



Reken-wiskundeonderwijs anno 2006 - over opbrengst, aanbod en onderwijs - Impressies van de 24^{ste} Panama-conferentie¹

M. van Zanten (red.)

Panama / Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

Van woensdag 18 tot en met vrijdag 20 januari vond de 24^{ste} Panama-conferentie plaats. Vanuit opbrengsten van het reken-wiskundeonderwijs werd nagedacht over hoe aanbod en onderwijs eruit zouden moeten zien. Wat leren de opbrengsten ons over het aanbod? Kunnen uit opbrengsten consequenties of conclusies worden getrokken voor het aanbod en onderwijs in de (nabije) toekomst? Om welke inhouden dient het te gaan en waarom? Welke didactiek en onderwijsvormen passen daarbij? Op deze conferentie wordt vanuit verschillende perspectieven over deze vragen nagedacht. In hoeverre deze vragen beantwoord worden, kunt u lezen in dit conferentievorslag.

Het verslag is geen letterlijke of volledige weergave van het aanbod en de activiteiten tijdens de conferentie, maar een mengeling van feiten en reflecties. In de afsluitende conclusie wordt een en ander geplaatst in het perspectief van voorgaande en nieuwe ontwikkelingen in het reken-wiskundeonderwijs.

Aan dit verslag werd meegewerkt door de volgende verslaggevers:

- | | |
|-----------------------|--|
| - A. Aartsen | Uitgeverij Zwijsen |
| - C. Bodin | Onderwijsbegeleidingsdienst Duinen en Bollenstreek |
| - S. van den Boogaard | Freudenthal Instituut |
| - A. Fase | Hs IPABO Amsterdam/Alkmaar |
| - E. de Goeij | Freudenthal Instituut |
| - R. Janssen | CED-groep |
| - E. Kijk in de Vegt | Openbare basisschool De Schatkamer, Zwolle |
| - F. Munk | Hs IPABO Amsterdam/Alkmaar |
| - M. Peltenburg | Freudenthal Instituut |
| - C. van Waveren | Hs Marnix Academie, Utrecht |

‘Atlas van de Belevingswereld’:

De wens te weten waar we zijn, hoe we daar gekomen zijn en waar we naar toe gaan is zo oud als de mensheid zelf.

De insteek van deze 24^{ste} conferentie sluit zo naadloos aan op de 23^{ste}, toen het ging om ‘De kern van het reken-wiskundeonderwijs’. Die kern leek zich toen samen te ballen rond de vraag ‘Hoe zetten we de leerling zelf aan het denken? En wat is de rol van de leraar daarbij?’ Een van de conclusies was dat leerlijnen en ‘grote inzichten’ - ook wel *big ideas* genoemd - geen tegenstelling hoeven te vormen, maar onderdeel uit kunnen maken van verschillende lagen van het leerlandschap van de leerling (Lit & Oonk, 2005). Wellicht helpt deze conferentie ons om vanuit zowel opbrengsten als aanbod en onderwijs, het leerlandschap van de leerlingen in het basisonderwijs nader invulling te geven. Hierbij zijn de doelen die we nastreven en - daaraan ten grondslag liggend - welke waarden het reken-wiskundeonderwijs heeft, richtinggevend. Aan rekenen-wiskunde kan een persoonlijke, een voorbereidende, een maatschappelijke en een vakspecifieke waarde worden onderkend (Treffers, De Moor & Feijs, 1989). Hiermee hangt is de vraag samen wie eigenlijk bepaalt wat inhoud en aanbod van het reken-wiskundeonderwijs is; zijn dat de vakdidactici, wiskundigen of is dat de maatschappij? En is dat voor alle leerlingen hetzelfde? Deze immer actuele thematieken komen deze conferentie steeds weer om de hoek kijken.

Een mooie vondst is het fraai vormgegeven leerlandschap voor de congresgangers, waarmee de vele relevante invalshoeken die deze conferentie aan bod komen worden geïllustreerd (fig.1).

1 Inleiding

‘Hoe zou volgens u het reken-wiskundeonderwijs in de basisschool er anno 2006 uit moeten zien?’ Met deze vraag opent J. Verwaal de 24^{ste} Panama-conferentie. Om welke inhouden dient het te gaan en waarom? Welke didactiek en onderwijsvormen passen daarbij? Op deze conferentie wordt vanuit verschillende perspectieven over deze vragen nagedacht.

Vertrekpunt zijn de opbrengsten van het onderwijs. De volgorde in de titel van de conferentie is dan ook bewust gekozen: wat leren de opbrengsten ons over het aanbod? Kunnen uit opbrengsten consequenties of conclusies worden getrokken voor het aanbod en onderwijs in de (nabije) toekomst? Verwaal citeert in dit verband uit de

een ander beeld zien: bij deze opgave is juist de cijferende benadering het meest gebruikt - door 65 procent van de leerlingen - en bovendien het meest succesvol: 82 procent van de leerlingen die deze opgave cijferend oplossen komt aldus tot een goed antwoord. Aan de hand van nog een aantal vermenigvuldig- en deelopgaven schetst Janssen een wat ontluisterend beeld. Zo maakte in 1992 nog 84 procent van de leerlingen eind groep 8 de volgende opgave correct (fig.3).



figuur 3

In 1997 was dat nog 79 procent en in 2004 nog maar 63 procent. Bij de formele opgave 99×99 is een achteruitgang te constateren van 67 procent correct in 1992 tot slechts 42 procent in 2004.

Deze slechte resultaten veroorzaken flink wat rumoer in de zaal. Van der Schoot concludeert dat deze resultaten bevreemding wekken, want leerlingen zouden deze opgaven in potentie moeten kunnen oplossen. Immers, leerlingen hebben in 2004 meer inzicht in 'getallen en getalrelaties', meer leerlingen gebruiken geavanceerdere strategieën en er is bij 'basisoperaties' en 'hoofdrekenen' geen achteruitgang geconstateerd bij vermenigvuldigen en delen. Hoe kan dit?

Uit nader onderzoek naar strategiegebruik bij deelopgaven door Van Putten en Hickendorff (Universiteit Leiden) blijkt dat 44 procent van de deelopgaven is beantwoord zonder dat de leerlingen er een uitwerking bij hebben geschreven. Dit is bijna een verdubbeling ten opzichte van 1997. Het weglaten van een uitwerking komt het meest voor bij zwakke leerlingen. De realistische deelwijze (herhaald aftrekken waarbij de getallen in hun waarde worden opgeschreven) wordt bij 24 procent van de opgaven gehanteerd, meest door leerlingen van een gemiddeld tot sterk niveau. Naarmate het niveau van de leerling stijgt, neemt het gebruik van de traditionele staartdeling toe. Deze wordt gehanteerd bij zo'n 13 procent van de opgaven, beduidend minder dan in 1997.

