

Het verleden als inspiratiebron voor de toekomst

Koeno Gravemeijer

Grondslagen realistisch reken-wiskundeonderwijs

Freudenthal:

- Wiskunde als activiteit
- Guided reinvention (geleid heruitvinden)

Wiskunde als activiteit

- “It is an activity of solving problems, of looking for problems, but it is also an activity of organizing subject matter.

Wiskunde als activiteit

- “It is an activity of solving problems, of looking for problems, but it is also an activity of organizing subject matter. This can be matter from reality which has to be organized according to mathematical patterns if problems from reality have to be solved. It can also be a mathematical matter, new or old results, of your own or of others, which have to be organized according to new ideas, to be better understood, in a broader context, or by an axiomatic approach.” (Freudenthal, 1971, 413-414).

Organiseren/mathematiseren

- Mathematiseren van zaken uit de werkelijkheid
- Mathematiseren van wiskundige zaken
- Wiskunde gegrondvest in de realiteit van de leerling:
“Mathematics should start and stay within reality”
Datgene wat je onbereflcteerd als realiteit ervaart

Toepasbaarheid

- Let the mathematicians enjoy the freewheeling system of mathematics—for the non mathematician the relations with the lived-through reality are incomparably more momentous. (Freudenthal, 1973, 77)
- “The problem should grow out of the situation, and the child should learn to recognize the problem in the situation. Raising a problem is mathematics, too.” (Freudenthal, 1973, 134-135)

Geleid heruitvinden

- Anti-didactische inverse: Het eindpunt van het werk van wiskundigen wordt gebruikt als beginpunt voor het onderwijs kinderen.
- De leerling moet in de gelegenheid worden gesteld om de wiskunde zelf opnieuw uit te vinden (reinvention) – met de hulp van leraar en leerboek (guided)
- Althans de leerling moet het zo ervaren
- IOWO: Ontwikkelen van onderwijs dat aan deze uitgangspunten voldoet.

Realistische onderwijstheorie Adri Treffers

- Van Hiele niveaus
 - concreet
 - beschrijvend
 - vaksystematiek
- Didactische fenomenologie
- Progressief mathematiseren volgens Wiskobas

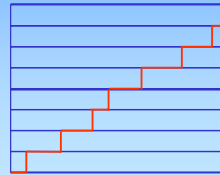
Horizontaal & verticaal mathematiseren

- “In het algemeen kan men zeggen, dat de *horizontale mathematisering* bestaat uit het zodanig schematiseren van het gebied, dat het probleemveld met mathematische middelen aangepakt kan worden. De vervolgvakactiviteiten, die betrekking hebben op de mathematische verwerking, de probleemoplossing, de generalisatie van de oplossing en de verdergaande formalisering, worden met de term *vertikale mathematisering* aangeduid.”

(Treffers, 1978, 79)

Horizontaal & verticaal mathematiseren

- Guided reinvention via progressief mathematiseren



Van Hiele niveaus

Horizontaal & verticaal mathematiseren

- horizontaal mathematiseren,
 - wiskundig organiseren van een stuk van de ervaren werkelijkheid
- verticaal mathematiseren in engere zin,
 - het mathematiseren van de eigen wiskundige activiteit.
- uitvoeren van wiskundige bewerkingen,

Horizontaal & verticaal mathematiseren

- horizontaal mathematiseren
 - reële problemen
- verticaal mathematiseren in engere zin,
 - reflecteren
- uitvoeren van wiskundige bewerkingen,
 - behouden van inzicht(inzichtelijk leren heeft weinig zin wanneer het inzicht niet behouden blijft)

Reële problemen

- Vijf planken van 2 meter, hoeveel planken van 1 meter kan ik daaruit zagen?
- Vier planken van 2½ meter, hoeveel planken van 1 meter kan ik daaruit zagen?
(Verschaffel)

Reflecteren

- Rather than being taught the rules, they should have been taught to argue their intuitions, to reflect on what appears to be obvious. But this requires more patience that teachers can afford”
(Freudenthal, 1991, 113).

Reflecteren

- Leen Streefland: onderzoeksgemeenschap
- “Binnen deze context wordt leren opgevat als een sociale activiteit binnen een gemeenschap, die gekenmerkt wordt door discussies, onderhandelingen, het doen van voorstellen, het kritiseren en verwerpen van veronderstellingen, het doen van aannamen of juist het ondermijnen ervan, enzovoort.”
Streefland & Elbers, 1997

Behouden van inzicht

“Hetgeen, meen ik, in veel methoden mis is, is: genoeg nemen met éénmaligheid van zekere beslissende stappen in het leerproces, met herhaald oefenen van de resultaten van zulke stappen .i.p.v. de stappen zelf.”
(Freudenthal, 1984, 223-225)

Toekomst

- Zakrekenmachine
- Informatiemaatschappij
- USA als toekomstbeeld?

