

Panama-conferentie 2007
Categoriale bijeenkomst opleiders



keuzegroep

Aspecten van gecijferdheid
Blijven(d) stimuleren van de ontwikkeling van gecijferdheid

Samenstelling:

Marc van Zanten – Frits Barth – Bert Claessens – Harrie Sormani – Belinda Terlouw

Aspecten van gecijferdheid

Blijven(d) stimuleren van de ontwikkeling van gecijferdheid

Inleiding

Gecijferdheid is in de hele opleiding (en daarna) van belang. Gedurende de opleiding ontwikkelt de student zich tot een gecijferd didacticus, zo is de bedoeling. De startbekwame leerkracht heeft een professioneel niveau van gecijferdheid bereikt. Wat verstaan we daar precies onder? En is daar consensus over?

Eén ding is zeker; als de student in de propedeuse een toets gecijferdheid heeft gehaald, begint het pas. Wat daarna gebeurt om de ontwikkeling van gecijferdheid van de student blijvend te stimuleren is een van de onderwerpen waar de Kerngroep van het Panama-opleidersnetwerk zich mee bezig houdt.

De afgelopen jaren is gebleken dat er uiteenlopende ideeën zijn over wat gecijferdheid inhoudt. Een actuele vraag is daarom; welke aspecten van gecijferdheid zijn te onderscheiden in het licht van de zich ontwikkelende student tot startbekwame leerkracht?

Bedoeling

In deze bijeenkomst willen we op bovenstaande vraag een antwoord formuleren en komen tot consensus hierover onder de aanwezige opleiders rekenen/wiskunde. We onderscheiden in ieder geval de uitgangspunten getallen, bewerkingen en toepassingen (Mcintosh, Reys en Reys, Treffers).

Het startpunt van de bijeenkomst wordt gevormd door werk van studenten die zijn geslaagd voor de toets Gecijferdheid.

Het perspectief is het blijven(d) stimuleren van de ontwikkeling van gecijferdheid.

Opzet van de bijeenkomst

Inleiding: tweedejaarsstudent Randy

Samen werken in kleine groepen

We kijken naar studentmateriaal op de toets gecijferdheid, materiaal van studenten die geslaagd zijn wel te verstaan.

- Stap 1: breng de *actuele gecijferdheid* aan de hand van dit studentenwerk in kaart.
- Stap 2: kunnen we ook de *gewenste gecijferdheid* in beeld brengen? Kunnen we aldus omschrijven welke aspecten van gecijferdheid deze studenten verder moeten ontwikkelen (in het perspectief van de gecijferdheid van een startbekwame leerkracht)?
- Stap 3: kunnen we aldus komen tot aspecten van gecijferdheid die in de opleiding aan bod moeten komen? Deze aspecten kunnen worden ingevuld in een zogenaamde gecijferdheidsmatrix. Zo'n gecijferdheidsmatrix is nadrukkelijk geen afvinklijstje, maar een middel om de student overzicht te geven op haar ontwikkeling op het gebied van gecijferdheid. De aspecten getallen, bewerkingen en toepassingen worden in de matrix geconcretiseerd.
- Stap 4: middelen verzamelen / bespreken die gecijferdheid stimuleren. Wat doe je al in de opleiding? Wat zegt dit dan over gecijferdheid?

Afsluiting

Tweedejaarsstudent Randy

Bewijs voor rekentrucje

Allereerst heb ik gekeken naar wat je nou precies doet, de getallen die je vermenigvuldigt (op je linkerhand) heb ik **a** genoemd. De getallen waarmee je vermenigvuldigt (op je rechterhand) heb ik **b** genoemd. Met in mijn achterhoofd dat voor zowel a als b geldt dat ze groter zijn dan 5 en kleiner dan 11.

