

WISKUNDE EN WERK

LES-MATERIAAL VANUIT DE BEROEPSPRAKTIJK

ONDER REDACTIE VAN:

JOSJE VAN DER LINDEN
LIANNE DE VET

LIDA SCHEPERS
HELEEN VERHAGE

EEN UITGAVE VAN DE WERK GROEP VROUWEN EN WISKUNDE

N.J. GINJAAR-MAAS
Voorzitter Stuurgroep
Profiel Tweede Fase
Voortgezet Onderwijs

Wiskunde en werk

Circa een kwart van de jongens en iets meer dan de helft van de meisjes verlaten het Mavo en het Havo met een eindexamenpakket waarin wiskunde niet voorkomt. Op het VWO liggen die cijfers weliswaar iets gunstiger, maar daar kiezen de meisjes vooral wiskunde A. Voor al deze leerlingen zijn vervolgopleidingen in de technische en exacte sectoren afgesloten, zij hebben door de samenstelling van hun eindexamenpakket als het ware zelf hun keuzemogelijkheden voor vervolgopleidingen beperkt. Ik betreur dat, niet omdat ik vind dat elke jongere opgeleid moet worden in de technische en exacte sectoren, wel omdat ik vind dat elke jongere een zo groot mogelijke keuzevrijheid moet hebben als het gaat om opleidingen die toeleiden naar beroep en werk.

Het boek dat voor u ligt, laat zien dat wiskundige kennis van belang is voor een scala van beroepen die niet direct liggen in de sfeer van technische en exacte sectoren. Wist u dat wiskundige kennis van pas komt bij werk als beeldhouwen, patroon tekenen, tuinarchitectuur, verffabricage, verloskunde etc. etc. Ik vind dit boek een 'eye-opener' in die zin, dat het wederom onderstreept hoe belangrijk het is dat leerlingen dit vak niet te snel laten vallen. Ook leerlingen die denken straks nooit wiskunde nodig te hebben, zullen op enigerlei wijze toch weer oplopen tegen allerhande wiskundige problemen. Die boodschap moet nog steeds met kracht worden uitgedragen, met name in de richting van meisjes. Immers, nog steeds laten twee keer zoveel meisjes dan jongens het vak wiskunde vallen.

De werkgroep Vrouwen en Wiskunde heeft de afgelopen jaren veel aandacht besteed aan het aantrekkelijk maken van wiskunde voor meisjes. Ook heeft de werkgroep veel energie besteed aan voorlichting, die meisjes laat zien hoe belangrijk wiskunde ook voor hen is. De werkgroep verdient daarvoor alle hulde.

De activiteiten van de werkgroep lijken inmiddels te worden ondersteund door de Verkenningcommissie Wiskunde, die in haar rapport aan de minister schreef: 'Veel VWO-leerlingen hebben een volstrekt onjuist beeld van de wiskunde en van de beroepsperspectieven van de wiskundigen.'

In zijn reactie daarop gaat de minister uitgebreid in op de aantrekkelijkheid van wiskunde als vak in het voortgezet onderwijs, het thema 'beroepsperspectieven' laat hij echter geheel liggen. Mede daarom is het goed dat het boek 'Wiskunde en Werk' nu verschijnt. Ik wens u heel veel leesplezier toe. ■

N.J. GINJAAR-MAAS

Aan deze uitgave werkten mee:

Sandra Acke
Agneta Aukema-Schepel
Miriam Biekens
Nora Blom
Corine van den Boer
Jeanne Breeman
Marion Brouwer
Lilian de Bruijn
Truus Dekker
Marij Dings
Rose Flower
Conny Gaykema
Aad Goddijn
Angela van Heerwaarden
Yolanda Hendriksen
Albertine 't Hoen
Juil ten Hove
Marlies Jansen
Barbara Kletter
Josje van der Linden
Marja Meeder
Margreeth van der Meijde
Marianne Moonen
Inge Ottens
Thea de Poel
Joke Reichardt
Pammy Rusman
Ellen Schepers
Lida Schepers

Marijke Schepers
Laurence Schoemaker
Anna Tessel
Heleen Verhage
Wilma Verkooijen
Lianne de Vet
Sylvia van der Werf
Monica Wijers
Oda Wijers
Cora van Wittmarschen

Colofon

59
Uitgave:
Werkgroep Vrouwen en Wiskunde
Centrum Vrouwen en Exacte Vakken
Postbus 85475
3508 AL Utrecht

Vormgeving

Vis grafisch ontwerp:
Anneke Hartmans
Esther van der Werf

Subsidies:

Deze uitgave kwam mede tot stand
dankzij bijdragen van:
Het Ministerie van Onderwijs en
Wetenschappen
VALO

CIP-GEGEVENS KONINKLIJKE BIBLIOTHEEK DEN HAAG

Wiskunde

Wiskunde en Werk: Lesmateriaal vanuit de beroepspraktijk /
onder red. van Josje van der Linden ... (et al.). -
Utrecht: Werkgroep Vrouwen en Wiskunde. - Ill.
ISBN 90-800122-4-6 losbl.

Trefw.: wiskunde-onderwijs / wiskunde: leermiddelen.

0	Inleiding	7
1	Activiteiten van de Werkgroep Vrouwen en Wiskunde	9
2	Rose Flower: Een eigenzinnige aanpak van wiskundeonderwijs	11
Lesmateriaal		
1	Apotheek - De andere kant van de balie	
2	Patronen - Het naadje van de kous	
3	Tuinarchitectuur - Eemtula op maat	
4	Bouw - Een huis is geen kaartenhuis	
5	Echografie - Echo's vol informatie	
6	Logistiek - Sportshop Sportsmate	
7	Patchwork - Lapjes in beeld	
8	Hardware - De binnenkant van de computer	
9	Beeldhouwen - Van ontwerp naar object	
10	Verloskunde - Passen en meten met dagen en uren	
11	Informatieanalyse - Ziekteverzuimregistratie	
12	Verffabriek - Een palet van toepassingen	
13	Verzekeringen - De Babypolis	
14	Verkeer en Vervoer - Het reisgedrag in kaart gebracht	

De lespakketten hebben de volgende indeling:

- interview
- beroepeninformatie
- werkboek
- docentenhandleiding

Inleiding**Met het oog op de toekomst**

Wiskunde, waar heb je dat nu voor nodig? Voor velen heeft het de naam moeilijk en saai te zijn en je kunt toch zoveel kanten uit zonder. Aan wiskundedocenten de taak om hun leerlingen duidelijk te maken dat wiskunde behalve nuttig voor later, ook leuk kan zijn. Deze uitgave hoopt daaraan een bijdrage te leveren.

Leren doe je ook met het oog op de toekomst. Een toekomst waar je als leerling meestal een nog vage voorstelling van hebt. Slechts weinigen hebben de route al uitgestippeld op het moment dat ze hun vakkenpakket samenstellen. Op grond waarvan moet je dan kiezen? Kies je een vak omdat je het leuk vindt, omdat het nuttig is voor later of vanwege die aardige docent?

In elk geval kom je in heel veel beroepen wiskunde tegen. Ook in beroepen waarvan je dat in eerste instantie niet verwacht, zoals in de zogenaamd typische vrouwenberoepen. Maar je gebruikt ook wiskunde als je klust in je huis, als je gordijnen naait of als je een verzekering afsluit bij de bank.

Wiskunde en werk

Deze bundel laat u en uw leerlingen kennis maken met de wiskunde zoals die voorkomt in een verscheidenheid aan beroepen. Van patchwork tot hardwaretechniek en van echografie tot de bouw. De gekozen voorbeelden zijn verwerkt in lespakketten voor leerlingen van verschillende niveaus en schooltypes. De wiskunde wordt er behandeld vanuit praktijksituaties. Zo kunnen leerlingen zelf een tuin ontwerpen of het inkoopbeleid van hun eigen sportzaak doorrekenen.

Op die manier wordt het nut van wiskunde voor diverse beroepen zichtbaar gemaakt.

Meisjes en Wiskunde

Het is niet toevallig dat juist de werkgroep Vrouwen en Wiskunde deze bundel heeft samengesteld. De werkgroep zet zich in voor een grotere participatie van meisjes aan het wiskundeonderwijs. Om allerlei redenen kiezen meisjes minder vaak wiskunde in hun pakket dan jongens. Meisjes hebben een minder helder toekomstbeeld dan jongens en zijn minder gericht op een toekomstig beroep of carrière. Toen de werkgroep de voorbereidingen trof voor de viering van het tweede lustrum in 1992, ontstond daarom het idee aandacht te besteden aan het thema 'Vrouwen gebruiken wiskunde in hun werk'. Veertien vrouwen werden uitgenodigd om in een workshop zichtbaar te maken welke rol de wiskunde speelt in hun dagelijkse werkzaamheden. Dit leverde een geschakeerd beeld op van mogelijke toepassingen van wiskunde in diverse beroepen. Het materiaal dat deze vrouwen ontwikkelden was dermate breed uitgewerkt en interessant dat het bijna vanzelfsprekend was het te bundelen en te presenteren aan wiskundedocenten en hun leerlingen.

