

Vrijdagavondquiz NWD 2017

Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade

vrijdag 3 februari 2017



Presentatie:

Marjolein Kool
Quintijn Puite

Jury:

Birgit van Dalen
Melanie Steentjes

Samenstelling:

Birgit van Dalen
Quintijn Puite



Voorronde



Spelregels

- Elke vraag is meerkeuze: A of B
- Elke vraag 20 seconden de tijd
- Bordje opsteken zodra de tijd om is
- Wie het fout heeft, legt stembordje onder stoel
- Wie het goed heeft, gaat door
- Ongeveer 8 finalisten



Vraag 0

Even inkomen



Vraag 0 – Even inkomen

De hoeveelste NWD is dit?

A

de 22e

B

de 23e



Uitwerking vraag 0

- Het is de 23e NWD!

Conclusie: B



Vraag 1

Tuintegels



Vraag 1 – Tuintegels

Wat is zwaarder: twee tuintegels van 60×60 of eentje van 80×80 ? (Ze zijn even dik.)

Atwee van 60×60 **B**eentje van 80×80 

Uitwerking vraag 1

- $2 \cdot 60 \cdot 60 = 7200$ en $80 \cdot 80 = 6400$. Dus die twee tegels van 60×60 wegen meer.
- Alternatief: vergelijk $60 \cdot 60$ met $40 \cdot 80 = 60^2 - 20^2$, dan zie je dat die tweede optie lichter is.

Conclusie: A



Vraag 2

Breuken



Vraag 2 – Breuken

Welk getal ligt dichterbij 1?

A

$$\frac{2016}{2017}$$

B

$$\frac{2017}{2016}$$



Uitwerking vraag 2

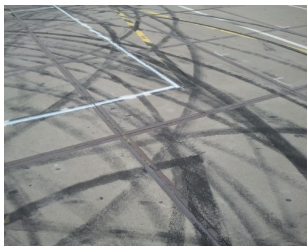
- $\frac{2016}{2017}$ scheelt $\frac{1}{2017}$ met 1, terwijl $\frac{2017}{2016}$ juist $\frac{1}{2016}$ scheelt met 1 en dat is meer.

Conclusie: A



Vraag 3

Remweg



Vraag 3 – Remweg

De remweg van een auto is evenredig met de snelheid van de auto in het kwadraat. Hoeveel procent langer wordt de remweg van een auto die 130 km/u rijdt in plaats van 100 km/u?

A

69%

B

90%



Uitwerking vraag 3

- De snelheid is 1,3 keer zo groot, dus de remweg is $1,3^2 = 1,69$ keer zo lang.
- Dus 69% langer.

Conclusie: A



Vraag 4

Appelsap



Vraag 4 – Appelsap

Quintijn heeft appelsap over zijn toetsenbord gegooid en daardoor werken de toetsen L en P niet meer goed. Voor elk van die toetsen geldt: als je hem indrukt, werkt hij om en om wel en niet. Hoe vaak moet Quintijn maximaal een toets indrukken om het woord “appelsap” te typen?

A

11

B

12



Uitwerking vraag 4

- Als je pech hebt, doen de P en L het de eerste keer al niet. Dan moet je die toets dus twee keer indrukken voordat de letter er is.
- Bij de volgende P doet de toets het dan weer niet en moet je twee keer de toets indrukken. En bij de derde P ook.
- Dus je moet vier extra toetsen indrukken; totaal dus 12.

Conclusie: B



Vraag 5

Onder- en bovenbouw



Vraag 5 – Onder- en bovenbouw

Op de NWD geeft $\frac{2}{7}$ deel van de docenten voornamelijk les in de onderbouw en geeft $\frac{5}{7}$ deel voornamelijk les in de bovenbouw. De bovenbouwdocenten zijn met 210 mensen meer. Hoeveel docenten zijn er in totaal op de NWD?

A

480

B

490



Uitwerking vraag 5

- Het verschil tussen het aantal bovenbouw- en het aantal onderbouwdocenten is $\frac{3}{7}$ deel van het totaal.
- Dus $\frac{3}{7}$ deel komt overeen met 210 docenten. Dus $\frac{1}{7}$ deel komt overeen met 70 docenten.
- Er zijn dan in totaal $7 \cdot 70 = 490$ docenten.