Om het te bewijzen is het dus van belang dat je precies weet wat je doet. Ik heb daarom een formule opgesteld wat precies weergeeft wat je nou eigenlijk doet.

$$10 ((a - 5) + (b - 5)) + (5 - (a - 5)) (5 - (b - 5))$$

In het linkergedeelte dus voor de dikke plus staat eigenlijk weergegeven dat het aantal onderste vingers als tiental fungeert. In het rechtergedeelte staat dat je de overgebleven vingers van de linkerhand moet vermenigvuldigen met de overgebleven vingers van je rechterhand. Dit moet je dan bij elkaar optellen en je hebt je antwoord. De kunst is om te laten zien dat dit precies gelijk staat met **a keer b**.

$$10 ((a - 5) + (b - 5)) + (5 - (a - 5)) (5 - (b - 5))$$

$$10(a - 5) + 10(b - 5) + (5 - (a - 5)) (5 - (b - 5))$$

$$10a - 50 + 10b - 50 + (5 - (a - 5)) (5 - (b - 5))$$

$$10a + 10b - 100 + (5 - (a - 5)) (5 - (b - 5))$$

$$10a + 10b - 100 + 5 (5 - (b - 5)) - (a - 5) (5 - (b - 5))$$

$$10a + 10b - 100 + 25 - 5 (b - 5) - (a - 5) (5 - (b - 5))$$

$$10a + 10b - 100 + 25 - 5b + 25 - (a - 5) (5 - (b - 5))$$

$$10a + 10b - 100 + 25 - 5b + 25 - 5 (a - 5) + (a - 5) (b - 5)$$

$$10a + 10b - 100 + 25 - 5b + 25 - 5a + 25 + (a - 5) (b - 5)$$

$$10a + 10b - 100 + 25 - 5b + 25 - 5a + 25 + ab - 5a - 5b + 25$$

$$10a + 10b - 100 + 100 - 10a - 10b + ab$$

Als je alles wegstreept wat overbodig is houd je over:

AB

Quod erat demonstrandum, hetgeen wat bewezen moest worden

Drie opgaven

Opgave 1

Los elk van de volgende opgaven op, door gebruik te maken van eigenschappen van getallen en eigenschappen van bewerkingen. Dus niet cijferend. Licht je antwoorden duidelijk toe.

a. $(16 \times 12) - 32 =$

b. $8962 + 2978 =$

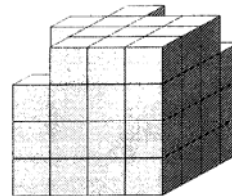
c. $546,62 - 99 =$

d. $\frac{1}{9}$ deel van 36×36 is

e. $2\frac{1}{8} : 4\frac{1}{4} =$

Opgave 10

Gaby heeft eerst een mooie kubus gebouwd van 64 blokjes. Daarna heeft ze enkele blokjes weggenomen. Beantwoord onderstaande vragen en licht duidelijk toe.



- Hoeveel blokjes kunnen er op zijn hoogst nog staan?
- Hoeveel blokjes moeten er op zijn minst nog staan?

Opgave 11

In de Telegraaf van 18 oktober 2006 (blz. T5) stond een artikel met als kop:

Vinding bespaart cafébazen 30 miljoen liter water per jaar

Er wordt beschreven hoe het Bauke Bokma de Boer vanaf het moment dat hij kroegen bezocht altijd heeft bezig gehouden, dat in de spoelbak voor glazen een klein straaltje water constant loopt. Wat zonde van de waterverkwisting was zijn gedachte. Samen met een marketingman presenteert hij een sensor, die de benodigde hoeveelheid water en een speciaal ontwikkelde bacteriedodende zeep afstemmen op de hoeveelheid gespoelde glazen. Daarna wordt in het artikel geciteerd uit de brochure waarmee de inmiddels uitvinder zijn product nu aanprijst: “Nederland telt honderdduizend professionele spoelbakken. Die staan de hele avond aan. Als je al dat water optelt, kom je op een verkwisting van dertig miljoen liter per jaar, zo’n zestigduizend liter per maand per spoelbak.”