Kommagetallen



0.002 cents per kilobyte
35893 kb.
Rekening: \$ 71.78

- Relatie tussen toepassings situatie en berekening
- Globaal rekenen, schattend controleren



Welke banen gaan er verdwijnen?

- Key factor of je er een routine van kunt maken
- Wat overblijft zijn banen die flexibiliteit, creativiteit en een leven lang leren vragen en vaak het kunnen omgaan met andere mensen
- Er zijn al een heleboel banen verdwenen, in productie, administratief werk, programmeren
- Secretariaresses, bankmedewerkers hebben complexere taken gekregen
- In fabrieken gaat het om mensen die expertise hebben in het omgaan met computergestuurde machines.

Employability

- Complex pattern recognition
 - Spotten van business opportunities
 - Repareren van complexe machines
- Complex communication skills
 - Managen van mensen
 - Advertentiecampaagnes ontwerpen
 - Dure spullen (autos) verkopen

Opleidingsniveau wordt steeds belangrijker

- Maar dat is niet voldoende, het gaat ook om oog voor efficiency verhoging (⇔ situationele kennis) en flexibiliteit
- Uiteraard blijft er ook vraag naar kappers, vrachtwagenchauffeurs, obers e.d. maar de lonen zullen zeker omlaag gaan
- Volgens Goos & Manning (2003) is er in het Verenigd Koninkrijk nu al sprake van een tweedeling tussen "lousy jobs" en "lovely jobs".

- Today's automobiles have more computing devices than an Apollo capsule. Business is a net work of word processors and spreadsheets. Engineering and Industry are a maze of workstations and automated controls. Our students will have vastly different careers and we, the earlier generation must radically change the way that education prepares a significant larger part of the population for information intensive professional lives. (Kenelly, 1996, 24)

Toekomst

- Welke Wiskunde?
- Welk Wiskundeonderwijs?

Welke wiskunde?

- Redeneren met modellen; samenhangen tussen variërende grootheden
 - Variabelen
 - Grafieken
 - Spreadsheets
- Statistische noties
- Procenten, verhoudingen, meten/meetkunde

Lage hypotheekrente redt huizenmarkt

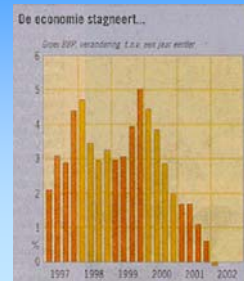
Achtergrond | De betaalbaarheid van een eigen woning is voor het eerst sinds jaren verbeterd

Door de voorliggend in de economie is 1998 terecht voor een heel goedkoop moment. Zo zijn de wettelijke, bijeenkomst van de huizenmarkt nu start de markt niet in. Alleen met 1998 volgende voorbeeld 'bedrijfs' de huizenmarkt'.

Lener is goedkoper door recente oorlog op hypotheekmarkt

De afnemende rente van de laatste jaren heeft de huizenmarkt weer op gang gebracht. De huizenmarkt is nu weer op gang gekomen. Dit komt door de lage hypotheekrente die nu beschikbaar is. Dit komt door de recente oorlog op de hypotheekmarkt.

