijven van de eigen berekeningswijze, instap- en eindtoetsen, aangepast taalgebruik vanwege het tweede taalaspect, enzovoort.

Ter aanvulling op het zelfstandig werken zijn er *interactieve activiteiten ontworpen*: wanneer cursisten zelfstandig in kleine groepjes of individueel met de pakketten werken, zal reflectie met betrekking tot begrip van en rekenen met procenten maar in beperkte mate kunnen plaatsvinden. De daarvoor benodigde interactie ontbreekt immers, al wordt dit tot op zekere hoogte 'gecompenseerd' via zaken als hiervoor genoemd.

5 Eerste ervaringen met experimentele pakketten

Op grond van eerste ervaringen met het materiaal lijkt de procentenstrook een goede begripsmatige ondersteuning bij het hoofdrekenen en schattend rekenen van cursisten te geven. De strook lijkt uit te nodigen tot construeren en maakt meerdere niveaus van handelen mogelijk. Hierna geven we enkele voorbeelden van het werk van cursisten.

Ahmet probeerde te overtuigen dat dit een veel snellere methode was (fig.11).

figuur 11

Sahin

Sahin loste geheel zelfstandig het volgende probleem op (fig.12).

Een kortingskaart

Wim reist veel met de trein.
Hij heeft een kortingskaart.
Hij krijgt dan 40% korting op het treinkaartje.
Hieronder zie je zo'n treinkaartje.

Marcel kocht hetzelfde treinkaartje.
Dat zie je hieronder.
Maar hij heeft geen kortingskaart.
Wat moet Marcel betalen?

figuur 12

Ahmet

Ahmet begreep aanvankelijk niets van procenten. De opgave was:

'Een CV-ketel heeft een rendement van 70 procent.
Gasverbruik is 2500 m³.
Hoeveel gas wordt nuttig gebruikt?'

Ahmet redeneert hier als volgt: 'Eerst 75 procent uitrekenen via de helft (50 procent) plus een kwart (25 procent). Daarna 5 procent eraf (5 procent wordt berekend via eenvoudige deel van 25 procent)' (fig.10).

Vervolgens ontstond er een discussie met de buurman-cursist die dit probleem via drie cijferingen oploste en

6 Ten slotte

Terugblikkend op de titel van de onderzoekersdag 'Wenselijkheden en mogelijkheden van realistisch rekenonderwijs in de volwasseneneducatie' tot slot nog twee opmerkingen:

- 1 De titel van die dag kan getransformeerd worden tot een vraag: 'Is een realistische reken-wiskundendidactiek wenselijk in de basiseducatie en zo ja wat is er dan mogelijk (onder welke voorwaarden)?' Een antwoord op deze vraag kan nu niet gegeven worden ge-

zien het feit dat er nog nauwelijks onderzoek is gedaan naar enerzijds het informele alledaagse rekenen van volwassenen en anderzijds naar rekenonderwijs aan volwassenen. Daar is dus dringend behoefte aan.

- 2 Op grond van de verschillen die er zijn met jeugdonderwijs (zie hoofdstuk 1, waarbij ik met name denk aan de aspecten: beperking aantal modellen, tweede taalaspect en zelfinstructie) heb ik het sterke vermoeden dat er een 'volwassen' variant van het realistisch jeugdrekenen te construeren is.
Een sterkere mate van voorstructurering van leerlijnen lijkt zich voor te doen; het convergerende aspect zal sterker de nadruk krijgen dan het divergerende. Bij procenten zou zich dat af kunnen tekenen door een eensporige benadering via breuken. Of dat werkt zal verder onderzocht moeten worden.

Noten

- 1 Het reken-wiskundeonderwijs binnen de basiseducatie kent drie niveaus. Niveau drie is, grofweg gesproken, vergelijkbaar met eind basisonderwijs. Zie ook: Sormani, Luyten, 1991.

- 2 De betrokken docenten en instellingen zijn: Anne Goolhof van BE-instelling KANS te Utrecht en Peter Pot van BE-instelling 't PLAN in Nieuwegein.
- 3 Deze werkwijze is uitvoerig beschreven in het pakket: Groenestijn, M. van, J. van Amersfoort & W. Matthijsse (1992). *Supermarkstrategie, een procedure voor niveau-bepalen in de basiseducatie*.
De daarin beschreven werkwijze is voor een belangrijk deel ontleend aan het 'Kwantijzerproject', zij het 'vertaald' naar de basiseducatie.

Literatuur

- Sormani, H. & R. Luyten (1991). *Doelen Rekenen/Wiskunde*. Amersfoort: SVE.
- Cursusplannen:
- Heege, H. ter (1992). *De eerste hindernissen overwinnen, cursusplan elementair rekenen*. Enschede: SLO.
- Luyten, R. & H. ter Heege (1995). *Meer perspectief, cursusplan funderend rekenen*. Amersfoort/Enschede: SVE/SLO.
- Matthijsse, W. (1994). *Cursusplan Rekenen/Wiskunde, niveau 3, doorstroomgericht*. Amersfoort: SVE.
- Hurk, M. van den, E. Duvidneau, C. Kuypers & C. Kathmann (1995). *Rekenen op taal, rekenonderwijs aan volwassen anderstalige cursisten*. Amersfoort: SVE.