

Leren vermenigvuldigen – enkele sleutelkwesties uit een onderzoek

Kees Buijs SLO



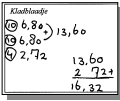
Panamaconferentie Noordwijkerhout 21 januari 2009

slo

Overzicht Lezing

- (1) Inleiding & Overzicht
- (2) Hoofdmomenten uit de eerste fase van het onderzoek
- (3) Hoofdmomenten uit de tweede fase van het onderzoek
- (4) Hoofdmomenten uit de derde fase van het onderzoek
- (5) Drie eruit voortvloeiende sleutelkwesties:

slo



- Meercijferig vermenigvuldigen nog altijd in de kern van het curriculum?
- Is er in het RWO soms enigszins sprake van een 'doorgesloten onderwijsbenadering'?
- Behoeft er meer 'bewijs' over effectiviteit van realistisch RWO

2

(1) Inleiding en Overzicht

- Vermenigvuldigen met meercijferige getallen (of algemener: schriftelijke bewerkingen) staat sterk in de belangstelling

slo

Tegenvallende leerresultaten

Discussie over de plaats van het cijferend vermenigvuldigen en delen in het curriculum

Terug naar het 'ouderwetse rekenen'?

Ouderwets rekenen mag straks weer (NRC, okt. 2008)

Strijd om de staartdeling (De Volkskrant, jan. 2008)

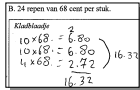

3

Bedoelingen

- Onderzoekresultaten bevatten aanknopingspunten om beantwoording van dergelijke vragen te vergemakkelijken
- Bedoelingen lezing:

- Overzicht van onderzoek geven
- Bijdragen aan voortgaande bepaling van standpunten
- Pleidooi voor het genereren van meer 'evidentie' omtrent effectiviteit van realistisch RWO

slo

4

Vakdidactische kern van het onderzoek

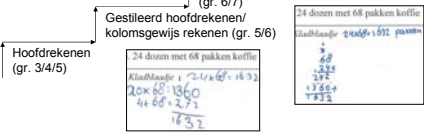
- De overgang van hoofdrekenen via kolomsgewijs naar cijferend rekenen bij het vermenigvuldigen
- Centrale thematiek: ontwikkelen en beproeven leergang rond het vermenigvuldigen van meercijferige getallen

slo

Hoofdrekenen (gr. 3/4/5)

Gestieerd hoofdrekenen/kolomsgewijs rekenen (gr. 5/6)

Cijfers / standaardprocedures (gr. 6/7)

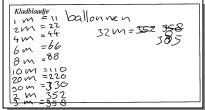


5

Drie centrale onderzoeksvragen

- Vraag (1): Opzet en inhoud van experimenteel onderwijsleertraject *Vermenigvuldigen met meercijferige getallen* dat voortbouwt op eigen informele kennis en strategieën van IIn
- Vraag (2): Ontwikkeling van aanpakgedrag en notatiegedrag tijdens dat onderwijsleertraject, m.n. ook bij zwakkere IIn
- Vraag (3): Voornaamste elementen van een lokale onderwijsleertheorie

slo



(hoeveel ballonnen aan een touw van 35 m als je er 11 aan elke meter hangt?)

6

● Type onderzoek: ontwikkelingsonderzoek ('design research')

- Centrale rol gedachte-experimenten
- Cyclische afwisseling van ontwerp- en experimenteëractiviteiten
- Gedetailleerde beschrijving van het onderzoeksproces
- Gerichtheid op theorievorming
- Wetenschappelijke betrouwbaarheid op grond van 'potentiële navolgbaarheid'

slo

7

● Cyclische afwisseling van ...

slo

(Naar analogie van Gravemeijer&Cobb, 2006)

