

## Blok 17 | Mechanika (2)



# Blok 17 Mechanika (2)

## Inhoudsopgave basisstof

	<b>bladzijde</b>
P 1. Grootheden met en zonder richting	4
P 2. Samenstellen van krachten	5
P 3. Evenwicht bij een balans	7
T 1. Krachten voorstellen als vektoren	9
T 2. Samenstellen en ontbinden van krachten	10
T 3. Moment en momentenwet	12
T 4. Cirkelbeweging en overbrenging	14
W 1. Krachten voorstellen als vektoren	16
W 2. Samenstellen en ontbinden van krachten	16
W 3. De momentenwet	17

De volgorde waarin je de paragrafen het beste kunt doorwerken is:

P 1, T 1, W 1,  
P 2, T 2, W 2,  
P 3, T 3, W 3,  
T 4.

## Overzicht differentiële stof

<b>Herhaalstof</b>	<b>bladzijde</b>
H 1. Kracht	20
H 2. Moment van een kracht	24
H 3. Oefensommen	26
H 1. Antwoordblad	30
H 2. Antwoordblad	31
H 3. Antwoordblad	33

Hieronder staan de extra stof bladen, die je kunt doen na dit blok.  
Wil je meer weten over de inhoud van deze bladen, lees dan de catalogus voor de extra stof.

### **Extra stof bij je eigen lesmateriaal**

141. Het hellend vlak	36
142. Oefenen met examensommen	37
142. Antwoordblad	39
143. Drie soorten evenwicht	41

### **Extra stof die los in de klas aanwezig is**

144. Simon Stevin	
-------------------	--

## Blok 17 Leerdoelen

### Wat moet je kunnen aan het eind van blok 17

<b>1</b> Je moet weten dat een grootheid die grootte en richting heeft, een vektor is.	<b>Te vinden in:</b> <b>P 1, T 1</b>
<b>2</b> Je moet van een grootheid kunnen zeggen of zij wel of geen vektor is.	<b>P 1, W 1</b>
<b>3</b> Je moet een kracht kunnen tekenen als vektor.	<b>T 1, W 1</b>
<b>4</b> Je moet weten wat het aangrijpingspunt van een kracht is.	<b>P 1, T 1</b>
<b>5</b> Je moet weten dat de zwaartekracht aangrijpt in het zwaartepunt of massamiddelpunt.	<b>T 1</b>
<b>6</b> Je moet weten, hoe je met een proefje de plaats van het zwaartepunt kunt bepalen.	<b>T 1, W 1</b>
<b>7</b> Je moet weten wat de werklijn van een kracht is.	<b>T 1, W 1</b>
<b>8</b> Je moet weten, dat twee even grote, maar tegengesteld gerichte krachten elkaar opheffen.	<b>P 2</b>
<b>9</b> Je moet de resultante van twee vectoren kunnen konstrueren met de parallelogramkonstruktie.	<b>P 2, T 2, W 2</b>
<b>10</b> Je moet een kracht kunnen ontbinden in twee componenten met de parallelogramkonstruktie.	<b>T 2, W 2</b>
<b>11</b> Je moet de zwaartekracht langs en loodrecht op een hellend vlak kunnen ontbinden.	<b>T 2, W 2</b>
<b>12</b> Je moet weten dat de draairichting tegen de klok in „positief” heet en de draairichting met de klok mee „negatief”.	<b>T 3</b>
<b>13</b> Je moet weten, dat de arm van een kracht de afstand van zijn werklijn tot het draaipunt is.	<b>T 3, W 3</b>
<b>14</b> Je moet weten dat het moment van een kracht het produkt van de grootte van de kracht en de arm van de kracht is: $\text{moment} = \text{kracht} \times \text{arm}$ .	<b>T 3, W 3</b>
<b>15</b> Je moet weten welk teken (+ of -) het moment van een kracht heeft.	<b>T 3, W 3</b>
<b>16</b> Je moet weten wat een hefboom is en je moet het draaipunt van een hefboom kunnen aanwijzen.	<b>T 3</b>
<b>17</b> Je moet weten dat er evenwicht bij een hefboom is als de som van alle momenten 0 Nm is.	<b>P 3, T 3, W 3</b>
<b>18</b> Je moet met de momentenwet de sommen uit W 3 kunnen oplossen.	<b>W 3</b>
<b>19</b> Je moet weten dat een vaste katrol een hefboom met twee gelijke armen is.	<b>W 3</b>

## P 1 Grootheden met en zonder richting

### Inleiding

In blok 1 klas 2 gaat het over grootheden. We herhalen kort wat daar over grootheden staat:

Een grootheid kun je meten. Voor elke grootheid voeren we een eenheid in. We vergelijken dan de grootte van de grootheid met de grootte van de eenheid.

### Voorbeeld:

Als je wilt zeggen hoe lang een staaf is, vergelijk je zijn lengte met de eenheid meter. Als de staaf drie keer zo groot is als een meter, zeg je, dat hij drie meter lang is.

Sommige grootheden hebben niet alleen een grootte, maar ook een richting. Zeg nu bij elk van de onderstaande situaties of de betreffende grootheid wel of geen richting heeft. Vul je antwoorden in in de tabel op bladzijde 5.

1

Je draagt je boekentas. Welke kracht zorgt er voor dat hij niet valt?

.....  
Werkt die kracht in een bepaalde richting?  
.....

2

Aan een krachtmeter hangt een blokje van 200 gram.

Welke grootheid meet je met de krachtmeter? .....

Is er sprake van een richting bij die grootheid?  
.....

3

Als je lengte en breedte met elkaar vermenigvuldigt, krijg je de grootheid oppervlakte.

Heeft die grootheid een richting?  
.....

4

Heeft de grootheid leeftijd een richting?  
.....

5

In het vorig blok heb je dikwijls uitgerekend, hoeveel meter een auto per seconde aflegt. Om welke grootheid gaat het daarbij?

.....  
Is er sprake van een richting?  
.....

6

Een lokomotief trekt met een kracht van 100.000 N de wagons vooruit. Over welke grootheid gaat het hier?

.....  
Heeft die grootheid een richting?  
.....





7

Bij welke grootheid hoort de eenheid sekonde?

Heeft die grootheid een richting?

8

Als je een blokje op een balans legt, welke grootheid ga je dan meten?

Heeft die grootheid een richting?

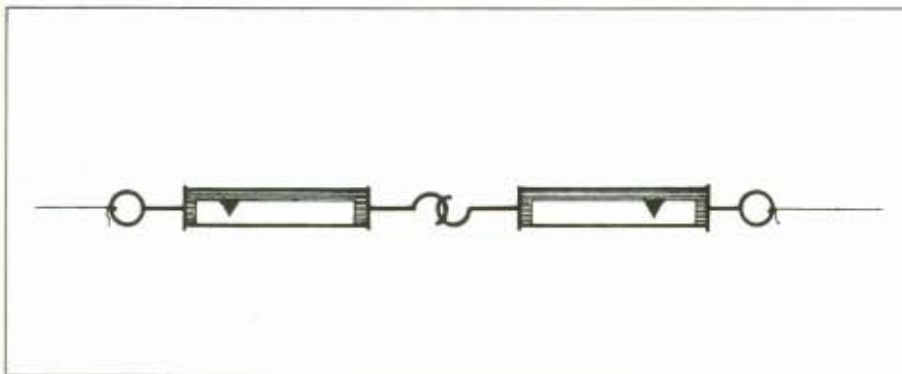
Tabel

Situatie	Welke grootheid	Richting: ja/nee
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

Je ziet dat bij sommige grootheden niet alleen de grootte, maar ook de richting belangrijk is. We noemen deze grootheden: **vektoren**. Alle krachten in de bovenstaande situaties hebben een richting. We zeggen dat krachten vektoren zijn. Je kent de vektoren waarschijnlijk uit de wiskunde. Je hebt daar gezien dat een vektor altijd ergens begint. Zo is het ook bij krachten. Die grijpen altijd ergens aan. We noemen het punt van het voorwerp waar de kracht aangrijpt: **het aangrijpingspunt**.

## P 2 Samenstellen van krachten

In de vorige paragraaf heb je gezien, dat een kracht een vektor is, omdat een kracht niet alleen grootte, maar ook richting heeft. Je hebt situaties bekeken, waar één kracht tegelijk werkt. In deze paragraaf ga je onderzoeken, wat het resultaat is van twee of meer krachten samen. We doen dat door middel van proeven met veer-unsters (krachtmeters).



1

Leg twee unsters plat op een plankje. Maak ze met de haakjes aan elkaar vast. Bevestig een touwtje aan de oogjes van de unsters. Trek nu aan

beide touwtjes. Laat de unsters duidelijk uitrekken. Zet de beide touwtjes vast op het plankje met twee punaises.

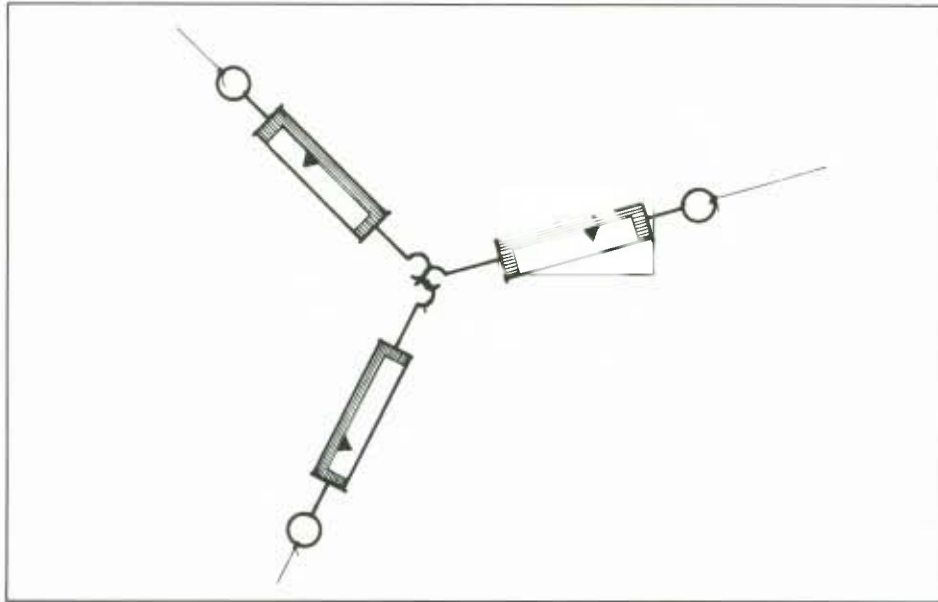
Wat wijst unster 1 aan? ..... N

Wat wijst unster 2 aan? ..... N

Het geheel beweegt niet.

Wat hebben de twee krachten samen dus voor resultaat?

Dit geval is makkelijk omdat de werklijnen van de krachten samenvallen. Nu gaan we een geval bekijken waarbij de werklijnen van de krachten niet samenvallen.



## 2

Leg op een houten plankje een vel papier. Prik drie punaises in het plankje (dus door het papier heen). Geef de punaises een nummer: 1, 2 en 3. Neem drie unsters met een touwtje door het oogje. Maak de haken aan elkaar vast (zie tekening). Rek nu de unsters uit door aan de touwtjes te trekken. Bind de touwtjes vast aan de punaises als de unsters een flink eindje zijn uitgerekt. Noteer de kracht die elk van de unsters aangeeft op het papier naast de unster.

Unster 1 geeft ..... aan.

Unster 2 geeft ..... aan.

Unster 3 geeft ..... aan.

Nu zet je een stip op het papier precies op de plek waar de haakjes aan elkaar zitten. Dit punt noemen we de oorsprong. Haal nu de unsters van het papier.

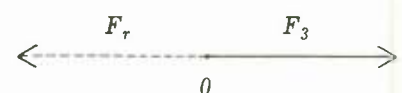
Iedere unster trekt vanuit de oorsprong in de richting van de punaises, waar hij aan vast zit. De kracht die hij uitoefent werkt dus in de richting oorsprong-punaise. Teken nu de drie werklijnen van de krachten. Teken daarna de drie bijbehorende krachtvectoren vanuit de oorsprong met een andere kleur. Kies zelf hoeveel cm overeenkomt met 1 N. (De pijlen moeten niet te klein zijn). Noem de drie krachtvectoren  $F_1$ ,  $F_2$  en  $F_3$ .

Het geheel is in evenwicht. Je kunt dus zeggen dat  $F_3$  werd opgeheven door één tegenwerkende kracht. Die kracht is het resultaat van  $F_1$  en  $F_2$  samen.

Teken op het vel papier eerst door welke kracht  $F_3$  moet worden opgeheven (denk aan proef 1).

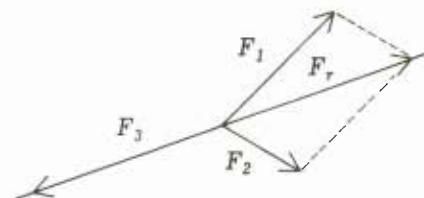
We noemen deze kracht de resultante  $F_r$  van  $F_1$  en  $F_2$ .

We willen weten hoe je  $F_r$  uit  $F_1$  en  $F_2$  kunt konstrueren.



Teken op je papier de stippellijnen van de pijlpunten van  $F_1$  en  $F_2$  naar de pijlpunt van  $F_r$ .  
 $F_1$ ,  $F_2$  en de stippellijntjes vormen een meetkundig figuur: een parallellogram.

Om twee vektoren op te tellen moet je een parallellogram tekenen, waarvan deze vektoren twee zijden vormen.  
 De diagonaal vanuit het aangrijpingspunt is de resultante van de twee krachten.



Je hebt bij deze proef geleerd hoe je twee krachten kunt optellen met de parallellogramkonstruktie. Je hebt ook gezien dat er naast krachten nog wel andere vektoren zijn.

De optelregel die we hier hebben gevonden voor krachten, geldt ook voor die andere vektoren, zoals bijvoorbeeld snelheid en versnelling.

3  
 Herhaal proef 2 maar prik de punaises op een andere plaats vast. Klopt ook nu de parallellogramkonstruktie?

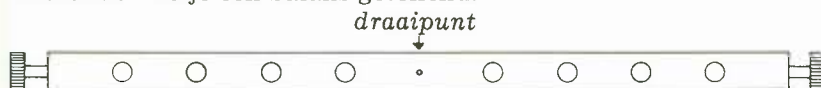
## P 3 Evenwicht bij een balans

### Inleiding

In de vorige paragrafen heb je gezien dat een kracht een vektor is. Je kunt twee krachten bij elkaar optellen met behulp van de parallellogramkonstruktie. Een kracht kun je ook ontbinden in componenten. Je hebt gezien, dat krachten elkaar kunnen opheffen en zodoende zorgen voor een evenwicht. In deze paragraaf ga je evenwichtssituaties onderzoeken bij voorwerpen, die kunnen draaien om een vast punt, zoals schijven, een balans, een katrol. Je onderzoekt dat door na te gaan op welke manieren je evenwicht kunt maken bij een balans.

### Evenwicht bij een balans

Hieronder zie je een balans getekend.



Als je met eenzelfde balans werkt, als hier getekend is, zorg er dan voor door aan de stelschroef te draaien, dat hij precies horizontaal hangt. Je gaat nu telkens evenwicht maken.

Als je links van het draaipunt een massa hangt, zal de balans daardoor „uit balans” raken. Je zult rechts ook een massa moeten hangen om evenwicht te maken.

In de nu volgende tabellen 1, 2 en 3 staat steeds aangegeven hoeveel gram je links en rechts moet ophangen. Hang eerst links de massa op en maak vervolgens evenwicht door rechts de massa op te hangen. Meet de afstand van het draaipunt van de balans tot het ophangpunt van de massa en vul de tabellen in. Probeer steeds een konklusie uit de tabel te trekken.

LINKS		RECHTS	
massa (g)	afstand tot draaipunt (cm)	massa (g)	afstand tot draaipunt (cm)
10		10	
20		20	
30		30	
40		40	
50		50	

tabel 1

Welke konklusie kun je uit de tabel trekken?

LINKS		RECHTS	
massa (g)	afstand tot draaipunt (cm)	massa (g)	afstand tot draaipunt (cm)
20		10	
40		20	
60		30	
80		40	
100		50	

tabel 2

Konklusie:

LINKS		RECHTS	
massa (g)	afstand tot draaipunt (cm)	massa (g)	afstand tot draaipunt (cm)
30		10	
60		20	
90		30	
120		40	
150		50	

tabel 3

Konklusie:

Hang links een massa van 30 g op. Probeer evenwicht te maken door rechts drie massa's van 10 g op verschillende plaatsen op te hangen.

Vul je resultaten in:

massa links	afstand links	massa 1 rechts	afstand	massa 2	afstand	massa 3	afstand
30 g		10 g		10 g		10 g	

Hang links nogmaals 30 g op dezelfde afstand als hierboven. Probeer de massa's van 10 g te verschuiven en weer evenwicht te maken.

massa links	afstand links	massa 1 rechts	afstand	massa 2	afstand	massa 3	afstand
30 g							

Kun je uit deze gegevens een konklusie trekken?