- Welke besparing geeft 30 miljoen liter water in geld uitgedrukt? (Ter informatie: de prijs van leidingwater is op dit moment ongeveer € 0,60 per m³)
- Laat aan de hand van een berekening zien of dit krantenbericht over waterverspilling reëel is of niet?

Werk van drie studenten die zijn geslaagd voor de toets Gecijferdheid

Student 1

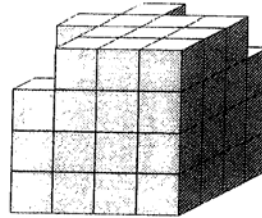
Opgave 1

Los elk van de volgende opgaven op, door gebruik te maken van eigenschappen van getallen en eigenschappen van bewerkingen. Dus niet cijferend. Licht je antwoorden duidelijk toe.

- a. $(16 \times 12) - 32 = 10 \times 16 = 160, 2 \times 16 = 32, 160 + 32 = 192, 192 - 32 = 160$
- b. $8962 + 2978 = 9000 + 3000 = 12.000, 38 + 22 = 60, 12.000 - 60 = 11.940$
- c. $546,62 - 99 = 546,62 - 100 = 446,62, 446,62 + 1 = 447,62$
- d. $\frac{1}{9}$ deel van 36×36 is $4 \times 4 = 16$.
- e. $2\frac{1}{8} : 4\frac{1}{4} = 17 : 34 = 0,5$

Opgave 10

Gaby heeft eerst een mooie kubus gebouwd van 64 blokjes. Daarna heeft ze enkele blokjes weggenomen. Beantwoord onderstaande vragen en licht duidelijk toe.



- a. Hoeveel blokjes kunnen er op zijn hoogst nog staan?
- b. Hoeveel blokjes moeten er op zijn minst nog staan?

- a. $64 - 7 = 57 \rightarrow 64$ blokjes - de blokjes waarvan ziet dat ze er niet meer zijn.
- b. $50 \rightarrow$ zoveel blokjes zijn er nodig om de constructie zo (zie fig.) te kunnen bouwen zonder dat hij omvalt.

Opgave 11

In de Telegraaf van 18 oktober 2006 (blz. T5) stond een artikel met als kop:

Vinding bespaart cafébazen 30 miljoen liter water per jaar

Er wordt beschreven hoe het Bauke Bokma de Boer vanaf het moment dat hij kroegen bezocht altijd heeft bezig gehouden, dat in de spoelbak voor glazen een klein straaltje water constant loopt. Wat zonde van de waterverkwisting was zijn gedachte. Samen met een marketingman presenteert hij een sensor, die de benodigde hoeveelheid water en een speciaal ontwikkelde bacteriedodende zeep afstemmen op de hoeveelheid gespoelde glazen. Daarna wordt in het artikel geciteerd uit de brochure waarmee de inmiddels uitvinder zijn product nu aanprijst: "Nederland telt honderdduizend professionele spoelbakken. Die staan de hele avond aan. Als je al dat water optelt, kom je op een verkwisting van dertig miljoen liter per jaar, zo'n zestigduizend liter per maand per spoelbak."

- a. Welke besparing geeft 30 miljoen liter water in geld uitgedrukt? (Ter informatie: de prijs van leidingwater is op dit moment ongeveer € 0,60 per m³)

$$30.000.000 \text{ liter} = 30.000.000 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3 \quad \rightarrow = 30.000 \text{ m}^3$$

$$30.000 \text{ m}^3 \times € 0,60 = € 18.000,-$$

- b. Laat aan de hand van een berekening zien of dit krantenbericht over waterverspilling reëel is of niet?

~~$$30.000.000 \text{ liter} = 30 \text{ maanden}$$~~

~~$$30.000.000 \text{ l} / 100.000 = 300$$~~

~~$$30.000.000 \text{ l} = 30 \text{ maanden}$$~~

$$60.000 \text{ l.} \times 100.000 \text{ spoelbakken} = 6.000.000.000$$

Student 2

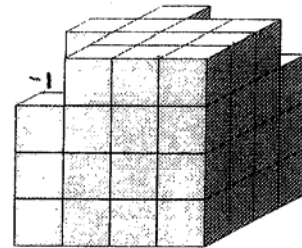
Opgave 1

Los elk van de volgende opgaven op, door gebruik te maken van eigenschappen van getallen en eigenschappen van bewerkingen. Dus niet cijferend. Licht je antwoorden duidelijk toe.