Opbouw van de bundel

Na een overzicht van de activiteiten en publicaties van de werkgroep Vrouwen en Wiskunde is de lezing 'Een eigenzinnige aanpak van het wiskundeonderwijs' van mevrouw Rose Flower opgenomen. Zij werd in 1991 in Engeland uitgeroepen tot Maths Teacher of the Year. Haar

verhaal was een van de lezingen op het congres bij het tienjarig bestaan van de werkgroep. Wij waren zeer onder de indruk van haar aanpak van het wiskunde-onderwijs en de overtuiging en het enthousiasme waarmee zij haar ideeën ontwikkeld heeft. Wij wilden u het verhaal van Rose Flower niet onthouden. Daarna zijn veertien lespakketten opgenomen. Ieder pakket bestaat uit een interview met een vakvrouw, beroepeninformatie en een werkboek. Het interview geeft een breder beeld van het vakgebied en laat zien hoe het is om als vrouw daarin werkzaam te zijn. Na het interview is informatie opgenomen over opleidingen die aan het vakgebied gerelateerd zijn. Het werkboek is samengesteld door de vakvrouw met ondersteuning van leden van de werkgroep. Elk werkboek heeft een eigen niveau en is vershilfend van opzet. In de docentenhandleiding vindt u alle informatie hierover. De bijdrage 'Een palet van toepassingen' is een informatief verhaal, zonder opgaven. Het is toegestaan om, uitsluitend voor eigen gebruik, uit deze bundel te kopiëren. We hebben voor een losbladig systeem gekozen om dat zo gemakkelijk mogelijk te maken.

Tot slot

Deze bundel is tot stand gekomen dankzij de gezamenlijke inspanning van een groot aantal mensen. Op deze plaats willen wij iedereen bedanken die haar bijdrage geleverd heeft aan deze produktie. Allereerst de beroepsvrouwen die geheel belangeloos en met groot enthousiasme de basis gelegd hebben voor dit boek. Verder al die leden van de werkgroep die de beroepsvrouwen ondersteund en bijgestaan hebben, door commentaar te leveren op de werkboeken en teksten te corrigeren. Een speciaal woord van dank willen we brengen aan Sylvia van der Werf voor de ondersteuning gedurende het anderhalf jaar dat we aan het boek hebben gewerkt. Sylvia heeft ook alle beroepeninformatie verwerkt tot een compact en leesbaar geheel.

Wij wensen u veel plezier bij het gebruik van deze bundel. ■

Josje van der Linden
Lianne de Vet
Lida Schepers
Heleen Verhage

Utrecht, oktober 1993

**Activiteiten van
de Werkgroep
Vrouwen en Wis-
kunde**

Vrouwen en Wiskunde

De werkgroep 'Vrouwen en Wiskunde' is opgericht in het najaar van 1981. De aanleiding was de bezorgdheid van een aantal wiskunde-docenten over de geringe deelname van meisjes aan het wiskundeonderwijs. Op alle niveaus kiezen meisjes minder vaak wiskunde dan jongens, waarmee ze zichzelf nogal eens te kort doen. De werkgroep wil hier verandering in brengen en heeft aansluiting gezocht bij de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars.

Sinds de oprichting organiseert de werkgroep twee keer per jaar een landelijke dag. Daar worden actuele of anderszins interessante thema's rond meisjes en wiskundeonderwijs besproken. Een greep uit de onderwerpen: het hewet-project, keuze-problematiek, leerstijlen, schoolboeken en de voorbeelden daarin, het hawex-project en W12-16. Vier keer per jaar verschijnt de Nieuwsbrief, met daarin onder meer informatie over de activiteiten van de werkgroep.

Publicaties

Het belangrijkste produkt uit de beginjaren van de werkgroep was ongetwijfeld het boek 'Vrouwiskundig', dat in 1984 verscheen. Dit boek geeft achtergrondinformatie over het thema meisjes en vrouwen in het wiskundeonderwijs, met ideeën van de werkgroep voor verandering. 'Vrouwiskundig' is nu bijna tien jaar oud en er is in de tussentijd het nodige veranderd in het Nederlandse wiskundeonderwijs. Een aantal ideeën is in wijdere kring verspreid, maar veel ook blijkt lastiger te veranderen dan we toen dachten. De meisjes en hun keuzen bijvoorbeeld.

'Vrouwiskundig' heeft in grote aantallen zijn weg naar het onderwijsveld gevonden.

Op zaterdag 21 maart 1987 vierde de werkgroep haar eerste lustrum. Het thema was 'Hoe kan het beeld van wiskunde veranderen?' De bedoeling van de lezingen en werkgroepen was om te laten zien dat wiskunde overal is. Iedereen kan er op eigen niveau plezier aan kan beleven, ook moeders, die waar mogelijk hun dochters kunnen stimuleren om wiskunde te kiezen op school. De videoband 'Wiskunde moet je doen' en het boek 'Vriendelijke wiskunde' zijn naar aanleiding van deze dag ontstaan. Het boek bevat een verslag van dat eerste lustrum en een collage van de ontwikkelde lespakketten.

Het volgende project van de werkgroep was een inventarisatie van het wiskundeonderwijs op het LHNO. Het boek 'Wiskunde in het LHNO, logisch toch' was het resultaat, met ideeën en meningen van wiskundedocenten. Het LHNO is een inmiddels uitgestorven schooltype, waarop voornamelijk meisjes zaten, meisjes met weinig zelfvertrouwen waar het hun wiskundetalenten betrof. Het schooltype mag dan wel uitgestorven zijn, het type leerlingen leeft voort. Het boek laat zien dat ook voor deze groep zinvol wiskundeonderwijs mogelijk is, "Logisch zelfs".

Wiskunde leren gaat het beste in een stimulerende omgeving en een wiskundelokaal dat er aantrekkelijk uitziet, is dan mooi meegenomen. Deze gedachtengang leidde tot het idee affiches te gaan uitgeven die in wiskundelokalen opgehangen kunnen worden. Er zijn er tot nu toe drie uitgebracht: 'Allemaal vier-

hoeken', 'Lengte, oppervlakte, inhoud' en 'Perspectief'. Uit de reacties van docenten blijkt dat er veel behoefte is aan dergelijk materiaal. Dit geldt des te sterker nu er wiskundewerklokken ingericht worden. Gelukkig heeft de werkgroep plannen voor nieuwe affiches.

Op zaterdag 21 maart 1992 vierde de werkgroep haar tweede lustrum, met als thema 'Vrouwen gebruiken wiskunde in hun werk'. De voorliggende bundel is het resultaat van deze dag. Meer over de ideeën achter deze bundel kunt u lezen in de inleiding.

Netwerkfunctie

De werkgroep 'Vrouwen en Wiskunde' heeft ook een duidelijke netwerkfunctie. Door de activiteiten, waar veel vrouwen aan hebben meegewerkt en door de contacten die daarmee zijn opgedaan, zijn veel vrouwen doorgestroomd naar plaatsen waar ze - al dan niet beroepshalve - aandacht aan meisjes en wiskunde kunnen geven. Veel van deze plaatsen werden voorheen bijna alleen door mannen bezet.

Dankzij een subsidie van het Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen heeft de werkgroep vier jaar lang een eigen centrum gehad met een betaalde medewerkster voor enkele dagen per week. Deze subsidie liep in augustus 1992 ten einde, zodat de werkgroep genoodzaakt was naar een andere constructie om te zien. Samen met de werkgroep 'Vrouwen en Natuurwetenschappen' is daarom de stichting 'Vrouwen en Exacte Vakken' opgericht. Een nieuw gezamenlijk centrum is ondergebracht

bij het Algemeen Pedagogisch Studiediecentrum in Lunetten, Utrecht. ■

Adres: Vrouwen en Exacte Vakken
Zwarte Woud 2
Postbus 85475
3524 SJ Utrecht
tel. 030-856746

Publicaties

Vrouwkundig, 1984
ISBN 90 800122-2-X. Prijs: f 10,-
Auteurs: Marja Meeder, Francis Meester, Rijkje Dekker, Coby Geysel, Thea de Poel

Vriendelijke wiskunde, 1987
ISBN 90 800122-1-1. Prijs: f 15,-
Auteurs: Marja Meeder, Francis Meester, Heleen Verhage, Saskia van Eenbergen

Wiskunde in het IJno, logisch toch, 1989, ISBN 90 800122-3-8
Prijs: f 10,-
Auteur: Sylvia van der Werf

Wiskunde en werk, lesmateriaal vanuit de beroepspraktijk, 1993
ISBN 90 800122-XXX. Prijs: f 40,-
Redactie: Josje van der Linden, Lianne de Vet, Lida Schepers, Heleen Verhage

Affiches:

- Alfemaal vierhoeken
- Lengte, oppervlakte, inhoud
- Perspectief (met werkblad)

Prijs: f 3,50 per stuk; een setje van drie voor f 10,-

De uitgaven van de werkgroep zijn te verkrijgen via de ledenadministratie van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda. De genoemde prijzen zijn exclusief verzendkosten.

EEN EIGEN- ZINNIGE AANPAK VAN WISKUNDE- ONDERWIJS

Rose Flower



- 1 *Introductie*
- 2 *De verandering*
- 3 *Afval en oude troep*
- 4 *Angst voor wiskunde*
- 5 *Rollenspel in de les*
- 6 *Terugblik*
- 7 *Besluit*

Hoe leren kinderen?
Hoe leerde je zelf toen je op
school zat?
Hoe leer je nu?

'Het is nu bijna zeven jaar gele-
den dat ik mijzelf deze vragen
ging stellen. En naarmate ik er
meer over nadacht, begon ik mij
te realiseren dat ik mijn metho-
de van lesgeven radicaal zou
moeten veranderen'.

De Engelse wiskunde lerares
Rose Flower trok de consequen-
ties uit haar overpeinzigen. Zij
greep de haar geboden kansen
en ontwikkelde een unieke,
leerlinggerichte methode voor
het wiskundeonderwijs. Op de
volgende pagina's beschrijft zij
haar ervaringen sindsdien en
laat zij u kennis maken met haar
absoluut onconventionele en
verfrissende aanpak van de wis-
kundeles.