### T 1 Krachten voorstellen als vectoren

#### Vektoren

Bepaalde grootheden, zoals tijd, oppervlakte, leeftijd en massa, hebben alleen maar een grootte. Andere grootheden hebben daarnaast ook nog richting. Dergelijke grootheden noemen we **vektoren**. De grootheid kracht is een voorbeeld van een vektor. Andere voorbeelden zijn snelheid en stroomsterkte.

Een vektor stel je in een tekening voor door een pijl. De richting van de vektor wordt aangegeven door de pijlpunt.

De grootte van de vektor wordt bepaald door de lengte van de pijl.

De kracht  $F$  hiernaast heeft bijvoorbeeld een grootte van 14 N als 1 cm overeenkomst met 5 N.

Het symbool voor de grootheid kracht is de letter  $F$  (van het Engelse force).

Voor de zwaartekracht schrijven we dus  $F_z$ .

De lijn waarop de pijl ligt, die de vektor voorstelt, noemen we de **werklijn** (zie tekening).

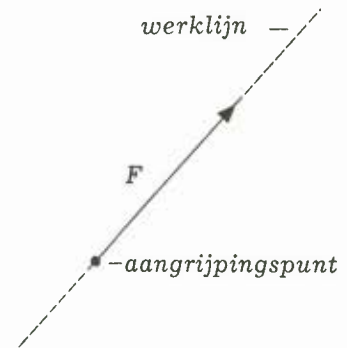
De pijl laten we steeds vertrekken vanuit een bepaald punt van een voorwerp. Bij een kracht noemen we dat punt **aangrijpingspunt**. Als je de koelkast opentrekt is het handvat het aangrijpingspunt. Als je een bal wegschopt, dan is het aangrijpingspunt de plaats waar je voet de bal raakt.

#### Zwaartepunt

Het punt waar de zwaartekracht aangrijpt, noemen we het **zwaartepunt** of **massamiddelpunt**. Bij regelmatige voorwerpen ligt het zwaartepunt in het midden. Voor onregelmatige voorwerpen is er een slimme manier om het zwaartepunt te vinden.

Als je een voorwerp wilt laten balanceren op bijvoorbeeld je vinger dan moet je de zwaartekracht tegenwerken. Daarvoor is een kracht nodig net zo groot als de zwaartekracht die tegengesteld is gericht. Die kracht moet net als de zwaartekracht aangrijpen in het zwaartepunt. In de tekeningen hiernaast zie je waarom dat nodig is.

Het punt waar je een balancerend voorwerp ondersteunt (om de zwaartekracht op te heffen), ligt dus altijd op de werklijn van de zwaartekracht en dus ook rechtboven of onder het zwaartepunt (zie fig. 3). Hiervan kun je gebruik maken om het zwaartepunt te vinden.



# F

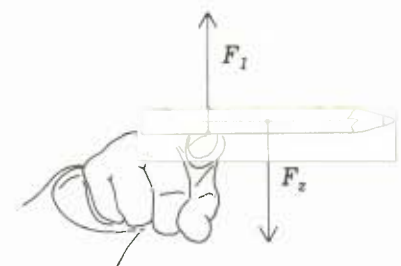


fig. 1 niet zo

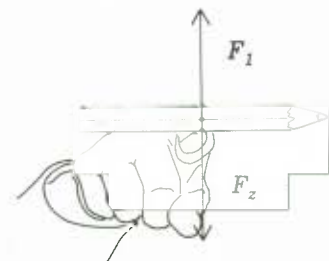


fig. 2 maar zo

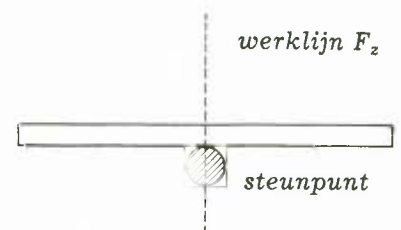


fig. 3

- Hang het voorwerp aan een touwtje (figuur 4a.). Het zwaartepunt bevindt zich op de gestippelde lijn.
- Bevestig het touwtje op een andere plaats en hang het voorwerp weer op (fig. 4b). Het zwaartepunt bevindt zich ook op de tweede gestippelde lijn. Het moet dus op het snijpunt van de twee lijnen liggen.

In W 1 kun je deze proef zelf doen.

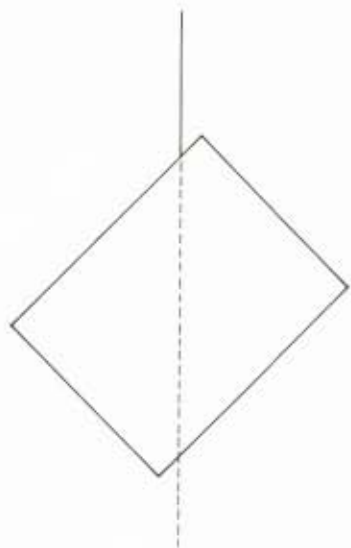


fig. 4a

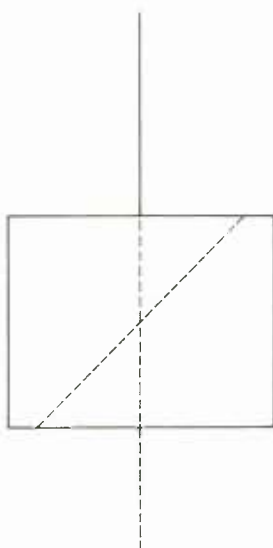


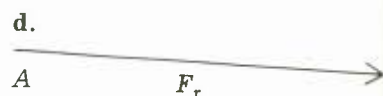
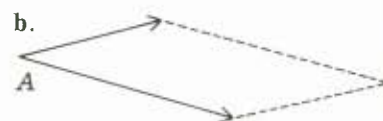
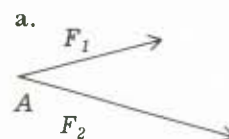
fig. 4b

## T 2 Samenstellen en ontbinden van krachten

Vaak werkt er op een voorwerp meer dan één kracht. Om het resultaat van deze krachten te weten te komen, moet je ze bij elkaar optellen. Krachten zijn vectoren. Daarom moet dit optellen op een speciale manier gebeuren. Een kracht van 4 N en een kracht van 6 N geven samen lang niet altijd een kracht van 10 N. De krachten kunnen elkaar zelfs tegenwerken. De som van de krachtvectoren wordt de resultante genoemd. Hij wordt aangegeven met  $F_r$ .

De resultante van twee vectoren konstrueer je met de parallelogramkonstruktie (zie tekening a-d). De diagonaal vanuit het aangrijpingspunt A is de resultante  $F_r$ .

Het komt ook voor dat je andersom werkt. Soms wil je één kracht vervangen door twee andere krachten. Die noemen we dan de componenten van die kracht. Zo kun je  $F_r$  in de tekeningen hiernaast samengesteld denken uit  $F_1$  en  $F_2$ . We zeggen dan dat  $F_r$  ontbonden kan worden in de componenten  $F_1$  en  $F_2$ .



### Voorbeeld

Hiernaast is een fietser getekend die een helling afrijdt zonder te trappen. De zwaartekracht zorgt ervoor dat hij naar beneden gaat. De zwaartekracht werkt echter in een andere richting dan waarin de fietser beweegt (zie tekening). Je kunt de komponent van  $F_z$ , die ervoor zorgt dat de fietser naar beneden gaat, konstrueren. De zwaartekracht kun je ontbinden in twee komponenten:

1. Een komponent van de kracht evenwijdig aan de helling ( $F_{//}$ ), die voor de beweging langs de helling zorgt.
2. Een komponent van de kracht loodrecht op de helling ( $F_{\perp}$ ) die de fietser tegen het wegdek drukt.

Hiernaast is alleen de zwaartekracht en de helling getekend. We gaan nu de zwaartekracht ontbinden in de komponenten  $F_{//}$  en  $F_{\perp}$ .

1. Teken door het aangrijpingspunt A een werklijn evenwijdig aan de helling en één loodrecht op de helling.

2. Maak een parallellogram met  $F_z$  als diagonaal (zie tekening). In dit speciale geval (de komponenten staan loodrecht op elkaar) wordt dat een rechthoek.

3. Je tekent nu  $F_{//}$  en  $F_{\perp}$  vanuit het aangrijpingspunt (zie tekening).

Je hebt nu  $F_z$  ontbonden in twee komponenten. Door te meten zou je de grootte van de komponenten kunnen bepalen.

### Normaal- en reactiekracht

De **normaalkracht** is een kracht die **loodrecht** op de ondergrond staat. (Denk hierbij ook aan de 'normaal' bij optika: bv. de lijn loodrecht op een spiegel.)

In het bovenstaande voorbeeld van de fietser op het hellend vlak, zal de fietser niet de grond inzakken, omdat het vlak hem tegenhoudt: het oefent een **reactiekracht** uit die **even groot** maar **tegengesteld** is aan de kracht op het vlak.

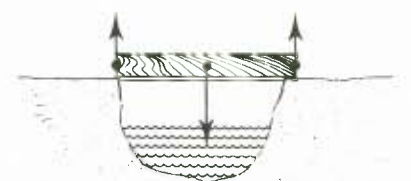
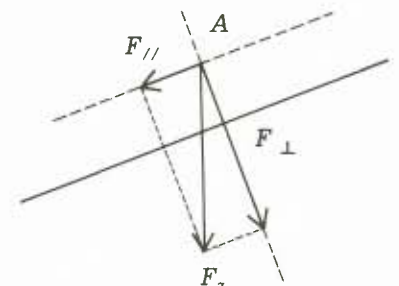
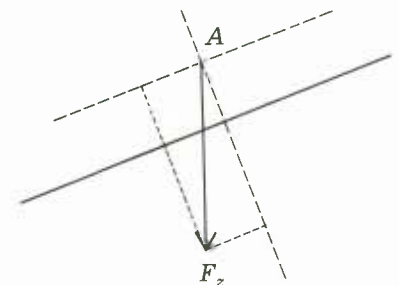
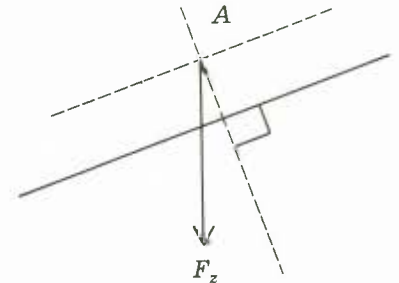
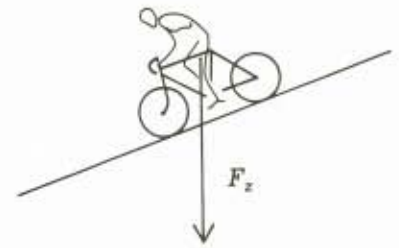
De kracht op het vlak is  $F_{\perp}$ ; de **reactiekracht** zal dus  $-F_{\perp}$  zijn: even groot maar tegengesteld (schuin omhoog dus).

Bovendien staan  $F_{\perp}$  en  $-F_{\perp}$  loodrecht op het hellend vlak.

We noemen  $-F_{\perp}$  de **normaalkracht**.

Een ander voorbeeld, waarin je te maken hebt met normaal- en reactiekrachten, is een brug.

Een eenvoudige brug zou je je kunnen voorstellen als een homogene balk die op de oevers steunt: de zwaartekracht grijpt in het midden aan, loodrecht naar beneden. Omdat de brug blijft hangen is er een reactiekracht gelijk en tegengesteld aan de  $F_z$ :  $-F_z$  loodrecht naar boven (een normaalkracht). De beide oevers zullen deze kracht  $-F_z$  ieder voor de helft verzorgen, vandaar  $-\frac{1}{2}F_z$  op iedere oever.

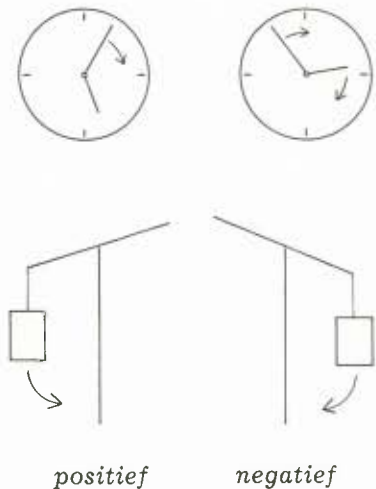


## T 3 Moment en momentenwet

In P 3 heb je met een balans allerlei evenwichtssituaties gemaakt. In deze paragraaf zetten we de belangrijkste resultaten op een rijtje. We voeren een nieuw begrip in, formuleren de momentenwet en bekijken een aantal praktische toepassingen.

### Draairichting

Als je voor een balans staat, dan kan deze twee kanten op draaien. Een gewichtje links van het draaipunt wil de balansarm **tegen de klok** in laten draaien. We noemen de draairichting **positief**. Een gewichtje rechts van het draaipunt wil de arm **met de klok** mee laten draaien. Deze draairichting noemen we **negatief**.



### Gram of Newton

In de tabellen heb je steeds de massa van de voorwerpen ingevuld. Maar het is netter om uit te gaan van het gewicht van de voorwerpen (in N).

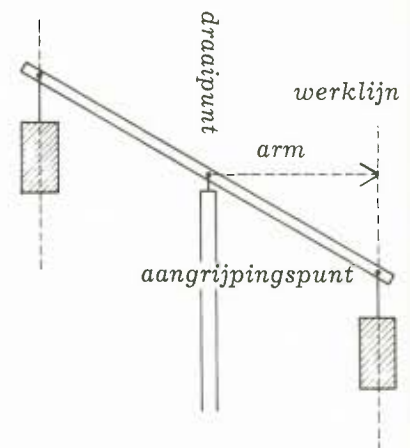
Een gedeelte van tabel 2 uit P3 zou dan kunnen zijn:

LINKS		RECHTS	
gewicht (N)	afstand (cm)	gewicht (N)	afstand (cm)
0,20	2	0,10	4

Steeds als er evenwicht is blijkt:  
**(kracht maal afstand)<sub>links</sub> = (kracht maal afstand)<sub>rechts</sub>.**

### Arm en werklijn

Hiernaast zie je weer de balans getekend, nu in een schuine stand. Ook hier is evenwicht. Maar nu moet je oppassen welke afstand je neemt. Je moet **niet** de afstand van het aangrijpingspunt van de kracht tot het draaipunt hebben, maar van de werklijn van de kracht tot het draaipunt. Je moet dus eerst de werklijn tekenen en de afstand van de werklijn tot het draaipunt meten. Deze afstand noemen we de **arm van de kracht**.



### Moment

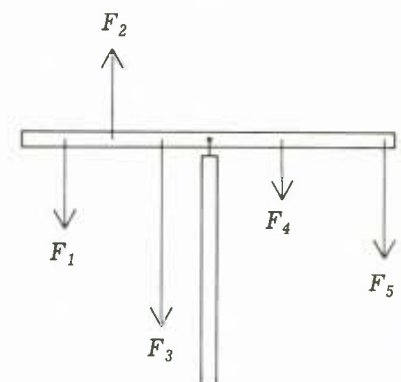
Het produkt van kracht en arm noemen we het moment van de kracht.

**Moment = kracht × arm.**

Symbool van moment: M.

De eenheid van moment: Newton × meter = Nm.

Het moment kan positief of negatief zijn. Dat hangt er van af of de kracht de balans met de klok mee of tegen de klok in wil laten draaien. Zo zijn de momenten van  $F_1$  en  $F_3$  in de tekening hiernaast positief en de momenten van  $F_2$ ,  $F_4$  en  $F_5$  negatief.

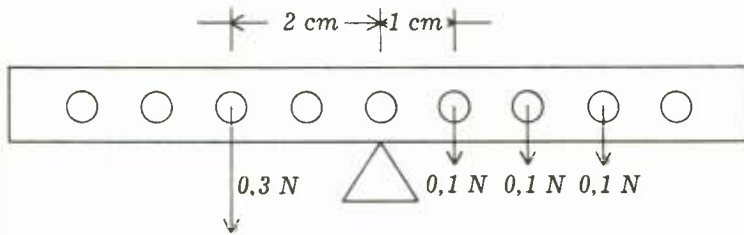


### De momentenwet

Uit P 3 blijkt: als je bij een balans die in evenwicht is de momenten van alle krachten uitrekent en bij elkaar optelt is de som gelijk aan 0 Nm. Dit geldt algemeen. Deze regel heet de momentenwet.

### Voorbeeld

Hieronder staat een balans getekend waarop 4 krachten werken. De balans is in evenwicht.



Het moment aan de linkerkant is:

$$M_1 = 0,3 \text{ N} \times 0,02 \text{ m} = + 0,006 \text{ Nm.}$$

De momenten aan de rechterkant zijn:

$$M_2 = - 0,1 \text{ N} \times 0,01 \text{ m} = - 0,001 \text{ Nm.}$$

$$M_3 = - 0,1 \text{ N} \times 0,02 \text{ m} = - 0,002 \text{ Nm.}$$

$$M_4 = - 0,1 \text{ N} \times 0,03 \text{ m} = - 0,003 \text{ Nm.}$$

De som van de momenten is:

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 0,006 \text{ Nm} + -0,001 \text{ Nm} + -0,002 \text{ Nm} + -0,003 \text{ Nm}$$

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 0 \text{ Nm.}$$

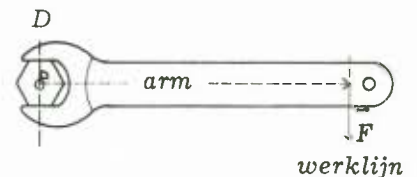
De som van de momenten is inderdaad 0 Nm.