Conclusie: B



Vraag 6

Schaduw



Vraag 6 – Schaduw

Boven een vierkante tafel hangt een lampje. De lamp hangt niet recht boven de tafel. Is de schaduw van de tafel op de grond een vierkant?

A

Ja

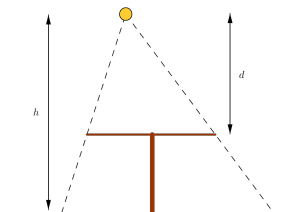
B

Nee



Uitwerking vraag 6

- De lengte van de tafel vermenigvuldigd met $\frac{h}{d}$ geeft de lengte van de zijde van de schaduw.
- Dit is onafhankelijk van de plek van de lamp boven de tafel, dus de vier zijden van de schaduw zijn allemaal even lang.
- Verder zijn de zijden van de schaduw evenwijdig aan de zijden van de tafel. Dus de schaduw is een vierkant.



Conclusie: A



Vraag 7

Afronden



Vraag 7 – Afronden

Definitie: $\lfloor x \rfloor$ is x naar beneden afgerond op een geheel getal;

$\lceil x \rceil$ is x naar boven afgerond op een geheel getal.

Voor elk positief geheel getal n is $\lceil \frac{n}{7} \rceil$ gelijk aan:

A

$$\left\lfloor \frac{n+6}{7} \right\rfloor$$

B

$$\left\lfloor \frac{n+7}{7} \right\rfloor$$



Uitwerking vraag 7

- $\lceil \frac{n}{7} \rceil = \lfloor \frac{n+7}{7} \rfloor$ is niet juist als n deelbaar door 7 is.
- $\lceil \frac{n}{7} \rceil = \lfloor \frac{n+6}{7} \rfloor$ klopt wel:
 - Als $\lceil \frac{n}{7} \rceil = m$, dan is n gelijk aan een getal uit $7m, 7m - 1, \dots, 7m - 6$.
 - Dus is $n + 6$ gelijk aan een getal uit $7m + 6, 7m + 5, \dots, 7m$ en dat is na deling door 7 afgerond naar beneden inderdaad m .

Conclusie: A



Finale



Word nu
Vriend
van de olympiade



www.wiskundeolympiade.nl/vrienden



Spelregels

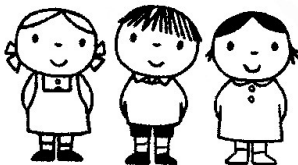
- Zeskeuzevragen
- Antwoord weergeven met dobbelsteen
- Beschikbare tijd iets langer dan bij voorronde; het muziekje gaat pas later aan
- Aantal punten variabel per vraag
- Totaal 95 punten



Vraag 1

Broers en zussen

- 16 punten



Vraag 1 – Broers en zussen

Marjolein heeft evenveel broers als zussen. Elk van haar broers heeft anderhalf keer zoveel zussen als broers. Hoeveel kinderen zijn er in totaal in dit gezin?



3



5



7



9



11



13



Uitwerking vraag 1

- Stel Marjolein heeft n broers en n zussen. Dan heeft elk van haar broers $n + 1$ zussen en $n - 1$ broers.
- Dus $\frac{n+1}{n-1}$ moet een breuk gelijk aan $\frac{3}{2}$ zijn, maar met verschil 2 tussen teller en noemer.
- Dat is dus $\frac{6}{4}$.
- Samen met die ene broer zijn dat dus 11 kinderen.

Conclusie:



11



Vraag 2

Dobbelspel

- 18 punten
- Extra tijd



Vraag 2 – Dobbelspel

Jaap en Klaas doen een gokspelletje. Ze gooien elk met één gewone dobbelsteen. Als Jaap lager gooit dan Klaas, moet Jaap het verschil in ogen aan Klaas betalen (in euro's). Als Jaap en Klaas even hoog gooien, moet Klaas juist in de buidel tasten en 6 euro aan Jaap geven. Als Jaap hoger gooit dan Klaas, hoeft niemand iets te betalen. Wie gaat dit spelletje op den duur winnen?