*Rose Flower
met het
hoofd van de school*



Negen vragen als uitgangspunt bij het ontwikkelen van een nieuwe lesmethode

- *Welke benadering is nodig om kinderen te laten werken vanuit het beste wat ze in zich hebben?*
- *Welke vaardigheden moeten ze ontwikkelen om vooruit te komen?*
- *Hoe kunnen docenten de leerlingen helpen om met een groot gevoel van eigenwaarde met wiskunde bezig te zijn?*
- *Wat kan de sectie doen om wiskunde aantrekkelijk te maken?*
- *Is er een manier om wiskunde betekenisvol te maken?*
- *Welke maatstaven kunnen we aanleggen om de vooreringen van leerlingen te beoordelen?*
- *Delen we onze leerlingen in naar niveau of zijn gemengde groepen beter?*
- *Hoe richten we ons klaslokaal in, zodat er een zo goed mogelijke leeromgeving voor de kinderen ontstaat?*
- *Welke middelen heeft de sectie nodig om een en ander mogelijk te maken?*

Introductie

In de school waar ik werk staat in Selsey, een klein plaatsje aan de zuidkust van Engeland. Ik geef daar les aan het Manhood Community College, een scholengemeenschap met bijna zeshonderd leerlingen van tien tot zestien jaar.

Ik sta inmiddels al 23 jaar voor de klas. De eerste zestien jaar gaf ik les op een didactisch zeer verantwoorde wijze. Ik kende de waarde van uitdagende problemen om leerlingen nieuwsgierig te maken en hun aandacht vast te houden. En ik wist deze in de juiste vorm te gieten en te structureren. Altijd had ik mijn lessen goed in de hand. Ik nam de verantwoordelijkheid: de les was van mij. Mijn leerlingen deden wat ze gezegd werd, zaten in rechte rijen, gedroegen zich correct en, wat ook de bedoeling was, ze gingen goed vooruit. En ze behaalden goede, zij het geen uitzonderlijke, examenresultaten. Maar diep in mijn hart wist ik dat de meesten hun best deden om mij een plezier te doen. Mijn persoonlijkheid was belangrijk. En toevallig gaf ik wiskunde...

De laatste jaren is de maatschappij enorm veranderd. Jonge mensen hebben veel meer mogelijkheden om hun vrije tijd te vullen. Je hoeft niet meer aan allerlei buitenschoolse activiteiten deel te nemen om je te vermaken. Eén druk op de knop is voldoende voor ontspanning of afleiding. Veel jonge mensen schijnen te denken dat alles voor ze gedaan wordt. De verveling ligt op de loer.

Ik merkte dat het steeds moeilijker werd de aandacht vast te houden van deze categorie leerlingen. Hun enige motivatie was het halen van

hun examen, om naar de universiteit te kunnen, om een goede baan te krijgen of om geld te verdienen. Daarvan droomden ze en dat was hun drijfveer. Er waren er maar weinig die wiskunde echt een leuk vak vonden. In die periode had ik ook mentoruren. Ik begeleidde leerlingen met fysieke of emotionele problemen en zocht samen met hen naar manieren om het leren makkelijker te maken.

De omslag

Plotseling veranderde er nogal wat op school. Drie docenten gingen met pensioen. Ik werd sectiehoofd, maar er waren geen ervaren full-time leerkrachten meer over en de sectie verhuisde naar andere lokalen: een ware nachtmerrie, maar ook een enorme uitdaging. Dit was het begin van mijn verandering.

Ik praatte en dacht in die tijd veel over mijn werk en over het leerproces van de kinderen, vooral met Mary, een leerlingenbegeleidster. Ik ging totaal anders naar mijn werk kijken, een nieuwe wereld ging voor mij open. Het was ook een pijnlijk proces. Mijn trots en eigendunk kregen een flinke knauw, maar het was zeer inspirerend.

Ik kreeg inzicht in de complexiteit van het leren. Ik begon te begrijpen dat leren een zeer individueel proces is. Dat we allemaal leren in verschillend tempo, op verschillende tijden en op verschillende manieren.

Het werd de aanleiding voor het ontwikkelen van een nieuwe benadering van de wiskundeles.

Opdracht: DE DUIZENDSOM

- *Maak tien kaartjes met op ieder kaartje een van de cijfers 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.*
- *Plaats nu zes van deze kaartjes zo in de volgende figuur, dat de twee getallen opgeteld samen 1000 zijn.*

+

1000

2

De verandering

Wat aanvankelijk een nachtmerrie leek, pakte uit als een weldadige verandering. Ik heb een aantal leerkrachten kunnen aantrekken die even gemotiveerd waren als ik om een experimentele wiskundemethode te ontwikkelen.

We begonnen met het formuleren van een aantal vragen als uitgangspunt voor verandering (zie pag. 12). Deze vragen hangen allemaal met elkaar samen en moeten ook in hun onderlinge samenhang beantwoord worden. Alleen dan kun je een wezenlijke verandering tot stand brengen die de moeite waard is.

Intussen hield de buitenwereld ons goed in de gaten. We wisten dat de eisen van buitenaf niet zouden veranderen, ook al slaagden we er voor ons zelf in de juiste antwoorden op onze vragen te vinden. Goede examenresultaten blijven de norm.

Aan de hand van een aantal voorbeelden van ons lesmateriaal hoop ik u een beeld te geven van onze werkwijze. Het materiaal bevat een mengeling van ideeën van ons zelf en van anderen. Aan de hand van onze ervaringen wordt het voortdurend bijgesteld.

Onze belangrijkste aandachtspunten daarbij zijn:

- Hoe kunnen we leerlingen helpen hun drempelvrees voor wiskunde te overwinnen?
- Hoe maken we ze enthousiast?
- Hoe kunnen we hun zelfvertrouwen bevorderen bij het werken aan wiskundeopgaven en bij hun examen?
en vooral:
- Hoe bevorderen we onafhankelijk wiskundig denken bij onze leerlingen?

De Duizendsom

Wiskunde is leuk, ook al is het een serieus vak. Wij zoeken dan ook naar opdrachten die leuk zijn om aan te werken. Wij bieden ze aan in de vorm van eenvoudige 'starters', instapopgaven die in eerste instantie vrij eenvoudig op te lossen zijn, maar die met vervolgvragen uitgebouwd kunnen worden tot verschillende graden van moeilijkheid. Leerlingen kunnen die ook zelf bedenken, eventueel gestimuleerd door vragen van de docent. Zo heeft iedere leerling de mogelijkheid tot een goede oplossing te komen. 'De Duizendsom' (zie pag. 14) is een voorbeeld van zo'n starter. Kijkt u er eens goed naar en bedenk een oplossing voor u verder leest.

Mijn eigen oplossing is:

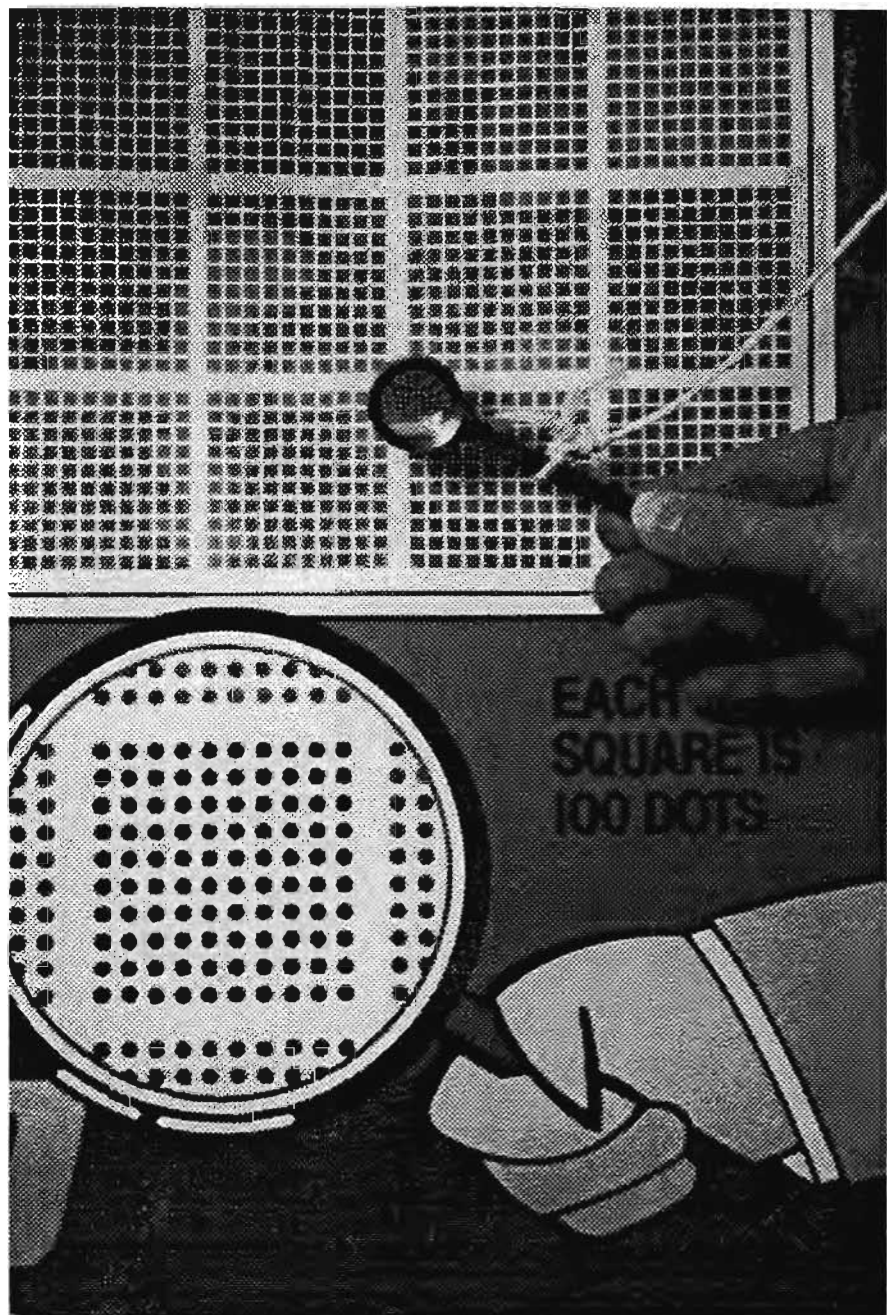
$$\begin{array}{r} 438 \\ + 562 \\ \hline 1000 \end{array}$$

In een zaal vol mensen zullen er niet veel zijn die ook deze oplossing gevonden hebben. Er zijn immers veel verschillende oplossingen mogelijk. Dit is een eerste stap in wiskundig denken: het constateren dat er meerdere oplossingen mogelijk zijn.

