

Standaardprocedures in het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool

Kees Bujs - Sjoerd Huitema - Willem Uittenbogaard - Adri Treffers
Panama-conferentie 2008

stemronde

Het voorkomen van ongecijferdheid

Yvonne rekent op haar rekenmachine uit
 $715,347 + 589,2 + 4,553 = 13091$

Bij het opschrijven van het antwoord is ze
de komma vergeten.

Wat moet het antwoord zijn?

Het voorkomen van ongecijferdheid

Yvonne rekent op haar rekenmachine uit
 $715,347 + 589,2 + 4,553 = 13091$

Bij het opschrijven van het antwoord is ze
de komma vergeten.

Wat moet het antwoord zijn?

$37,5 + 224 + 3,36$

$€ 6327,75 : 8 = \dots$ afronden op 100 euro

$€ 6327,75 : 8 = \dots$ afronden op 100 euro

De Meibloem heeft 32 nieuwe
geschiedenisboeken gekocht voor € 736,-
Hoeveel is de prijs per boek?

€ 6327,75 : 8 = ... afronden op 100 euro

De Meibloem heeft 32 nieuwe geschiedenisboeken gekocht voor € 736,-
Hoeveel is de prijs per boek?

De handbalvereniging verzamelt iedere maand oud papier.

Vorig jaar verzamelde men 7849 kg papier.
Hoeveel kg is dat gemiddeld per maand?
Rond je uitkomst af op een heel getal.

Van Gelder, 1964

3/725/	300	600	200 ×
600			
125			
120	30	60	90 120 40 ×
5			
3	3		1 ×
2			241 ×

Van Gelder, 1964

3	5
200	20
7/1421/	29/748/...
1400	58
21	168
21	145
0	23

- Expertrapport
- Peilingspanel
- Tussenpeiling
 - Voorbeeld samengesteld cijferen
- Vernieuwde methoden
- Kerndoelen

Eén-keer-meer als kern

Ko	→	456	+	Co
		456		
			
↓		456		
Kv	→	3 x		Cv
		(a)		
			
↓		56		
Kv	→	34 x		Cv
		(b)		
			

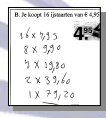


Kader hoofdrekenen - cijferen

	c	h
C	Cc	Ch
H	Hc	Hh

Historisch-geografisch kader voor de verhouding hoofdrekenen - cijferen in de verschillende reken-didactieken en -methodieken van vroeger en nu.


Drie typen strategieën:

- Handig/gevarieerd:**
 - Compenseren
 - Halveren-verdubbelen
- Decimaal structurerend:**
 - Via splitsen 1^o getal (S1-strat)
 - Via splitsen beide getallen
 - Via splitsen 2^o getal (S2-strat)
- Basaal:**
 - Herhaald optellen
 - Verdubbelen
 - Groepjes maken

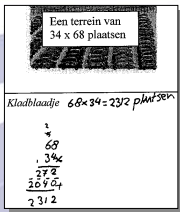
Mogelijk onderwijsleertraject meercijferige vermenigvuldigen ('gestileerd hoofdrekenen')

- Systematische verkenning drie typen strategieën
- Accent op S1-strategie (en groepjesmodel) als veilige basisstrategie
- Ontwikkeling adequaat notatiegedrag (Van Putten & Hickendorff, 2006)
- Niveauperhoging via toenemend inzicht in nulregel en verdeelbaarheid (rechthoekmodel)
- Kolomsgewijze procedure als einddoel

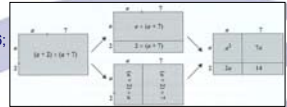



In hoeverre overgang wenselijk naar cijferprocedure MC x MC?

- Maatschappelijke relevantie van snel cijfermatig kunnen rekenen is drastisch geslonken
- Alleen al een traject met gestileerd hoofdrekenen als kern kost zo'n 15 tot 20 lessen van ½ uur
- Introductie en inoefenen cijferprocedure kost zeker nog 5 tot 10 lessen extra

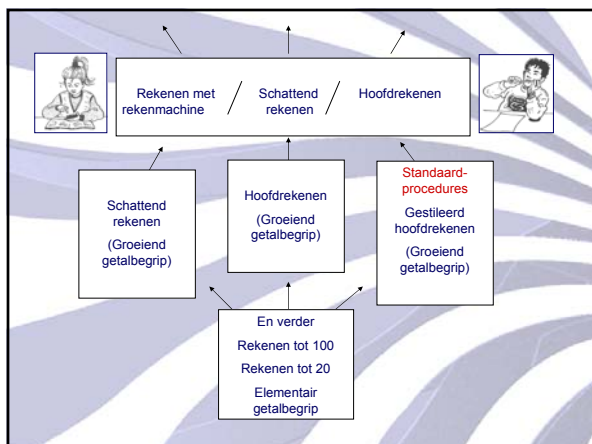


- Gevaar accent op cijferend rekenen: Inzicht in cruciale wiskundige 'objecten' als
 - S1-strategie
 - Nulregel
 - Verdeelbaarheid dreigt onder te sneeuwen
- Deze zaken zijn juist voor de doorgaande lijn naar het VO essentieel