De traditionele werkwijze levert het vaakst correcte antwoorden op, op de voet gevolgd door de realistische aanpak. Het weglaten van de uitwerking is een weinig succesvolle aanpak. Hickendorff wijst erop dat leerlingen die worden aangespoord hun oplossingsprocedure te noteren, beter scoren dan bij de standaardafname. Meer over dit onderzoek is te lezen in hun artikel in dit tijdschrift (Van Putten & Hickendorff, 2006).

Verhoudingen, breuken en procenten

F. Scheltens (Cito) laat aan de hand van een aantal opgaven zien hoe de resultaten bij verhoudingen, breuken en procenten zich hebben ontwikkeld sinds 1992. Het blijkt dat de prestaties bij verhoudingen en breuken min of meer gelijk zijn gebleven. Ter illustratie: de opgave uit figuur 4 werd in 1992 door 77 procent van de leerlingen correct opgelost, in 1997 door 78 procent en in 2004 door 76 procent.



figuur 4

De prestaties bij procenten zitten blijvend in de lift; na een verbetering in 1997 zijn de prestaties in 2004 weer hoger. Zo wordt een relatief lastige opgave als:

Martijn heeft 200 vragenlijsten verstuurd.
52 vragenlijsten kwamen ingevuld terug.
Hoeveel procent is dat?

in 1992 nog door 37 procent van de leerlingen goed opgelost. In 1997 was dat percentage gestegen tot 41 procent. In 2004 is dit nog verder opgelopen tot 47 procent. Scheltens onderzocht welke oplossingsstrategieën leerlingen zoal hanteren en of er verschillen zijn in strategiegebruik tussen zwakke, 'gemiddelde' en sterke rekenaars. Hiervan doet zij verslag in het tijdschrift 'Volgens Bartjens...' (Scheltens, 2006).

3 Consequenties voor het onderwijsaanbod?

Het PPON-onderzoek is louter beschrijvend. Indachtig de thematiek van de conferentie, gaan sommige onderzoekers in op de vraag welke implicaties voor het onderwijsaanbod de PPON-onderzoeksgegevens zouden kunnen hebben. Scheltens geeft de congresgangers de overweging mee dat, indien een bepaalde strategie de $p10$ leerlingen een hoge succeskans oplevert, dit toch consequenties zou moeten hebben voor de didactiek; aan zo'n oplossingsstrategie zou meer aandacht moeten worden besteed.

J.M. Kraemer (Cito) plaatst kanttekeningen bij de PPON-resultaten vanuit de niveaoverschillen tussen leerlingen die nu eenmaal optreden. Bij de opgave met de kuikenbouten (fig.2) is de strategie met tien vermenigvuldigen en vervolgens halveren wiskundig gezien een kernbenadering, maar deze wordt door slechts een bijzonder klein deel van de leerlingen correct gehanteerd. Dit, terwijl een dergelijke inzichtelijke aanpak op verschillende niveaus kan worden gehanteerd: met de getallenlijn, de verhoudingsstrook en de verhoudingstabel. Zo kan natuurlijke differentiatie in de bovenbouw plaatsvinden, dit in tegenstelling tot differentiatiemogelijkheden die in huidige methodes worden aangegeven. Daaraan kleven volgens Kraemer namelijk twee bezwaren: methodeschrijvers maken onvoldoende duidelijk hoe de leerkracht leerlingen kan helpen een niveauverhoging te bewerkstelligen. Bovendien richten leerkrachten zich te veel op de oplossingsstrategieën die in de handleiding zijn vermeld, in plaats van die van hun leerlingen, aldus Kraemer.

Op deze conferentie is meer aandacht voor het omgaan met leerlingen van een ander dan gemiddeld niveau. Daarover meer verderop in dit verslag.

Van Putten en Hickendorff suggereren dat op grond van de resultaten kan worden gekozen voor een leerlijn die begint met het realistisch delen met een happenschema en dan toewerkt naar de traditionele staartdeling. Verder wijzen de onderzoekers erop dat het opschrijven van tussenstappen een belangrijke voorwaarde voor succes is. Wellicht moet daar dus meer aandacht aan besteed worden in het onderwijs. Dit wordt in meer lezingen en werkgroepen benadrukt, wat een congresganger de verzuchting ontlokt: 'Is dat misschien een simpele manier om de komende jaren snel een grote vooruitgang te boeken? Als dat eens waar zou zijn...?'

Nu gaan deze overwegingen uit van de in de PPON getoetste opgaven. Het beeld van rekenen-wiskunde uit het PPON-onderzoek is een weerslag van het actuele aanbod in rekenen-wiskunde, zoals dat in de huidige reken-wiskundemethoden vorm heeft gekregen. Het is de vraag echter, in hoeverre dit beeld leidraad dient te

blijven voor het toekomstige aanbod in rekenen-wiskunde. Naast een analyse van de PPON-resultaten is er meer om te overdenken, zo blijkt ook uit het vervolg van de conferentie.

De maatschappelijke waarde van reken-wiskundeonderwijs

K. Gravemeijer (Freudenthal Instituut) stelt in zijn reactie² op de PPON resultaten dat een beetje kunnen cijferen eigenlijk niet bestaat; immers, wat heb je aan cijferen, indien je er niet op kunt vertrouwen? De kracht van cijferen zit er in dat het gegarandeerd tot de goede uitkomst kan leiden. Dit kenmerkt van het cijferen was lange tijd van groot maatschappelijk belang.

Om goed te leren cijferen, moet er - gezien de PPON-resultaten - meer onderwijstijd in worden geïnvesteerd dan nu het geval is. Gravemeijer geeft aan dat we voor een keuze staan: vinden we foutloos kunnen cijferen belangrijk genoeg om de daarvoor benodigde onderwijstijd in te investeren, of niet? W. Uittenbogaard en W. Koers (Hs Inholland) zetten vraagtekens bij het besteden van veel onderwijstijd aan het oefenen en inslijpen van kolomsgewijze procedures en het in groep 7/8 vervangen van kolomsgewijs rekenen door van rechts naar links te cijferen.