Afnemende groei

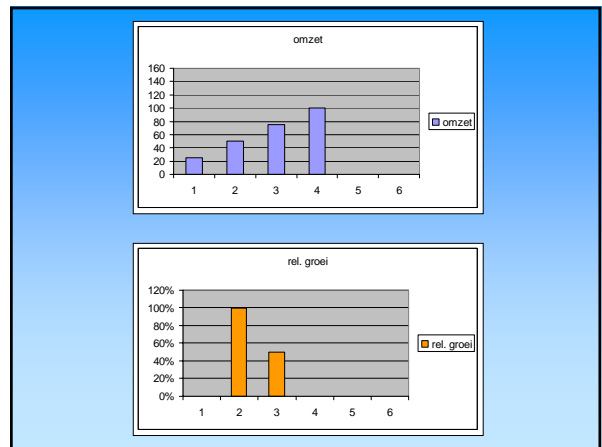
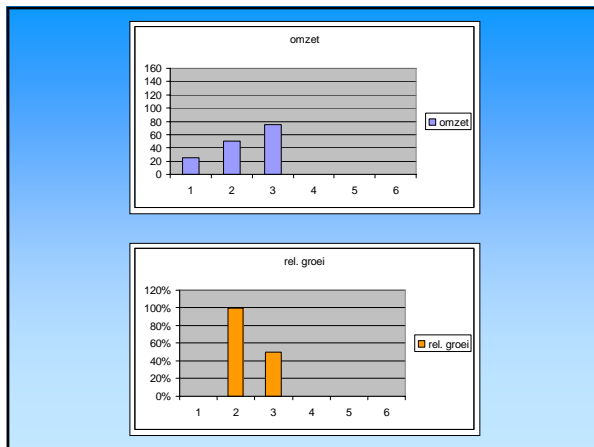
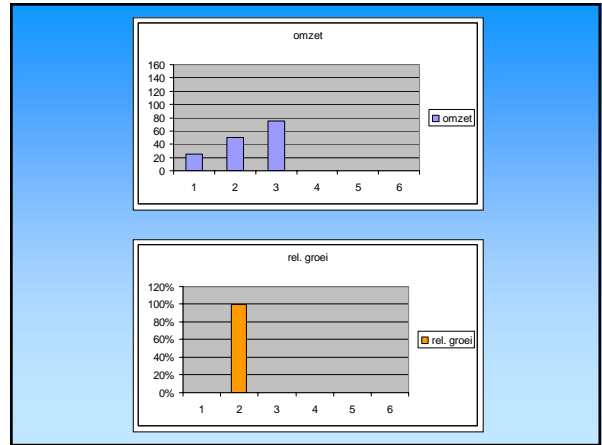
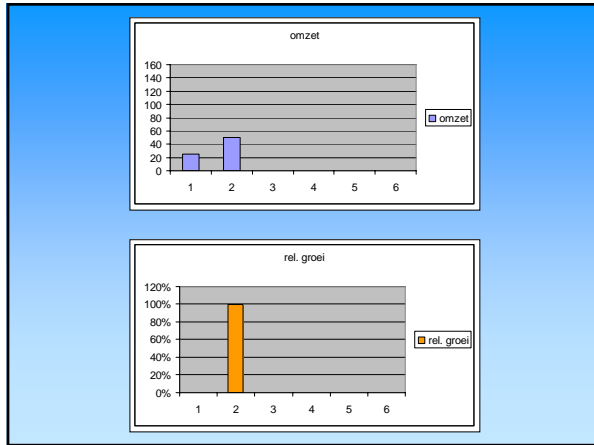
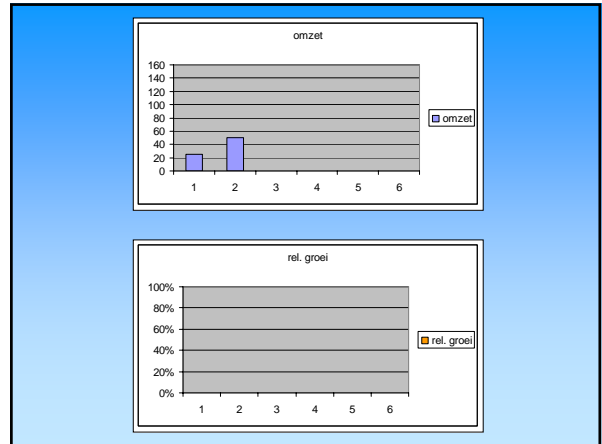
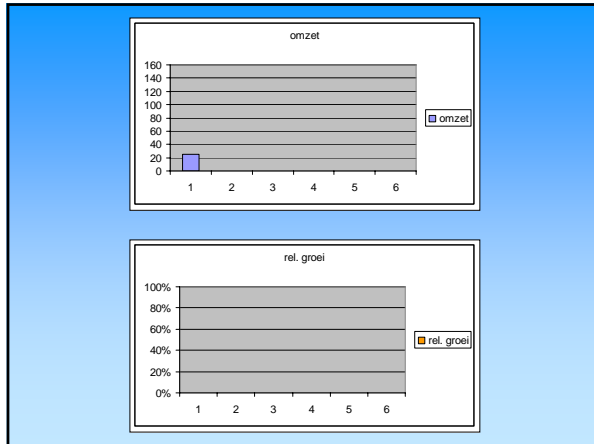