- a. $(16 \times 12) - 32 = 160$ → want $2 \times 16 = 32$, dus blijft over $(16 \times 10) - 0 = 160$
- b. $8962 + 2978 = 9000 + 3000 - (38 + 22) = 12000 - 60 = 11940$
- c. $546,62 - 99 = 546,62 - 100 + 1 = 446,62 + 1 = 447,62$
- d. $\frac{1}{9}$ deel van 36×36 is 4×4 , want $36 \div 9 = 4$
- e. $\frac{1}{8} \div \frac{1}{4} = 0,5$; want $\frac{1}{8}$ is de helft van $\frac{1}{4}$

Opgave 10

Gaby heeft eerst een mooie kubus gebouwd van 64 blokjes. Daarna heeft ze enkele blokjes weggenomen. Beantwoord onderstaande vragen en licht duidelijk toe.



- a. Hoeveel blokjes kunnen er op zijn hoogst nog staan? $3 \times 4 \times 4 + 1 = 59 - 1 = 58$
- b. Hoeveel blokjes moeten er op zijn minst nog staan? $(11 \times 4) + (2 \times 3) = 44 + 6 = 50$

Opgave 11

In de Telegraaf van 18 oktober 2006 (blz. T5) stond een artikel met als kop:

Vinding bespaart cafébazen 30 miljoen liter water per jaar

Er wordt beschreven hoe het Bauke Bokma de Boer vanaf het moment dat hij kroegen bezocht altijd heeft bezig gehouden, dat in de spoelbak voor glazen een klein straaltje water constant loopt. Wat zonde van de waterverkwisting was zijn gedachte. Samen met een marketingman presenteert hij een sensor, die de benodigde hoeveelheid water en een speciaal ontwikkelde bacteriedodende zeep afstemmen op de hoeveelheid gespoelde glazen. Daarna wordt in het artikel geciteerd uit de brochure waarmee de inmiddels uitvinder zijn product nu aanprijst: "Nederland telt honderdduizend professionele spoelbakken. Die staan de hele avond aan. Als je al dat water optelt, kom je op een verkwisting van dertig miljoen liter per jaar, zo'n zestigduizend liter per maand per spoelbak."

- a. Welke besparing geeft 30 miljoen liter water in geld uitgedrukt? (Ter informatie: de prijs van leidingwater is op dit moment ongeveer € 0,60 per m³)

$$30.000.000 \text{ l} = 30.000.000 \text{ dm}^3 = 30.000 \text{ m}^3$$

$$30.000 \times 0,60 = \text{€} 18.000$$

- b. Laat aan de hand van een berekening zien of dit krantenbericht over waterverspilling reëel is of niet?

$$30.000.000 \text{ liter water per jaar} = 2.500.000 \text{ liter water}$$

$$2.500.000 : 100.000 = \underline{25} \text{ liter per maand per spoelbak}$$

Dus die berekening was niet reëel.

Student 3

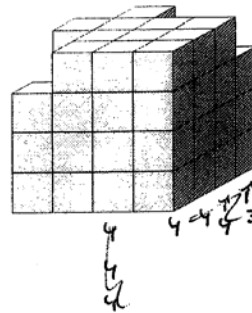
Opgave 1

Los elk van de volgende opgaven op, door gebruik te maken van eigenschappen van getallen en eigenschappen van bewerkingen. Dus niet cijferend. Licht je antwoorden duidelijk toe.