Een van mijn vervolgvragen is: Hoeveel verschillende manieren zijn er? Bedenk daarbij dat alle cijfers slechts één keer gebruikt mogen worden.

Je kunt nu willekeurig oplossingen gaan bedenken. Ik ben er zeker van dat je op een gegeven moment beseft dat het eenvoudiger wordt, als je er een patroon in kunt ontdekken.

*Eén miljoen
gekleurde stippen*



Bijvoorbeeld:

$$438 + 562 = 1000$$

De laatste twee cijfers (hier **8** en **2**) zijn samen altijd **10**.

$$438 + 562 = 1000$$

Deze twee (hier **3** en **6**) zijn samen altijd **9**.

$$438 + 562 = 1000$$

Ook deze twee (hier **4** en **5**) zijn samen altijd **9**.

Ik zal hier niet verklappen hoeveel oplossingen er zijn. In ieder geval meer dan honderdvijftig.

Laten we het geheel nog eens overdenken. De starter was eenvoudig. Bijna iedereen kan deze met succes oplossen. Voor een aantal leerlingen zal de volgende stap, het vinden van een patroon, moeilijker zijn. In dat geval kan de opgave vereenvoudigd worden door met slechts twee of vier vakjes te werken. Het totaal wordt dan 10 of 100.

Uitgaande van een eenvoudige beginvraag, kun je komen tot een enorm uitdagende uitbreiding van het probleem. Wat gebeurt er met het aantal mogelijke oplossingen als je het totaal verandert, bijvoorbeeld in 900, 1100, 1500, of 500? Zit er een patroon in? Kun je dan voorspellen wat er gebeurt bij een totaal van 2000, en zijn er dan meer of minder mogelijkheden dan bij 1000? Bij welk totaal heb je de meeste mogelijkheden?

Eentje per miljoen

Ik houd van zonnige dagen. De warmte en het heldere licht laden bij mij de accu weer op. Ik heb zin om te werken en alles schijnt in een hoger tempo en met meer succes te

verlopen. Ook u zult, naar ik aanneem, het heilzame effect van de zon waarderen. Helaas kan ik de zon met haar weldadige uitwerking niet op bevel voor mijn leerlingen laten schijnen. Ik kan echter wel hun werkomgeving fris, vrolijk, interessant, stimulerend en uitdagend maken.

Zo hebben wij in ons lokaal grote hoeveelheden A1 papier in heldere primaire kleuren. We gebruiken deze vellen als achtergrond voor het werk van leerlingen dat we op hangen in de klas. Het is niet alleen mooi, maar ook een manier om ideeën uit te wisselen en elkaar te stimuleren.

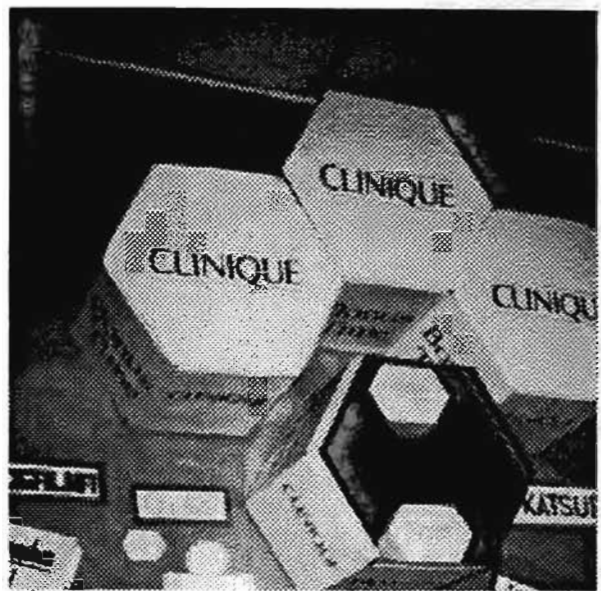
Voor dat doel kopen we ook wel eens posters. Een daarvan is wel zeer bijzonder. Hij heet eenvoudigweg: 'één miljoen' en bestaat uit een miljoen gekleurde stippen. Van veraf lijkt hij te bestaan uit honderd min of meer vierkante vlakjes in tien rijtjes van tien. Kijk je beter naar zo'n vlakje, dan blijkt dat op dezelfde manier te zijn opgebouwd. Ieder vlakje bestaat uit honderd kleine vierkantjes. Kijk je dan met een vergrootglas dan zie je dat ieder vierkantje uit tien rijtjes van tien stippen bestaat.

De poster bevat dus
1.000.000 stippen.

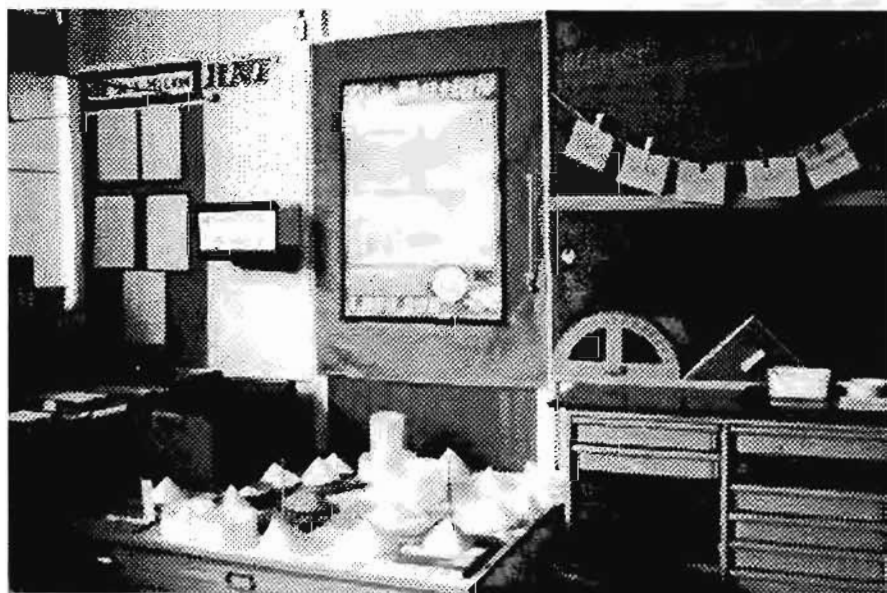
Het hele concept van een miljoen is fascinerend, maar extreem moeilijk te bevatten. Mijn ervaring is dat voor de meeste leerlingen en volwassenen alles wat boven de duizend komt problemen oplevert.

We hebben geprobeerd het begrip dichterbij te brengen met een driedimensionaal model. In een draadmodel van een kubieke meter heb-

*Zeskantige
displayverpakking*



*Het Wiskunde-
werklokaal*



ben we een blokje gehangen van een kubieke centimeter. Ook hebben we een blok van een kubieke decimeter gemaakt, waarvan we de onderste laag, bestaande uit honderd blokjes van een kubieke centimeter, apart gehouden hebben.

Rond het thema van één miljoen hebben we opdrachten gegeven.

- Kun je vijf opeenvolgende getallen vinden die als som 1.000.000 hebben?
- Hoeveel verschillende factoren heeft één miljoen?
- Hoeveel verschillende priemfactoren heeft één miljoen?
- Wanneer was: één miljoen seconden geleden?
- Wanneer was: één miljoen minuten geleden?

- Wanneer was: één miljoen uur geleden?

Dit was interessant, want hier kwamen de schrikkeljaren om de hoek kijken. Was 1900 een schrikkeljaar?

- Wanneer was: één miljoen dagen geleden?

Ook deze vraag was aanleiding tot heftige discussies. Bestaat het jaar nul? Wanneer werd de kalender veranderd en waarom?

Bij de laatste vraag kwamen wij uiteindelijk uit op het jaar 753 voor Christus. Het jaar waarin volgens de encyclopedie op school, Rome gesticht zou zijn door Romulus en Remus. Het is een ongelooflijk en fascinerend idee dat het een miljoen dagen geleden achthonderd jaar voor Christus was.