8

● Fasering van het onderzoek

- Drie hoofdfasen: voorbereidende, experimentele en retrospectieve fase

slo

Voorbereidende fase

- * Signaleren problemen, formuleren onderzoeksvragen
- * Observeren bestaande leerprocessen
- * Gedachte-experimenten
- * Vooronderzoek: intuïtieve oplossingen en notes
- * Grondidee voor beoogd onderwijsleertraject

Experimentele fase

- * Opzet onderwijs-experiment
- * Uitwerken en beproeven beoogd onderwijsleertraject
- * Inscholing en begeleiding leraren
- * Formulieren verwachtingen mbt. progressie lin
- * Registreren cruciale praktijkmomenten

Retrospectieve fase

- * Analyse resultaten
- * Beantwoording centrale onderzoeksvragen
- * Formulieren lokale onderwijsleertheorie
- * Bevindingen, discussie, aanbevelingen
- *

9

● (2) Enkele hoofdmomenten uit Fase 1

- Eerdere ontwikkelervaringen (Wis en Reken): lastig om het kolomsgewijs rekenen te laten voortvloeien
- Overgang naar cijfers eveneens geforceerd

slo

10

● Analyse PPON ('97 en '04): tegenvallende leeropbrengsten mbt. meercijferige vermenigvuldigen

- Goedscore bij opgave zoals hieronder daalt in 10 jaar tijd van ongeveer .75 naar .60

slo

Op een pont kunnen in één keer 23 auto's vervoerd worden. Hoeveel auto's kan die pont hoogstens vervoeren als hij 56 keer oversteekt?

- Zorgwekkende stijging van het aantal ln. dat niet in staat blijkt om een hoofdrekenstrategie te ondersteunen met passende hulpnnotaties

11

● Analyse gangbare methoden

- Er is soms weinig aansluiting bij eigen, informele strategieën van leerlingen (WIG)
- Er is soms sprake van omslachtige, gekunstelde notatievormen (Pluspunt)
- De overgang naar de standaardprocedure van het cijferen doet soms geforceerd aan (Wis en Reken).

slo

(Drie leerstappen uit Pluspunt, HL 6B)

12

● Analyse van internationale onderzoeken naar informele strategieën van IIn.

- Er is vrij veel bekend over het soort van strategieën dat kinderen gebruiken voordat ze onderwijs hebben gehad
- Er zijn 'vermoedens' over de wijze waarop in het onderwijs bij zulke strategieën aangesloten kan worden.

slo

Bijv.: Ambrose, Baek & Carpenter, 2003

(24 groepen met 24 kinderen) (43 groepen met 24 kinderen)

13

● Vooronderzoek

- Werken met groepjes van 3 tot 5 IIn: wat voor informele strategieën? Hoe kan daarop worden voortgebouwd?
- Twee typen strategieën:

slo

Herhaald optellen, verdubbelen, groepjes maken

Verschillende vormen van decimaal splitsen (w.o. 'verkeerd splitsen')

(Hoeveel kosten 29 atlasen van 24 euro?)

14

● Vooronderzoek

- Idee: Het lijkt mogelijk om de S1-strategie (1^e getal decimaal splitsen) op een natuurlijke manier uit het maken van groepjes van 10 te laten voortkomen
- Groepjesmodel als centraal model in het proces van voortgaande mathematisering

slo

(16 schapen van € 350,-) (24 dozen met 36 rollen beschuit)

15

● (3) Enkele hoofdmomenten uit Fase 2

- Ontwikkeling van de leergang: systematische verkenning van drie typen strategieën:

slo

Handig/gevaarlijk: -- Compenseren -- Halv.-verd.

Decimaal structurerend: -- Via splitsen 1^e getal (S1) -- Via splitsen beide getallen -- Via splitsen 2^e getal (S2)

Basaal: -- Herhaald optellen -- Verdubbelen -- Groepjes maken

(16 taarten van € 4,95)

16

● Basisstrategie, notatiegedrag

- Centrale rol voor S1-strategie als basisstrategie

slo

(36 pakjes boter van € 1,95)

Geef leerlingen zelf een actieve rol bij het bedenken van passende notaties!

