Panama Praktijktip nummer 121

Kommagetallen uitvinden

V. Duman & R. Keijzer
Hs IPABO Amsterdam/Alkmaar

Inleiding

De eind 2009 gepresenteerde kennisbasis rekenen-wiskunde voor de pabo (Van Zanten, Barth, Faarts, Van Gool & Keijzer, 2009) vraagt om aanpassingen van het opleidingsonderwijs. Alle lerarenopleidingen basisonderwijs zijn druk doende de opleiding zo in te richten dat studenten die in het studiejaar 2011-2012 aan de opleiding beginnen in hun derde studiejaar twee en half jaar later slagen voor de toetsing die op dit moment wordt ontworpen bij de kennisbasis. Verder zoeken zij een modus om studenten te helpen de kennis te verwerven die in de kennisbasis is vervat, maar die niet onderdeel is van de landelijke toets (zie bijvoorbeeld Keijzer, 2011). Enkele opleidingen boden aan in dit proces een voortrekkersrol te vertolken, door te experimenteren met de invoering van de kennisbasis en de ideeën en ervaringen die zo naar voren kwamen te delen met anderen. De IPABO is een dergelijke pilotpabo en experimenteert met de invoering van de kennisbasis. In deze Praktijktip beschrijven we één activiteit die we bij deze experimenten met tweedejaars studenten hebben uitgevoerd. We schetsen overwegingen rond de invulling van deze activiteit als context.

Kennisbasis als nieuwe context

De kennisbasis rekenen-wiskunde kent voor verschillende leerstofonderdelen een uitwerking van rekenkennis op het 3*S*-niveau.[1] Dit rekenniveau is in de kennisbasis uitgewerkt in reken-wiskundige kennis die maatschappelijk relevant is, kennis van de wiskunde en kennis die nodig is om rekenen-wiskunde te kunnen onderwijzen (Van Zanten, Barth, Faarts, Van Gool & Keijzer, 2009). Daarnaast is er in de kennisbasis aandacht voor de verstrengeling en samenhang tussen verschillende onderdelen van rekenen-wiskunde en de integratie met andere vakken. In de kennisbasis is dit geheel aangeduid als uitwerking van de beoogde professionele gecijferdheid van de leerkracht. Aandacht voor professionele gecijferdheid - ook in bovengenoemde zin - is al jaren gebruikelijk op de opleidingen. De kennisbasis legt daarbij overigens wel een ander accent. Het vraagt namelijk expliciet ook om kennis van de leraar die niet direct tot de leerstof van de basisschool behoort (Van Zanten, 2010). Dit laatste is nieuw of in ieder geval niet erg zichtbaar in opleidingsprogramma's waarbij het competentiegericht opleiden goeddeels is ingevuld vanuit vragen die de onderwijspraktijk oproept. Namelijk, de onderwijspraktijk roept geen of nauwelijks vragen op rond wiskunde die niet direct tot de leerstof behoren van de basisschool. Opleidingen moeten wel zo ingericht worden dat studenten deze kennis op eigen niveau verwerven. Ze moeten immers voldoen aan de kennisbasis. En daarin zit mogelijk een probleem, bijvoorbeeld omdat:

- aandacht voor deze wiskunde op eigen niveau op de opleiding makkelijk los kan komen te staan van de voorbereiding op het beroep van leraar basisonderwijs, bijvoorbeeld omdat opleidingen er in nogal wat gevallen voor kiezen om het aanbod rond de kennisbasis los te koppelen van aandacht voor de vakdidactiek rekenen-wiskunde,
- aandacht voor wiskunde op eigen niveau ertoe kan leiden dat sommige studenten een weerzin ontwikkelen tegen rekenen-wiskunde en dat kan nadelige effecten hebben op het enthousiasme waarmee ze leerlingen laten rekenen.

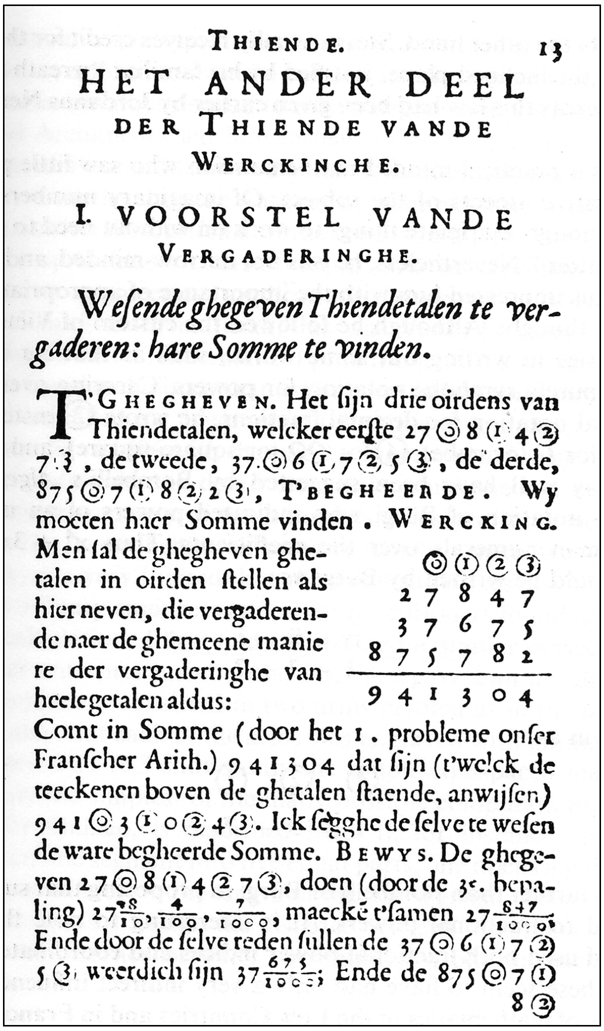
Binnen de experimenten rond de kennisbasis op de Hogeschool IPABO proberen we juist deze problemen aan te pakken. Dat doen we door:

- de wiskunde op eigen niveau in werkgroepen aan te bieden, waarbij we binnen deze werkgroepen kiezen voor een breed scala aan open werkvormen, zoals spelletjes, eigen producties en studenten aanspreken als onderzoeker van de wiskunde, om zo te bereiken dat studenten op hun eigen niveau in kunnen stappen en niet (nogmaals) ervaren dat rekenen-wiskunde ze slecht af gaat,
- de werkgroepen te laten volgen door een bijeenkomst waarin de didactiek en het leren van kinderen meer centraal staat.

In deze aansluitende bijeenkomsten blikken we onder meer met de studenten terug op de voorbije workshop en grijpen ervaringen binnen de workshop aan om specifieke zaken rond het leren van kinderen te verhelderen, immers zaken waar de studenten tegenaan lopen zijn vaak analoog aan die waar leerlingen tegenaan lopen (vgl. Goffree, 1979). De eerste twee bijeenkomsten – workshop en aansluitende bijeenkomst – gingen over breuken. Deze werden gevolgd door een tweetal bijeenkomsten over procenten. De derde workshop en vervolgbijeenkomst gingen over kommagetallen.

De structuur van kommagetallen

Voor de invulling van de derde werkgroep zochten we naar een inhoud, die studenten zou uitlokken de structuur van kommagetallen te onderzoeken. De kennisbasis vraagt immers dat studenten doorzien dat kommagetallen een systematische verfijning met factor 10 toelaten (pag.82). Dit doorzien lijkt niet al te moeilijk, omdat kommagetallen op allerlei plekken voorkomen.


THIENDE. 13

HET ANDER DEEL DER THIENDE VANDE WERCKINCHE.

I. VOORSTEL VANDE VERGADERINGHE.

Wesende ghegeven Thiendetalen te vergaderen: hare Somme te vinden.

T'GHEGHEVEN. Het sijn drie oirdens van Thiendetalen, welcker eerste 27 (0) 8 (1) 4 (2) 7 (3), de tweede, 37 (0) 6 (1) 7 (2) 5 (3), de derde, 875 (0) 7 (1) 8 (2) 2 (3), T'BEGHEERDE. Wy moeten haer Somme vinden. WERCKING. Men sal de ghegheven ghetalen in oirden stellen als hier neven, die vergaderende naer de ghemeene maniere der vergaderinghe van heelegetalen aldus:

(0)	(1)	(2)	(3)
27	8	4	7
37	6	7	5
875	7	8	2
941	3	0	4

Comt in Somme (door het 1. probleme onser Franscher Arith.) 941304 dat sijn (t'welck de teeckenen boven de ghetalen staende, anwijsen) 941 (0) 3 (1) 0 (2) 4 (3). Ick segghe de selve te wesen de ware begheerde Somme. BEWYS. De ghegeven 27 (0) 8 (1) 4 (2) 7 (3), doen (door de 3e. bepaling) $27\frac{8}{10}, \frac{4}{100}, \frac{7}{1000}$, maeckē t'samen $27\frac{847}{1000}$. Ende door de selve reden sullen de 37 (0) 6 (1) 7 (2) 5 (3) weerdich sijn $37\frac{675}{1000}$; Ende de 875 (0) 7 (1) 8 (2)

figuur 1: de uitvinding van de kommagetallen door Simon Stevin

We zien ze bijvoorbeeld bij het boodschappen doen, als het gaat om wisselkoersen en ze zijn aan de orde bij meetgetallen. Het probleem bij deze situaties is evenwel dat hier de kommagetallen veelal gegeven zijn en dat deze bekende situaties daarom nauwelijks uitdagen om aan de slag te gaan met de structuur van deze getallen. We bedachten dat een historische context, die helder maakt hoe kommagetallen zijn 'uitgevonden' daarom wellicht passender is (vgl. Van Galen, 2004). Kommagetallen zijn een uitvinding van de Nederlandse geleerde Simon Stevin (1968). We pakten het werk waarin Stevin zijn vinding toelicht en legden dit voor aan studenten (fig.1).