(Kindt, 2006; Van Streun e.a., 2008)

→ $47 \times 68 \approx \dots$; $14 \times \text{€} 8,95 \approx \dots$



Basiskwaliteit bewerkingen niveau 1

- Heel basaal (hoofd)rekenen
- Cijferen

Een sterke combinatie

Ervaringen met leerlingen van niveau 1

- Onvoldoende beheersing basale vaardigheden
- Behoefte aan vaste oplossingsmanieren
- Afkeer van rekenen op papier
- VMBO: grote afhankelijkheid van de zakrekenmachine

Voorstel vermenigvuldigen (1)

Basale (hoofdreken)vaardigheden, de harde kern:

- Tafels van vermenigvuldiging t/m 10
- 3×40 ; 40×3 ; 3×400 ; 400×3
- Schatten: 3×395 is iets minder dan 1200; $3 \times 3,95$ is iets minder dan 12 euro
- 6×36 ; 6×96 splitsend uitrekenen

Voorstel vermenigvuldigen (2)

Vaste oplossingsmanieren:

- 6×36 en ook 6×96 splitsend uitrekenen;
- Schatten: 6×96 is iets minder dan 600

Voorstel vermenigvuldigen (3)

Cijferen als logisch vervolg op het splitsend rekenen:

6×56 ; 6×256 kolomsgewijs uitrekenen:

$$6 \times 200 = 1200$$

$$6 \times 50 = 300$$

$$6 \times 6 = \frac{36}{1536}$$

Voordelen voor kinderen van niveau 1:

- Vaste werkwijze voor de hele leerlijn
- Langdurige inoefening (hoofd)rekenvaardigheden is op deze manier mogelijk (tafels, rekenen met nullen)
- Alle kinderen rekenen op papier bij het cijferen

Opmerking: Op papier rekenen moet in alle situaties 'gewoon' zijn (ook bij toetsen)

Samenvatting:

- Door deze combinatie van (hoofd)rekenen en cijferen is een prima basis voor kinderen van niveau 1 haalbaar.
- Kinderen worden minder afhankelijk van de zakrekenmachine (VMBO)

Opmerking: Bij grotere getallen en kommagetallen wordt 'natuurlijk' de zakrekenmachine gebruikt

Andere cijferleergangen niveau 1

Optellen en aftrekken: vergelijkbare opzet als vermenigvuldigen:

- Hoofdrekenen: de harde kern
- Cijferen

Cijferend delen -> Zakrekenmachine

De leergang cijferend delen / herhaald aftrekken geeft veel problemen

- Schatten, verkorten,
- Kost relatief veel onderwijstijd
- Een vaste werkwijze is lastig
- Het rendement is matig

Delen met de zakrekenmachine

Speciale aandacht voor:

- De interpretatie van de rest
- Het afronden van de uitkomsten

stemronde



Vriend of vijand?

*een beknopte leerlijn
vermenigvuldigen*





Stop met het aanleren van cijferalgoritmen

We doen het met:

- hoofdrekenen
- handig rekenen
- verstandig gebruik van een rekenmachientje

Ook voor +, - en :

- vermenigvuldigen als voorbeeld
- voor elk van de andere hoofdbewerkingen hetzelfde verhaal

Alle vermenigvuldigingen zijn vijanden!

Een lijstje:

- 37×249
- 53×187
- 13×619

Aanpak ?

Met een rekenmachine of een algoritme?

Kinderen, in veel gevallen.....

- proberen maar wat
- hanteren een niet-begrepen algoritme
- toetsen in op een rekenmachine
- doen zelfs tafelproducten met een rekenmachine
- rekenen tussenproducten uit met een rekenmachine

Vriend of vijand?

Nog een lijstje:

- 17×237
- 10×237
- 83×346
- 100×346
- 1000×129

Zijn er vrienden bij?

Ja, de $10 \times$, de $100 \times$ en de $1000 \times$

En hoe je dat dan?

Door de nullen te verhuizen

De geldcontext helpt daarbij

Werkt dat altijd?

→ **vrienden van 10**

Vriend of vijand?

Nog een lijstje:

- 17×239 vijand
- 10×169 vriend van 10
- 27×153 vijand
- 20×60?
- 40×70?

Zijn er nieuwe vrienden bij?

Ja, die 20×60 en die 40×70

Hoe doe je dat dan?

$$20 \times 60 = 2 \times 600 = 1200$$

Gebruik de geldcontext.

Je kunt 2×6 doen plus twee nullen.

werkt het altijd?

→ **tafels met nullen**

Vriend of vijand?

Weer een lijstje:

- 27×473vijand
- 100×73vriend van 10
- 30×80tafels met nullen
- 9×34?
- 11×27?
- 101×27?

Zijn er nieuwe vrienden bij?

Ja, misschien die 9×34 en die 11×27

Hoe doe je dat dan?