Een andere keuze die kan worden gemaakt, aldus Gravemeijer, is inzetten op handig rekenen. Ook bij deze keuze zal, gelet op de PPON-resultaten, moeten worden geïnvesteerd in onderwijstijd. Gravemeijer spreekt zijn voorkeur uit voor het globaal rekenen. Hem staat een flexibele aanpak voor ogen waarbij kinderen gebruik maken van de getalkennis waar ze zeker van zijn. Je hebt meer aan een grove benadering waar je zeker van bent, dan aan een preciezer resultaat dat je niet volledig vertrouwt, zo stelt Gravemeijer. Zekerheid staat voorop, niet precisie - hoewel op dit punt uiteraard de nodige differentiatie tussen leerlingen mogelijk is. Globaal rekenen volstaat vaak in de praktijk en is een krachtig hulpmiddel om greep te krijgen op de wereld om je heen. In zijn werkgroep 'Reken-wiskundeonderwijs voor de informatiemaatschappij' gaat Gravemeijer nader in op de invloed van de veranderende maatschappij op het reken-wiskundeonderwijs. De vraag naar sommige beroepen neemt toe ten koste van anderen en het opleidingsniveau wordt steeds belangrijker. De veranderende maatschappelijke behoeften impliceren een duidelijke vraag naar wiskundige kennis en inzicht, getuige de voorbeelden hieronder:

De arts heeft het voorschrift voor de dosering van het antibioticum van comycine veranderd van 4 keer per dag 600 mg naar 2 keer per dag 1200 mg.

Probleem: Na hoeveel tijd met de nieuwe dosering te beginnen?

Als er een jaarlijkse stijging is van de omzet van een bedrijf in absolute cijfers, wat gebeurt er dan met de relatieve groei en is dat goed voor het bedrijf?

De informatiemaatschappij, aldus Gravemeijer, dwingt ons tot bezinning op de inhoud van het reken-wiskunde-onderwijs. De eisen die de veranderende maatschappij stelt zou consequenties moeten hebben voor het reken-wiskunde-onderwijs. Zo zou rekenen-wiskunde meer probleemgeoriënteerd moeten zijn en meer gericht op handig en globaal rekenen. Leerlingen moeten leren redeneren met modellen en statistische noties, moeten grafieken kunnen interpreteren en samenhangen tussen variërende grootheden en variabelen kunnen doorgronden.

De deelnemers aan deze werkgroep reageren deels instemmend, maar laten ook enkele kritische noten horen. Zo wordt opgemerkt dat, indien steeds meer analytisch vermogen van de leerling wordt vereist, contexten wel dicht bij de leerling moeten worden gekozen om hen te motiveren.

Overigens is het de vraag in hoeverre kan worden volstaan met globaal rekenen. In ieder geval vraagt Gravemeijers eerste voorbeeld juist om een precieze aanpak.

Wie bepaalt het aanbod?

Lieve Maria,

Wij zijn boos. Wij merken dat wij het universitair niveau eigenlijk niet aankunnen. Er treden dagelijks situaties op waarbij we merken dat we te weinig wiskunde op de middelbare school hebben gehad.

Dit schrijven tienduizend studenten wiskunde, natuurkunde en informatica in een brief aan de minister van onderwijs.³ De studenten refereren aan de voorbereidende waarde van wiskunde. Evenals rekenen-wiskunde op de basisschool (onder andere) voorbereidt op wiskunde op de middelbare school, zo bereidt wiskunde op de middelbare school voor op het vervolgonderwijs. Deze studenten trekken zelf aan de bel, maar hadden anderen dit niet al eerder moeten doen? Wie zou de inhoud van het reken-wiskunde-onderwijs eigenlijk moeten bepalen? Leraren, inspecteurs, methodeschrijvers, de wetgever, beleidsmakers, toetsontwikkelaars, ... of de samenleving?

In een debat over de inhoud van het reken-wiskunde-onderwijs buigen G. Wilmink (Nibud), F. van der Schoot (Cito), K. Gravemeijer (Freudenthal Instituut), H.J. Smid (TU Delft) en D. Janson (Marant Educatieve Diensten) zich over deze vraag. Twee stellingen staan centraal, waarin de voorbereidende en de maatschappelijke waarde van rekenen-wiskunde te herkennen zijn:

1. Bij het kiezen van inhoud voor reken-wiskunde-onderwijs moeten niet de vakinhoud en de vakdidactiek, maar de behoeftes van de samenleving bepalend zijn.
2. De reken-wiskundemethodes moeten vervangen worden door modules van burger-, beroeps- en wetenschappelijke wiskunde.

In een reactie op de eerste stelling brengt G. Wilmink van het Nibud een behoefte vanuit de samenleving naar voren. Zij pleit ervoor het leren omgaan met geld nadruk-

kelijker in het aanbod op te nemen. In een onderzoek van het Nibud is aan mensen gevraagd of zij gelukkig zijn nu ze door het nieuwe zorgstelsel en andere veranderingen er financieel op achteruit zijn gegaan. Wat blijkt? Mensen die overzicht hebben over hun financiële situatie zijn door een lager salaris niet ongelukkiger geworden. Daar tegenover staat een groep mensen die geen of onvoldoende grip op hun financiële situatie heeft. Zij voelen zich wel ongelukkiger en lopen tegen allerlei problemen aan. De resultaten uit dit onderzoek pleiten voor onderwijs waarin kinderen vertrouwd raken met geld, aldus Wilmink. En daarbij zouden we ook moeten denken aan het leren lezen van een bankafschrift.

Maar werkt het wel zo; u vraagt, wij draaien? Kunnen mensen die verder van het onderwijs, en in het bijzonder verder van de vakdidactiek afstaan bepalen wat kinderen nodig hebben? R. Dijkgraaf meldde in de NVORWO-lezing dat enkele Nobelprijswinnaars hem diezelfde middag nog toefluisterden dat de staartdeling weer terug moet komen...

De tweede stelling levert weinig discussie op; deze wordt eensgezind afgewezen. Al op de 22^{ste} conferentie pleitte Klep (SLO) voor het maken van onderscheid tussen burger-, beroeps- en wetenschappelijke wiskunde (De Goeij & Oonk, 2004; Letschert & Klep, 2004). Hiermee zou tegemoet kunnen worden gekomen aan de verschillende maatschappelijke behoeften waarmee leerlingen later worden geconfronteerd. Tevens kan zodoende tegemoet worden gekomen aan de differentiatieproblematiek. Immers, niet alle leerlingen hebben het later nodig om te komen tot hetzelfde, hoge niveau en niet alle leerlingen kunnen een hoog niveau van wiskundig redeneren en probleemoplossen aan.

De benadering van drie soorten wiskunde lijkt echter het risico van een te vroege determinatie van leerlingen in zich te houden, waardoor een *self-fulfilling prophecy* op kan gaan treden. Bovendien kan een zodanige indeling op gespannen voet staan met vakinhoudelijke verworvenheden die ten goede komen aan het leren van kinderen, waaronder ook de zwakkere rekenaars (Keijzer & Ter Heege, 2006). Hiervan worden op deze conferentie door onder andere het TAL-team en door Buijs en Meeuwisse verschillende voorbeelden gegeven.