- a. $(16 \times 12) - 32 = 10 \times 16 = 160 \rightarrow 32$ is al $2 \cdot 16$ die haal je eraf
- b. $8962 + 2978 = 8940 + 3000 = 11940$ 22 eraf bij de een, 22 erbij bij de onder
- c. $546,62 - 99 = 546,62 - 100 = 446,62 + 1 = 447,62$
- d. $\frac{1}{9}$ deel van 36×36 is $36 \times 4 = 144$
- e. $\frac{1}{8} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ $4\frac{1}{4}$ is de helft van $4\frac{1}{2}$

Opgave 10

Gaby heeft eerst een mooie kubus gebouwd van 64 blokjes. Daarna heeft ze enkele blokjes weggenomen. Beantwoord onderstaande vragen en licht duidelijk toe.



- a. Hoeveel blokjes kunnen er op zijn hoogst nog staan?
- b. Hoeveel blokjes moeten er op zijn minst nog staan?
- binnenanzicht max blokjes

a →

3	4	3	3
4	4	4	4
2	4	4	4
3	4	4	4

55 blokjes
op zijn hoogst

?	4	?	3
4	4	4	4
?	4	4	4
3	4	4	4

binnenanzicht

- b → als de vraagtekens in het binnenanzicht 0 zijn
staan er op zijn minst $(11 \cdot 4) + (2 \cdot 3) = 50$ blokjes

Opgave 11

In de Telegraaf van 18 oktober 2006 (blz. T5) stond een artikel met als kop:

Vinding bespaart cafébazen 30 miljoen liter water per jaar

Er wordt beschreven hoe het Bauke Bokma de Boer vanaf het moment dat hij kroegen bezocht altijd heeft bezig gehouden, dat in de spoelbak voor glazen een klein straaltje water constant loopt. Wat zonde van de waterverkwisting was zijn gedachte. Samen met een marketingman presenteert hij een sensor, die de benodigde hoeveelheid water en een speciaal ontwikkelde bacteriedodende zeep afstemmen op de hoeveelheid gespoelde glazen. Daarna wordt in het artikel geciteerd uit de brochure waarmee de inmiddels uitvinder zijn product nu aanprijst: "Nederland telt honderdduizend professionele spoelbakken. Die staan de hele avond aan. Als je al dat water optelt, kom je op een verkwisting van dertig miljoen liter per jaar, zo'n zestigduizend liter per maand per spoelbak."

- a. Welke besparing geeft 30 miljoen liter water in geld uitgedrukt? (Ter informatie: de prijs van leidingwater is op dit moment ongeveer € 0,60 per m³)

$$\begin{aligned} 30 \text{ miljoen} \cdot 0,60 &= 18 \text{ miljoen euro} \\ 1000 \text{ liter} &= 1 \text{ m}^3 \\ 30.000.000 : 1000 &= 30.000 \text{ m}^3 \\ 30.000 \cdot €0,60 &= €18.000,- \end{aligned}$$

- b. Laat aan de hand van een berekening zien of dit krantenbericht over waterverspilling reëel is of niet?

$$\begin{aligned} 100.000 \text{ spoelbakken} &\cdot 60.000 \text{ liter per maand} \\ 6.000.000.000 \text{ liter} &\text{ per maand} \\ 6 \text{ miljard maal} &12 \text{ maanden} \\ 72 \text{ miljard liter} &\text{ per jaar} \end{aligned}$$

~~60 miljard liter~~

$$\begin{aligned} \text{per dag per spoelbak} \quad 60.000 : 30 &= 2.000 \text{ liter} \\ &\text{per dag per spoelbak} \end{aligned}$$

Kladblaadje

$$\begin{aligned} 1 \text{ liter} &= 1 \text{ dm}^3 \\ 1000 \text{ liter} &= 1 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$30.000.000 : 1000$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

m ³	dm ³	cm ³
0,001	1	1000



	Sterke kanten van de student	Zwakke kanten van de student
Getallen		
Bewerkingen		
Toepassingen		
.....		