(+, want de kracht heeft de neiging om de balans tegen de wijzers van de klok in te laten draaien).

### Hefbomen

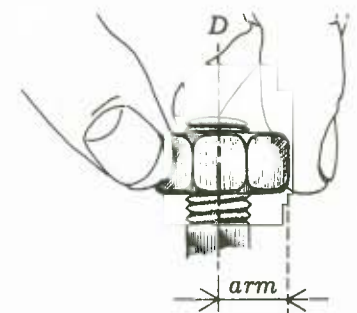
De balans is een voorwerp, waarop je een kracht kunt uitoefenen zodat hij gaat draaien. Er zijn veel voorbeelden te bedenken van voorwerpen die gaan draaien als je er een kracht op uitoefent.

Hiernaast zie je er één: een steeksleutel. De kracht zorgt er voor dat de sleutel gaat draaien rond het draaipunt (D). Ook zie je de werklijn van de kracht en de arm getekend.



Wanneer je met je vingers probeert de schroef los te draaien, lukt het niet. Het moment dat je met je vingers kunt uitoefenen is te klein, omdat de arm van de kracht klein is (de arm is in dit geval de helft van de diameter van de schroef, zie tekening).

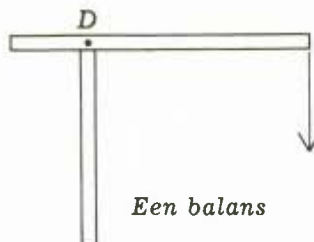
Als je de steeksleutel gebruikt, is de arm van de kracht die je uitoefent veel groter (zie tekening) en daardoor is het moment weer groter. Voorwerpen die draaien om een draaipunt noem je hefboomen. De steeksleutel in de tekening is een voorbeeld van een hefboom.



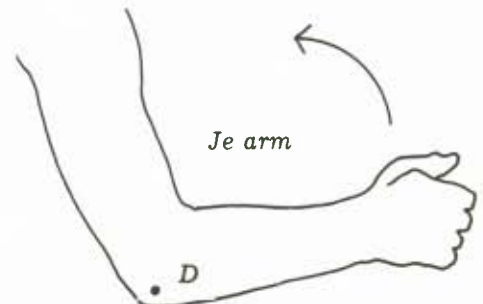
Andere voorbeelden:



Een deurkruk



Een balans



Je arm

De momentenwet geldt voor alle hefboomen.

Dus:

**als krachten op een hefboom werken, is er evenwicht wanneer de som van de momenten van de krachten 0 Nm is.**

Een gevolg is dat als de som van de momenten ongelijk is aan 0 Nm er geen sprake is van evenwicht en dat de hefboom gaat draaien (de deurkruk gaat naar beneden, de schroef wordt vast of losgedraaid of de balans valt om).



**Massamiddelpunt (\*)** (alleen voor D-leerlingen)

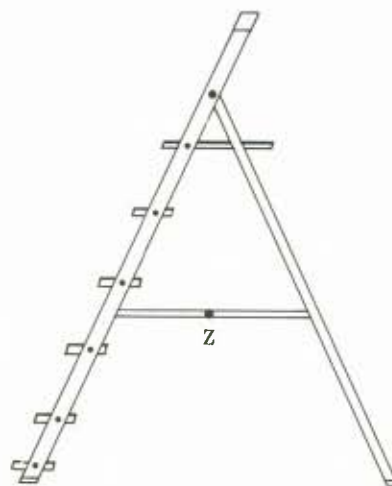
In T1 heb je gezien hoe je het **massamiddelpunt** (of zwaartepunt Z) van een potlood kunt bepalen. Een potlood is een benadering van een homogene balk: een voorwerp waarvan de samenstelling overal gelijk is.

Het massamiddelpunt van zo'n homogene balk ligt dus in het midden van de lengte en in het midden van de dikte van die balk. Het bijzondere van het massamiddelpunt is dat de **zwaartekracht** daarin aangrijpt (vandaar: zwaartepunt Z).

### Stabiliteit

In W1 is je in opgave 6 de vraag gesteld of het massamiddelpunt (zwaartepunt Z) van een voorwerp zich ook buiten dat voorwerp kan bevinden. Uit het daaraan voorafgaande heb je kunnen leren, dat dat inderdaad mogelijk is. In opgave 5 heb je bv. gezien, dat het zwaartepunt Z van een stoel buiten de stoel zelf ligt maar wel tussen de voor- en achterpoten.

Dit heeft gevolgen voor de **stabiliteit** van een voorwerp: als het zwaartepunt Z tussen de steunpunten van dat voorwerp ligt dan heeft dat voorwerp van zichzelf een grote stabiliteit. Denk hierbij bv. aan een huishoudtrap(je). Het zwaartepunt Z ligt ergens tussen de schuinstaande 'benen' en het moment van de zwaartekracht t.o.v. de beide steunpunten zorgt er zelf voor, dat het trapje niet kantelt, maar juist stevig blijft staan.



## T 4 Cirkelbeweging en overbrenging

### Eenparige cirkelbeweging

In W3 opgave 7 heb je geleerd hoe de krachtoverbrenging bij een fiets gebeurt. Deze opgave moest je oplossen met behulp van de momentenwet. In dit Theorieblad kijken we alleen naar de cirkelbeweging zelf en naar het overbrengen van cirkelbewegingen. Dit komt natuurlijk niet alleen bij je fiets voor, maar ook bij auto's en allerlei apparaten.

De **frequentie f** is het aantal omwentelingen per seconde. Het **toerental n** is het aantal omwentelingen per minuut.

$$f = n/60$$

Als het toerental constant is, spreken we van een eenparige cirkelbeweging.

De **omtreksnelheid** (baansnelheid) van punt P op de omtrek van de cirkel kun je vinden door de omtrek van de cirkel te vermenigvuldigen met de frequentie:

$$v = 2\pi r \cdot f$$

waarbij  $2\pi r$  de omtrek van de cirkel is, of

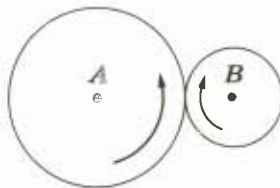
$$v = \pi d \cdot n/60$$

met diameter  $d (=2r)$  en toerental  $n$

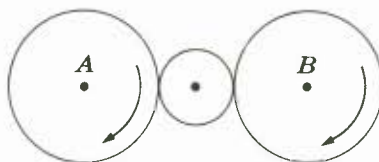
### Overbrenging

Bij het overbrengen van cirkelbewegingen kan het toerental en de draairichting veranderd worden. Bij je fiets wordt alleen het toerental veranderd. De draairichting van je trapas is gelijk aan die van je achteras. De overbrenging kan gebeuren met een ketting of met tandwielen.

omkeren van draairichting

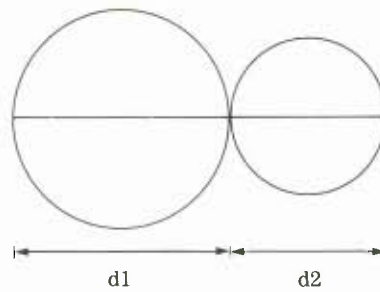


tweemaal omkering, dus  
zelfde draairichting



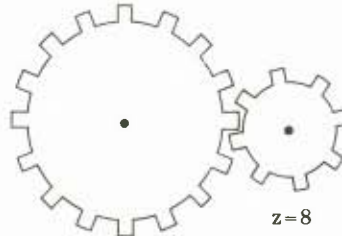
De overbrengingsverhouding van cirkelbeweging 1 naar 2 wordt bepaald door de diameters  $d_1$  en  $d_2$ .

de omtreksnelheid van beide wielen is hetzelfde.



Dus zal wiel 2 een hoger toerental hebben dan wiel 1.  
in formule:

$$n_1 \cdot d_1 = n_2 \cdot d_2$$



Voor tandwielen met aantal tanden  $z_1$  en  $z_2$  geldt:

$$n_1 \cdot z_1 = n_2 \cdot z_2$$

#### Voorbeeld

Van een fiets heeft de trapas 54 tanden en de achteras 14 tanden.  
Trees fietst met een toerental van 70 per minuut.

a. Bereken het toerental van de achteras.

De diameter van haar achterwiel is 72 cm.

b. Bereken de snelheid waarmee Trees fietst.

#### Uitwerking

a. Het toerental van de achteras kunnen we berekenen met de formule

$$n_1 \cdot z_1 = n_2 \cdot z_2$$

ingevuld:  $70 \cdot 54 = n_2 \cdot 14$ ;  $n_2 = 270$  omw./min.

b. Het toerental van de achteras is hetzelfde als van het achterwiel. De snelheid waarmee Trees fietst, is de omtreksnelheid van het achterwiel. Deze berekenen we met:

$$v = \pi d n / 60$$

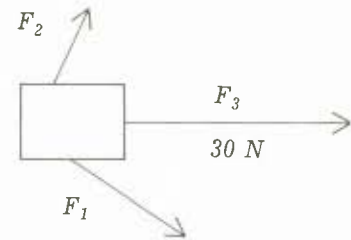
ingevuld:  $v = 3,14 \cdot 72 \cdot 270 / 60 = 1017,36$  cm/s = 10,17 m/s.

### W 1 Krachten voorstellen als vektoren

1

Op een lichaam werken drie krachten.  $F_3 = 30 \text{ N}$ .

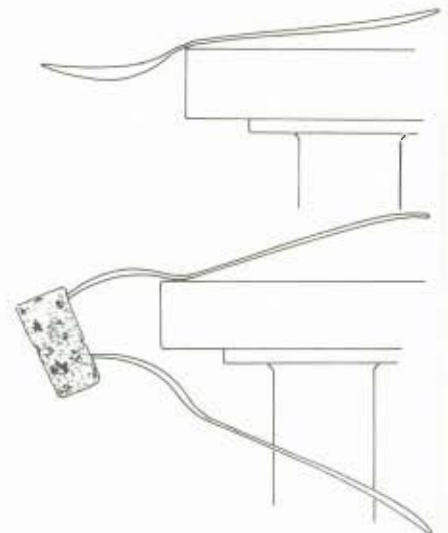
- Hoeveel N stelt 1 cm pijl voor?
- Hoe groot is de kracht  $F_1$  en hoe groot is  $F_2$ ?
- Teken van  $F_1$ ,  $F_2$  en  $F_3$  de werklijnen.
- Zet bij het aangrijpingspunt van  $F_1$  een A.



2

Knip één of ander gek figuur uit een stuk karton. Zoek nu volgens de methode, die aan het einde van T 1 staat, het zwaartepunt op:

- Hang het op aan een punt en teken een lijn vertikaal vanuit het ophangpunt.
- Hang de kaart nu aan een ander punt op en doe datzelfde nogmaals.
- Het snijpunt van deze twee lijnen is het zwaartepunt. Zoek het zwaartepunt ook op, door het voorwerp op je potlood te laten balanceren.

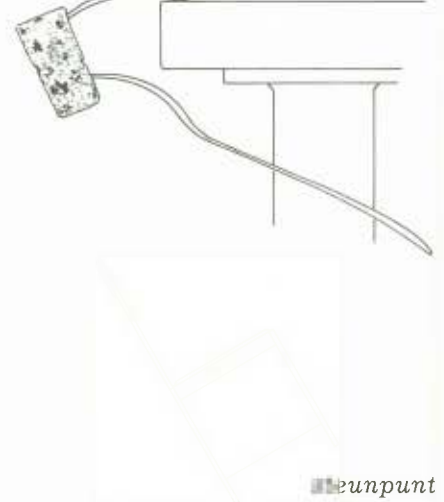


3

Een lepel balanceert op de rand van de tafel. Geef in de tekening het zwaartepunt aan.

4

Een merkwaardige konstruktie van 2 vorken en een kurk zie je hiernaast getekend. Teken de werklijn van de zwaartekracht. Probeer maar eens uit of je deze evenwichtssituatie na kunt maken.



5

Je laat een stoel op zijn twee achterpoten balanceren. Teken de werklijn van de zwaartekracht.

6

Kan het zwaartepunt van een voorwerp zich ook buiten het voorwerp bevinden?

Geef een voorbeeld.

### W 2 Het samenstellen en ontbinden van krachten

1

Twee sleepboten trekken een schip. Allebei trekken ze met een kracht van 40.000 N (zie tekening). Bepaal de resultante  $F_r$  van de krachten op het schip. Doe dit via een konstruktie op schaal in je schrift. Hoe groot is  $F_r$ ?



fig. 1

2

Een fietser (zwaartepunt: Z) rijdt zonder te trappen van een helling met een hellingshoek van  $30^\circ$ . De massa van fietser en fiets samen bedraagt 90 kg.

- Hoe groot is de zwaartekracht op het geheel. Teken  $F_z$  in figuur 2.
- Konstrueer de componenten van  $F_z$  langs en loodrecht op de helling.
- Bepaal uit de tekening door meting de grootte van de kracht die de fietser omlaag trekt langs de helling.

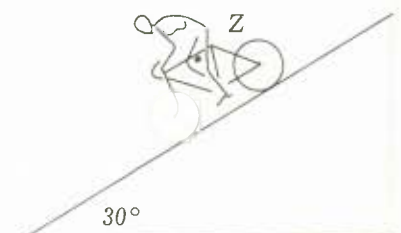


fig. 2

Z = zwaartepunt

- 3  
Ontbind  $F$  in figuur 3 in twee componenten, waarvan de werklijnen al getekend zijn. Meet hoe groot de componenten zijn.

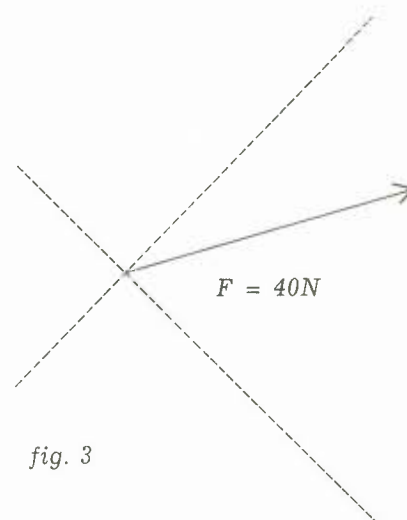


fig. 3

- 4  
Laat zien dat op een vlakke weg de zwaartekracht geen component heeft in de richting van de beweging.

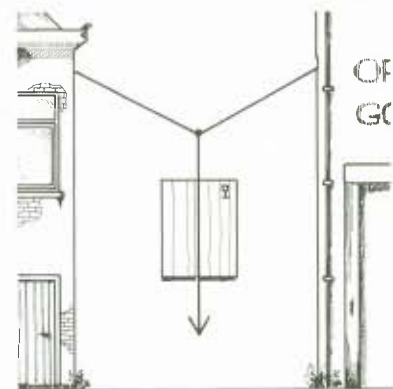


fig. 4

- 5  
Hiernaast zie je een takelopstelling tussen twee gebouwen, waarmee men een last kan optillen.  
Ontbind de kracht, die de last uitoefent op de takelopstelling in twee componenten langs de twee kabels. (De werklijnen van de componenten vallen samen met de kabels).

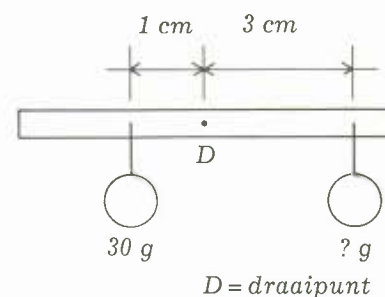
- 6  
Een lamp is opgehangen aan het plafond.  
Het gewicht van de lamp is 40 N.
- Teken hiernaast de kracht die de lamp op de draden uitoefent (10 N komt overeen met 1 cm).
  - Ontbind de kracht in 2 componenten langs de draden.
  - Meet op hoe groot deze krachten zijn.
  - De draden oefenen op hun beurt weer een kracht uit op het plafond.
- Hoe groot is de kracht die één draad op het plafond uitoefent?  
Ontbind die kracht in één component langs en één loodrecht op het plafond.



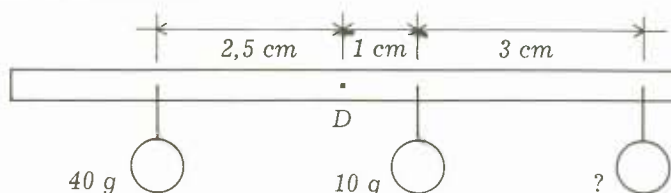
fig. 5

## W 3 De momentenwet

- 1  
Hiernaast is een balans getekend. De balans is in evenwicht. Bereken hoe groot de onbekende massa moet zijn.