Toch kan de diversiteit aan maatschappelijke behoeften, waarop rekenen-wiskunde voorbereidt, niet worden genegeerd. Hetzelfde geldt overigens voor andere waarden van reken-wiskunde-onderwijs, al was daar in dit debat geen aandacht voor. Er spelen nu eenmaal meer overwegingen een rol bij het kiezen van inhoud (Klep, Letschert & Thijs, 2004). In zijn werkgroep 'Wat zullen we ervan zeggen?', pleit Klep ervoor verder met elkaar in gesprek te gaan en daarbij rekening te houden met de visie die de ander op onderwijs heeft en met de functie en positie die de ander in de samenleving heeft. Deze positie maakt dat je op een bepaalde manier tegen onderwijs en

vakinhoud aankijkt. Waarom zijn het bijvoorbeeld Nobelprijswinnaars die over het belang van de staartdeling beginnen? Zij hechten misschien meer dan anderen waarde aan abstraheren en formeel redeneren, aldus Klep.

Het denken bij de lerende leggen

Velen vinden voordoen-nadoen niet de gewenste aanpak voor het leren van rekenen-wiskunde. Leerlingen denken bij deze aanpak niet zelf na, maar volgen wat de leerkracht zegt. Uit het voorgaande blijkt overigens duidelijk dat deze benadering anno 2006 volslagen ontoereikend zou zijn. De vraag is: hoe dan wel? M. Dolk (Freudenthal Instituut) stelt voor om het denkwerk bij de leerlingen te leggen door het aanbieden van een groot probleem waarmee de leerlingen op de grens van hun eigen kunnen werken. Hij experimenteert met deze werkwijze op basisscholen in de Verenigde Staten. Dolk beschrijft de gehanteerde aanpak voor het aanbieden van een groot probleem: (1) de probleemsituatie wordt geïntroduceerd, (2) leerlingen werken in kleine groepen, (3) leerlingen bereiden zich voor op een *math congress* (zij maken een poster om hun oplossingen mee te presenteren), (4) het *math congress* wordt gehouden (5) en vervolgens wordt een volgende probleemsituatie geïntroduceerd.

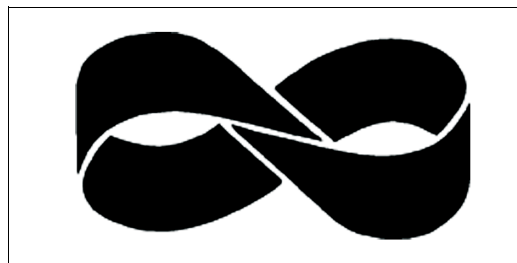
De achterliggende gedachte is dat leerlingen een onderzoek uitvoeren rond een *big idea* dat is ingebed in een betekenisvolle context, die hen houvast biedt bij hun wiskundige zoektocht. *Big ideas* zijn belangrijke wiskundige ideeën. De ideeën zijn groot omdat ze enerzijds wiskundig van groot belang zijn en anderzijds omdat ze grote sprongen in de ontwikkeling van de kinderen vertegenwoordigen.

Dolk geeft een voorbeeld van deze aanpak uit grade 4 (vergelijkbaar met onze groep 6) dat handelt binnen het leerlandschap vermenigvuldigen en delen. Het betreft een probleem rond een frisdrankapparaat, zoals die in de Verenigde Staten overal staan, waarin 156 blikjes passen; er zijn zes soorten frisdrank. De vraag aan de leerlingen is hoe het apparaat gevuld kan zijn. Bij dit probleem spelen verschillende *big ideas* een rol, zoals 'het verband tussen rijen en kolommen in rechthoeken' en 'waarom de verwisselstrategie werkt'.

Aan de hand van de posters die de leerlingen voor het *math congress* hebben getekend is goed zicht te krijgen op hun aanpak, strategie- en modelgebruik. Mooi te zien is bijvoorbeeld hoe een leerling op het idee komt om bouwmaterialen uit de klas te gebruiken om een modelsituatie van het frisdrankapparaat te maken: een vrij basale aanpak (tellend) die leidt tot een model dat getuigt van wezenlijk inzicht.

A. Treffers (Freudenthal Instituut) legt het denken ook nadrukkelijk bij de lerende, hetgeen de congresgangers met behulp van een papieren Möbiusband aan den lijve ondervinden. Door van een strook papier de uiteinden aan

elkaar te plakken ontstaat een ring met een binnenkant en een buitenkant. Als één van de uiteinden een slag wordt gedraaid voordat de uiteinden aan elkaar worden geplakt, ontstaat een Möbiusband. Omdat de binnenkant en buitenkant in elkaar overgaan, blijft er maar één kant en één rand over (fig.5).



figuur 5

Treffers laat deelnemers aan zijn werkgroep de voordelen ervaren van zelf onderzoekend bezig zijn. Hij laat de aanwezigen volop voorspellen, uitvoeren en verklaren met de papieren Möbiusband. Men krijgt opdrachten als: 'Als je de band in de lengte doormidden knipt, wat wordt het dan denk je?' Al gaan de gedachte-experimenten letterlijk het voorstellingsvermogen te boven, door de juiste vragen en aanwijzingen van Treffers komt men een heel eind met redeneren. Aldus maakt Treffers iets van de intrinsieke en vormende waarde van rekenen-wiskunde zichtbaar. Nadat de opdrachten daadwerkelijk met papier en schaar worden uitgevoerd zijn de verwondering en verbazing over het resultaat groot. Zo'n gevoel bij wiskundige fenomenen zouden kinderen op de basisschool elke dag moeten ervaren!

De rol van de leerkracht

De benaderingen die Dolk en Treffers, maar ook anderen, als het TAL-team en Dijkgraaf, zoals uit het vervolg van dit verslag zal blijken, voorstaan, vraagt nogal wat van leerkrachten, die toch al vaak tijdsdruk ondervinden vanwege de vermeende noodzaak de methode uit te krijgen. Deelnemers aan de TAL-werkgroep wijzen erop dat veel leerkrachten meer gericht zijn op de praktische waarde, dan de intrinsieke waarde van meten en meetkunde. Hetzelfde geldt voor de intrinsieke en vormende waarde van rekenen-wiskunde, zoals die bijvoorbeeld zichtbaar wordt in de werkgroep van Treffers. Hoeveel leerkrachten bewerkstelligen zo'n verwondering bij hun leerlingen?

Dolk geeft aan dat voor het realiseren van een *math congress* de leerkracht op de hoogte moet zijn van welke grote ideeën, modellen en strategieën relevant zijn om het betreffende probleem aan te pakken, dat de leerkracht moet inspelen op de uiteenlopende niveaus van de leerlingen en ruimte moet laten voor de verschillende aanpakken die leerlingen hanteren.