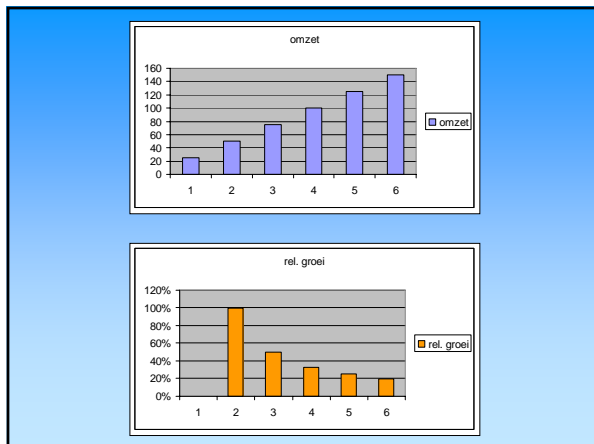
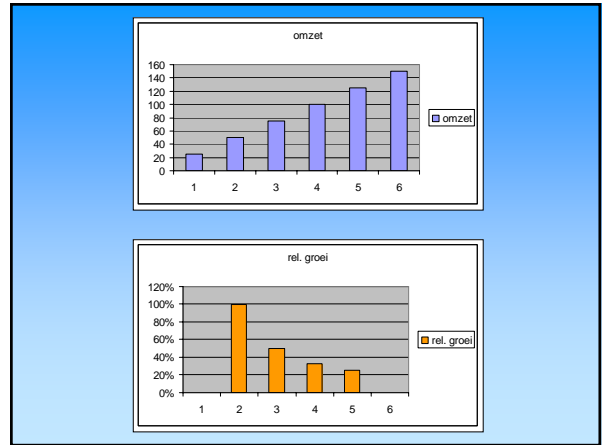
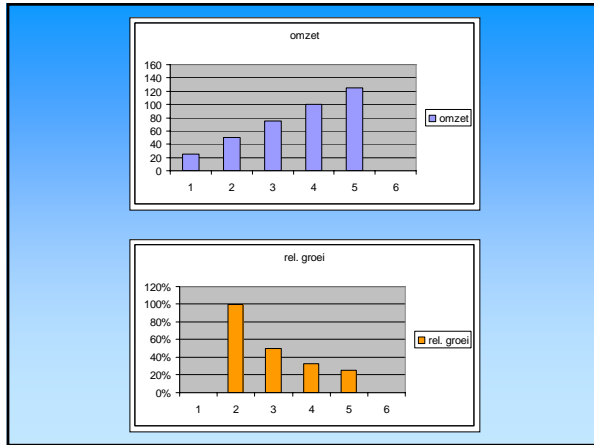
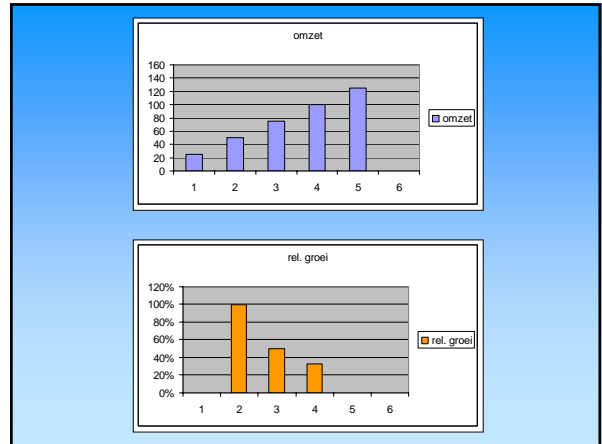
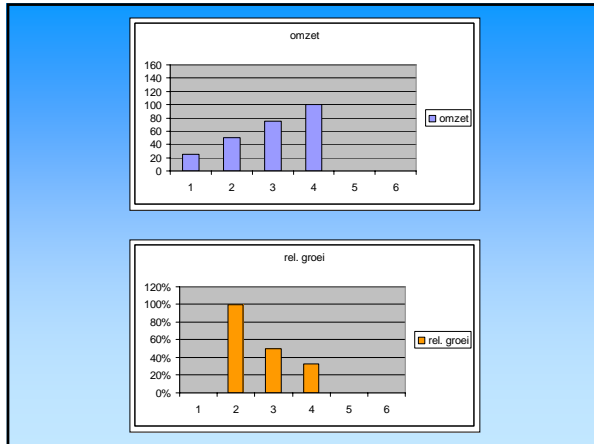
Krimpende groei

- Hoe erg is dat?
- In het algemeen gaat het om relatieve groei. Kan er bij krimpende groei sprake zijn van lineaire groei?
- Hoe waarschijnlijk is groeiende groei op de lange termijn?

Groei

- Een omzet van 25 miljoen
 - Een omzet stijging van 25 miljoen per jaar
- Wat gebeurt er met de relatieve groei?