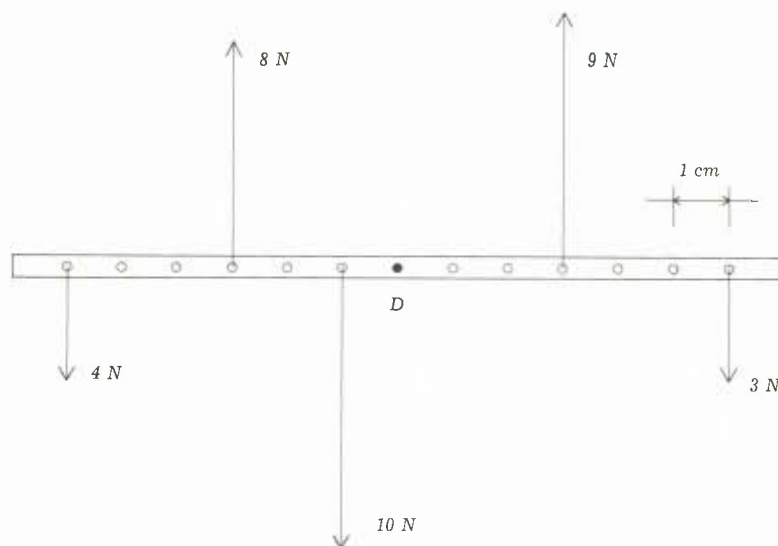


- 2  
Aan de balans hiernaast hangen drie massa's. Bereken hoe groot de onbekende massa moet zijn, als gegeven is dat de balans in evenwicht is.



3

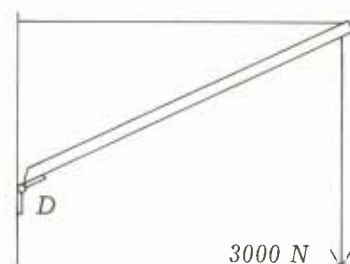
Ga door berekening na of de balk hiernaast in evenwicht is. D is het draaipunt.



4

Een balk is draaibaar tegen een muur geplaatst. Het draaipunt is D. Op de balk wordt een kracht van 3000 N uitgeoefend.

- Bepaal door meting de arm van de kracht.  
(1 cm in de tekening is 1 m in werkelijkheid)
- Bereken het moment.



5

Knip eens in een stuk dik karton met een schaar.

Waarom knip je niet met de punten van de schaar, maar dicht bij het scharnier?



6

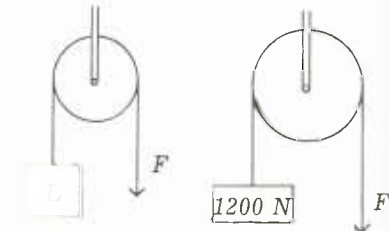
Hiernaast zie je een katrol. De last L weegt 900 N.

- Hoe groot moet F zijn om evenwicht te maken?
- Beantwoord dezelfde vragen voor de tweede situatie.

---



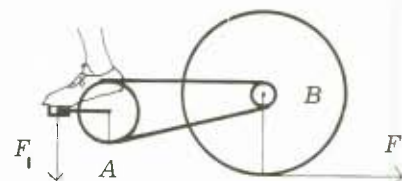
---



7

Hier is schematisch de krachtoverbrenging bij een fiets getekend. Bij A en B verandert de kracht van grootte.

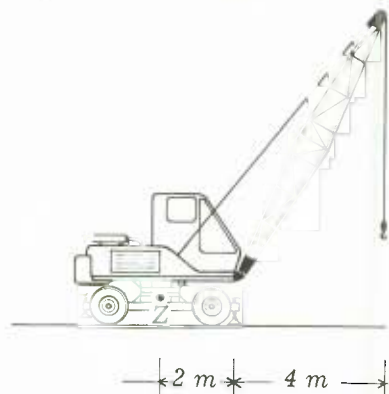
- Is de kracht op de ketting bij A groter dan/kleiner dan/gelijk aan de kracht  $F_1$  van de fietser? Waarom?
- Is de kracht op de ketting bij B groter dan/kleiner dan/gelijk aan de kracht F op het achterwiel? Waarom?



8

Een hijskraan heeft een massa van 6000 kg. Het zwaartepunt Z is in de tekening aangegeven.

Teken het draaipunt bij kantelen van de kraan. Hoe groot is de maximale last die de kraan kan hijsen in deze stand?



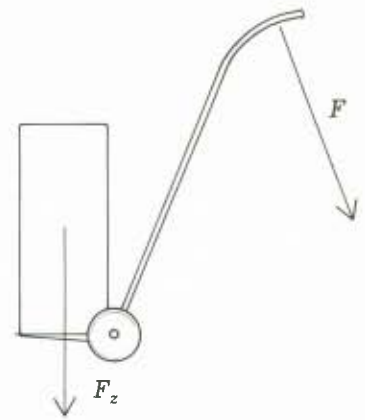


9

Op een steekkar ligt een kist met een massa van 200 kg. Er wordt een kracht  $F$  uitgeoefend om de kist op te tillen.

Verdere gegevens staan in de tekening.

- Geef het draaipunt in de tekening aan met de letter D.
- Bereken het moment van het gewicht van de kist ten opzichte van het draaipunt.
- Meet de arm van de kracht  $F$ .
- Hoe groot moet de kracht  $F$  minstens zijn om de kist omhoog te houden?



1 cm in de tekening komt in werkelijkheid overeen met 30 cm

10

Op een kruiwagen ligt een zak zand van 75 kg. Verdere gegevens staan in de tekening.

- Hoe groot moet de kracht  $F$  minstens zijn om de kruiwagen omhoog te houden?

In werkelijkheid zal  $F$  groter zijn dan bij a. is berekend.

- Waarom?



11

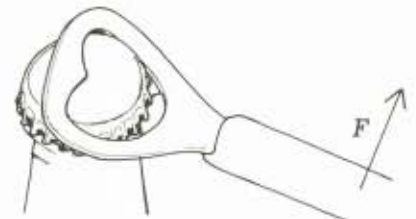
Hoe groot is het moment van een kracht die aangrijpt in het draaipunt zelf?

12

Welke kracht moet je uitoefenen om een paal van 80 kg aan één kant te kunnen optillen?

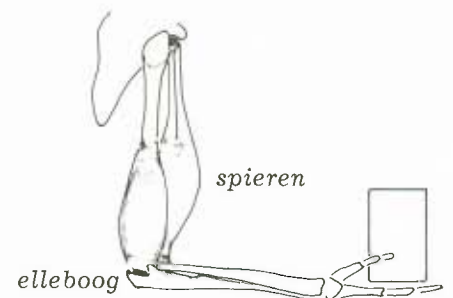
13

Leg met behulp van de tekening hiernaast uit, waarom je met een flesopener wel de dop van een fles af krijgt en met je handen niet.



14

Hiernaast zie je getekend hoe de spieren in je arm lopen. Leg uit dat je arm eigenlijk een heel ongunstige hefboom is als je een gewicht optilt.



sterk vereenvoudigde voorstelling van je arm

15

Waarom lukt het je met de tang wel en met je handen niet om de noot te kraken?



## H 1 Kracht

Je hebt in dit blok een aantal nieuwe begrippen geleerd die te maken hebben met het begrip kracht. In dit herhaalblad zetten we deze nieuwe begrippen naast elkaar.

### A. Kracht en richting

Je weet wat een grootte is. Een belangrijke eigenschap van een grootte is, dat je die kunt uitdrukken in een eenheid. Je kunt hem meten. Tijd is bijvoorbeeld een grootte die je kunt meten met een stopwatch. Je drukt tijd uit in de eenheid seconde.

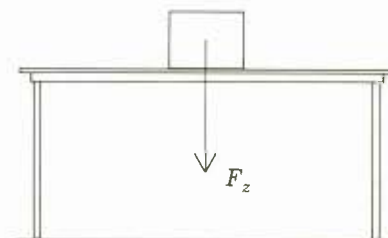
#### Vraag 1

Welke horen in het onderstaande rijtje niet thuis en waarom niet? Massa, volume, kleur, lengte, leeftijd, snelheid, kracht, dichtheid, smaak.

Je weet dat de aarde aantrekkingskracht op voorwerpen uitoefent. Voorwerpen krijgen daardoor gewicht.

In de tekening hiernaast oefent de aarde een kracht uit op het voorwerp dat op de tafel staat. De kracht die het voorwerp daardoor uitoefent op de tafel noemen we het gewicht van het voorwerp.

Om het gewicht (in newton) te berekenen moet je de massa van het voorwerp in kg met 10 vermenigvuldigen.



#### Vraag 2

Bereken het gewicht van de massa aan de veer.



#### Vraag 3

De krachtmeter hiernaast wijst 12 N aan. Bereken de massa van het voorwerp.



Wanneer je moeite hebt met deze sommen, lees dan T2 en H1 van blok 2 nog eens door.

Van sommige grootheden is het belangrijk de richting te weten. Grootheden die òn een grootte òn een richting hebben, noemen we **vektoren**.

#### Vraag 4

Welke horen in het onderstaande rijtje niet thuis en waarom niet? Leeftijd, massa, kracht, snelheid, versnelling, lengte, dichtheid.

## B. Kracht voorstellen door een vektor

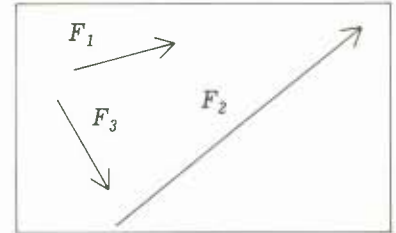
Als symbool voor kracht gebruiken we  $F$ .

In een tekening stellen we de kracht voor als een pijl: de pijlpunt wijst in de richting van de kracht. De lengte geeft aan hoe groot de kracht is. Hoe langer de pijl, hoe groter de kracht.

### Vraag 5

In de tekening hiernaast komt 1 cm overeen met 2 N.

Hoe groot is  $F_1$ ,  $F_2$  en  $F_3$ ?



Is  $F_1$  gelijk aan  $F_3$ ?

Waarom?

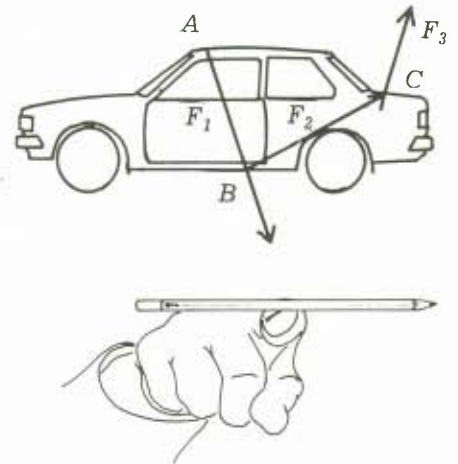
## C. Aangrijpingspunt en massamiddelpunt of zwaartepunt

Wanneer je de deur van de koelkast dicht wilt duwen, moet je een kracht op de deur uitoefenen. Je pakt meestal het handvat vast. Je oefent de kracht uit en de deur gaat dicht. Het handvat noemen we dan het aangrijpingspunt van de kracht.

Ook voor andere krachten geldt: het punt waar de kracht aangrijpt heet het **aangrijpingspunt** van de kracht.

### Vraag 6

Op de auto hiernaast werken de krachten  $F_1$ ,  $F_2$  en  $F_3$ . Geef van elke kracht het aangrijpingspunt.



Een kracht die we allemaal aan den lijve ondervinden is de zwaartekracht. Symbool  $F_z$ .

Wat is het aangrijpingspunt van de zwaartekracht?

Je hebt allemaal wel eens een voorwerp op je vinger laten balanceren.

Hiernaast zie je dat in de tekening. De spierkracht van je vinger zorgt er voor dat het potlood blijft liggen. Hij heft de zwaartekracht op.

### Vraag 7

- Zet een S bij het aangrijpingspunt van de spierkracht.
- Teken de spierkracht in de tekening. Neem daarvoor een pijl van 3 cm.
- Teken nu de zwaartekracht in de tekening met een andere kleur. Zet er  $F_z$  bij. Leg uit waarom je hem zo tekent.

De zwaartekracht grijpt aan in het **zwaartepunt of massamiddelpunt** van een voorwerp.

Je kunt de plaats van het zwaartepunt ongeveer vinden door het voorwerp te laten balanceren op je vinger of door het op te hangen aan een touwtje.

### Vraag 8

Probeer het zwaartepunt te vinden van je geodriehoek, je boek, een ringetje en je stoel.

### Vraag 9

Hiernaast rijdt een wagen de helling af.

Het zwaartepunt van kar en chauffeur is Z. De wagen weegt 25 kg.

Teken de zwaartekracht als je weet dat 1 cm overeenkomt met 100 N.



### D. Optellen en ontbinden van krachten

Wanneer je een massa van 10 kg optelt bij een massa van 6 kg dan is de nieuwe massa 16 kg.

Wanneer je een kracht van 10 N optelt bij een kracht van 6 N krijg je meestal geen kracht van 16 N. Kijk maar eens naar de situatie hiernaast.

$$F_1 = 10 \text{ N}; F_2 = 6 \text{ N}.$$

Hoeveel is  $F_1 + F_2$ ?



Om krachten (maar ook andere vektoren zoals snelheid en versnelling) op te tellen, gebruik je de parallellogramkonstruktie. Hiernaast zie je hoe dat gaat (fig. 1).

$F_1$  en  $F_2$  grijpen aan in punt A.

$$F_1 = 3 \text{ N en } F_2 = 4 \text{ N}.$$

Om  $F_1 + F_2$  te vinden maak je een parallellogram met  $F_1$  en  $F_2$  als zijden. (fig. 2).

Teken de diagonaal vanuit A en je hebt  $F_1 + F_2$  gevonden. Let op de pijlpunt! (fig. 3).

De som van  $F_1$  en  $F_2$  noemen we de resultante (Symbool:  $F_r$ ).

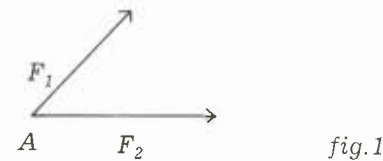


fig. 1

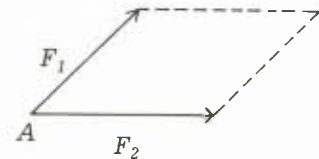


fig. 2

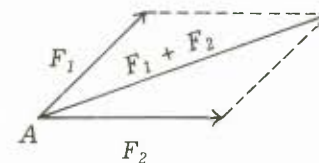
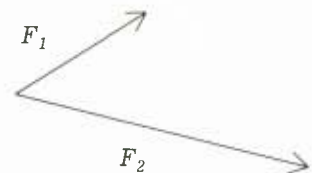


fig. 3

### Vraag 10

Teken  $F_1 + F_2$  in de tekening hiernaast.

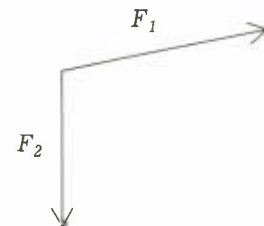


### Vraag 11

In de tekening hiernaast komt 1 cm overeen met 10 N.

Teken de resultante van  $F_1$  en  $F_2$ .

Hoe groot is  $F_r$ ?



### Ontbinden van krachten.

Aan een touw hangt een pakket. Het pakket heeft een massa van 10 kg.

#### Vraag 12

Hoe zwaar weegt het pakket?

In de tekening hiernaast is de grootte en de richting van de zwaartekracht aangegeven. Het pak valt niet naar beneden, omdat het aan de touwen hangt. De zwaartekracht wordt dus gecompenseerd door een even grote kracht omhoog. Deze is aangegeven in de tekening met  $F_{\text{touw}}$ .

$F_{\text{touw}}$  is de som van twee krachten. De ene werkt in het linker; de ander in het rechter stuk touw. Om die kracht te tekenen moet je dus twee krachten tekenen die samen  $F_{\text{touw}}$  geven.

Je gebruikt de omgekeerde parallellogramkonstruktie. Je weet immers de diagonaal ( $F_{\text{touw}}$ ) en je moet de zijden konstrueren. Hiernaast is dat voor je gedaan (verkleind weergegeven).

Zijde (1) is evenwijdig aan touw 1.

Zijde (2) is evenwijdig aan touw 2.

We hebben de kracht  $F_{\text{touw}}$  ontbonden in twee componenten.

#### Vraag 13

Ontbind  $F$  in twee componenten langs de twee stippellijnen.

#### Vraag 14

Ontbind  $F$  in twee componenten langs de twee stippellijnen.

Hoe groot zijn de componenten van  $F$ ?

(1 cm is 10 N).