Kortom, de rol van de leerkracht is cruciaal. Treffers

geeft dat aan door de Möbiusband een metafoor te laten zijn voor onderwijs. Stel je een strook papier voor waarop op de ene zijde staat ‘leerling stuurt’ en op de andere zijde ‘leraar stuurt’. In plaats van als een didactische ring met twee zijden, zou je de kwestie ‘wie moet het onderwijs sturen?’ (leerling of leraar) ook kunnen beschouwen als een Möbiusband, want dan lees je immers: ‘leerling stuurt leraar stuurt leerling stuurt’, enzovoort.

W. Oonk (Freudenthal Instituut) kiest in zijn onderzoek ‘Theorie in Praktijk’ ook voor zo’n balans tussen zelfsturing van de lerenden (in dit geval pabo-studenten) en leerkracht (opleiders rekenen-wiskunde). Zo wordt bijvoorbeeld tijdens groepsgewijze bijeenkomsten geleerd aan de hand van eigen leervragen van de studenten. Juist ook bij dergelijke benaderingen, waarbij nadrukkelijk aandacht is voor vragen en inbreng van leerlingen, vervult de leerkracht een essentiële rol.

4 Vormgeven aan reken-wiskunde-onderwijs

Metten, meetkunde en techniek

Metten en meetkunde lijkt een reken-wiskundig domein waarvan de maatschappelijke waarde evident is. Uit de PPOON-onderzoeksgegevens blijkt dat kinderen zich kunnen redden in eenvoudige alledaagse situaties waarbij meetkunde een rol speelt. Echter, de resultaten bij metten van oppervlakte en bij allerlei toepassingsopgaven waarbij metten een rol speelt vallen tegen. Het TAL-team, bestaande uit R. Keijzer, E. Feijs, N. Figueiredo, K. Gravemeijer en F. van Galen, veronderstelt dat het probleem ligt bij het niet begrijpen wat er gebeurt bij metten en dat kinderen niet in de gelegenheid worden gesteld zelf maten te reconstrueren.



figuur 6

Zij stellen de vraag aan de orde of het nodig is in het meet onderwijs en meetkunde andere keuzen te maken. Door

bijvoorbeeld het oefenen te vervangen door het construeren van maten, zou het metten meer betekenis krijgen voor leerlingen. Hiervan getuigt hun poster⁴ met voorvoegsels bij maten (fig.6). Het TAL-team zet begripvorming centraal. Hiervoor moeten leerlingen de kans krijgen om te exploreren, construeren en redeneren in specifieke onderzoekssituaties. Dit moet zowel op gebied van het leerproces plaatsvinden (eigen inbreng, zoeken naar oplossingen, uitdaging) als op de inhoud van de wiskunde (de relevantie en de betekenis voor de leerlingen, het construeren van een beeld van de situatie en de communicatie en interactie over de inhoud) (Keijzer & Feijs, 2006).

R. Dijkgraaf (Universiteit van Amsterdam) wijst eveneens op het belang van experimenteren, opdat kinderen zelf hun wiskundige wereld vergroten. Bij het experimenteren is het belangrijk om leerlingen eerst te laten discussiëren en nadenken over mogelijke uitkomsten, alvorens de leerlingen ervaringen op te laten doen. In zijn lezing geeft hij het goede voorbeeld door de congresgangers vooraf de volgende vragen voor te leggen:

- Hoe vaak kun je een A4'tje dubbel vouwen?
- Wat gebeurt er als je een plastic zakje vult met water en je houdt er een brandende lucifer onder?
- Hoe lang duurt het voordat een vrachtwagen een berg heeft afgegraven?
- Bedenk een voorbeeld van een googol ($= 10^{100}$).
- Hoeveel zandkorreltjes zitten er in een emmer met fijn zand?
- Waarom is $3 \times 4 = 4 \times 3$?
- Zijn er twee Amsterdammers te vinden met precies evenveel haren op het hoofd?
- Wat is de kans dat er in een gezelschap van vijftig mensen twee of meer mensen op dezelfde dag jarig zijn?
- Hoeveel letters kun je vinden in de gemiddelde boekhandel?
- Hoeveel slokken kun je nemen van een vol glas melk?

Dijkgraaf legt duidelijke relaties tussen science, techniek en rekenen-wiskunde. Hij wijst er op dat in het huidige onderwijs onvoldoende wordt uitgegaan van de kinderlijke geest. De drang om te ontdekken wordt onderdrukt, terwijl juist door te mogen ontdekken kinderen hun wiskundige wereld vergroten. Science, techniek en rekenen-wiskunde moeten niet geïsoleerd worden binnen het onderwijs, maar juist met elkaar in verband worden gebracht, aldus Dijkgraaf.

T. Bouwens (Stichting Jeugd en Beroep) en E. van Dinther en B. Claessens (HAN) benadrukken eveneens het belang van het combineren van doen en denken. Dit kwam duidelijk tot uitdrukking in hun werkgroep, waar deelnemers eerst een wiel moesten maken dat in een rechte lijn van een hellende tafel af kon rollen. Na het uitwisselen van geconstrueerde oplossingen en reflectie op de doorlopen ontwerpprocessen, konden deelnemers hun opgedane leerervaringen benutten om een wagentje te ontwerpen dat van de tafel af zou rollen of er juist tegenop zou rijden (fig.7). Leren door te doen wordt

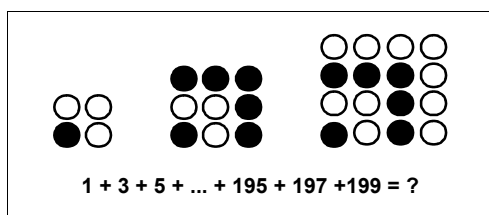
zodoende betekenisvol leren. Het analyseren en onderzoeken van producten en ontwerpen en het construeren van eigen oplossingen is zowel van belang bij techniek als bij rekenen-wiskunde.



figuur 7

De relatie van rekenen-wiskunde met andere vakgebieden wordt ook door het TAL-team belicht, zij het vanuit de waarden die zij aan reken-wiskundeonderwijs, of liever specifiek het onderwijs in meten en meetkunde, toekennen. Zo heeft het onderwijs in meten en meetkunde op de basisschool een voorbereidende waarde voor het vervolgonderwijs, alwaar bijvoorbeeld maten worden gebruikt bij andere vakken als scheikunde, natuurkunde en aardrijkskunde.