Aan de hand van Stevin

We vroegen de studenten na te gaan wat Stevin in zijn tekst probeert uit te leggen. Deze open vraag, zonder veel toelichting, leidde aanvankelijk tot enige weerstand. Enkele studenten zagen het nut niet in van het ontcijferen van de tekst van enkele eeuwen oud. Ze vonden het moeilijk: 'Dit kan ik niet lezen…' Andere studenten zagen hierin een kans om bezig te zijn met een onderdeel van het Nederlands, waar ze juist wel plezier in hebben. Dat nam niet weg dat ook deze groep studenten merkte dat het vertalen van de tekst wel erg veel tijd zou nemen. We gaven aan dat het ons daar ook niet om ging. Goed kijken naar de getallen, zou ook inzicht geven in Stevins bedoelingen.

Deze aanwijzingen richtten studenten op de getallen in de cirkels, die zij vonden op het blad dat we ze lieten bekijken (fig. 1). De studenten ontdekten dat deze cirkels wellicht een belangrijke functie hadden. Ze probeerden de betekenis van de notatie (0), (1), (2) en (3) te doorgronden. Ze zagen dat deze getallen ook boven de berekening stonden als een soort positieaanduiding, met duizenden, honderden, tienen en enen. Die kenden de studenten, onder meer vanuit de stage.

Maar dit positieschema gaat over gehele getallen en daar ging de uitvinding van Stevin niet over. De studenten zochten verder naar betekenissen van de omcirkelde getallen en kwamen zo bij het laatste deel van de tekst. Daar vonden ze de notatie met (0), (1), (2) en (3), naast een notatie waarin Stevin breuken gebruikte. Een van de studenten verwoordde wat ze vond: 'Hé! Hier wordt het kommagetal als breuk geschreven'. We liepen rond om studenten op een spoor te zetten en om - zonodig - de opdracht te verhelderen. We namen de opmerkingen van studenten mee naar de eindbespreking en daar kwam de opmerking over de relatie tussen breuken en kommagetallen terug. Het gaf ons de kans de historie verder te verhelderen.

In de tijd van Stevin bestonden geen kommagetallen. Om deze getallen aan te geven werden breuken gebruikt. Aan de studenten was te merken dat ze dit in het werk van Stevin herkenden en dat ze blij waren met hun ontdekking hoe de nieuwe getallen geschreven werden. Ze konden verklaren hoe Stevin de kommagetallen bedoelde, namelijk als alternatieve beschrijving voor breuken; een die het mogelijk maakte met deze breuken net zo te rekenen als met gehele getallen. Verschillende studenten lieten merken dat ze deze opgave konden waarderen en dat ze op een dergelijke manier graag af en toe op hun eigen niveau bezig willen zijn.

Reflectie

Om de formele structuur van kommagetallen aan de orde te stellen, lieten we studenten worstelen met het werk van Stevin. Ze vonden een notatie, die anders is dan de gebruikelijke notatie van kommagetallen, maar wel de essentie van de kommagetallen toont. Kommagetallen zijn een gestandaardiseerde vertaling van breuken, waarbij de vertaling zo gemaakt is dat het rekenen met breuken analoog is aan het rekenen met gehele getallen. We merkten dat deze open werkwijze de studenten - na een aanvankelijke aarzeling - stimuleerden om op onderzoek te gaan naar de wiskundige structuur die hier aan de orde was. Ze toonden zich daarover op een gegeven moment zelfs enthousiast.

We vonden aldus een manier om de kennisbasis, die om deze formele wiskunde vraagt, aan de orde te stellen. En met deze werkwijze verloren we overigens de basisschool niet uit het oog. We lieten de studenten namelijk tijdens de volgende bijeenkomst zien hoe leerlingen worstelen met de betekenis van kommagetallen. Ze worden daarbij regelmatig verblind door de analogie met gehele getallen. De studenten zijn na hun worsteling met Stevin gericht op de complexiteit die onder deze ogenschijnlijke eenvoud schuilgaat.

Noten

1 Zie voor een toelichting bij dit niveau en uitwerking van andere drempelniveaus, Expertgroep Doorlopende Leerlijnen (2008).

2 In 1585 verscheen bij de Leidse boekdrukker en boekverkoper Christoffel Plantijn een boekje van 36 pagina's. Dit boekje, *De Thiende* was geschreven door Simon Stevin (1548-1620).

Literatuur

Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008). *Over de drempels met taal en rekenen. Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen.* Enschede: Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen.

Galen, F. van (2004). In de voetsporen van Stevin. *Willem Bartjens, 23*(5). 16-19.

Goffree, F. (1979). *Leren onderwijzen met wiskobas: onderwijsontwikkelingsonderzoek 'wiskunde en didaktiek' op de pedagogische akademie.* Utrecht: IOWO.

Keijzer, R. (2011). Toetsing kennisbasis. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 30*(1). 16-27.

Stevin, S. (1965). *De thiende, 1585: facsimile with an introd. by A.J.E.M. Smeur*. Nieuwkoop: De Graaf.

Zanten, M.A. van (2010). De kennisbasis rekenen-wiskunde voor pabo's - ontwikkelingen en overwegingen. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 29*(1). 3-16.

Zanten, M.A. van, F. Barth, J. Faarts, A. van Gool & R. Keijzer (2009). *Kennisbasis Rekenen-Wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs.* Den Haag: HBO-raad.