#### Vraag 15

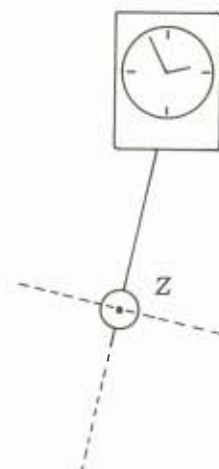
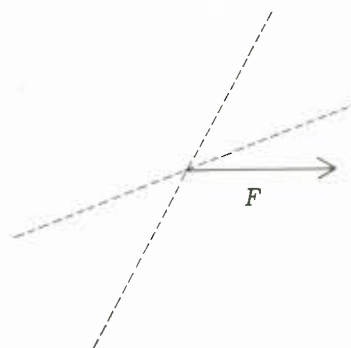
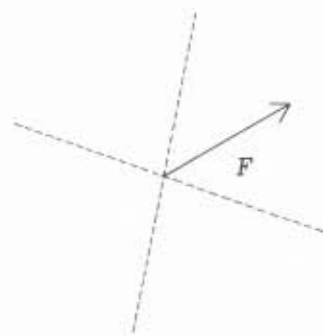
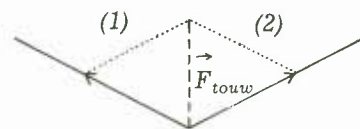
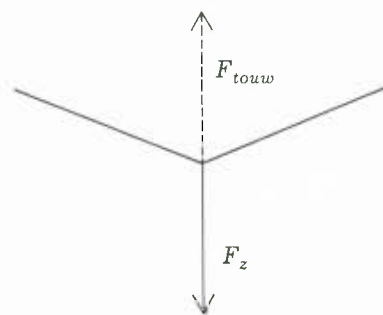
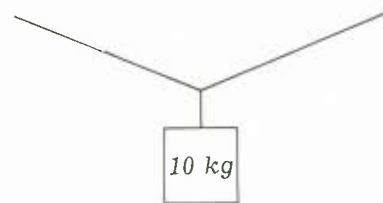
Hiernaast zie je de slinger van de klok.

Teken  $F_z$  als je weet dat  $Z$  het zwaartepunt van de slinger is. ( $F_z = 20 \text{ N}$ )

Ontbind  $F$  in twee componenten langs de stippellijnen.

Hoe groot zijn de componenten van  $F_z$ ?

Welke component zorgt ervoor dat de slinger terug gaat?





## H 2 Moment van een kracht

Hiernaast zie je een ijzeren staaf, een steen en een houten balk. Om de steen van de grond te krijgen kun je het beste de staaf bij het uiteinde vastpakken.



Hiernaast is een wip getekend. Als A dicht naar het midden gaat, wordt het voor hem moeilijker om B omhoog te wippen.



Bovenstaande situaties kunnen we verklaren met het begrip moment van een kracht. In dit herhaalblad worden alle begrippen die met het moment van kracht te maken hebben nog eens behandeld. Tenslotte moet je dan zelf bovenstaande situaties verklaren.

### De begrippen

#### Hefboom

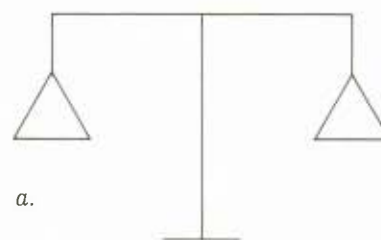
Een voorwerp dat gaat draaien om een vast punt wanneer je er een kracht op uitoefent, heet een hefboom.

#### Draaipunt

Het punt waarom de hefboom gaat draaien, noem je het draaipunt.

#### Vraag 1

Hiernaast zijn 2 hefboomen getekend. Geef het draaipunt aan.



a.



b. Een kantelende hijskraan.

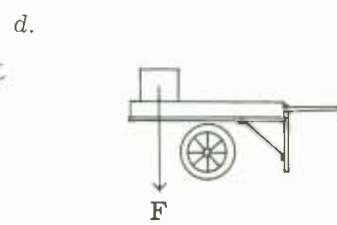
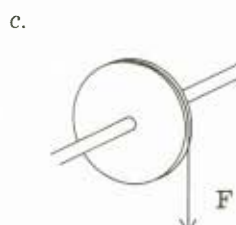
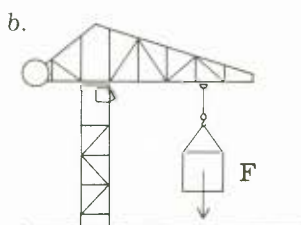
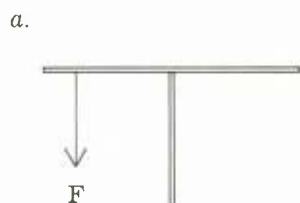
#### Arm van een kracht

Onder de arm van een kracht die op een hefboom werkt verstaan we de afstand van het draaipunt tot de kracht.

Om de afstand te kunnen meten is het soms nodig een lijn door de (kracht-)vektor te tekenen. Deze lijn noemen we de **werklijn** van de kracht.

#### Vraag 2

Teken in de onderstaande situaties de werklijn van de kracht en arm van de kracht. (Je moet dan eerst het draaipunt tekenen).



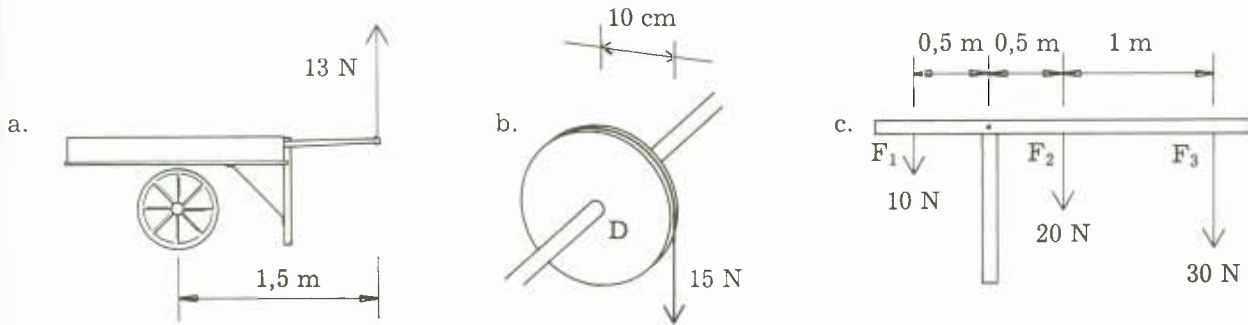
#### Moment van een kracht

Voor het moment van een kracht geldt:  $\text{moment} = \text{kracht} \times \text{arm}$

We noemen het moment negatief wanneer de kracht de hefboom met de wijzers van de klok laat mee draaien. Wanneer de kracht de hefboom tegen de wijzers van de klok in laat draaien, is het moment positief.

### Vraag 3

Geef in onderstaande situaties draaipunt, werklijn, arm aan.  
Bereken het moment van de kracht.  
Denk om het teken!



### De momentenwet

In blok 17 heb je gezien dat **een hefboom in rust (in evenwicht) is als de som van de momenten die op de hefboom werken gelijk aan nul is.**

In het voorbeeld dat nu volgt, is deze regel toegepast voor een balans.

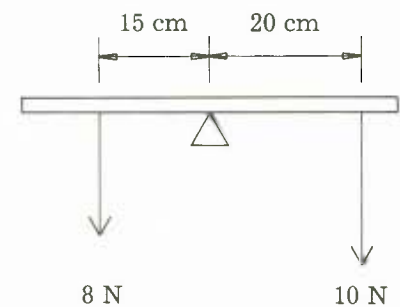
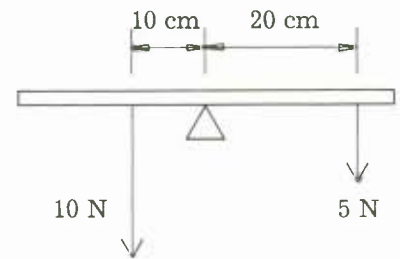
Op een balans werken twee krachten  $F_1 = 10\text{ N}$  en  $F_2 = 5\text{ N}$ .

De afstanden zijn in de figuur hiernaast aangegeven. Is de balans in evenwicht? We kunnen dat berekenen met de momentenwet. Bij evenwicht moet de som van de momenten nul zijn.

Het moment van  $F_1$ :  $10\text{ N} \times 0,10\text{ m} = 1,0\text{ Nm}$ . (Let op de eenheden: kracht in newton en arm in meter).

Het moment van  $F_2$ :  $-5\text{ N} \times 0,2\text{ m} = -1,0\text{ Nm}$ .

De som:  $1,0 + -1,0 = 0$ . De balans is in evenwicht.



### Vraag 4

Ga na of de balans hiernaast in evenwicht is.

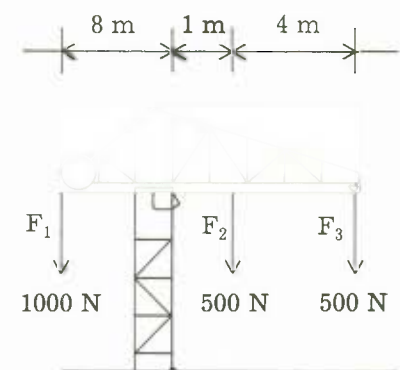
Soms werken er meer dan twee krachten op een hefboom. De berekening gaat dan eigenlijk hetzelfde: je rekent de som van de momenten uit en kijkt of de som gelijk aan nul is.

### Vraag 5

Hiernaast zie je een hijskraan.

Alle krachten en afstanden zijn gegeven.

Is de kraan in evenwicht of zal hij kantelen?

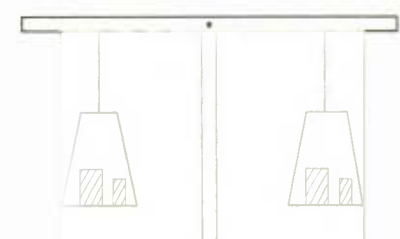


### Vraag 6

In de balans hiernaast wordt het linker bakje naar buiten geschoven.

Moet er massa bij of af in het rechterbakje om evenwicht te houden?

Waarom?



### Vraag 7

Verklaar de twee situaties aan het begin van de paragraaf.

---

---

---

---

---

---

---

---

## H 3 Oefensommen

Voordat je sommen gaat maken, moet je jezelf een test afnemen.

Hieronder staan begrippen, konstrukties en wetmatigheden die in blok 17 behandeld zijn. Achter de kolom waarin ze staan, kun je invullen wat ze betekenen. Vul eerst de tweede kolom in. Niet in het antwoordblad kijken.

vektor	
aangrijpingspunt	
werklijn	
zwaartepunt	
parallellogramkonstruktie	
komponenten	
ontbinden en optellen van krachten	
hefboom	
draaipunt	
arm	
moment van een kracht	
positief moment	
negatief moment	
evenwicht van een hefboom (de momentenwet)	

Kijk nu in het antwoordblad of je alles goed hebt ingevuld. Als dat niet zo is, kijk dan in H 1 of in het blok wat je fout gedaan hebt. Vervolgens kun je met dit herhaalblad beginnen.

Aan de volgende twee voorbeelden kun je zien, hoe je een som moet aanpakken. Het eerste is eenvoudig; het tweede is moeilijk.

### Voorbeeld 1

Hiernaast zie je een balans.

Aan de linkerarm hangt 100 gram. Hoeveel moet je in bak A hangen om evenwicht te krijgen?

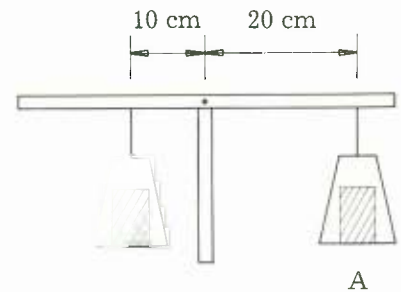
De afstanden zijn in de figuur gegeven.

Gegeven:

$$m_{\text{links}} = 100 \text{ g}$$

$$\text{arm}_{\text{links}} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{arm}_{\text{rechts}} = 20 \text{ cm}$$



Gevraagd:  $m_{\text{rechts}}$  bij evenwicht.

Oplossing:

Formule/regels: we gebruiken de momentenwet.

Voor evenwichtssituaties geldt:  $\text{moment}_{\text{links}} + \text{moment}_{\text{rechts}} = 0$

Berekening:

$$\left. \begin{array}{l} \text{arm}_{\text{links}} = 0,10 \text{ m} \\ \text{kracht}_{\text{links}} = 1,00 \text{ N} \end{array} \right\} \text{moment}_{\text{links}} = 1,00 \cdot 0,10 \text{ Nm} = 0,10 \text{ Nm}$$

Volgens de momentenwet geldt:  $\text{moment}_{\text{rechts}} = -0,10 \text{ Nm}$ .

Dus:  $\text{kracht}_{\text{rechts}} \cdot \text{arm}_{\text{rechts}} = -0,1 \text{ Nm}$  of  $F_{\text{rechts}} \cdot 0,20 = -0,1 \text{ Nm}$

en hieruit volgt  $F_{\text{rechts}} = 0,5 \text{ N}$ .

Het gewicht van het rechterbakje is 0,5 N. De massa is 50 g.

Uitkomst:  $m_{\text{rechts}} = 50 \text{ g}$ .

Kontrolé: de uitkomst is goed, immers de arm rechts is tweemaal zo groot als de arm links. De massa kan dan tweemaal zo klein zijn.

### Voorbeeld 2

Aan de takel hiernaast hangt een last. Het gewicht van de last bedraagt 100 N. Wat is de spankracht in het touw en de drukkracht in de balk?



Opmerking vooraf: de begrippen spankracht ( $F_{\text{span}}$ ) en drukkracht ( $F_{\text{druk}}$ ) ben je tot nu toe nog niet tegengekomen. Spankracht in het touw wordt veroorzaakt door de komponent van het gewicht die het touw strak trekt.

De drukkracht in de balk wordt veroorzaakt door de komponent van het gewicht die de balk „indrukt”.

Spankracht (of trekkracht) en drukkracht zijn veelgebruikte begrippen bij konstrukties.

Gegeven:  $G_{\text{last}} = 100 \text{ N}$

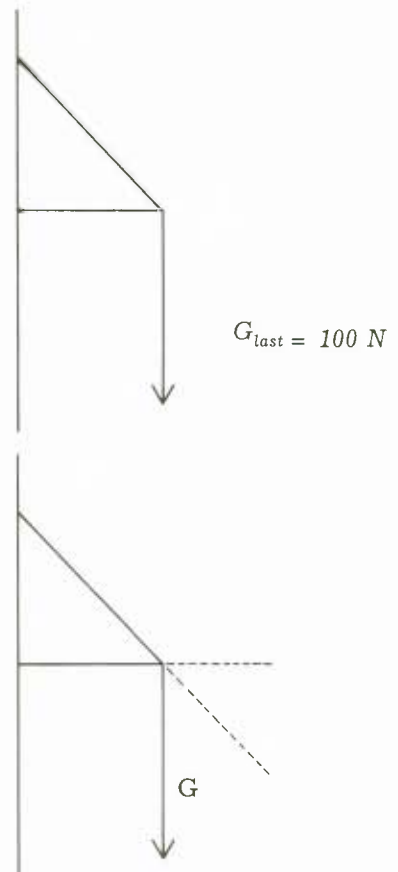
Gevraagd:  $F_{\text{span}}$  en  $F_{\text{druk}}$

Oplossing:

Regels/formules:

$F_{\text{span}}$  loopt evenwijdig aan het touw. De werklíjn van  $F_{\text{druk}}$  loopt evenwijdig aan de balk.

De enige kracht, die je kent is  $G$ . Het ligt voor de hand om  $G$  te gaan ontbinden in een komponent langs het touw en een komponent langs de balk. De regel, die je daarvoor kent, is de parallellogramkonstruktie.



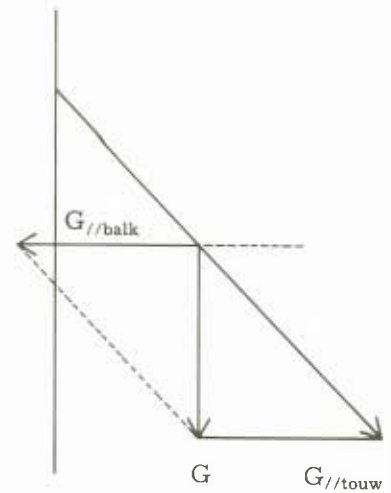
Uitwerking: Stippel de werklíjnen waar langs je gaat ontbinden (zie tekening).

Daarna teken je het parallellogram

Je ziet dat  $G_{//balk}$  op de balk drukt en dat  $G_{//touw}$  aan het touw trekt.  
De grootte van deze krachten bepaal je door eerst  $G$  op te meten: de lengte van  $G$  is 2,5 cm en je weet  $G = 100 \text{ N}$ .  
Dus 1 cm staat voor 40 N.

De lengte van  $G_{//balk}$  is 2,4 cm en dus:  $G_{//balk} = 2,4 \cdot 40 = 96 \text{ N}$ .  
De lengte van  $G_{//touw}$  is 3,5 cm en dus:  $G_{//touw} = 3,5 \cdot 40 = 140 \text{ N}$ .

Uitkomst:  $F_{\text{span}} = 140 \text{ N}$   
 $F_{\text{druk}} = 96 \text{ N}$

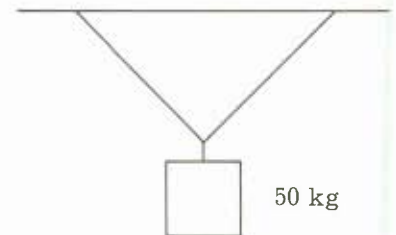


### Opgaven:

1.

Hiernaast is een touw getekend met een voorwerp eraan. De massa van het voorwerp is 50 kg.