Naast de voorbereidende waarde onderscheidt het TAL-team een praktische en algemeen vormende waarde: leerlingen worden toegerust om zich te kunnen redden in de maatschappij. Voorbeelden hiervan zijn het meten van eigen lengte en gewicht en het kunnen kaartlezen. Tot slot is er de intrinsieke waarde. Hieronder valt bijvoorbeeld het op fraaie, meetkundige wijze oplossen van problemen, zoals geïllustreerd in figuur 8.



figuur 8

Reken-wiskundeonderwijs voor zwakke rekenaars

Reken-wiskundemethoden richten zich op de 'gemiddelde' leerling en op leerlingen die daar iets boven of onder presteren. Door een sterk klassikale aanpak en gebrek aan tijd van de leerkracht om juist zwakke leerlingen meer uitleg, extra oefening en herhaling en mis-

schien wel een andere aanpak te bieden, wordt de achterstand van deze leerlingen alleen maar groter. A. Noteboom (SLO) geeft in haar werkgroep 'Schrappen in doelen: een aanbod voor zeer zwakke rekenaars' eerst een definitie van zeer zwakke rekenaars:

Het zijn de leerlingen die niet meer zinvol mee kunnen doen met de reguliere lessen in hun groep, omdat de achterstand te groot is. Ze leren te weinig en hebben een apart programma nodig. Het zijn de leerlingen die na de basisschool naar het Praktijkonderwijs (PRO) gaan of het Leerweg Ondersteunend Onderwijs (LWOO) of de Basis Beroepsgerichte Leerweg (BBL) binnen het vmbo. Het zijn de leerlingen die op de basisschool doorgaans een *D*-score of *E*-score halen op de LVS-toetsen.

Deze leerlingen zullen nooit de einddoelen van de basisschool halen die uiteindelijk in de Cito-eindtoets worden gemeten. Het is, zo stelt Noteboom, ook niet nodig deze te behalen als voorwaarde om maatschappelijk goed te kunnen functioneren. Ook om in het vervolgonderwijs de goede weg te vinden, kan best wat worden geschrapt in de rekenmethode. Dat betekent dat meer tijd ontstaat voor benodigde instructie en een andere aanpak om de doelen te behalen die voor deze zorgleerlingen wel haalbaar zijn. Ruwweg houdt dat volgens Noteboom in dat leerlingen die naar het PRO gaan een rekenniveau behalen overeenkomend met het niveau van eind groep 5. Voor het LWOO ligt dit op eind groep 6. Deze leerlingen nemen in beperkte mate kennis van procenten, breuken en kommagetallen en van het domein meten voorzover dat functioneel is voor een goed maatschappelijk functioneren.

K. Buijs (SLO) en T. Meeuwisse (CED) maken in hun project 'Bovenbouwonderwijs in beweging: hoe houden we het overzicht?' voor zwakke rekenaars deels een andere keuze. Zij kiezen in het 'SLO-CED-bovenbouwproject' gericht op zwakke rekenaars in groep 7 en 8 voor een inzichtelijke benadering. Zij nemen voor deze leerlingen - die minimaal een jaar achterlopen - geen genoegen met beheersing van de leerstof van groep 6, maar mikken op beheersing van de bovenbouwstof - maar dan op begripniveau en niet op geroutineerd niveau. Zij verstaan onder zwakke rekenaars:

Leerlingen die veel fouten maken, weinig begrijpen, *C*, *D*- en *E*-scores halen en langs wie de bovenbouwleerstof heen gaat. Deze kinderen lopen minstens een jaar achter qua leerstof.

Hoewel er een gradueel verschil kan worden verondersteld tussen zwakke rekenaars en zeer zwakke rekenaars zijn de verschillende invalshoeken van beide projecten interessant. Noteboom wijst er op dat het onderwijs condities kan scheppen, bijvoorbeeld door het kiezen van relevante contexten, om leerlingen voor te bereiden op maatschappelijk functioneren. Het maken van keuzen; wat moet geschrapt en wat moet blijven staan, blijkt nog geen gemakkelijke opgave, zeker niet als de feitelijke prestaties van zeer zwakke leerlingen hierin worden

betrokken. Deze blijken namelijk flink tegen te vallen. Het is de vraag in hoeverre leerkrachten in staat zijn om dergelijke overwegingen en keuzes te maken. Noteboom presenteert een conceptversie 'Voorstel minimumdoelen rekenen-wiskunde voor zorgleerlingen' die misschien aan deze vraag tegemoet komt. Buijs en Meeuwisse presenteren eveneens een concept-hulpprogramma voor zwakke rekenaars. Zij komen tot de volgende keuzen:

- De leerstof wordt ingeperkt: cijferen en breuken worden volledig geschrapt; metriek wordt gereduceerd; procenten en kommagetallen worden enkel in praktische situaties verkend.
- Het elementaire hoofdrekenen wordt niet los geoefend maar gecombineerd met praktisch meten.
- Er is veel aandacht voor eigen informele kennis, *zeer* geleidelijke formalisering en succeservaringen.

Enkele videobeelden geven een indruk van het hulpprogramma. Er komen kinderen in beeld die aan het meten zijn met een duimstok. Hierbij komen vragen aan de orde als:

- Hoe heet dat ding?
- Waarvoor gebruik je het?
- Welke getallen staan erop
- Hoe lang is hij
- Hoeveel centimeter?
- Hoe heten die hele kleine stukjes?
- Hoe meet je iets op?
- Waar moeten we beginnen, bij 0 of bij 1?
- Hoe meet je het laatste stukje dat boven de meter uitkomt?

De gekozen aanpak lijkt succesvol. Uit de voorlopige resultaten blijkt dat leerlingen vooruit gaan bij hoofdrekenen en praktisch meten. Ook op het gebied van procenten, kommagetallen en digitale tijd neemt het begrip toe, evenals de elementaire rekenvaardigheid. Verder hebben de kinderen ook weer meer plezier in rekenen gekregen. Door terug te gaan naar de betekenis van meetresultaten en kommagetallen en door kinderen bewust te maken van wat notaties betekenen, kan vooruitgang worden geboekt. Meer over dit project is te lezen in het tijdschrift 'Volgens Bartjens...' (Buijs, 2006).