Aspecten van gecijferdheid

Welke aspecten van gecijferdheid moeten in de opleiding aan bod komen? Kunnen de aspecten getallen, bewerkingen en toepassingen worden geconcretiseerd?

Een en ander plaatsen we in een zogenaamde gecijferdheidsmatrix. Zo'n gecijferdheidsmatrix is nadrukkelijk geen afvinklijstje, maar een middel om de student concreet zicht te geven op wat gecijferdheid inhoudt en om hem/haar overzicht te geven op haar ontwikkeling op het gebied van gecijferdheid.

Gecijferdheidsmatrix

Hanteer bij het invullen ervan een vijfpuntschaal:

1. ik beheers dit absoluut niet.
2. ik beheers dit onvoldoende.
3. ik beheers dit redelijk.
4. ik beheers dit goed.
5. ik munt uit hierin.

Getallen	punten
Bewerkingen	
Toepassingen	
.....	

Schrijf een toelichting waarin je bespreekt waarom je jezelf een bepaald punt geeft. Ga hierbij in op de meest opvallende zaken. Dus geen opsomming. Je kunt hierbij ook de bekwaamheidseisen en ervaringen die je eerder in de opleiding hebt opgedaan gebruiken. Illustreer je betoog met voorbeelden. Geef aan waar je in je afstudeer/Lio-stage met name aan wilt gaan werken. De vaardighedenmatrix geeft een beeld van waar je nu bent, de startbekwaamheidseisen rekenen-wiskunde (zie volgende pagina) geven aan waar je volgend jaar moet zijn.

STARTBEKWAAMHEIDSEISEN REKENEN-WISKUNDE

Voor beginnende leraren op het gebied van rekenen-wiskunde (uit “Proeve voor een nationaal programma rekenen-wiskunde en didactiek op de pabo”):

-1- Het eigen niveau van gecijferdheid

De beginnende leraar moet een niveau van gecijferdheid hebben bereikt waarmee hij in het dagelijks leven functioneel met de rekenwiskundige kennis en vaardigheden kan omgaan en in zijn onderwijs de actualiteit van de kinderen kan betrekken.

-2- Kennis van het basisschoolprogramma: de leerstof

De beginnende leraar heeft kennis van de basisschoolleerstof zoals aangeduid in de kerndoelen en kan elk van die doelen illustreren met materiaal, een onderwijsverhaal of paradigma uit de (eigen) praktijk van het basisonderwijs.

-3- Kennis van het basisschoolprogramma: achtergronden en didactiek

De beginnende leraar heeft kennis van de achtergronden van de rekenwiskunde leerstof van de basisschool, zowel rekenwiskundig als wiskundig-didactisch. Het is een basis om zichzelf op dit gebied en op de werkvloer verder te bekwamen en de ontwikkelingen op het vakgebied bij te houden.

-4- Rekenwiskunde onderwijs maken

De beginnende leraar heeft op de essentiële onderdelen van het realistisch rekenwiskunde onderwijs voldoende didactische vaardigheid om de bedoelingen van de gebruikte methode (en eventuele additionele materialen, waaronder computersoftware) te realiseren in de groep. Hij is tevens in staat zelf onderwijs te ontwerpen als de omgeving of de leerlingen daartoe aanleiding geven.

-5- Omgaan met verschillen

De beginnende leraar heeft zicht op leerprocessen van individuele kinderen en bezit voldoende diagnostisch repertoire om verschillen in beginsituatie, aanpak en niveau te duiden; hij heeft tevens een rijk didactisch repertoire tot zijn beschikking om die verschillen te exploiteren ten gunste van de individuele leerlingen en ten dienste van de groep.

-6- Reflecteren en anticiperen

De beginnende leraar is in staat het gegeven onderwijs, zijn eigen bijdrage daaraan, de leerprocessen van de leerlingen en hun reacties in beschouwing te nemen ten behoeve van de leerlingen, voortgang van het onderwijs en zijn eigen professionele ontwikkeling. Op de pabo wordt deze vaardigheid getoetst op basis van het logboek van de student.