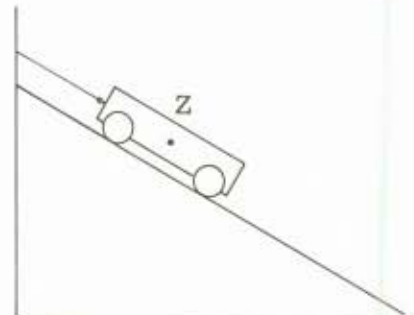
- Bereken het gewicht en maak een tekening waarin je het gewicht voorstelt door een vektor.
- Ontbind de kracht in twee componenten langs de touwen.
- Bereken de spankracht in de touwen.



2

Hiernaast zie je een karretje op een hellend vlak. De massa van het karretje en inhoud bedraagt 15 kg. Het touwtje zorgt er voor dat het wagentje niet naar beneden gaat.

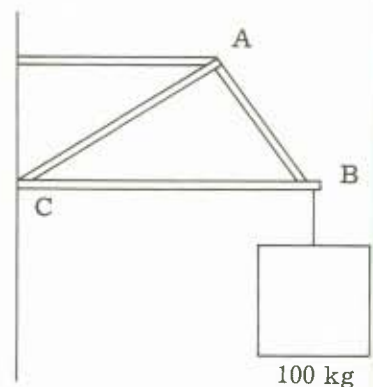
Bereken met behulp van het ontbinden van krachten de spankracht in het touwtje. Het zwaartepunt van het wagentje is Z.



3

Hiernaast is een hystoestel getekend. De last bedraagt 100 kg.

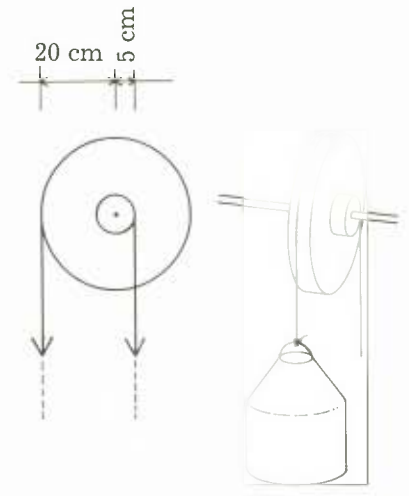
- Stel de last voor als een vektor. (Hoe groot is het gewicht?)
- Ontbind de kracht in richting AB en BC.  
Hoe groot is de spankracht in AB?  
En de drukkracht in BC?  
Waarom heet die kracht drukkracht?





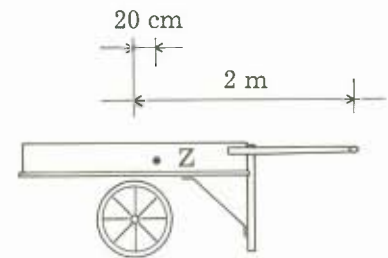
4

Hiernaast zie je een katrol die bestaat uit een dik en een dun gedeelte. Aan het dikke gedeelte hangt een last met een gewicht van 250 N. Hoe groot is de kracht, die je op het touw aan het dunne gedeelte moet uitoefenen om het gewicht omhoog te houden? De afmetingen staan in de tekening.



5

Hier rechts is een handkar getekend. Het massamiddelpunt is Z en de massa bedraagt 250 kg. Hoe groot is de kracht die een man achter de kar moet uitoefenen om de kar met de poten van de grond te houden? De afstanden zijn in de figuur gegeven.



## H 1 Kracht

A.

1

Kleur en smaak, want deze kun je niet in een eenheid uitdrukken.  
Het zijn dus geen grootheden.

2

Gewicht = massa (in kg)  $\times$  10 =  $0,03 \times 10 = 0,3$  N

3

Massa (in kg) = gewicht (in N):10.  
Dus de massa is:  $12:10 = 1,2$  N

4

Leeftijd, massa, lengte en dichtheid zijn grootheden die geen richting hebben. Ook goed is: kracht, snelheid en versnelling want dat zijn vektoren.

5

$F_1 : 1,4 \times 2 \text{ N} = 2,8 \text{ N}.$

$F_2 : 4,1 \times 2 \text{ N} = 8,2 \text{ N}.$

$F_3 : 1,4 \times 2 \text{ N} = 2,8 \text{ N}.$

$F_1$  is niet gelijk aan  $F_3$ , want ze hebben dezelfde grootte (2,8 N), maar niet dezelfde richting.

6

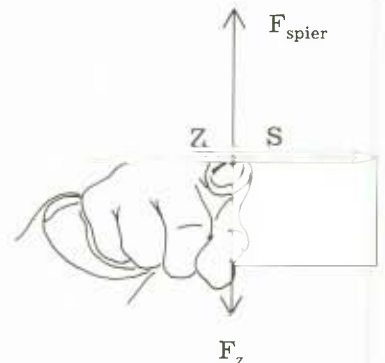
Van  $F_1$  : A

Van  $F_2$  : B

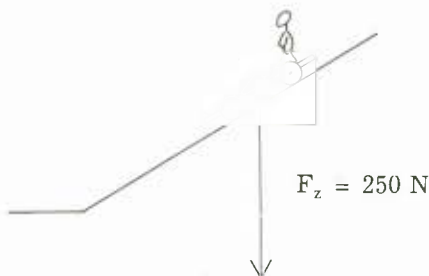
Van  $F_3$  : C

7

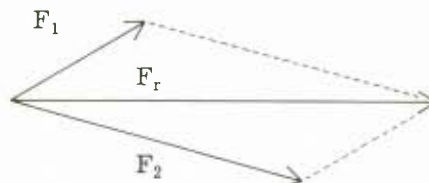
De zwaartekracht moet even groot als en tegengesteld zijn aan  $F_{\text{spier}}$ .



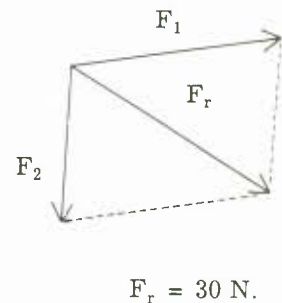
9



10

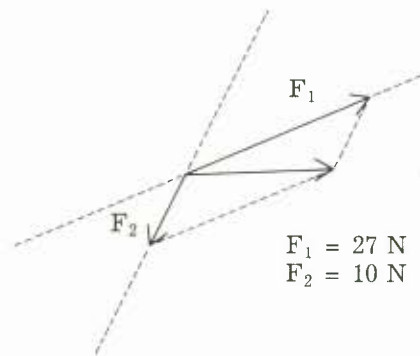
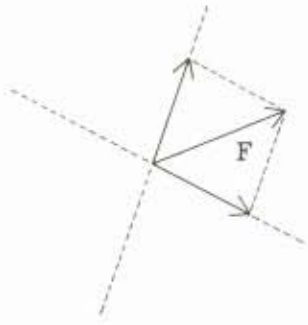


11



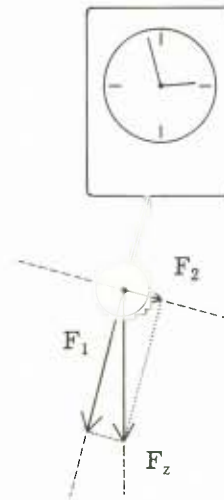
12

Gewicht = massa (in kg)  $\times$  10.  
Dus het gewicht is 100 N.



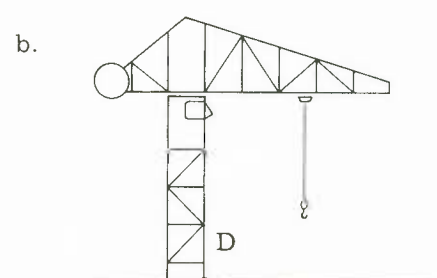
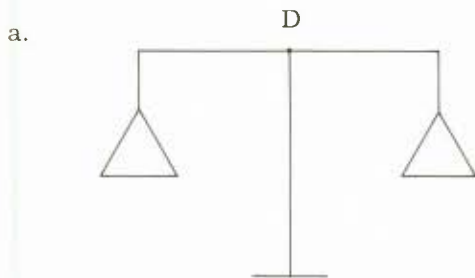
15

De komponent  $F_2$  zorgt ervoor, dat de slinger terug gaat.  
 $F_2 = 5 \text{ N}$  en  $F_1 = 9,8 \text{ N}$ .

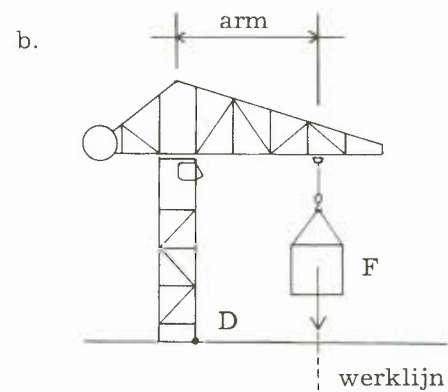
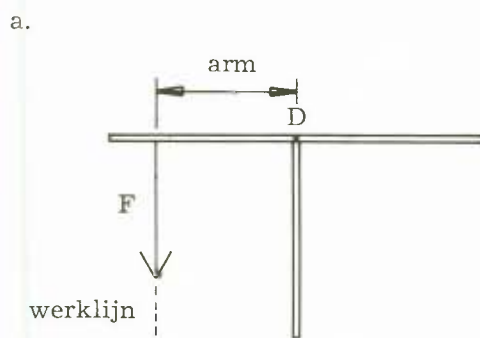


## H 2 Moment van een kracht

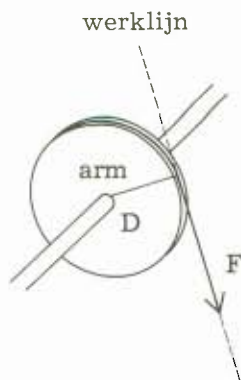
### Vraag 1



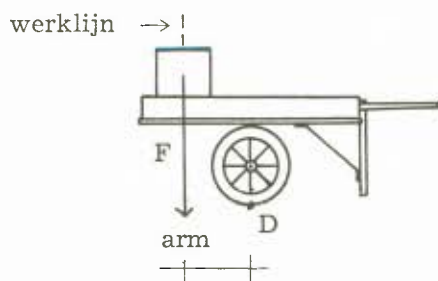
### Vraag 2



c.

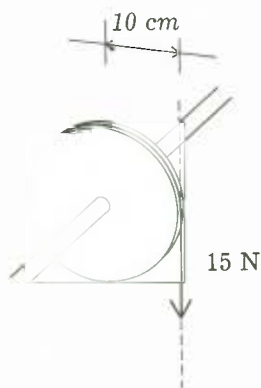


d.

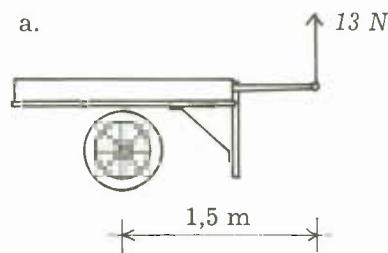
**Vraag 3**

De kracht is 13 N, de arm is 1,5 m.  
Het moment is  $+ 13 \times 1,5 = 19,5 \text{ Nm}$ .

b.



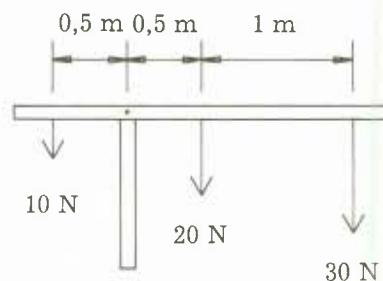
a.



De kracht is 15 N, de arm is 0,1 m. Het moment is  
 $- 15 \times 0,1 = - 1,5 \text{ Nm}$   
(Hij draait met de wijzers van de klok mee).

c.

$F_1 = 10 \text{ N}$ , de arm is 0,5 m. Het moment is  $+ 10 \times 0,5 = 5 \text{ Nm}$ .  
 $F_2 = 20 \text{ N}$ , de arm is 0,5 m. Het moment is  $- 20 \times 0,5 = 10 \text{ Nm}$ .  
 $F_3 = 30 \text{ N}$ , de arm is 1,5 m. Het moment is  $- 30 \times 1,5 = 45 \text{ Nm}$ .

**Vraag 4**

Het moment van de linker kracht is  $8 \times 0,15 = 1,2 \text{ Nm}$ .  
Het moment van de rechter kracht is  $- 10 \times 0,20 = - 2,0 \text{ Nm}$ .  
De som is  $0,8 \text{ Nm} \neq 0 \text{ Nm}$ : geen evenwicht.

**Vraag 5**

Het moment van  $F_1$  is  $1000 \times 8 \text{ Nm} = 8000 \text{ Nm}$   
Het moment van  $F_2$  is  $- 500 \times 1 \text{ Nm} = - 500 \text{ Nm}$   
Het moment van  $F_3$  is  $- 500 \times 15 \text{ Nm} = - 7500 \text{ Nm}$

De som van alle momenten is 0 Nm.  
Er is dus evenwicht.

**Vraag 6**

Als het linker bakje naar buiten wordt geschoven, wordt het moment van het gewicht groter, want de arm wordt groter. Om evenwicht te houden, moet het moment van het gewicht rechts ook groter worden. Dat kan door er massa bij te doen.

**Vraag 7**

Om het blok van de grond te krijgen moet het moment dat je uitoefent minstens even groot zijn als het moment van het gewicht van de steen.  
Moment = kracht  $\times$  arm  
Als het moment zo groot mogelijk moet zijn bij een bepaalde kracht, moet de arm zo groot mogelijk zijn.  
Je moet de staaf dus bij het uiteinde beetpakken.



Omdat A dichterbij het midden gaat, wordt zijn moment kleiner (de arm van zijn gewicht wordt kleiner). Hij moet dus een grotere kracht uitoefenen om hetzelfde moment als B te krijgen.



## H 3 Antwoordblad

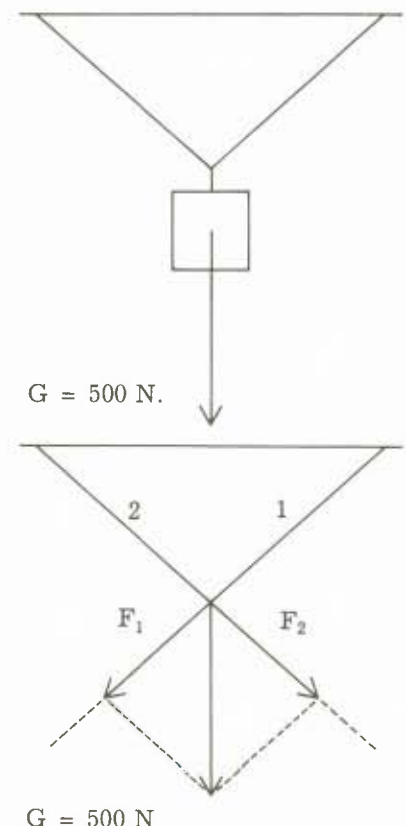
vektor	Grootheid met grootte en richting
aangrijpingspunt	Punt waar een kracht op een voorwerp aangrijpt
werklijn	Lijn waarop de krachtvektor ligt
zwaartepunt	Punt waar de zwaartekracht aangrijpt
parallellogramkonstruktie	Maak een parallellogram van de zijden van de twee krachten. De diagonaal is de resultante
komponenten	De twee krachten, waarin je één kracht kunt ontbinden
ontbinden en optellen van krachten	Omdat krachten vektoren zijn, mag je ze niet zomaar optellen, maar moet je een parallellogramkonstruktie gebruiken. Ook ontbinden moet je doen met zo'n konstruktie
hefboom	Een voorwerp dat draait om een vast punt
draaipunt	Punt, waarom een hefboom gaat draaien
arm	Afstand van het draaipunt tot de werklijn van de kracht
moment van een kracht	Produkt van kracht en arm
positief moment	De hefboom draait tegen de klok in
negatief moment	De hefboom draait met de klok mee
evenwicht van een hefboom (de momentenwet)	Som van alle momenten is 0 Nm

1

- a. Je weet dat je het gewicht krijgt, door de massa in kg met 10 te vermenigvuldigen:  
Gewicht =  $10 \cdot 50 = 500 \text{ N}$ .  
Deze kracht teken je als een pijl met lengte 2,5 cm. (1 cm is dus 200 N).

- b. Voor het ontbinden gebruik je de parallellogramkonstruktie. Eerst teken je de werklijnen waarlangs je moet ontbinden met stippellijnen. Daarna teken je het parallellogram.

- c.  $F_1$  trekt aan touw 1 en  $F_2$  trekt aan touw 2. De spankracht in touw 1 is even groot, maar tegengesteld aan  $F_1$  en hetzelfde geldt voor 2. Meet de lengte van  $F_1$  en  $F_2$  op: 1,9 cm.  
De spankracht is  $1,9 \cdot 200 \text{ N} = 380 \text{ N}$ .





2

Er is al gegeven, dat je het ontbinden van krachten moet gebruiken.

Gegeven is ook, dat  $m_{\text{karretje}} = 15 \text{ kg}$ .

Je moet naar krachten toe. Bereken dus het gewicht van het karretje:

$$G = 10 \cdot 15 = 150 \text{ N}.$$

Teken het gewicht: zie tekening 3. (1 cm = 50 N).