Rekenen in het speciaal basisonderwijs

W. Danhof (Cedin) presenteert zijn onderzoeksproject 'Leerbaarheid van het hoofdrekenen in het speciaal basisonderwijs'. Op basis van de resultaten van het onderzoek van B. Milo (2003) is gekozen om de strategie 'rijgen' centraal te stellen en de leerbaarheid op dit gebied te onderzoeken aan de hand van inhoudelijke criteria (drempels). Voorbeelden van deze drempels zijn: sommen tot 10, getalbegrip tot 100 en overbruggen van het eerste tiental. De benodigde leertijd en de mate van beheersing van de kritische leermomenten zullen worden gebruikt om te bepalen welke doelen haalbaar zijn. Gedacht wordt aan drie sporen vanaf groep 5. Spoor A is

voor kinderen die het rijgen vlot onder de knie krijgen en uit kunnen stromen naar vo/vmbo. Zij zouden de basisschoolmethode tot en met groep 6 of 7 aangeboden kunnen krijgen, met accenten gericht op het vo-programma. Spoor B is voor kinderen die het rijgen met de nodige moeite onder de knie krijgen en uit kunnen stromen naar vmbo/praktijkonderwijs. Zij zouden aan de slag kunnen gaan met de leerlijnen van de basisschoolmethode van groep 5, 6 en 7 met een vereenvoudigde methodiek. Spoor C is voor kinderen die het rijgen niet onder de knie krijgen en uit zullen stromen naar praktijkonderwijs of speciaal onderwijs (ZML). Bij deze kinderen zou het accent op toegepast rekenen moeten liggen. Gedacht wordt ook aan minder hoofdrekenen en meer schriftelijk rekenen.

Tijdens de uitwisseling in deze werkgroep kwamen diverse adviezen en opmerkingen aan bod. Verschillende deelnemers reageerden op de volgens hen beperkte invulling van het begrip hoofdrekenen, namelijk het uitrekenen van kale sommen zonder papier. Positief aan dit project werd de aandacht voor een beredeneerd leerstofaanbod voor de zwakste leerlingen in het speciaal basisonderwijs gevonden. Een van de aanwezigen merkte echter op het een gemiste kans te vinden dat resultaten van projecten als 'Met Sprongen Vooruit' en 'Speciaal Rekenen' niet bij de onderzoeksopzet worden betrokken. Het project 'Speciaal Rekenen', vertegenwoordigd door N. Boswinkel, J. Nelissen en M. Peltenburg (Freudenthal Instituut) stelt eveneens de vraag: 'Hoe ver moet je gaan?', aan de orde. De werkgroepeliders betrekken bij het beantwoorden van die vraag zowel de kwestie wat noodzakelijk is, als de vraag wat haalbaar is bij het maken van keuzes. Immers, hoe lang moet worden doorgegaan met bijvoorbeeld het oefenen van opgaven tot 20 als kinderen deze opgaven gewoon niet onder de knie krijgen? Op een gegeven moment moet worden gestopt met oefenen, maar de vraag is uiteraard wanneer dat moment precies valt. Basale vaardigheden en inzichten krijgen voorrang boven memoriseren.

Zowel Danhof als het team van 'Speciaal Rekenen' gaan uit van wat mogelijk en haalbaar is voor leerlingen in het speciaal basisonderwijs, waarbij de voorbereidende waarde van rekenen-wiskunde een rol speelt. Des te opvallender is het dat de gemaakte keuzes, evenals bij de verschillende werkgroepen omtrent zwakkere rekenaars, niet geheel overeen komen.

5 Conclusie

'Hoe zou volgens u het reken-wiskundeonderwijs in de basisschool er anno 2006 uit moeten zien?' Met deze vraag ging de 24^{ste} Panama-conferentie van start, direct gevolgd door een presentatie PPON-onderzoek, dat tegenvallende prestaties van basisschoolleerlingen liet zien.

Onder andere vanuit de opbrengsten van onderwijs kan immers worden nagedacht over gewenste richtingen voor aanbod en onderwijs in rekenen-wiskunde, zo was de gedachte. Maar geeft het PPON-onderzoek een compleet beeld van de opbrengsten van reken-wiskundeonderwijs? Zou reken-wiskundeonderwijs niet méér moeten omvatten dan het kunnen oplossen van opgaven als uit het PPON-onderzoek? Het leerlandschap rekenen-wiskunde omvat immers méér dan enkel leerlijnen waarlangs leerlingen leren op steeds geavanceerdere wijze opgaven op te lossen. Het is gevuld met bakens: big ideas, strategieën en modellen, die de wiskundige ontwikkeling van leerlingen kunnen karakteriseren (Fosnot & Dolk, 2003). Zo bezien brengen de PPON-resultaten slechts een deel van de opbrengsten van het reken-wiskundeonderwijs in beeld.

Verskillende bijdragen aan deze conferentie maken duidelijk dat er inderdaad meer is; er is gesproken over het denken bij de leerlingen leggen, over *big ideas*, over het belang van experimenteren, over redeneren en construeren. Het leerlandschap rekenen-wiskunde kan - en moet - breed worden ingevuld, zo is de teneur.

Vanuit de 23^{ste} Panama-conferentie was de rol van de leerkracht bij het aan het denken zetten van de leerling al aangezet. Bakens in het leerlandschap kunnen de leerkracht richting geven om de onderwijsroute aan te passen aan het leertraject dat de leerlingen tonen (Lit & Oonk, 2005). Duidelijk is dat veel van leerkrachten wordt verwacht. De lerende leerkracht hoeft zich bepaald niet te vervelen! Misschien heeft het reflectie-instrument dat Oonk ontwikkelt in het kader van zijn onderzoek, bedoeld om verschillende categorieën van reflecties en niveaus van theoriegebruik te onderscheiden, potentie om (aanstaande) leerkrachten te typeren in hun leerproces. De vraag echter, hoe leerkrachten in staat moeten worden gesteld dit alles te realiseren, blijft deze conferentie veelal in het midden - de mooie voorbeelden van vakkundig verzorgde werkgroepen en inspirerende lezingen ten spijt.

Een van de richtinggevende zaken voor het vaststellen van het onderwijsaanbod rekenen-wiskunde zijn de waarden die het reken-wiskundeonderwijs heeft. In het gevoerde debat over de inhoud van het reken-wiskundeonderwijs kwam met name de maatschappelijke waarde aan bod, al leek er sprake te zijn van een tegenstelling tussen de maatschappelijke waarde enerzijds en de vakdidactische invalshoek anderzijds. Toch valt in veel bijdragen aan deze conferentie op, dat de maatschappelijke waarde - en impliciet de voorbereidende waarde voor vervolgonderwijs - een prominente rol vervult in het nadenken over en vaststellen van reken-wiskundeaanbod. Dit nadenken lijkt echter vooral plaats te vinden door de vakdidacticus, niet zozeer door vertegenwoordigers van de maatschappij zelf. Een mogelijke verklaring die hiervoor viel te beluisteren is de volgende: in de maatschappij

is weliswaar veel wiskunde aanwezig, maar veelal onzichtbaar. Daardoor hebben maatschappelijke vertegenwoordigers weinig oog voor de wiskunde. Hoe zou de maatschappij dan behoeften ten aanzien van het aanbod voor rekenen-wiskunde kunnen formuleren?