Afval en oude troep

3

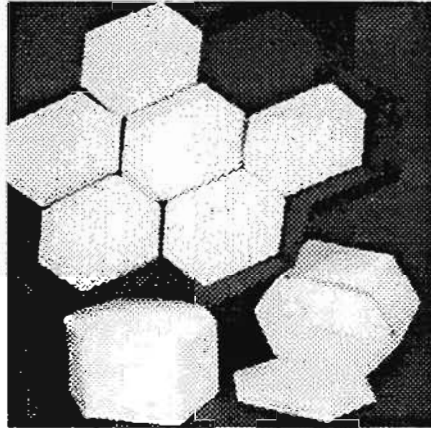
Onze leerlingen brengen van thuis allerlei troep en afval mee. Doosjes in alle soorten en maten, bakjes van yoghurt, ijs, boter. Keukenrollen, rollen van toiletpapier en zelfs van vloerbedekking. Allerlei verpakingsmaterialen zoals stukken plastic, perspex, papier. Blikjes die we normaal gebruiken, maar die ook stevige cilinders zijn.

Ik heb ook een hamer, nijptang, spijkers en ander gereedschap. Ook ben ik erg blij met een wasbak in de klas. Het afmeten van vloeistoffen is in mijn lokaal geen probleem. Met andere woorden: onze klas is veranderd in een wiskundewerklokaal.

Soms werken onze leerlingen geheel op zich zelf. Het komt echter vaker voor dat ze willen overleggen met klasgenoten. Soms omdat ze in een groepje werken en ook wel

omdat ze er behoefte aan hebben hun denkwijze aan een ander voor te leggen. Die discussies kunnen helpen om het inzicht in waar het werkelijk om gaat te verdiepen. Om dit te stimuleren zijn de tafels en stoelen in de klas in groepjes opgesteld. Maar zonodig verplaatsen we de hele boel in rijen. We zijn dus zeer flexibel in onze aanpak.

Deze stijl van leren vraagt ook om een uitgebreid assortiment aan materialen. Kubus-bouwstenen, tegeltjes, geoborden, spijkerborden, elastiekjes, scharen, lijm, papiersnijders. Kantoorartikelen en al het conventionele wiskundemateriaal zijn bij ons te vinden. Inmiddels zijn we aardig goed uitgerust. We kopen bronnenboeken wat heel stimulerend is. We hebben ook een hoop schoolboeken in huis. Helaas



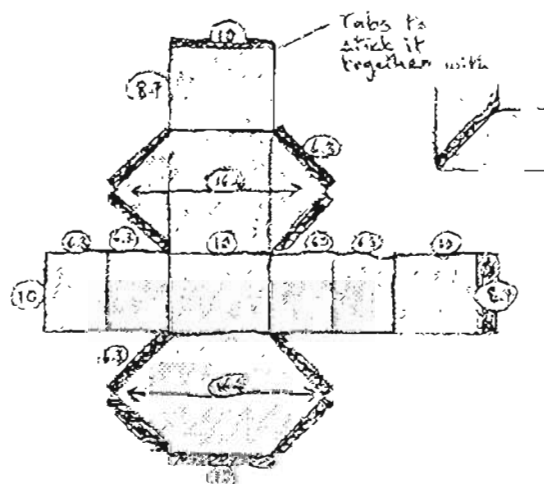
02: TRIËLE ONTWERPTEAM

eenkele displaydozen voor gratis monsters van een
 te het onderwerp van de volgende opdracht. (In de
 ten de dozen in de klas aanwezig.)

03: in een aantal groepen. Iedere groep vormt een ont-
 heeft verpakkingsmateriaal te ontwikkelen, waarin de
 van de groothandel naar de winkel vervoerd kunnen

04: waarden:

- 1. sjes gebruiken om de benodigde maten op te meten,
 elkaar halen
- 2. aantrekkelijk verpakt om de aandacht van het publiek
 nelen dan ook geen rol.



Hexagon box and
 werkstuk van 20

kunnen we ons geen grote aantallen veroorloven.

Het werk van leerlingen wordt bewaard in mappen. We hebben allerlei soorten papier in voorraad zodat de leerling een ruime keuze heeft. Dergelijke ogenschijnlijk kleine keuzemogelijkheden bevorderen het onafhankelijkheidsgevoel van leerlingen, en dat is een van de dingen die we hoog in ons vaandel hebben staan.

Het industriële ontwerpteam

Vorige zomer wilde ik mijzelf eens trakteren op huidverzorgingsproducten van Clinique. Ze hadden gratis proefmonsters en, gehaaid als ik ben, slaagde ik erin thuis te komen met twee doosjes en drie prachtige zeskantige displayverpakkingen.

Hierbij bedacht ik een opdracht voor mijn leerlingen van ongeveer veertien jaar oud (zie pag. 20).

Een eenvoudige opdracht zou je zo denken. Ik had echter weloverwogen de opdracht moeilijker gemaakt door te stellen dat de dozen niet uit elkaar gehaaid mochten worden. Maar mijn leerlingen kunnen inmiddels wel wat en ze hebben een groot zelfvertrouwen bij het oplossen van dit soort uitdagingen. Het leek mij ook een goede oefening voor het eindexamen, omdat veel opgaven bestaan uit het tekenen van de uitslag van een driedimensionale figuur.

Voor leerlingen met weinig ruimtelijk inzicht was deze opgave moeilijk. Het was echt een probleem om bij het samenvoegen de verschillende vlakken op de juiste plaats te krijgen. Is er een betere manier om na te denken over twee- en driedimensionale problemen dan het uit-

proberen met je handen?

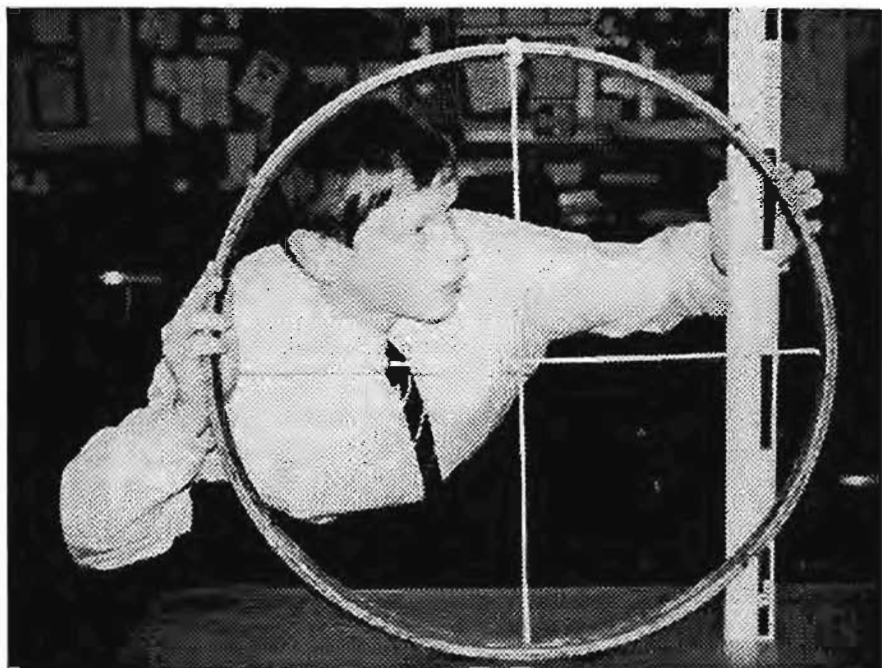
Ik mag wel zeggen dat ze tot zeer originele, praktische en opwindende oplossingen gekomen zijn.

Het wiel

Er zullen niet veel klaslokalen in Engeland zijn, waar een oud roestig fietswiel tot de vaste inventaris behoort. Wij hebben zo'n ding en natuurlijk bedacht ik er een opdracht bij (zie pag. 22). Mijn veertienjarige leerlingen vonden dit een zeer uitdagende opgave. Ze gingen onmiddellijk in groepjes aan de slag. De meesten ontwierpen een model als hulpmiddel bij hun onderzoek. Ik blijf me verbazen wat eruit komt als je zulke open opdrachten geeft. Laten we daar eens naar kijken.

In sommige groepjes namen de leerlingen allemaal cirkels met dezelfde straal bij het maken van een model. Voor sommigen was het moeilijk te begrijpen wat er gebeurt als je de straal verandert, volgens welke regelmaat dat verloopt. Ik gaf ze de suggestie systematisch te werken en te beginnen met een straal van één eenheid, enzovoorts. Op die manier werd de vergrotingsfactor zichtbaar. Ik had niet voorzien dat dit voor sommige van mijn leerlingen zó moeilijk kon zijn.

Voor anderen ging het een heel andere kant op. Twee jongens zagen onmiddellijk dat het resultaat een sinusoidale zou worden. Thuis, op de computer, waren ze dit al vaker tegengekomen. Voor hen werd de opgave veranderd. Zij werden uitgedaagd om de verticale raaklijn aan de cirkel erbij te betrekken en dus de tangens te bestuderen. Zij zochten uit hoe ze die informatie konden gebruiken bij het berekenen van lengtes en hoeken in een rechtehoekige driehoek. Zo kwamen zij



Opdracht: HET FIETSWIEL

Gebruik voor deze opdracht een (oud) fietswiel.

- *Markeer een punt op de omtrek met een rood lijntje.*
- *Rol vervolgens het wiel over de vloer en let op hoe de hoogte van het lijntje ten opzichte van de vloer verandert.*
- *Draai het wiel om zijn as en kijk hoe de hoogte van het lijntje verandert.*

terecht in de driedimensionale trigonometrie. Een van hen besloot ook naar de inversen van de goniometrische functies te kijken, de cotangens, de secans en de cosecans. Hij keek zelfs naar de betekenis van uitdrukkingen als $\sin 2\alpha$ en $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$. Ik ben er zeker van dat het niet lang zal duren voor hij hierop terugkomt en dit fascinerende onderwerp verder gaat onderzoeken.