Pas nu de parallellogramkonstruktie toe: teken eerst met stippellijnen de richtingen waarin je moet ontbinden (langs het vlak en loodrecht erop) en vervolgens het parallellogram (zie tekening 4).

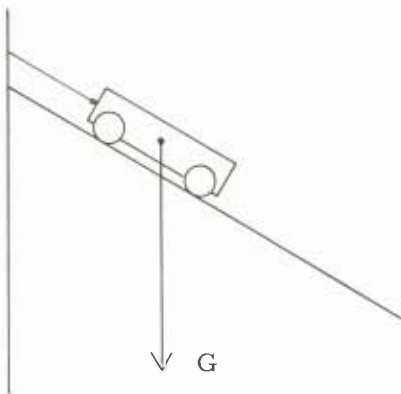
De spankracht in het touwtje heft precies de component van  $G$  langs het vlak op.

Meet deze component:

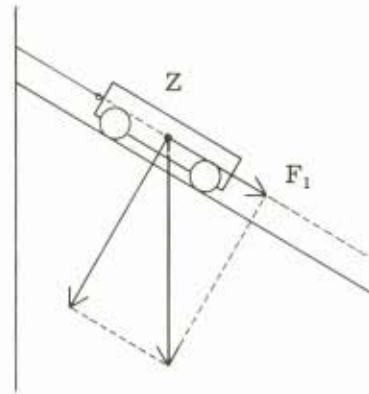
$$F_1 = 75 \text{ N}.$$

De spankracht is dus ook 75 N.

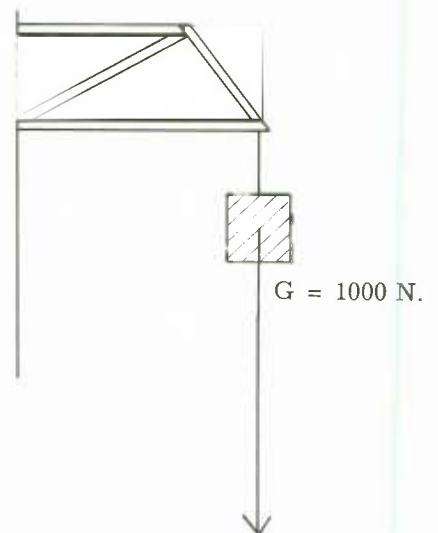
tekening 3



tekening 4



tekening 5



3

- a. Eerst bereken je het gewicht: 10 maal de massa (in kg)

$$G = 10 \cdot 100 = 1000 \text{ N}.$$

Teken deze kracht als een pijl van 4 cm. Dan stelt 1 cm 250 N voor. (tekening 5).

- b. Je gebruikt daarvoor de parallellogramkonstruktie.

Teken eerst de richtingen waarin je moet ontbinden met stippellijnen.

Teken dan het parallellogram (zie tekening 6)

De kracht  $F_1$  trekt aan AB.

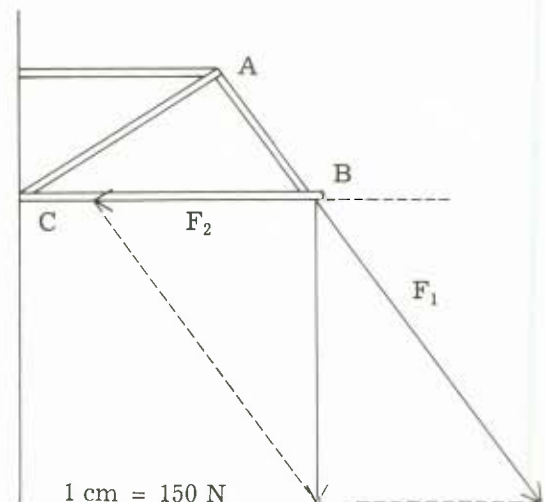
De kracht  $F_2$  drukt tegen CB

Meet vervolgens de beide krachten op:

$$\text{De lengte van } F_1 \text{ is 5 cm. } F_1 = 5 \cdot 250 \text{ N} = 1250 \text{ N}.$$

$$\text{De lengte van } F_2 \text{ is 3 cm. } F_2 = 3 \cdot 250 \text{ N} = 750 \text{ N}.$$

tekening 6



4

Gegeven:  $G_{dik} = 250 \text{ N}$ .  
 $arm_{dik} = 20 \text{ cm}$   
 $arm_{dun} = 5 \text{ cm}$

Gevraagd:  $G_{dun}$ .

Welke regel/formule gebruik je?

Je weet, dat een katrol een hefboom is. Je moet hier dus de momentenwet gebruiken. De som van alle momenten is 0 Nm bij evenwicht. Je wilt evenwicht maken. Zorg dus dat de som van de momenten 0 Nm is.

Berekening:

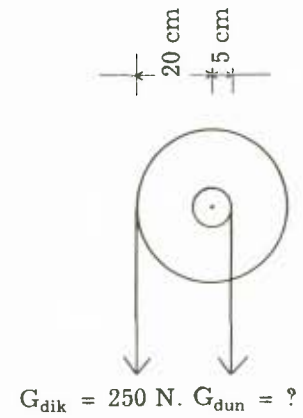
Moment van  $G_{dun} = -G_{dun} \cdot 0,05$

Moment van  $G_{dik} = +250 \cdot 0,20 = +50 \text{ Nm}$

Volgens de momentenwet geldt nu:  $-G_{dun} \cdot 0,05 + 50 = 0 \text{ Nm}$ . Daaruit volgt dat  $G_{dun} = 1000 \text{ N}$ .

Uitkomst:  $G_{dun} = 1000 \text{ N}$ .

Kontrolle:  $G_{dun}$  is viermaal zo groot als  $G_{dik}$  en dat klopt, want de  $arm$  van  $G_{dun}$  is viermaal zo klein.



5

Gegeven is:  $m_{kar} = 250 \text{ kg}$   
 $arm_{gewicht \text{ kar}} = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$   
 $arm_{kracht \text{ van de man}} = 2 \text{ m}$

Gevraagd: kracht van de man: (F)

Je moet alle krachten tekenen, dus zet eerst de massa van de kar om in het gewicht:  $G_{kar} = 250 \cdot 10 = 2500 \text{ N}$ .

Regels/formules:

De regel, die je hier moet gebruiken is de momentenwet: de som van alle momenten is 0 Nm bij evenwicht.

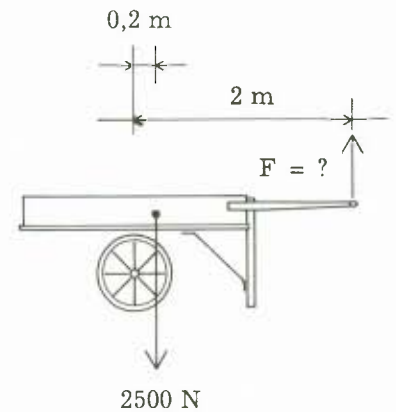
Berekening:

Moment van het gewicht van de kar:  $-2500 \cdot 0,2 = -500 \text{ Nm}$ .

Moment van F:  $F \cdot 2 \text{ Nm}$ .

De momentenwet:  $-500 + 2 \cdot F = 0 \text{ Nm}$ .

Daaruit volgt, dat  $F = 250 \text{ N}$ . (Kontroleer zelf het antwoord).



## 141 Het hellend vlak

In dit extra stofblad ga je met een proef bekijken, hoe je de zwaartekracht op een voorwerp dat op een hellend vlak staat kunt ontbinden. In T 2 van blok 17 kun je vinden hoe die konstruktie op papier gaat.

### De proef

Zet een plankje schuin door er aan één kant bijvoorbeeld wat boeken onder te leggen. Zet een karretje op die plank.

Als je het karretje los laat, zal het van de plank afrijden.

Je hebt in blok 17, T 2 gezien, dat dat komt omdat één komponent van de zwaartekracht langs het vlak gericht is. Die komponent zorgt er voor dat het karretje in die richting gaat bewegen. Je zou die kracht kunnen bepalen door hem op te heffen met een even grote, maar tegengesteld gerichte kracht. Als je weet hoe groot die kracht moet zijn, weet je ook meteen hoe groot de komponent van  $F_z$  langs het vlak is.

Maak een touwtje vast aan het karretje en laat het langs het vlak over een katrol hangen. Bevestig aan het eind een massa met een zeker gewicht.

Probeer dat gewicht te vinden dat ervoor zorgt, dat het karretje stil blijft staan als je het loslaat.

Je weet uit T 2, blok 17, dat er ook een komponent loodrecht op het vlak is die het karretje op het vlak drukt. Ook die kun je met een touwtje, een katrol en een gewichtje opheffen, zodat het karretje net niet meer op het vlak drukt (zie tekening). Je zou het ook kunnen doen door hem in de goede richting op te tillen aan een veerunster en dan de kracht gewoon op de unster af te lezen.

Als je alles goed gedaan hebt, kun je nu het vlak wegtrekken zonder dat er iets met het karretje gebeurt.

Waarom?

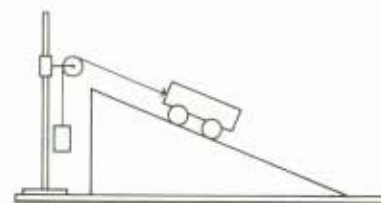


fig. 1

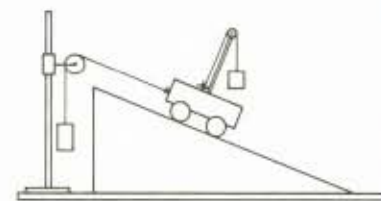


fig. 2

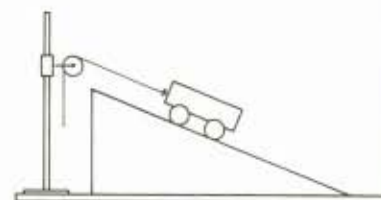


fig. 3

Meet nu de volgende grootheden:

Het gewicht van het karretje: ..... N

Het gewicht 1: ..... N

Het gewicht 2: ..... N

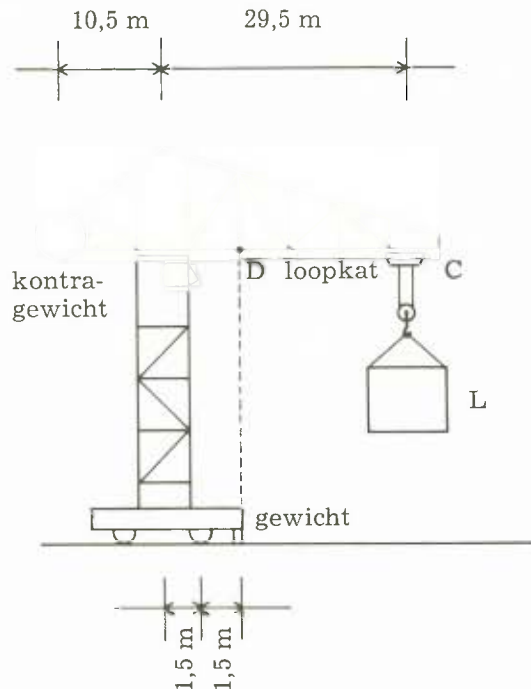
De hellingshoek : ..... N

We gaan nu controleren of de manier waarop we in T 2  $F_z$  hebben ontbonden, juist is. In figuur 3 zie je nogmaals onze opstelling getekend. Teken in deze figuur  $F$ . (Kies zelf hoeveel cm overeenkomt met 1 N, zodat je een goede tekening krijg. Dus niet te klein of te groot.).

Ontbind nu  $F_z$  in de componenten  $F_{//}$  en  $F_{\perp}$  en meet die componenten. Als alles goed gegaan is, moet  $F_{//}$  precies even groot zijn als gewicht 1 en  $F_{\perp}$  even groot als gewicht 2.

## 142 Oefenen met examensommen

In dit extra stofblad kun je met de stof van blok 17 al wat oefenen met opgaven uit vorige eindexamens.



1

Hierboven zie je een hijskraan getekend.

Je kunt er een last mee opheffen aan de loopkat. Links hangt een kontragewicht van 3.000 kg. Onderaan is een gewicht van 12.000 kg gemaakt om de kraan stabiel te maken.

Zonder last en gewichten heeft de kraan een massa van 8.000 kg. Het zwaartepunt ligt in D. Alle afstanden zijn in de tekening vermeld.

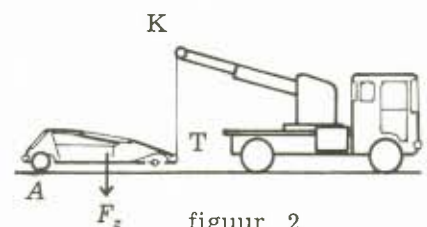
- Hoeveel kg is de maximale last, die je kunt tillen zonder dat de kraan kantelt als de loopkat in C staat?
- Hoeveel kg kun je in stand D maximaal opheffen?

2

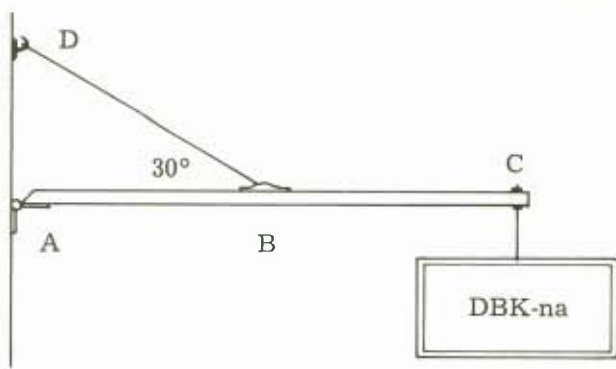
Een auto wordt met behulp van een takelwagen aan één kant opgetild, waardoor het verslepen van de auto mogelijk wordt. (zie figuur 2).

De massa van de personenauto bedraagt 900 kg. De afstand tussen de achteras A en de trekhaak T aan de voorzijde van de auto is 3,00 m; 1,00 m achter de trekhaak ligt het zwaartepunt van de auto. De kabel, waarmee de takelwagen de auto ophijst loopt vertikaal naar de vaste katrol K.

- Bereken de grootte van de zwaartekracht  $F_z$  op de auto.
- Bereken de spankracht in de kabel in de situatie van figuur 2.
- Het is bij een takelwagen gewenst dat zijn zwaartepunt zo ver mogelijk naar voren ligt. Leg dit uit met behulp van het begrip „moment van een kracht”.



figuur 2

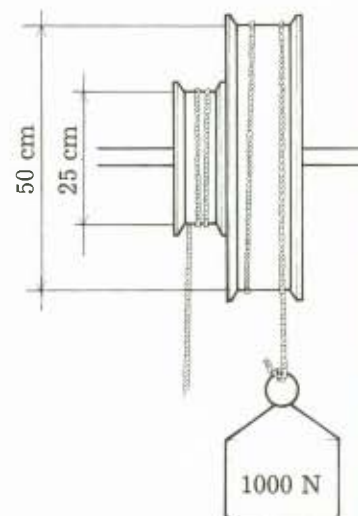


3

Hierboven zie je een uithangbord dat is bevestigd aan de balk AC. Deze is 1 meter lang. B ligt halverwege AC. De balk kan draaien om A. De balk weegt 40 N. De spankracht in het touw is 400 N. Het touw vormt met de balk een hoek van  $30^\circ$ . Bereken het gewicht van het uithangbord.

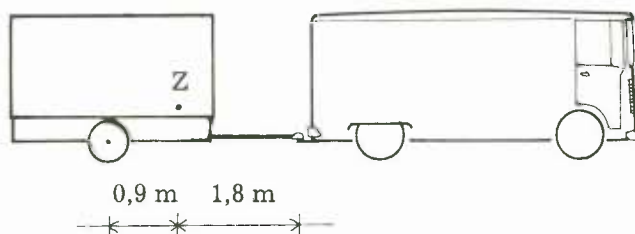
4

Hoe groot is de kracht, die je met je hand moet uitoefenen om het gewicht van 1.000 N in de situatie hiernaast omhoog te houden.



5

Aan een vrachtwagen is een aanhangwagen bevestigd. Het zwaartepunt van de aanhangwagen ligt 90 cm vóór de as en 180 cm achter de trekhaak. Het gewicht van de aanhangwagen is 9.000 N. Bereken de kracht die de aanhangwagen op de trekhaak uitoefent als de vrachtwagen stilstaat.





# 142. Antwoordblad

1

Gegeven:  $m_{\text{kontragewicht}} = 3.000 \text{ kg}$   
 $m_{\text{gewicht onder}} = 12.000 \text{ kg}$   
 $m_{\text{kraan}} = 8.000 \text{ kg}$   
 $\text{arm}_{\text{kontragewicht}} = 10,5 + 3,0 = 13,5 \text{ m}$   
 $\text{arm}_{\text{gewicht onder}} = 3,0 \text{ m}$   
 $\text{arm}_{\text{gewicht kraan}} = 0,0 \text{ m}$   
 $\text{arm}_{\text{maximale last}} = 26,5 \text{ m}$

Maak een tekening en zet de gegevens erin.

We zetten meteen alle massa's om in gewicht.