17

● Opzet Onderwijsexperiment

- Leergang wordt beproefd op 5 scholen met tamelijk heterogene klassen (n=112; ruim 40% C-, D- en E-leerlingen)
- Beperkte inscholing van leraren
- Progressie wordt gemeten via criteriumtoets aan het begin, halverwege en aan het eind van leergang

slo

(18 atlasen van € 45,-) (puzzel met 32x57 stukjes)

B. Je koopt 16 jigsawtaarten van € 4,95 per taart

18

● Cruciale onderwijsmomenten

- Enkele voorbeelden van niet uitgekomen verwachtingen

Nulregel blijkt lastiger te voorzien voor veel leerlingen (blijven hangen in primitieve strategieën)

Onjuiste VS-strategie blijkt veel hardnekkiger op te treden dan werd verwacht

slo

19

● Cruciale onderwijsmomenten

- Enkele voorbeelden van wel uitgekomen verwachtingen

Actief-constructieve rol van ln. bij ontwikkeling van adequaat notatiegedrag pakt goed uit

S1-strategie blijkt goed te functioneren als 'veilige' basisstrategie

slo

20

● (4) Enkele hoofdmomenten uit Fase 3

- Ontwikking van goedscores op afzonderlijke scholen maar ook op alle scholen samen is bevredigend

slo

Alle scholen (n=113)	HogVerd GR	VS	S1 (b en v)	AS/S2/ S12	Comp/ HabVerd	Anders	Totale goedscore
T1	6%	19%	29%	30%	6%	10%	.47
T2	31	.00	.57	.57	.84	.42	.65
T3	37	.00	.71	.72	.74	.65	.84
	38	..	.69	.86	.78	.58	.84
	30	..	.85	.89	.80	.81	

Verschillen in goedscores tussen scholen zijn betrekkelijk gering

Geen verschillen tussen jongens en meisjes

21

● Zwakste leerlingen tov beste leerlingen

- Progressie van 25% zwakste ln. tov. 25% beste ln. is groter

slo

Convergerende tendens: beide groepen ln. groeien qua prestaties naar elkaar toe

Betere ln. score bij extra-opgaven veel hoger

(48 passagiers betalen elk € 97,50)

22

● Resultaten: notatiegedrag

- Ontwikking notatiegedrag laat positief beeld zien, zowel voor de scholen afzonderlijk, als voor alle scholen samen
- Geen verschillen tussen jongens en meisjes
- Er is minder sprake van een convergerende tendens vwb. 25% beste ln. – 25% zwakste ln.

slo

23

● Verklarende factoren mbt. succesvolle ontwikkeling notatiegedrag

- Leren schematiseren is cruciaal (uittokken passende notaties bij contextproblemen)
- Klassecultuur: positief waarderen 'mooie notaties' werkt stimulerend
- Gerichtheid onderwijs op 'communicatief' leren noteren
- Leerlingen bewust maken van mogelijkheid tot reflectie op eigen oplossingsgedrag

slo

(voorbeeld: posterpresentatie bij parkeerterreinprobleem (48x95))

24

● Lokale Onderwijstheorie

- Wiskundige progressie komt tot stand op basis van groei op twee hoofdcomponenten
 - Voortgaande structurering van rekenstrategieën
 - Voortgaande verdieping van inzicht in wiskundige kernideeën

slo

formeel, vakkmatig handelen	
model-ondersteund handelen	
informeel, context-gevoelen handelen	
herhaald optellen, verdubbelen, groepjes maken	S1-strategie (en andere vormen van decimaal splitsen)
	handig rekenen via compenseren, halveren-verdubbelen, e.d.