Tenslotte vroeg ik de klas het resultaat voor een wiel met een straal van één eenheid te bekijken. 'Ditzelfde resultaat', zei ik 'kun je ook met je rekenapparaat krijgen'. Er ontstond grote opwinding en voldoening bij de ontdekking dat één druk op de sinusknop hetzelfde resultaat gaf. We bekeken ook wat de cosinusknop opleverde. En op de grafische calculator waren slechts enkele knoppen voldoende om dezelfde krommen te produceren als zij getekend hadden.

Zo deden mijn leerlingen met het wiel een waardevolle ervaring op. Alle leerlingen konden bezig zijn op hun eigen niveau. Daarnaast kreeg

een groot aantal van hen zicht op de waarde van grafische rekenmachines en, in een enkel geval, van computers.

Informatietechnologie in de wiskundeles

In Engeland zijn veel mensen die denken dat kinderen alleen maar met wiskunde bezig zijn als ze zich op de formele manier door de basis-algoritmen heen worstelen.

Ik wil die hele discussie hier niet uitspitten. Ik ben van mening dat rekenapparaten en computers een belangrijke rol kunnen spelen in de wiskundeles. Ik moedig mijn leerlingen aan deze te gebruiken om het leerproces te vergemakkelijken. Soms zullen ze oplopen tegen de beperkingen en dan merken ze dat ze zelf in staat zijn nauwkeuriger te rekenen. Sommigen worden nieuwsgierig en vragen zich af hoe het apparaat aan zijn antwoord komt. Dergelijke ervaringen helpen hen vertrouwd te worden met de wiskunde. Er zijn veel voorbeelden waarin de informatietechnologie in de les het begrip van wiskunde eerder bevordert dan tegengaat.

Angst voor wiskunde

4

Zowel bij volwassenen als bij jongeren komt angst voor wiskunde veel voor. Ik veronderstel dat het hier gaat om faalangst. Maar waarom zou een kind van tien als het bij ons op school komt er tegen op moeten zien het wiskundelokaal binnen te gaan?

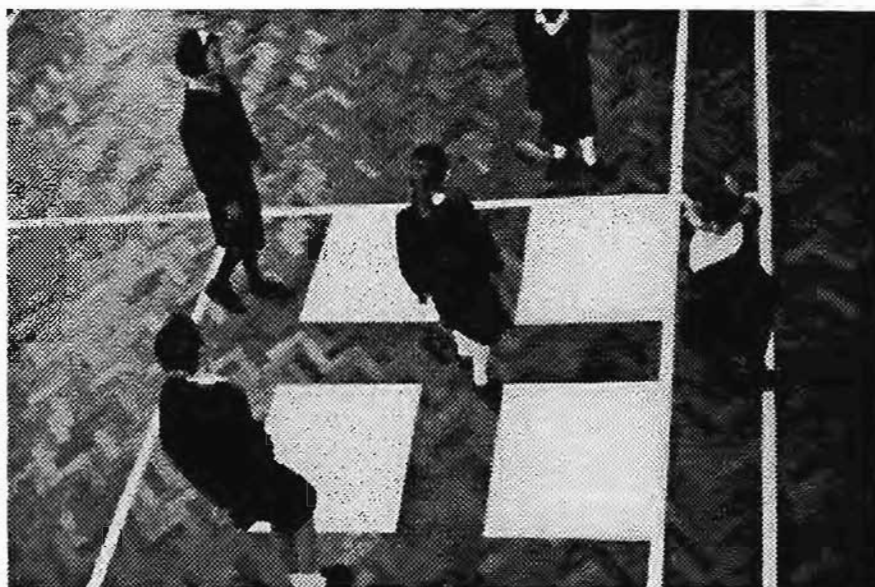
Werken met gevoel van eigenwaarde

Helaas is het nogal gemakkelijk het moreel en het zelfvertrouwen van een jonge wiskundige geest te on-

dermijnen. Een paar scherpe woorden of een aantal rode strepen op een bladzijde kunnen al genoeg zijn. Een onbegrepen wiskundig begrip kan paniek veroorzaken, dit kan het begin zijn van een minderwaardigheidscomplex.

Het vertrouwen en het concentratievermogen zakken weg. Een leerling die dit meemaakt zal zich niet makkelijk meer vol enthousiasme op een nieuw probleem storten. Hij of zij zit in een neerwaartse spiraal van angst en falen.

*Cops and Blocks/
Politie-surveillance
(pag. 27)*



*De Kikkers
(pag. 27)*



Onze sectie heeft geprobeerd strategieën te ontwikkelen om iedere leerling met gevoel van eigenwaarde met wiskunde bezig te laten zijn. Ons doel is dat leerlingen een groot vertrouwen in hun eigen kunnen ontwikkelen. Leerlingen met faalangst zullen zonder een dergelijke attitudeverandering nooit hun eigen wiskundige mogelijkheden volledig benutten. Het is essentieel dat ze zich als persoon gewaardeerd voelen en dat hun werk en ideeën niet door anderen als onbelangrijk en van weinig waarde afgedaan worden.

Wij hebben geleerd goed naar onze leerlingen te luisteren. In het begin gaven we leerlingen van tien jaar mondelinge examens. De meeste kinderen hanteren geen wiskundig taalgebruik als ze een gedachten-gang willen weergeven of duidelijk willen maken dat ze iets begrijpen. We realiseerden ons dat we niet alleen goed moesten luisteren maar ook hun alledaags taalgebruik moesten vertalen naar wiskundige terminologieën. Het was hard werken om het wiskundig begrip van de leerling te onderkennen. Over het algemeen was hun gedachten-gang goed, maar de manier waarop ze die weergaven gebrekkig.

Goed luisteren, aanmoedigen en van gedachten wisselen over de wiskunde stelt de docent in staat bij te dragen aan het ontwikkelen van een gevoel van eigenwaarde van de leerling. En dan kan de leerling zelf aan de slag, ook al zal deze vaak met anderen overleggen.

Groepen zonder competitie

Het is belangrijk dat iedere leerling weet dat hij of zij dezelfde kansen heeft als andere leerlingen. Ook is het voor nerveuze en zwakkere

leerlingen belangrijk niet voortdu- rend in de schaduw te werken van iemand voor wie iedere opgave een makkie schijnt te zijn. Wij proberen in de lessen een sfeer van wedijver te vermijden. In een competitieve omgeving is er slechts één winnaar, verder zijn er een paar die goed meekomen en is er een groot aantal verliezers. Voortdurend verliezen leidt tot angst.

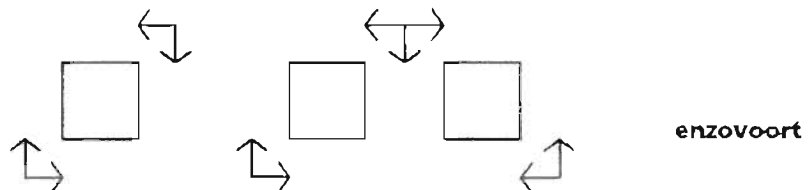
Vanuit deze gedachte proberen we de groepen zo samen te stellen dat de leerlingen lekker werken. En dan gaat het niet alleen om het wiskun- dige niveau, maar ook om andere factoren die de prestaties kunnen beïnvloeden, zoals de leesvaardig- heid of het communicatievermogen. Voor een leerling met psychische problemen, bijvoorbeeld doordat de ouders gaan scheiden, kan het gun- stig zijn als de eisen op school tijde- lijk wat lager liggen zodat ze hun zelfvertrouwen kunnen hervinden. Een verandering van groep is bij ons dan ook altijd bespreekbaar. Hoe- wel de beste leerlingen bij elkaar zitten worden de groepen niet naar niveau benoemd. Het is immers ons doel dat alle leerlingen naar hun eigen wiskundig vermogen werken. Goed of fout bestaat niet.

Op onze school krijgen alle leerlin- gen van tien, elf en twaalf jaar de- zelfde starters voorgelegd. Zelfs ou- dere leerlingen werken vaak vanuit diezelfde basisopdrachten, maar door deze uit te bouwen worden ze moeilijker, wat vaak leidt tot den- ken op een abstracter niveau. De opdrachten die aan de starter mee- gegeven worden, hangen af van het tempo en niveau van de groep. Zo kan iedere leerling op eigen niveau werken. De uitwerkingen zijn dan ook zeer verschillend en vaak an- ders dan we hadden voorzien.

Opdracht: COPS AND BLOCS / POLITIESURVEILLANCE

Sommige steden in de Verenigde Staten hebben een stratenplan in de vorm van een vierkant rooster.

Een politieagent kan heel effectief patrouilleren door op een hoek van een blok te gaan staan. Hij of zij kan dan twee zijden van het vierkante blok overzien.



- Bestudeer het diagram en kijk of je hebt begrepen hoeveel straten de politieagent kan overzien.
- Hoeveel agenten zijn er nodig om één blok te overzien?
- Hoeveel agenten zijn er nodig voor twee blokken naast elkaar?
- Hoeveel agenten zijn er nodig voor drie blokken; voor vier blokken; voor vijf blokken?
- Hoeveel agenten zijn er nodig voor een vierkant van twee bij twee blokken?
- Hoeveel agenten zijn er nodig voor grotere vierkanten van blokken? Wat merk je op?
- Kun je de blokken anders plaatsen? Wat merk je nu?