$F_1 = G_{\text{kontragewicht}} = 3.000 \cdot 10 = 30.000 \text{ N}$ .  
 $F_2 = G_{\text{gewicht onder}} = 12.000 \cdot 10 = 120.000 \text{ N}$ .  
 $F_3 = G_{\text{kraan}} = 8.000 \cdot 10 = 80.000 \text{ N}$ .

Gevraagd:  $m_{\text{max}}$  in stand C.

Oplossing:

Regel/formule:

Je gebruikt hier de momentenwet: De som van alle momenten is 0 Nm bij evenwicht.

De kraan mag net niet kantelen.

Er moet dus nog net evenwicht zijn.

Pas de regel toe

We berekenen eerst alle momenten:

Het moment van  $F_1 = 30.000 \cdot 13,5 = 405.000 \text{ Nm}$ .

Het moment van  $F_2 = 120.000 \cdot 3,0 = 360.000 \text{ Nm}$ .

Het moment van  $F_3 = 0$ .

Het moment van  $F_4 = -F_4 \cdot 26,5$

( $F_4$  is het gewicht van de  $m_{\text{max}}$ ).

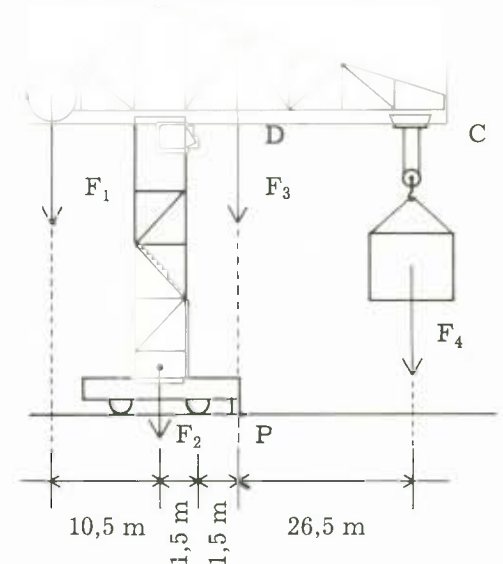
Nu pas je de momentenwet toe:

$405.000 + 360.000 - F_4 \cdot 26,5 = 0$ .

Daaruit volgt, dat  $F_4 = 28.868 \text{ N}$ .

De massa van de maximale last is dus 2.887 kg.

De arm van de last in D is 0 m. De last hangt dan recht boven het steunpunt en kan erg groot zijn.



Bij kantelen draait de kraan om punt P.

2

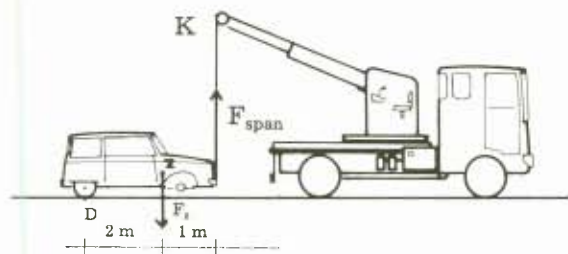
a.  $F_z = 9.000 \text{ N}$

b. Gegeven is:  $F_z = 9.000 \text{ N}$

Arm  $F_z = 3,00 - 1,00 = 2,00 \text{ m}$ .

(het draaipunt is de achteras van de personenauto)

Arm  $F_{\text{span}} = 3,00 \text{ m}$ .



Gevraagd:  $F_{\text{span}}$ .

Oplossing:

De regel, die je hier gebruikt, is de momentenwet: de som van alle momenten is 0 Nm bij evenwicht.

Bereken alle momenten:

Het moment van  $F_z = -2.9000 = -18.000 \text{ Nm}$ .

(-, want  $F_z$  draait de auto met de wijzers van de klok mee)

Het moment van  $F_{\text{span}} = F_{\text{span}} \cdot 3$ .

Dus:  $-18.000 + F_{\text{span}} \cdot 3 = 0$ . Daaruit volgt, dat  $F_{\text{span}} = 6000 \text{ N}$ .

- c. De takelwagen moet uiteraard niet te gemakkelijk achterover kantelen bij het slepen. Het moment van het gewicht van de takelwagen moet zo groot mogelijk zijn. De arm van die kracht moet zo groot mogelijk zijn. Dat is zo als het zwaartepunt zo ver mogelijk van het draaipunt aflight.

Het draaipunt bij kantelen van de takelwagen is het achterwiel van de takelwagen. Het zwaartepunt moet dus zo ver mogelijk naar voren liggen.

3

Gegeven:  $F_{\text{span}} = 400 \text{ N}$

$AC = 1 \text{ m}$

$AB = 50 \text{ cm}$  (B ligt halverwege AC)

Draaipunt: A

$F_{z, \text{balk}} = 40 \text{ N}$ . (grijpt aan in B: het midden van balk)

Maak een tekening en zet ook alle krachten er in.

Gevraagd: het gewicht van het uithangbord: G.

Oplossing

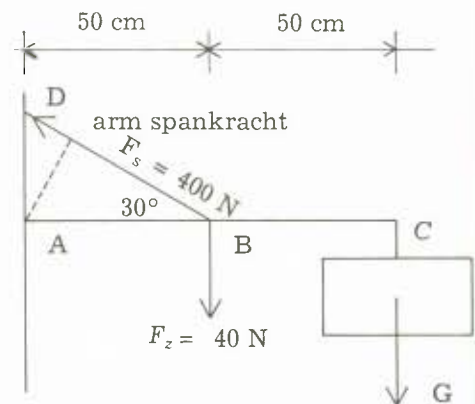
De regel, die je hier gebruikt, is de momentenwet:

de som van alle moment is 0 Nm bij evenwicht (en hier is evenwicht).

Het draaipunt van deze hefboom is A. Immers als het uithangbord te zwaar wordt, gaat het geheel om A draaien.

Het moment van het gewicht van de balk is  $-40 \cdot 0,5 = -20 \text{ Nm}$ .

Je moet nu het moment van de spankracht berekenen, maar je weet de arm nog niet.



De arm van de spankracht kun je als volgt berekenen:

$$\sin 30^\circ = \frac{\text{arm}}{0,5} \Rightarrow \text{arm} = 0,5 \times \sin 30^\circ = 0,5 \times 0,5 = 0,25 \text{ m}.$$

Je kunt de lengte van de arm ook bepalen met een konstruktie op schaal.

Het moment van  $F_{\text{span}}$  is dan  $0,25 \times 400 = 100 \text{ Nm}$ .

Nu geldt:  $-20 + 100 - G \cdot 1 = 0 \text{ Nm}$ .

Daaruit volgt, dat  $G = 80 \text{ N}$ .

4

Gegeven:  $G = 1000 \text{ N}$

$\text{arm}_G = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$

$\text{arm}_F = 12,5 \text{ cm} = 0,125 \text{ m}$

Hiernaast zie je de situatie getekend.

Gevraagd: F.

Oplossing

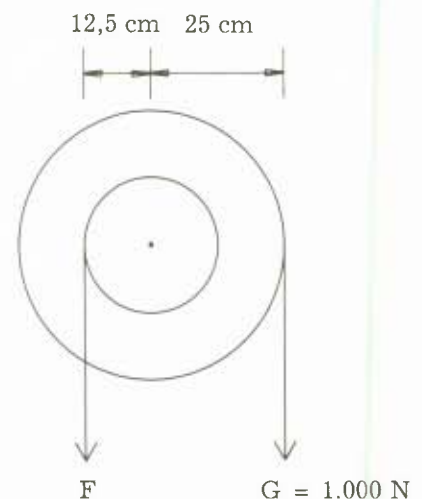
De regel die je hier gebruikt, is de momentenwet.

Eerst bereken je alle momenten:

Het moment van  $G = -0,25 \times 1000 = -250 \text{ Nm}$ .

Het moment van F is dus  $250 \text{ N}$ . De arm is  $0,125 \text{ m}$ .

Daaruit volgt  $F = 2.000 \text{ N}$ .



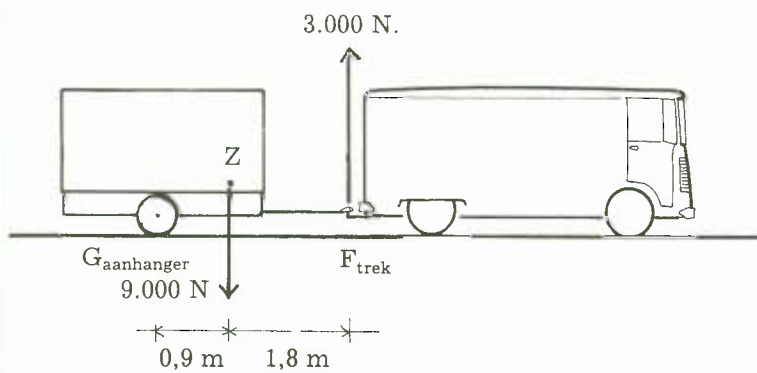
5

Gegeven:  $G_{\text{aanhanger}} = 9.000 \text{ N}$ .

(Het draaipunt ligt bij het wiel van de aanhanger)

$\text{arm}_{\text{gewicht aanhanger}} = 0,9 \text{ m}$

$\text{arm}_{\text{trekkracht}} = 1,8 \text{ m} + 0,9 \text{ m} = 2,7 \text{ m}$ .



Gevraagd:  $F_{\text{trek}}$

Oplossing:

De regel, die je hier gebruikt, is de momentenwet.

Bereken de momenten:

Het moment van het gewicht van de aanhangwagen is  $-9.000 \times 0,9 = -8.100 \text{ Nm}$ .

Het moment van de kracht op de trekhaak is dus  $8.100 \text{ Nm}$ .

De arm is  $2,7 \text{ m}$ . Daaruit volgt dat de kracht  $3.000 \text{ N}$  is.

## 143. Drie soorten evenwicht

In blok 17 hebben we gekeken naar evenwicht. Daar hebben we onderzocht, wanneer er evenwicht is bij een hefboom. Maar we hebben eigenlijk nooit zo gekeken naar wat er gebeurt als je het voorwerp dat in evenwicht is, een kleine uitwijking geeft. Dat gaan we nu doen en dan zal blijken, dat er drie soorten evenwicht bestaan: stabiel, labiel en indifferent evenwicht.

### Stabiel evenwicht

**Proef:** Neem een rechthoekig stuk karton. In T 2, W 2 van blok 17 heb je geleerd om het zwaartepunt ervan te bepalen. Doe dit en geef met een duidelijk stip de plaats van het zwaartepunt aan.

Hang de kaart nu op aan een punt door daar een speld door te prikken. Het zwaartepunt hangt nu precies onder het ophangpunt.

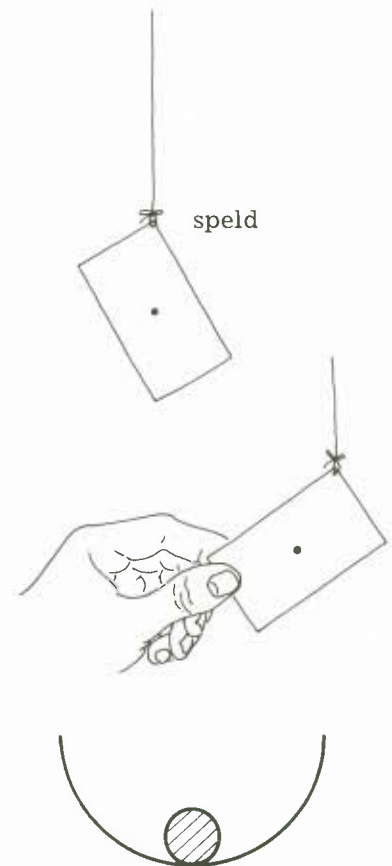
Geef het karton nu een kleine uitwijking, zodat het zwaartepunt niet meer recht onder het ophangpunt hangt. Er is nu geen evenwicht meer.

Teken in die situatie  $F_z$  en de arm van  $F_z$  in de tekening hiernaast. Leg met de momentenwet uit, waarom er geen evenwicht is.

Door de uitwijking is het zwaartepunt omhoog gegaan. Het zwaartepunt wordt door de zwaartekracht weer naar beneden getrokken. De kaart keert weer terug naar de stand, waar het zwaartepunt zo laag mogelijk is. Het moment van  $F_z$  is dan  $0 \text{ Nm}$ .

We noemen zo'n evenwicht, waarbij het voorwerp weer in de oorspronkelijke evenwichtsstand terugkomt, stabiel evenwicht.

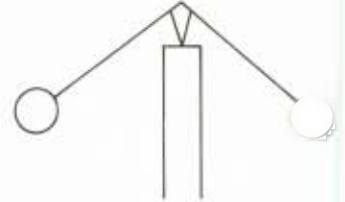
Een tweede voorbeeld van stabiel evenwicht is een knikker in een kuiltje. Ook die keert in dezelfde evenwichtstoestand terug na een kleine uitwijking te hebben gekregen. Leg uit waarom.



Een bekend voorbeeld van stabiel evenwicht is het duikelaartje.  
Waarom komt dat steeds terug in dezelfde stand?



Tegenwoordig kun je in de winkel apparaatjes kopen, die heel onverwacht stabiel evenwicht vertonen. Hiernaast zie je er een getekend. Teken eens waar het zwaartepunt ligt en ga na dat het inderdaad omhoog gaat als je een balletje een uitwijking geeft. Je kunt zelf ook wel zoiets maken. Neem een potlood, prik er aan weerszijde een stokje door en bevestig onderaan de stokjes een bolletje klei of iets dergelijks. Je kunt het potlood nu laten balanceren op een ander potlood. Probeer het maar.



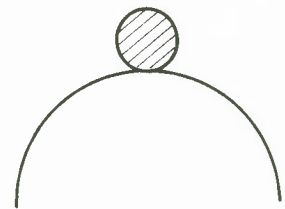
### Labië evenwicht

**Proef:** Neem weer je rechthoekige kartonnen kaart. Prik de speld in een punt. Hang de kaart op zodat het zwaartepunt **boven** het steunpunt ligt. Waarom is er evenwicht?

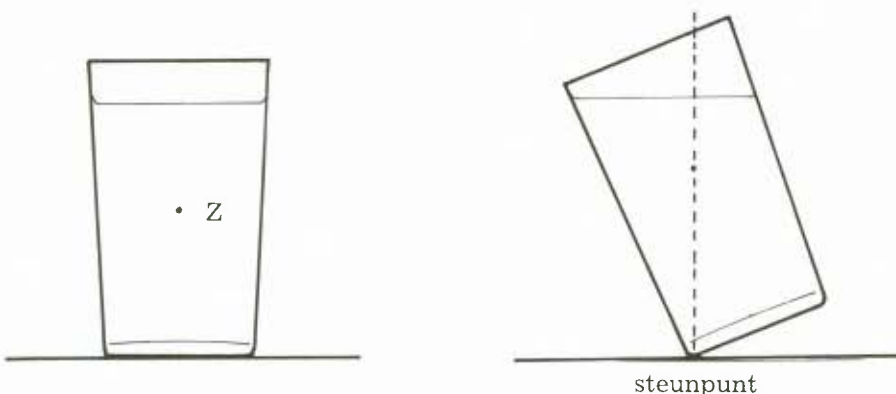


speld

Geef de kaart weer een kleine uitwijking. Nu gaat het zwaartepunt omlaag. Het zwaartepunt wordt door de zwaartekracht vervolgens omlaag getrokken, zodat het nog verder uit de oorspronkelijke evenwichtsstand raakt. We noemen zo'n evenwicht een labië evenwicht. Een tweede voorbeeld ervan is een knikker op een heuveltje. Leg uit, waarom dit een labië evenwicht is.



Uit het dagelijks leven zijn nog vele andere voorbeelden te noemen. Altijd wanneer iets staat te kantelen en bijna omvalt is er sprake van een labië evenwicht. In de tekening hieronder zie je een vol glas water. Iemand stoot er tegen, zodat het heel even in de stand komt, zoals hiernaast getekend is. Het zwaartepunt staat recht boven het steunpunt. Er is dus nog evenwicht, maar labië. Als het zwaartepunt iets verder naar links komt te liggen, valt het glas om. Kijk nu nog eens naar hetzelfde glas in dezelfde stand, maar nu half vol water. Teken waar nu het zwaartepunt ligt. Het glas valt nog niet om. Teken eens hoe het moet staan, zodat er labië evenwicht is.



Vraag: waarom streeft men er naar bij auto's en treinen het zwaartepunt zo laag mogelijk te krijgen?

### Indifferent evenwicht

**Proef:** Neem weer je kaart en prik nu de speld precies door het zwaartepunt. Geef ook nu de kaart een uitwijking. Wat gebeurt er?

In dit geval spreken we van indifferent evenwicht.

Het maakt niets uit in welke stand het voorwerp staat. Het zwaartepunt blijft toch even hoog. Een tweede voorbeeld van indifferent evenwicht is een knikker op een horizontaal vlak.

### Opgave

Zeg nu bij elk van de volgende evenwichten of ze stabiel, labiel of indifferent zijn.

1

Iemand zit op zijn stoel te wippen. Hij kan zo gaan zitten, dat hij net niet omvalt (zie tekening).

2

Je laat een potlood op je vinger balanceren.

3

Een balletje hangt aan een touwtje.

4

Een ring hangt aan een ketting.

5

Een dubbeltje op zijn kant.