25

● (5) Drie sleutelkwesties

- Eerste sleutelkwestie: Blijft het meercijferige vermenigvuldigen tot de kern van het curriculum (gr. 6/7) behoren?
- Bezinningsmoment halverwege onderzoek
 - Maatschappelijke relevantie van vaardigheid in vermenigvuldigen wordt minder
 - In het voortgezet onderwijs wordt (vrijwel) standaard de rekenmachine gebruikt

slo

Heffig publiek debat: is achteruitgang leeropbrengsten schriftelijke bewerkingen een teken van afnemende kwaliteit van RWO?!

(NRC, jan.2008)

Jan van de Craats

'Hoofdrekenen is nergens goed voor'

Adri Treffers

'De prioriteit ligt niet bij cijfers'

26

● Meercijferige vermenigvuldigen nog in de kern?

- Bevindingen aan het einde van het onderzoek
 - Leergang meercijferig vermenigvuldigen vraagt een forse tijdsinvestering (zeker 15 tot 20 lessen van ½ uur)
 - Leereffecten van grote waarde voor hele verdere wisk. ontwikkeling van ln
 - Inzicht in nulregel (positiesysteem)
 - Inzicht in distr. eigenschap
 - Vaardigheid in gebruik S1-strategie

slo

Gestileerd hoofdrekenen vormt belangrijke basis voor vaardigheid in schattend rekenen

$47 \times 68 \approx \dots; 14 \times \text{€} 8,95 =$

Handwritten calculation showing a long multiplication process with a final result of 3196.

(34 rijen met 68 plaatsen)

27

● 2e sleutelkwestie: Is er in het RWO sprake van een enigszins 'doorgeschoten benadering'?

- Eigen constructies en producties van ln. vormen grondkenmerk van realistisch RWO
- Onderwijsleerproces inrichten op basis van eigen constructies van ln. is verre van eenvoudig
- Het aanleren van rekenstrategieën lijkt soms meer een 'doel in zichzelf' dan een 'middel om' te zijn

slo

Is er wellicht sprake van een zeker gebrek aan doelgerichtheid van het RWO?

Handwritten calculations: $36 + 27 = 69$, $39 + 30 = 69$, $57 + 34 = 91$, $60 + 27 = 87$

(onjuist gebruik van de 'rond getal-maniër' bij optelopgaven tot 100)

28

● 2^e kwestie: Doorgeschoten benadering?

- Vergelijk de 'pre-realistische' benadering van Hutton (1977):
 - Enkele oriënterende lessen rond situaties met pleinen, dozen en prijzen
 - Enkele kernlessen waarin het principe van de S1-strategie gericht wordt uitgelegd

slo

24 dozen met 43 snoepjes

10 dozen en nog 10 dozen en nog 4 dozen met 43 snoepjes

– Een flink aantal oefenlessen waarin deze strategie systematisch verder wordt verkort en ingeoefend

Zou zo'n benadering niet zeker zo effectief zijn?

29

● 3^e kwestie: Behoeftte aan meer 'bewijs' over effectiviteit van realistisch RWO

- Wat weten we eigenlijk over leerresultaten van het huidige realistische RWO?
 - Er is een aantal kwantitatieve onderzoeksgegevens: Klein / Beishuizen / Van Putten; Van Eerde; Keijzer; Menne; Bujs;
 - We hebben de PPONI!

slo

– Eigenlijk is dat maar heel weinig...

– Het is moeilijk om kwaliteit van het realistische RWO 'hard te maken' als er zo weinig gegevens over effectiviteit zijn

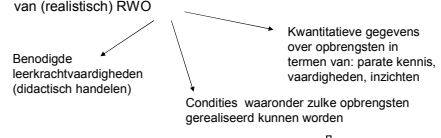
30



3^e kwestie: Behoeftte aan meer 'bewijs'

- Van veel kanten wordt aangedrongen op een meer 'evidence based' benadering bij onderwijsvernieuwingen
- Er is dringend behoefte aan meer 'evidentie' over de effectiviteit van (realistisch) RWO

slo



- Laat instituten zoals SLO, Fisme, Cito, Univ. Leiden, Eindhoven, ... de handen ineen slaan