DE REGEL VAN DE 5 "S"-en

START SMALL
keep it **SIMPLE**
be **SYSTEMATIC**
and you will be **SUCCESSFUL**

Van de leerlingen wordt het volgende verwacht: ze moeten de opdracht kunnen begrijpen, tot conclusies komen en de opdracht uitbreiden in een richting die ze zelf zinvol vinden. Zo maakt iedere leerling zich de wiskunde eigen. Het is betekenisvolle wiskunde!

Als je zo werkt is er geen sprake van goed of fout. Als de leerling

het resultaat kan verdedigen dan is ieder resultaat goed. Iedere leerling die zijn best doet en zo zijn eigen denkwijze en begrip ontwikkelt, verdient lof en die geven we graag. Dan kan ook de competitiedrift naar boven komen. Individuele leerlingen voelen zich steeds meer uitgedaagd dieper in de stof te duiken. Maar ook dit moet in de gaten gehouden worden.

Rollenspel in de les

5

1 Cops and blocks / Politiesurveillance

Een van onze starters heet 'Cops and blocks', Politiesurveillance. Ter introductie van deze opgave doen we vaak een rollenspel. Met tafels en stoelen worden de huizenblokken gevormd en de 'agenten' controleren de straten om er zeker van te zijn dat ze alles overzien. Zo zoeken ze in levende lijve uit hoeveel agenten er minimaal nodig zijn. Sommige leerlingen zijn hier een hele tijd mee bezig. Andere leerlingen gebruiken legoblokjes en -mantjes om de opgave uit te werken. Weer andere leerlingen overzien het probleem meteen al en ontwikkelen geraffineerde stukjes wiskunde.

Om patronen te ontdekken volgen de leerlingen de regel van de vijf "S"-en. We laten ze vaak als hulpmiddel een tabel maken.

aantal blokken	aantal agenten
1	2
2	3
3	4
4	5
5	6

We zien nu dat we iedere keer als we een blok toevoegen, ook een agent moeten toevoegen. Voor drie blokken hebben we vier agenten nodig, voor vier blokken vijf enzovoort. Dit leidt uiteindelijk tot de formule:

$$A = B + 1$$

(A = agenten, B = blokken)

Als de leerlingen dit ontdekt hebben moeten ze hun bevindingen zowel mondeling als schriftelijk kunnen overbrengen. Voor velen is het onder woorden brengen van hun gedachten een struikelblok. Het gebruik van een bandrecorder kan hen helpen de juiste formulering te vinden. Een tekstverwerker kan uitkomst bieden voor die leerlingen die moeite hebben met schrijven. En de docent kan de leerlingen stimuleren hun bevindingen algebraïsch weer te geven.

2 De kikkers

Ook dit is een opdracht waar mijn leerlingen dol op zijn. In teams van groene en bruine kikkers spelen ze het spel zelf na. Ook maken ze modellen om het werken aan de opdracht eenvoudiger te maken. Ze maken aantekeningen van hun bevindingen door bijvoorbeeld de



Opdracht: DE KIKKERS

*In een vijver drijven zeven waterleliebladen op een rij.
Op de drie bladen links zitten drie groene kikkers.
Op de drie bladen rechts zitten drie bruine kikkers.*

Het is de bedoeling dat de groene en de bruine kikkers van plaats wisselen. De bruine kikkers moeten links eindigen en de groene rechts. Probeer dit te doen in zo weinig mogelijk sprongen.

REGELS:

- 1 Een kikker mag naar een aangrenzende open plaats springen*
- 2 Een kikker mag over een andere kikker heen springen en op een open plaats landen*
- 3 Een kikker mag nooit achteruit gaan*



sprongen in tabellen vast te leggen. De beste leerlingen gebruiken kwadratische formules om het minimum aantal bewegingen voor iedere kikker aan te geven. Anderen beschrijven het met woorden. Maar wat er ook uitkomt: *we hebben altijd dikke pret met de kikkers.*

Er zijn veel van dergelijke 'People Games' zoals ze in Engeland genoemd worden, die in hun probleemstelling veel weg hebben van schaken en dammen. Er zijn verhalen die uitgespeeld kunnen worden en waarin een wiskundig probleem opgelost moet worden. Ik houd van toneelspelen in de klas, het is een leuke manier om aan een opgave te beginnen. Iedereen moet meedoen en om tot een oplossing te komen

moet je samenwerken. Ieder individu moet de ander én zichzelf respecteren.

Als leerlingen gevoel van eigenwaarde en zelfrespect hebben, hebben ze ook genoeg vertrouwen om hun zwakkere kanten te laten zien. Kritiek van anderen kunnen ze dan als een uitdaging zien.

- Ben je tevreden met dit resultaat?
- Weet je zeker dat je antwoord goed is?
- Vind je dat een zinvolle redenering?

Ze weten dat deze vragen niet gesteld worden om ze in verwarring te brengen, maar om ze te helpen het beter te begrijpen of om ze verder uit te dagen. Zo kan de docent het leerproces ondersteunen.

Terugblik

6

Hoe leren kinderen?

Hoe leren wij allemaal?

Op deze vragen bestaat, geloof ik, een groot aantal antwoorden. Per individu en per situatie zal dit verschillen. Daarom hebben wij een leerlinggerichte wiskundemethode ontwikkeld. Deze is echter niet egocentrisch. Het gaat hierbij om de voorwaarden die nodig zijn om goed te kunnen werken. De leerlingen moeten zich prettig kunnen voelen bij de werksfeer en het tempo waarin gewerkt wordt. Ieder groepslid heeft behoefte aan waardering en zelfrespect en moet plezier kunnen hebben in de voorgeslede uitdagingen. Iedere leerling moet de ruimte hebben om alleen te werken en tijd om de dingen te overdenken. Tegelijkertijd moeten leerlingen de mogelijkheid hebben te overleggen als ze dat nodig vinden. Bij teamwork mogen de groe-

pen zich niet met elkaar bemoeien. Ik geloof dat de werkomgeving licht, vrolijk en stimulerend moet zijn en netjes en ordelijk als een werkplaats. Het frustreert enorm als je iets niet kunt vinden. Onze gedragscode delen we met die van de school:

- Zelfrespect
- Respect voor anderen
- Respect voor de omgeving

Plezier in het leren

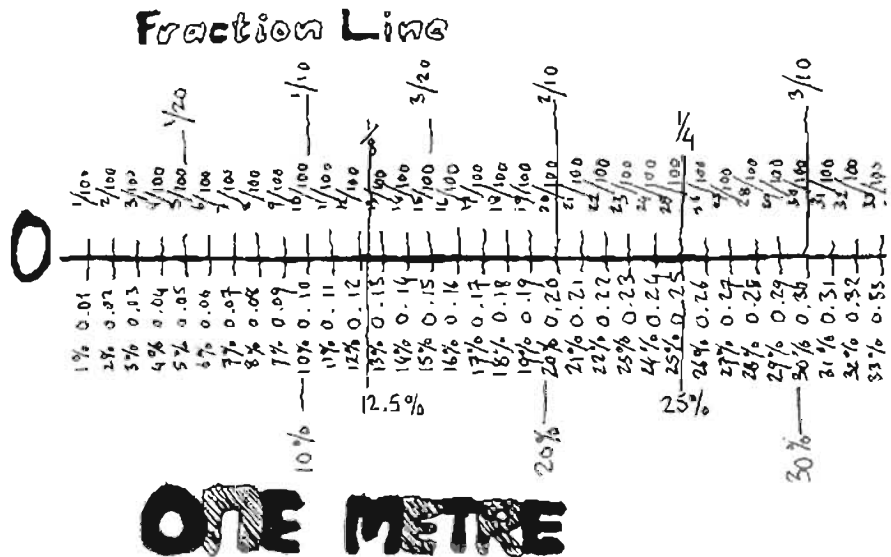
Zes jaar geleden was mijn onderwijs heel directief, ik structureerde en organiseerde alles. Voor sommige leerlingen werkte dit. Ze begrepen het en slaagden voor hun examens. Ik weet echter niet zo zeker of er erg veel waren die enthousiast waren over wiskunde. Nu is het mijn doel alle leerlingen aan te moedigen onafhankelijk in hun leren te worden.

Opdracht: DE METER-LINIAAL

Maak een liniaal van één meter lang.

Zet aan het ene eind een '0' en aan het andere eind een '1'. Dit stelt één eenheid voor

- Kun je nu getallen op de liniaal invullen? (begin met een half)
- Vul nu zoveel mogelijk andere breuken in
- Kun je ook decimale breuken invullen?
- Vul nu zoveel mogelijk percentages in.



Rosie's liniaal

Wat leerlingen nodig hebben verschilt enorm. Hun werktempo en hun begrip zijn per moment en per opdracht verschillend. Op grond daarvan vind ik nu dat de benadering moet afhangen van wat de leerling op een bepaald moment nodig heeft. Het moet een leerling-gerichte en flexibele benadering van het leren zijn, waarbij de methodes voortdurend aan de situatie aangepast worden.

De leerlingen moeten nog altijd examens en testen doen. Het blijft moeilijk dingen te onthouden en te abstraheren. Het grote verschil is dat ze niet langer bang voor wiskunde zijn. Ik hoop dat mijn leerlingen met net zoveel plezier werken als ik. Mijn eigen voldoening bij het lesgeven is enorm toegenomen. Bijna iedere dag leer ik weer iets bij. Het komt voor dat mijn leerlingen komen met oplossingen of benaderingen van een wiskundig probleem waar ik zelf nog nooit aan gedacht had. Ook blijft het voor mij opwindend wanneer ik een leerling die alsmaar worstelt met een bepaald begrip, met een brede lach op het gezicht hoor zeggen: 'Ja, nu snap ik het echt!'