Evenzeer lijkt het echter dat wiskundigen en vakdidactici niet alleen moeten kijken naar hoe de wiskunde in de maatschappij existeert, maar bovendien meer oog zouden moeten krijgen voor maatschappelijke behoeften, zoals die vanuit de maatschappij naar voren worden gebracht. Deze kunnen niet worden genegeerd. Het gaat immers niet alleen om de wiskunde zelf, maar juist ook om de greep die mensen kunnen krijgen op de wiskunde waarmee zij in de maatschappij te maken hebben. De inbreng van het Nibud in het gevoerde debat is daar een treffend voorbeeld van. Het lijkt vanuit dit perspectief noodzaak dat vakdidactici meer in gesprek gaan met vertegenwoordigers uit de maatschappij. Zowel de samenleving als de vakdidactiek dient invloed op de inhoud van rekenen-wiskunde uit te oefenen, zij het dat de vormgeving van het reken-wiskundeonderwijs, evenals het maken van bepaalde keuzes vanuit het oogpunt van leerprocessen, primair bij vakdidactici moet liggen (zie ook Keijzer & Ter Heege, 2006).

Voor zwakkere rekenaars lijkt de maatschappelijke waarde - althans bekeken door de vakdidactische bril - zo mogelijk nog bepalender in beeld te zijn. Zou het niet ook bij zwakkere rekenaars eveneens om de intrinsieke waarde moeten gaan?

De persoonlijke en vakspecifieke, of zoals de TAL-groep het formuleert, de intrinsieke waarde van rekenen-wiskunde was deze conferentie veel minder in beeld. Toch lijkt juist ook deze waarde essentieel, al is het maar in het licht van de motivatie van leerlingen. De TAL-groep zet in deze een standaard die navolging verdient. Zij doordent vanuit de trits voorbereidende, maatschappelijke en intrinsieke waarden aanbod en onderwijs van meten en meetkunde.

De vraag wie nu eigenlijk bepaalt wat de inhoud van het reken-wiskundeonderwijs is, lijkt deze conferentie ten dele beantwoord. Op de onderliggende vraag; wat de inhoud van reken-wiskundeonderwijs bepaalt, is het antwoord namelijk: de verschillende onderscheiden waarden. Om deze waarden zo goed mogelijk invulling te geven lijkt het zaak het op deze conferentie aangezette debat, tussen wiskundigen en vakdidactici enerzijds en betrokkenen uit de maatschappij anderzijds, voort te zetten en uit te breiden.

De vraag wie en wat bepaalt hoe aanbod en vormgeving van reken-wiskundeonderwijs er uitziet, ligt hiermee weer deels open. Het lijkt in ieder geval niet de bedoeling dat maatschappelijke behoeften interfereren met verworvenheden van de vakdidactiek. Daarnaast is het zaak de intrinsieke waarde van rekenen-wiskunde niet uit het oog te verliezen. In het reken-wiskundeonderwijs anno 2006 zouden vakdidactiek en maatschappelijke, voorberei-

dende en intrinsieke waarde van reken-wiskundeonderwijs met elkaar in evenwicht moeten zijn.

Noten

- 1 Gedetailleerde deelverslagen van deze conferentie, alsmede diverse andere conferentiematerialen kunt u vinden op: www.fi.uu.nl/panama.
- 2 De complete tekst van de uitgesproken reacties van Gravemeijer en Kraemer is te vinden op www.fi.uu.nl/panama.
- 3 Zie www.lievemaria.nl.
- 4 De poster is, evenals het boekje 'Richting geven aan het onderwijs in meten en meetkunde in de bovenbouw' te downloaden van: www.fi.uu.nl/talbovenbouw.

Literatuur

- Buijs, K. (2006). Een wereld zonder cijferen. Laat zwakke rekenaars de kracht van het hoofdrekenen ontdekken. *Volgens Bartjens...*, 25(5), 22-27.
- Fosnot, C. & M. Dolk (2003). Het leerlandschap. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 21(2), 29-37.
- Goeij, E. de & W. Oonk (red.)(2004). De 22^{ste} Panama-conferentie - impressies en trends. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 23(3), 3-14.
- Gravemeijer, K. (2006). *Kiezen of delen, cijferen of handig rekenen*. Column uitgesproken op de 24^{ste} Panama-conferentie. www.fi.uu.nl/panama
- Janssen, J., F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Balans (32) van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4. Uitkomsten van de vierde peiling in 2004. Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau*. Arnhem: Cito groep.

- Keijzer, R. & H. ter Heege (2006). Kerndoelen en de inhoud van het onderwijs; overdenkingen na een discussie. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 25(1), 37-40.
- Keijzer, R. & E. Feijs (2006). Snijden in een kubus. Meetkunde in de bovenbouw van ervaren tot redeneren. *Volgens Bartjens...*, 25(5), 4-7.
- Klep, J., J. Letschert & A. Thijs (2004). *Wat gaan we leren? Het kiezen van inhoud voor onderwijs*. Enschede: SLO.
- Kraemer, J.M. (2006). *Differentiatie naar niveau: een procrustesbed?* Column uitgesproken op de 24^{ste} Panama conferentie. www.fi.uu.nl/panama.
- Letschert, J. & J. Klep (2004). *Een aanzet tot discussie over de inhoud van het reken-wiskundeonderwijs. NVORWO-lezing 2004*. www.nvorwo.nl.
- Lit, S. & W. Oonk (red.)(2005). De kern van het reken-wiskundeonderwijs. Impressies van de 23ste Panama-conferentie. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 24(2), 9-23.
- Milo, B. (2003). *Mathematics Instruction for special-needs students. Effects of instructional variants in addition and subtraction up to 100*. Leiden: Universiteit Leiden (proefschrift).
- Putten, C. van & M. Hickendorff (2006). Strategieën die leerlingen gebruiken bij het beantwoorden van deelopgaven in de periodieke peilingen aan het einde van de basisschool van 2004 en 1997. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 25(2), 16-25.
- Scheltens, F. (2006). Verhoudingen, breuken en procenten. Hoe (goed) rekenen leerlingen aan het eind van groep 8? *Volgens Bartjens...*, 25(5), .
- Treffers, A., E. de Moor & E. Feijs (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel I: Overzicht einddoelen*. Tilburg: Zwijsen.

The 24rd Panama-conference took place in the middle of January 2006. Discussions were held on the yields of content and teaching of arithmetic/mathematics. What do these yields tell us about the content? Can conclusions or consequences be drawn from them on the content and teaching of arithmetic/mathematics in the (near) future? Which aspects of arithmetic/mathematics are to be dealt with and why? Which didactical and educational means are appropriate? These and other questions are the focus of this article.