Jaap



Klaas



Spelen quitte



Uitwerking vraag 2

- We maken een tabel met hoeveel Jaap aan Klaas betaalt afhankelijk van de gegooide ogen:

K \ J	1	2	3	4	5	6
1	-6	0	0	0	0	0
2	1	-6	0	0	0	0
3	2	1	-6	0	0	0
4	3	2	1	-6	0	0
5	4	3	2	1	-6	0
6	5	4	3	2	1	-6

- In totaal moet Jaap naar verwachting in 36 potjes $1 + 3 + 6 + 10 + 15 = 35$ euro betalen en ontvangt hij $6 \cdot 6 = 36$ euro.
- Dus per 36 potjes verwacht Jaap een euro winst te maken.

Conclusie:



Jaap



Vraag 3

Juwelier

- 25 punten



ALLE
DIAMANT
SIERADEN
50%
KORTING

499⁹⁹
NU **249⁹⁹**

Gouden ring met 20 diamanten
0.11 karaat

M.u.v. solifair, houwingen en speciale bestellingen



Vraag 3 – Juwelier

Bij een juwelier krijg je bij een bedrag boven de 100 euro 10% korting op het deel van 100 t/m 200 euro (dus op een bedrag van 180 euro krijg je 8 euro korting). Op het deel van 200 t/m 300 euro krijg je zelfs 20% korting, enzovoorts, en op het deel boven de 900 euro krijg je 90% korting. Voor welk bedrag moet je iets kopen om op het totaal 25% korting te krijgen?



250



350



420



500



600



1000



Uitwerking vraag 3

- Op 500 euro krijg je $10 + 20 + 30 + 40 = 100$ euro korting, dat is pas 20%, dus moet je nog hoger.
- Op 600 euro krijg je nog eens 50 euro korting, dus 150 van de 600 en dat is 25%.

Conclusie:



600



Vraag 4

Leugenaars

- 15 punten



Vraag 4 – Leugenaars

Er zitten 30 leerlingen in een kring. Elke leerling spreekt of altijd de waarheid, of liegt altijd. Elke leerling doet de uitspraak: allebei mijn burens zijn leugenaars. Wat is het grootste mogelijke aantal leugenaars?



10



15



18



20



24



30



Uitwerking vraag 4

- Er kunnen nooit drie leugenaars naast elkaar zitten, want dan zou de middelste de waarheid spreken.
- Dus van elke drie leerlingen spreekt er minstens één de waarheid.
- Er zijn dus hooguit $\frac{2}{3} \cdot 30 = 20$ leugenaars.
- Als de leerlingen als volgt zitten: ... LLWLLW..., dan klopt het precies met de uitspraken die de leerlingen doen. En dan zijn er 20 leugenaars.

Conclusie:



20



Vraag 5

Vliegtuig

- 21 punten
- Extra tijd



Vraag 5 – Vliegtuig

Een vliegtuig vliegt op 10 km hoogte. Hij heeft een zogenaamde ‘ground speed’ van 960 km/u; dat is de snelheid van zijn projectie (schaduw) op het aardoppervlak. Hoe hard vliegt het vliegtuig ongeveer in werkelijkheid? (De omtrek van de aarde is ongeveer 40.000 km.)



960,2 km/u



966,7 km/u



961,5 km/u



975,0 km/u



963,3 km/u



976,7 km/u



Uitwerking vraag 5

- De straal van de aarde is $\frac{40.000}{2\pi} \approx \frac{40.000}{6} \approx 6666$ km.
- De straal van de cirkel die het vliegtuig beschrijft is dus een factor $\frac{10}{6666}$ hoger.
- Nu is 10 op de 6666 hetzelfde als 1 op de 666 en dat is 1,5 op de 999.
- Er komt dus bij 960 km/u ca. 1,5 km/u bij: 961,5 km/u.

Conclusie:



961,5 km/u



Einde