Frustraties

Ik ben me er van bewust dat ik het nog niet over frustraties gehad heb. Die bestaan gewoon. In deze leeromgeving misschien wel meer, omdat de leerlingen voortdurend nieuwe uitdagingen krijgen. Door onze flexibele aanpak is het mogelijk in te grijpen als een leerling er niet meer uitkomt. Dan is het nodig de leerling aan te moedigen en bepaalde begrippen uit te leggen.

Zo werkte Rosie, een alert en slim kind van elf, aan de opdracht 'Metre Rule', de meterliniaal.

Ze begon door op ruitjespapier met hokjes van één centimeter een lijn van een meter te trekken en er getallen tussen nul en één bij te zetten. Ze wist waar ze een half moest neerzetten. Ook de plaats van de vierdes, vijfdes, tiendes, twintigstes en dergelijke gaf geen problemen. Ze was erg trots op haar werk. Toen kwam eenderde. 'Het werkt niet', zei ze. 'Ik heb een vakje over. Het kan wel met 99 vakjes, maar niet met honderd.' 'Kijk nog eens heel precies', was mijn reactie. Rosie heeft er aardig wat lessen mee geworsteld. Toen dreigde ze af te haken. Op dat moment legde ik haar uit wat er gebeurde. Ze was blij en opgelucht, haar zelfvertrouwen keerde terug. Zes maanden later deden we deze opdracht nogmaals. Nu moesten ook decimale getallen en percentages tussen de nul en de één ingevoegd worden. Tot mijn verbazing bleef ze op hetzelfde punt steken, alleen was ze deze keer wel in staat het onderliggende begrip te vatten. Het begrip 'oneindig...' is voor velen heel erg moeilijk. Dit had ik haar niet bijgebracht, ik had haar alleen geholpen toen ze vastliep. Ik vond deze ervaring erg leerzaam en verhelderend. Rosie was echter door het dolle heen. Ze maakte drie linialen: van nul tot één, van 0,6 tot 0,7 en van 0,66 tot 0,67.

Het is overigens zo dat zeker de helft van onze leerlingen de eerste keer dat ze deze opdracht doen, eenvijfde plaatsen bij 5 cm op de éénmeterliniaal. Ze zijn dan verbaasd dat ze bij vijfviufde pas 25 hokjes hebben gehad. Ik ben het dan met ze eens dat 'er iets niet klopt'. 'Bekijk het eens op een andere manier', zeg ik dan.

Maatschappelijke context

Wij realiseren ons dat onze school

$$13 = x + y + z$$
$$x * y * z = ?$$

Opdracht: 'DERTIEN'

Schrijf getallen op die opgeteld de som 13 geven. Bereken nu het produkt van deze getallen.

Voorbeelden:

	<i>Som</i>		<i>Produkt</i>
$3 + 4 + 6$	$= 13$	$3 \times 4 \times 6$	$= 72$
$2 + 3 + 4 + 4$	$= 13$	$2 \times 3 \times 4 \times 4$	$= 96$

De uitdaging:

Welke getallen met de som 13 geven het grootste produkt?

niet los staat van andere scholen. We werken nauw samen met basisscholen en andere scholen in de buurt. Gezamenlijk hebben we 'Fun Days' in wiskunde georganiseerd voor leerlingen van al onze scholen. Ook hebben we overleg met docenten van het plaatselijke 'College of Technology'. Veel van onze leerlingen gaan daar na het eindexamen verder studeren. We praten dan

over zaken als **leerstijl, overgang, continuïteit en het leerplan.**

Ook hebben we bijeenkomsten georganiseerd voor **ouders en stadsbestuurders.** We hopen dat ze daarvoor ons leerprogramma steunen en begrijpen. Het is de bedoeling gezamenlijk te komen tot een rijke studie-ervaring voor alle leerlingen van vijf tot achttien jaar.

Besluit



Vandaag heb ik u meegenomen voor een kijkje in de keuken van mijn werk. Ik heb geprobeerd mijn inzichten en strategieën om mijn **doel te bereiken** aan u duidelijk te maken.

Tussendoor heb ik mijn sectie genoemd. Ik prijs mij gelukkig te kunnen samenwerken met een **uitzonderlijk team** van toegewijde docenten. Alles wat we bereikt hebben en nog steeds proberen te bereiken is het resultaat van samenwerking. We staan elkaar te allen tijde bij en behandelen elkaar met wederzijds respect. We respecteren elkaars individualiteit en zijn blij met de toegevoegde waarde van ieders talenten, kracht en ideeën. Tot slot wil ik het beeld, de metafoor van waaruit wij onze filosofie ontwikkeld hebben met u delen.

De wereld van de wiskunde is een oneindig groot woud. Er lopen vele paden door dit woud. Die kruisen elkaar vaak. Er zijn vele korte routes die niet bijzonder aantrekkelijk zijn, maar essentieel voor de weg door het leven.

Veel mensen vinden deze tochten zwaar en worstelen om het eind

punt te bereiken. Soms komen ze bij een open plek, waar ze kunnen uitrusten en genieten van de schoonheid om hen heen, waardoor ze even op **krachten** kunnen komen.

Er zijn mensen die juist genieten van dergelijke uitdagingen. Zij lijken interessante en stimulerende routes te ontdekken. Ze komen regelmatig fascinerende en intrigerende zaken tegen, die hen steeds verder leiden naar schoonheid en waarheid. Zij zijn in staat snel en met schijnbaar weinig tegenslag te reizen. Zij zien delen van het bos die voor de meeste mensen voor altijd verborgen blijven.

De meesten van ons zullen in verschillend tempo in het bos vooruit komen. Bij tijden gaat het maar langzaam en worden we door onverwachte hindernissen opgehouden. Er is veel geduld en doorzettingsvermogen nodig om de volgende open plek te bereiken. Maar het succes van deze strijd smaakt werkelijk zoet. Zonder deze kostbare momenten zouden velen afhaken.

Het is een levenslang gevecht. Het is essentieel dat ieder individu zoveel mogelijk paden vindt. En om een tocht met succes af te leggen is

Enkele 'starters'

- *Wist je dat de oppervlakte van een cirkel 'een kwart van de omtrek maal de diameter' is?*
- *Maak een bakje uit een metalen plaat van formaat A4 om druppels olie in op te vangen.
Welke vorm zou je dit bakje moeten geven zodat het een maximale hoeveelheid olie kan bevatten?*
- *Uit een sector van een cirkel kun je een kegel vouwen.
Welke hoek moet de sector hebben zodat de kegel het maximale volume heeft?*
- *Hoeveel zeshoeken gaan er in een zeshoek?*
- *Hoeveel lijnen zijn er minimaal nodig om precies honderd vierkantjes te tekenen?*
- *Kun je een afgeknotte kegel maken uit een vel A4 papier?*

het nodig dat je er zin in hebt en het vertrouwen dat je de moeilijkheden onderweg aankunt. Je zult met anderen moeten overleggen en ideeën uitwisselen en er zal vaak teamwork nodig zijn. Het is handig om op te schrijven wat je ontdekt hebt, om het met anderen te kunnen delen.

De reiziger zal een hoop verschillende vaardigheden en hulpmiddelen gebruiken om de reis te vergemakkelijken. Een mooie, opvallende en fascinerende omgeving zal hij zeker waarderen omdat die de geest verfrist terwijl hij voortgaat. Het is nodig onderweg te rusten. Tijd te hebben zonder zwoegen, tijd voor reflectie en tijd om te beslissen langs welke weg je verder zult gaan.

Het is belangrijk dat iedere reiziger het gevoel heeft dat hij goed is uitgerust voor deze reis. In het begin zal hij een hoop steun en hulp nodig hebben. Uiteindelijk zal hij of zij onafhankelijk moeten worden en eigen kracht en zwaktes moeten kennen om de juiste beslissingen te kunnen nemen.

Ik geloof dat het de taak van de docent is om dit leerproces te ondersteunen. Deze zal de leerling moeten voorzien van de middelen om

zich de noodzakelijke vaardigheden eigen te maken die nodig zijn om de tocht te volbrengen. Wij docenten moeten hun nieuwsgierigheid aanwakkeren, waardoor ze nieuwe dingen uitproberen. Wij moeten ze helpen in zichzelf te geloven zodat ze het zelfvertrouwen hebben om hindernissen te nemen en de zelfkennis opbouwen waarmee ze met eigenheid en creativiteit de zaken aanpakken.

Ik hoop dat de ervaring die ik mijn leerlingen in de wiskundeles meegeef bij tenminste één van mijn leerlingen zal leiden tot onafhankelijk denken. Ik weet dat het niet reëel is te verwachten dat alle leerlingen zo jong al via de wiskunde de noodzakelijke rijpheid ontwikkelen of het noodzakelijke verlangen naar waarheid.

Ik hoop dat ik niet de indruk heb gewekt dat ik alle antwoorden heb. Dat is niet zo.

Ik hoop ook dat ik niet de indruk heb gegeven dat ik zelfvoldaan ben. Voor mijzelf weet ik dat dat niet het geval is.

De rest van mijn leven als lerares en ook daarna nog zal ik altijd op zoek zijn naar de verwezenlijking van mijn *droom*. Net als u zal ik op reis zijn langs een van de vele wegen in het Woud dat Wiskunde heet. ■