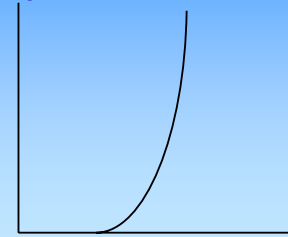


Praktijk

- Mechanisch gebruik van control charts
- Verkeerde interpretaties
- Of er wordt niet naar gekeken
- Er wordt te snel op afwijkingen gereageerd, wat dingen soms erger maakt
- Trends worden niet opgemerkt
 - We had a very expensive example where an operator didn't spot a trend. We have 40 positions for capsule filling, and for 4 hours one of those positions was creeping more and more out of control. After 4 hours and 10 minutes the damn thing fell apart, which cost £8,000 and took the machine out of service for 24 hours.
- Software als black box

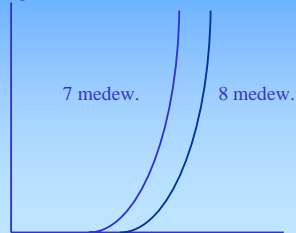
Call centers

- Gemiddelde wachttijd



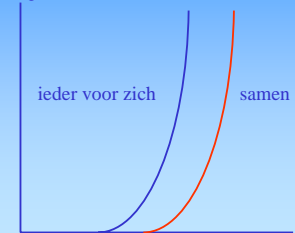
Call centers

- Gemiddelde wachttijd



Call centers

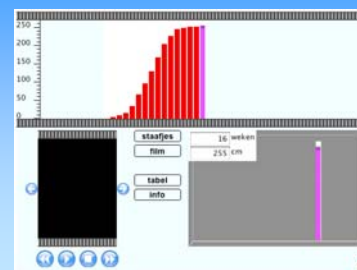
- Gemiddelde wachttijd voor twee call centers



Ververs



Ververs



Welke wiskunde?

- Redeneren met modellen; samenhangen tussen variërende grootheden
 - Variabelen
 - Grafieken
 - Spreadsheets
- Statistische noties
- Procenten, verhoudingen, meten/meetkunde

Welke wiskunde?

- Gesitueerde kennis; vermenging van wiskunde en praktijkkennis
- Team work
- Probleem oplossen, flexibiliteit en creativiteit

Welk wiskundeonderwijs?

- Meer probleemgeoriënteerd
- Echte, complexere problemen
- Meer richten op relaties en kerninzichten, minder op algoritmische vaardigheden
- Behouden van inzicht

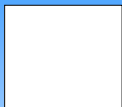
Meer probleemgeoriënteerd

Geleid heruitvinden

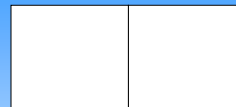
- Meer heruitvinden
- Minder geleid

- Meer denken bij de kinderen leggen dan in de Socratische methode gebeurt

- Socratische les



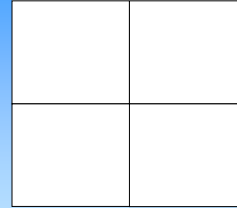
- Socratische les



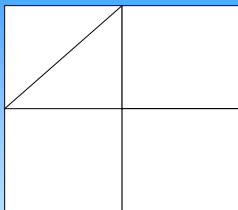
- Socratische les



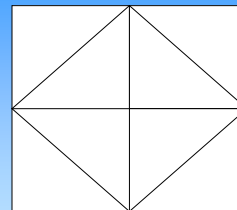
- Socratische les



- Socratische les



- Socratische les



Denken meer bij de kinderen leggen

- Socratische methode:
 - voordenken door de leraar,
 - meedenken door de leerlingen
- Geleid heruitvinden: actievere rol leerlingen
 - zelf op ideeën komen,
 - handiger oplossingen verzinnen,
 - over de fundering van de oplossing nadenken,
 - argumenten uitwisselen

Horizontaal mathematiseren

- Echte, complexere problemen
- “Mathematics in the workplace makes sophisticated use of elementary mathematics rather than, as in the classroom, elementary use of sophisticated mathematics” (Steen, 2001, p. 55).
- Methoden: toepassingsopgaven om procedures te oefenen.

Verticaal mathematiseren

- Progressief mathematiseren minder richten op algoritmische vaardigheden
- Meer op relaties en kerninzichten
- Cultiveren van een wiskundige interesse
 - Reflecteren
 - Geldt dit altijd?
 - Waarom is dit waar?

Uitvoeren van wiskundige bewerkingen

- Behouden van inzicht
- “Hetgeen, meen ik, in veel methoden mis is, is: genoeg nemen met éénmaligheid van zekere beslissende stappen in het leerproces, met herhaald oefenen van de resultaten van zulke stappen .i.p.v. de stappen zelf.”

(Freudenthal, 1983, 223-225)

We all need to look farther nowadays.