$9 \times$ en $11 \times$ zijn allebei dicht bij $10 \times$

$9 \times$ is één keer minder en $11 \times$ één keer

meer: $340 - 34$ en $270 + 27$

en die kunnen mét m'n hoofd

→ **bijna vrienden van 10**

Eerst oefenen!

Herken ik ze allemaal?

- 100×69
- 11×54
- 37×83
- 50×90

Goed naar de getallen kijken en je strategie bepalen

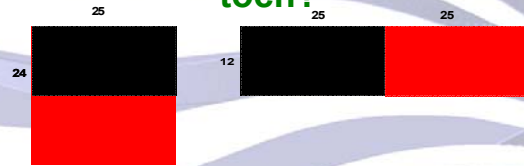
Tafelkennis verbeteren en onderhouden!

Vriend of vijand?

Maar weer eens een lijstje:

- 24×25?
- 12×35?
- 14×55?

Daar lijkt geen vriend bij, of toch?



Hier kun je 12 rijen van 50 maken en dan ook nog eens 6 rijen van 100, dan wordt het een vriend van 10.

Wanneer werkt het? Het komt door de 24 die even is en de vijf.

→ halveren en verdubbelen

Een mooi stelletje vrienden

- 10×37
- 9×47
- 11×67
- 200×60
- 16×35
- 1001×123

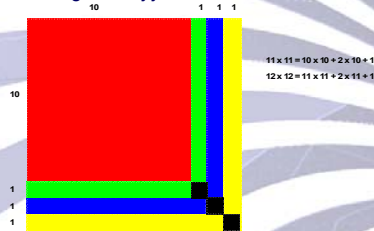
→ een mooi stelletje



Zijn er nog meer vrienden?

wat te denken van het volgende rijtje:

- 10×10
- 11×11
- 13×13
-
- 20×20



$$11 \times 11 = 10 \times 10 + 2 \times 10 + 1$$

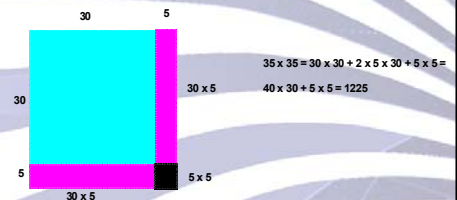
$$12 \times 12 = 11 \times 11 + 2 \times 11 + 1$$

- een onderzoek waard; probeer te memoriseren

→ kwadraten zijn ook vrienden

En wat te denken van deze?

- 5×5
- 15×15
- 25×25
- 35×35
-
- 75×75
- ...



$$35 \times 35 = 30 \times 30 + 2 \times 5 \times 30 + 5 \times 5 =$$

$$40 \times 30 + 5 \times 5 = 1225$$

Niet als algoritme, maar als onderwerp van onderzoek patronen zoeken, regels vinden en begrijpen en toepassen

→ "goeie" vrienden

De één heeft meer vrienden dan de ander

Nog maar eens een lijstje:

- $24 \times 12,5 = 12 \times 25 = 6 \times 50 = 300$
- $125 \times 840 = 250 \times 420 = 500 \times 210 = 1000 \times 105 = 105.000$
- $3 \times 210 = 9 \times 70 = 630$
- $54 \times 56 = 50 \times 60 + 4 \times 6$; klopt het? altijd?

→ **verre vrienden?**

Wat te doen met deze vijand?

Is er iets te doen aan: 7×234 ?

Eigenlijk wel:

7×200 tafels met nullen

7×30 tafels met nullen

7×4 tafel

En dan optellen: $1400 + 210 + 28$

niet onder elkaar, maar mét je hoofd:

$1610 + 28 = 1638$ (géén algoritme voor +)

→ **vijand wordt vriend**

En de resterende vijanden?

23×347?

Met een rekenmachientje!

En daar genoeg tijd voor inruimen!

Dus altijd lijstjes met opgaven!

Hoe pakken we dat aan?

→ **rekenmachine wordt vriend**

stemronde

Tot slot

- grote aandacht voor tafelkennis!
- strategieën met "eigen" namen
- oefenen op lijstjes met opgaven
- niet kaal: koppelen aan geschikte context
- kinderen aan het woord!
- geen vlucht in algoritmen
- verstandig gebruik van de rekenmachine

Waarom zo?

- Op basis van twee jaar werken met grade 5 van River East Elementary School in Manhattan, NY
- Met dank aan de kinderen en Peter Markovitz, de leerkracht
- Met warmte denk ik terug aan hun gretigheid en enthousiasme om week na week wat nieuws te ontdekken

Voor wie?

- álle kinderen van de basisschool
- ieder naar z'n vermogen: met meer of minder vrienden
- uiteindelijk hoef je geen vijanden te hebben: de rekenmachine kan heel makkelijk een goede vriend worden
- elke mobiele telefoon heeft een rekenmachine aan boord

Et voilà

Een beknopte leerlijn vermenigvuldigen in 15 minuten



stemronde

Standaardprocedures
in het
reken-wiskundeonderwijs
op de basisschool